

## АКТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В АТМОСФЕРЕ СОЛНЦА

**Аннотация.** Интерес к исследованию Солнца непрерывно растет, и это особенно примечательно на фоне важнейших достижений в астрофизике в целом. Солнце является ближайшей звездой. Всего около восьми минут требуется, чтобы солнечные лучи достигли Земли, тогда как от самой близкой к нам звезды Проксима Центавра свет идет 4,3 года. Такая близость Солнца к Земле приводит к тому, что она является единственной звездой, которую мы видим не как точку, а как диск. Поэтому именно эту звезду можно изучить наиболее детально. В этой статье рассмотрены процессы, протекающие в атмосфере Солнца, такие как солнечная вспышка, пятна, факелы и корональные транзиенты. Также была проанализирована вспышка класса X, зарегистрированная 12 июля 2012 г.

**Ключевые слова:** солнечная вспышка, солнечные пятна, солнечный факел, корональные транзиенты.

**Тірек сөздер:** күн жаркылы, күн дактары, күн алауы, тәждік транзиенттер.

**Keywords:** solar flare, solar spots, solar facula, coronal transient.

Солнечные вспышки впервые было зарегистрировано 1 сентября 1859 г. Р. Кэррингтоном и Ходжсоном (рисунок 1). Чаще всего вспышки наблюдаются в красной водородной линии  $H\alpha$ , а также в рентгеновском диапазоне и в виде всплесков радиоизлучения [1].

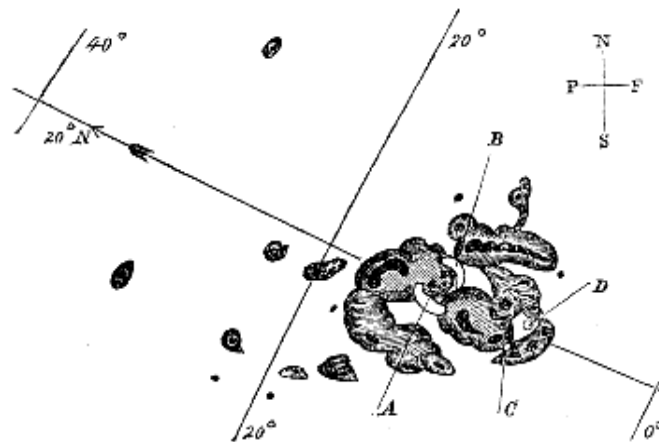


Рисунок 1 – Вспышка нарисованная Р. Кэррингтоном в 1859 г.

Наблюдения в красной водородной линии  $H\alpha$  показывают, что в начале вспышки один из ярких узелков структуры хромосферы, внезапно разгорается. Часто менее чем за минуту сильное излучение распространяется вдоль длинного жгута или заливаает целую область протяженностью в десятки тысяч километров.

В видимой области спектра усиление свечения происходит главным образом в спектральных линиях водорода, ионизованного кальция и других металлов. Уровень непрерывного спектра также возрастает, иногда настолько сильно, что вспышка становится заметной на фоне фотосферы в белом свете. После достижения максимума излучение постепенно ослабевает за несколько десятков минут. Помимо увеличения яркости, во время вспышек наблюдаются мощные движения газов, а также выбросы облаков плазмы в виде отдельных конденсаций и «брызг» [1].

Вспышки на Солнце известны уже более 100 лет. Около 60 лет природу солнечных вспышек изучали путем анализа их спектров только в видимой области спектра. С середины прошлого

столетия стали возможными внеатмосферные наблюдения вспышек в широком диапазоне длин волн, начиная от ультрафиолетового и вплоть до жесткого гамма-излучения с энергией фотонов несколько ГэВ ( $1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ}$ ). В наиболее крупных вспышках при их длительности  $\sim 10^3 \text{ с}$  выделяется энергия  $\varepsilon = 10^{32}\text{--}10^{33} \text{ эрг}$  ( $10^{25}\text{--}10^{26} \text{ Дж}$ ). Это соответствует средней мощности энерговыделения  $\langle \dot{\varepsilon} \rangle \sim 10^{29} \text{ эрг/с}$  ( $10^{22} \text{ Дж/с}$ ). Однако эта мощность в  $10^4\text{--}10^5$  раз меньше мощности полного излучения Солнца (полной светимости  $L_C = 3,9 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}$ ).

Модели возникновения и развития солнечной вспышки, которая адекватно описывает причины ее возникновения и происходящие в ней процессы, до сих пор не существует. Общие соображения сводятся к следующему.

Солнечная вспышка возникает как следствие быстрого выделения энергии в некоторой области солнечной атмосферы. В настоящее время считается, что эта энергия накапливается и хранится в форме магнитной энергии токовых систем, образующихся в солнечной атмосфере в результате конвективного переноса плазмы. Первичное энерговыделение, являющееся началом вспышки, связано с разрывом токовых систем в результате токовых неустойчивостей или воздействия соседних систем, например, при вторжении нового потока вещества, несущего магнитное поле в уже развитую плазменно-магнитную конфигурацию. Разрыв/взаимодействие токовых систем приводит к нагреву, движениям плазмы в магнитных структурах и возникновению сильных электрических полей. Часть магнитной энергии конвертируется в энергию ускоренных этими полями частиц – электронов, протонов и более тяжелых ядер (рисунок 2) [1].

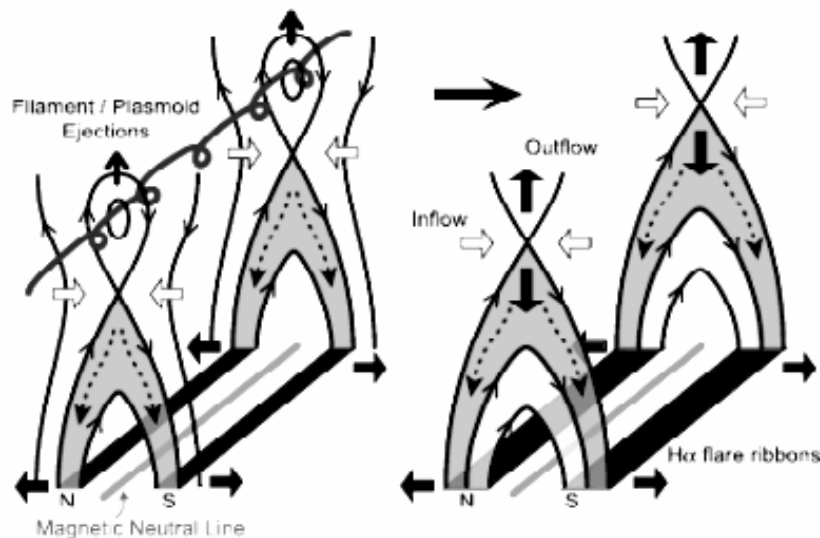


Рисунок 2 – Модель магнитного пересоединения [1]

Солнечные пятна являются наиболее известным и легче всего наблюдаемым проявлением солнечной активности. Пятна редко бывают одиночными и обычно располагаются группами, занимая протяженные активные области, простирающиеся на сотни тысяч километров. Напряженность магнитного поля в группах пятен может достигать значительных величин вплоть до нескольких тысяч эрстед [1].

Группа пятен может существовать от нескольких часов до нескольких месяцев. Ее развитие начинается с появления пор, из которых в дальнейшем возникают пятна. В течение нескольких дней заметно возрастают их площади и магнитные поля. Обычно группа вытянута параллельно экватору или под небольшим углом к нему. Ведущее пятно обычно располагается ближе к экватору. Спустя 2-3 недели группа достигает максимального развития и затем начинает разрушаться: сначала исчезает хвостовое пятно, затем и другие, более мелкие пятна. В конце развития группа становится униполярной. Само ведущее пятно сохраняется до тех пор, пока его диаметр не уменьшается до  $30 \cdot 10^3 \text{ км}$ , после этого оно быстро диссипирует. Классификация групп пятен, основанная на определении характерных стадий их эволюции, была разработана в Цюрихе. В ее основу был

положен тот факт, что вспышечная активность значительно выше в первые дни жизни группы, когда наблюдается появление нового магнитного потока и площадь группы быстро растет [1, 2].

Появление факелов, а затем группы солнечных пятен – важнейший признак начала развития активной области. Центральная часть пятен (тень) кажется очень темной (почти черной) на ярком фоне солнечной фотосферы. На самом деле в центре пятна яркость уменьшена только раз в десять, а яркость полутени составляет примерно  $3/4$  яркости фотосферы. На основании закона Стефана-Больцмана это означает, что температура в пятне на  $(2-2,5) \cdot 10^3$  K меньше, чем в фотосфере. Тень больших пятен окружена полутенью, образованной фотосферными гранулами, радиально вытянутыми вдоль силовых линий магнитного поля пятна. Солнечное пятно возникает при выходе из фотосферы «магнитной трубки» из конвективной зоны. Магнитное поле в центре пятна почти вертикально и не бывает слабее нескольких сотен эрстед. Отдельное солнечное пятно появляется в виде крошечной поры, едва отличающейся от темных промежутков между гранулами. Через день пора развивается в округлое темное пятно с резкой границей, диаметр которого постепенно увеличивается вплоть до размеров в несколько десятков тысяч километров (рисунок 3). Через три-четыре дня после появления большого пятна вокруг него возникает менее темная полутень, имеющая характерную радиальную структуру. Она окружает центральную часть пятна, называемую тенью. С течением времени площадь, занимаемая группой пятен, постепенно возрастает, достигая наибольшего значения примерно на десятый день. После этого пятна начинают постепенно уменьшаться и исчезать, сначала наиболее мелкие из них, затем хвостовое (предварительно распавшись на несколько пятен) и, наконец, ведущее. В целом весь этот процесс длится около двух месяцев, однако многие группы солнечных пятен не успевают пройти всех описанных стадий и исчезают раньше.

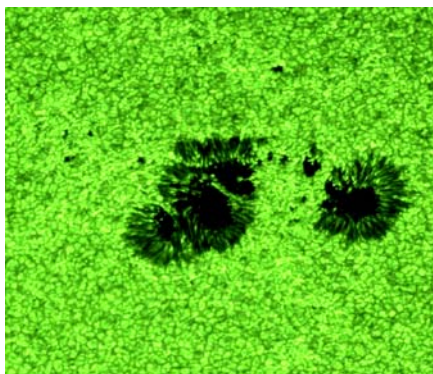


Рисунок 3 – Солнечное пятно

Факелы могут существовать и без пятен, обычно они появляются раньше пятен и пропадают после исчезновения пятен, иногда «задерживаясь» на фотосфере в течение нескольких солнечных оборотов. Верхние части факелов в хромосфере образуют флоккулы. Эти образования весьма неоднородны по своей яркости, температуре и напряженности магнитного поля. Структура флоккулов отражает структуру локального магнитного поля, большая часть их волокон ориентируется вдоль магнитных силовых линий [1].

Активными образованиями, наблюдаемыми в хромосфере и короне, являются протуберанцы, которые представляют собой как бы облака сравнительно холодного ( $T = 10^4$  K) и плотного ( $n = 10^{10}-10^{11}$  см<sup>-3</sup>) хромосферного вещества, вынесенного или выброшенного в результате взрыва в корону до высот нескольких сотен тысяч километров. На краю диска они видны в сильных спектральных линиях (H, He, Ca<sup>+</sup> и др.) в виде светлых облаков или дуг причудливых форм. На диске они выглядят как темные волокна, располагающиеся в зонах пятнообразования и даже на высоких широтах. Динамические процессы в протуберанцах связаны как с локальными, так и фоновыми магнитными полями. Протуберанцы часто располагаются вдоль арок силовых линий магнитных полей. Они бывают различных форм и размеров. Чаще всего они имеют вид длинной плоской плиты, расположенной почти вдоль радиуса Солнца. Поэтому на фильтрограммах, в проекции на солнечный диск, протуберанцы выглядят в виде длинных изогнутых волокон. Протуберанцы – очень крупные образования в солнечной атмосфере, их длина достигает сотен тысяч

километров, хотя ширина не превышает 6000 – 10 000 км. Нижние их части сливаются с хромосферой, а верхние простираются на десятки тысяч километров в корону. Однако встречаются протуберанцы и значительно больших размеров. Через протуберанцы постоянно происходит обмен веществом между хромосферой и короной. Об этом свидетельствуют часто наблюдаемые движения как самих протуберанцев, так и связанных с ними потоков и струй, происходящие со скоростями в десятки и сотни километров в секунду. Возникновение, развитие и движение протуберанцев тесно связаны с эволюцией групп солнечных пятен [1].

Корональные транзиенты – недавно возникший термин. Он характеризует быстропротекающие изменения корональных структур (арок, корональных лучей и др.), а также возникновение новых динамических структур в виде быстро движущихся от Солнца корональных облаков и уплотнений. Все эти явления, как правило, связаны со взрывами эруптивных протуберанцев или со вспышками, но имеющими другую «историю». Одно из самых заметных таких явлений представляет собой выброс огромных масс вещества ( $10^{15}$ – $10^{16}$  г) на высоты, превышающие  $(1-5)R_C$ , со скоростями от нескольких сотен до нескольких тысяч километров в секунду. Эти спорадические выбросы получили название корональных выбросов массы.

Они представляют собой некоторые объемы замагниченной плазмы, иногда это магнитные облака, распространяющиеся затем в межпланетное пространство. Кинетическая энергия транзиентов достигает  $10^{31}$ – $10^{33}$  эрг, что сравнимо с полной энергией самых больших вспышек. Эти быстрые транзиенты при своем движении в солнечном ветре генерируют ударную волну, которая, в свою очередь, взаимодействует с магнитным полем Земли, вызывая геомагнитные бури и значительные ионосферные возмущения, приводящие к нарушениям радиосвязи.

Феномен солнечной вспышки далек от полного объяснения. Началом развития теории вспышек можно считать работу «Теория хромосферных вспышек» [3].

Рассмотрим вспышку класса X зарегистрированную в июле 2012 г.

#### Вспышка класса X1.4 12 июля 2012 г.

12 июля на Солнце была зарегистрирована крупная вспышка класса X. Вспышка произошла в 15:37 UT, продолжалась 72 минуты и была зафиксирована в активной области 11520.

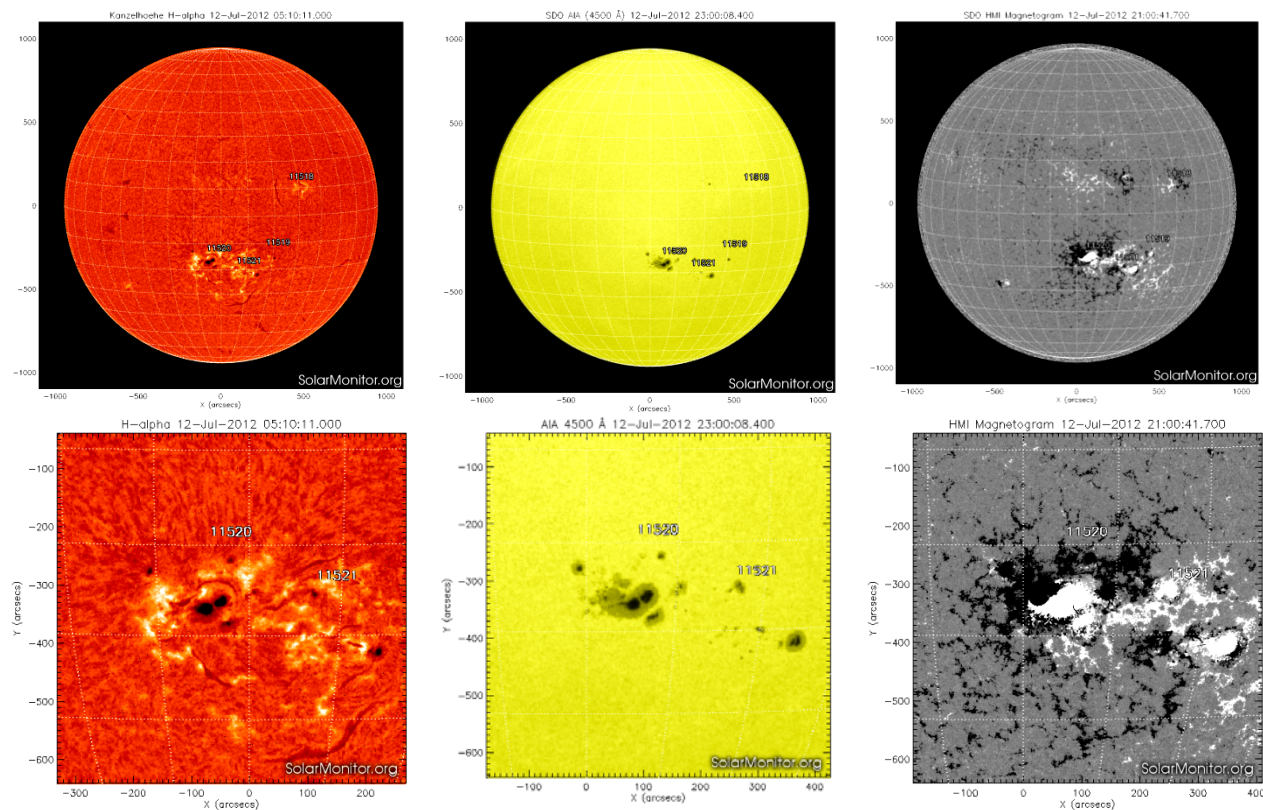


Рисунок 4 – Наблюдения в диапазонах  $H_\alpha$ , AIA 4500 Å и HMI Magnetogram [4, 5]

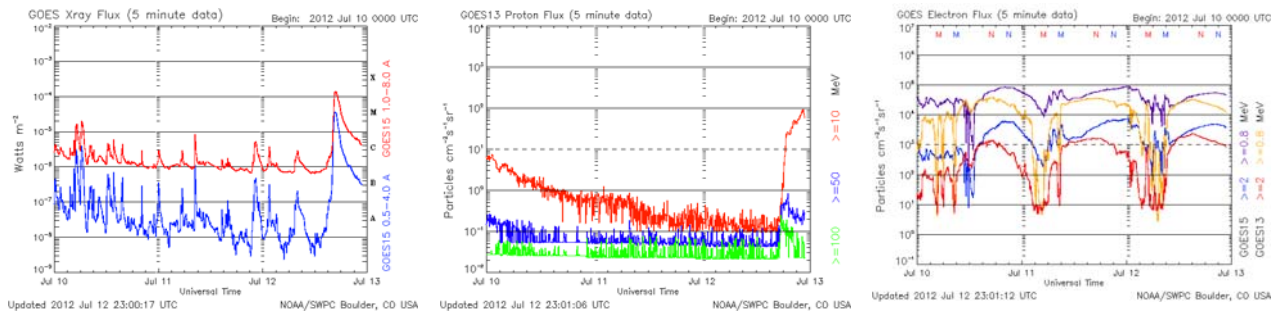


Рисунок 5 – Общий поток протона, электрона и рентгеновского излучения Солнца, полученный в GOES 13 и GOES 15 [6]

Всего в этот день было зарегистрировано 5 вспышек класса С и одна вспышка класса Х.

На рисунке 4 приведены снимки полученные на борту спутника SDO HMI Magnetogram и GHN в диапазонах  $H_{\alpha}$ , AIA 4500 Å.

Пространственный масштаб вспышки составил  $7,9 \cdot 10^9$  см. В области 11520 величина измерения ЭМ составила  $10^{53}$  см<sup>-3</sup>. Общий коэффициент освободившейся энергии составил  $2,8 \cdot 10^{29}$  эрг·с<sup>-1</sup>, скорость притока –  $4,57 \cdot 10^5$  см·с<sup>-1</sup>.

Во время этой вспышки спутник GOES 15 зафиксировал рентгеновскую вспышку класса X1.4. Мощность солнечной вспышки в диапазоне мягкого рентгеновского излучения от 0,5–4,0 Å составила  $5,8 \cdot 10^{-5}$  Вт·м<sup>-2</sup>, в диапазоне 1,0–8,0 Å мощность потока рентгеновского излучения составила  $1,4 \cdot 10^{-4}$  Вт·м<sup>-2</sup>, т. е. данная вспышка относится к классу Х.

На рисунке 5 представлен общий поток протона, электрона и рентгеновского излучения, зарегистрированный 12 июля 2012 г.

Вспышка максимальной интенсивности достигла в 16:49 UT. Регистрация потоков солнечных протонов проводилась спутником GOES 13. В момент вспышки поток солнечных протонов с энергиями 10 МэВ достигает интенсивности  $9 \cdot 10^1$  протон/см<sup>2</sup>·с·ср, потоки протонов с энергиями 50 МэВ достигли интенсивности  $9,5 \cdot 10^{-1}$  протон/см<sup>2</sup>·с·ср, потоки с энергиями 100 МэВ достигли интенсивности  $4,5 \cdot 10^{-1}$  протон/см<sup>2</sup>·с·ср.

Если рассматривать потоки зарегистрированных электронов, то в момент вспышки поток электронов с энергиями 0,8 МэВ, зарегистрированный спутником GOES 15, достигает интенсивности  $7,5 \cdot 10^4$  электрон/см<sup>2</sup>·с·ср, потоки электронов с энергиями 2 МэВ, зарегистрированные спутником GOES 15, достигли интенсивности  $6,5 \cdot 10^3$  электрон/см<sup>2</sup>·с·ср.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Мурзин В.С. и др. Модель космоса: Физические условия в космическом пространстве / Под. ред. Панасюк М.И., Новиков Л.С. – М.: Книжный дом Университет, 2007. – Т. 1. – С. 872.
- 2 Waldmeier M. Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung. – Leipzig, Geest u. Portig, 1955. – P. 123.
- 3 Giovanelli R.G. A Theory of Chromospheric flares // Nature. – 1946. – Vol. 158. – P. 81-82.
- 4 // [http://swrl.njit.edu/ghn\\_web/](http://swrl.njit.edu/ghn_web/)
- 5 // <http://sdo.gsfc.nasa.gov/>
- 6 // <http://goes.gsfc.nasa.gov/>

#### REFERENCES

- 1 Murzin V.S. i dr. Model kosmosa: Fizicheskie usloviya v kosmicheskom prostranstve. Pod. red. Panasjuk M.I., Novikov L.S. M.: Knizhnyj dom Universitet, 2007. T. 1. S. 872. (in Russ.).
- 2 Waldmeier M. Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung. Leipzig, Geest u. Portig, 1955. P. 123.
- 3 Giovanelli R.G. A Theory of Chromospheric flares. Nature. 1946. Vol. 158. P. 81-82.
- 4 [http://swrl.njit.edu/ghn\\_web/](http://swrl.njit.edu/ghn_web/)
- 5 [http://sdo.gsfc.nasa.gov](http://sdo.gsfc.nasa.gov/)
- 6 <http://goes.gsfc.nasa.gov>



## Резюме

*А. Т. Сәрсембаева, А. Т. Сәрсембай*

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан)

### КҮН АТМОСФЕРАСЫНДАҒЫ БЕЛІСЕНДІ ПРОЦЕСТЕР

Күн зерттеуіне деген қызығушылық артып келеді және бұл астрофизикадағы маңызды жетістіктер айналасында есте қаларлықтай. Күн ең жақын жұлдыз болып табылады. Күн сәулелері Жерге жету үшін небәрі 8 минутты қажет етеді. Ал бізге ең жақын жұлдыз Проксима Центаврдің нұры 4,3 жылда жетеді. Күннің Жерге деген мұндай жақындығы оны нүкте ретінде емес диск ретінде көретін жалғыз жұлдыз екендігін көрсетеді. Сол себептен осы жұлдызды толық зерттей аламыз. Бұл мақалада күн атмосферасында өтіп жатқан процестер, яғни күн жарқылы, күн дақтары, күн алауы және тәждік транзиенттер қарастырылған. Сонымен қатар 2012 жылдың 12 шілдесінде тіркелген X класындағы күн жарқылына талдау жасалды.

**Тірек сөздер:** күн жарқылы, күн дақтары, күн алауы, тәждік транзиенттер.

## Summary

*A. T. Sarsembayeva, A. T. Sarsembay*

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan)

### ACTIVE PROCESSES ON THE SUN'S ATMOSPHERE

Interest in the study of the Sun is continuously growing, and this is particularly noticeable on the background of the major achievements in astrophysics in general. The sun is the nearest star. The sun's rays takes about eight minutes to reach the earth, while from the nearest star Proxima Centauri it takes 4.3 years. This proximity of the Sun to the Earth leads to the fact that she is the only star that we see not as a point but as a disk. Therefore, this star can be studied in more details. In this paper was considered active processes occurring in the solar atmosphere, such as a solar flare, solar spots, facula and coronal transients. Also analyzed X - class flare, registered in July 12, 2012.

**Keywords:** solar flare, solar spots, solar facula, coronal transient.

*Поступила 3.03.2014 г.*

УДК 523.985

*А. Т. САРСЕМБАЕВА, Ж. С. РАХМЕНОВА*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан)

## МОНИТОРИНГ СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШЕК В ПЕРИОД 1–10 НОЯБРЯ 2013 ГОДА

**Аннотация.** В статье проведен мониторинг солнечных вспышек зарегистрированных в период 1–10 ноября 2013 года. Был проведен краткий анализ солнечных вспышек зарегистрированные в эти дни, а также показана продолжительность времени вспышки и ее максимум по Всемирному времени.

**Ключевые слова:** солнечная вспышка, рентгеновское излучение.

**Тірек сөздер:** күн жарқылы, рентген сәулесі.

**Keywords:** solar flare, X-rays.

Мониторинг солнечных вспышек в режиме реального времени осуществляет Геостационарный эксплуатационный спутник наблюдения за окружающей средой (англ. Geostationary Operational Environmental Satellite или GOES). Данные о потоках электронов, протонов и рентгеновского излучения ведутся со спутников слежение GOES 13, GOES 14 и GOES 15 [4].

1 ноября 2013 г. на Солнце было зарегистрировано 7 вспышек относящаяся к рентгеновскому классу C и выше по принятой в физике Солнца классификации. Всего в шкале солнечных вспышек различается 5 классов: A, B, C, M и X, каждый последующий из которых превосходит предыдущий по мощности в 10-100 раз [1]. Событие, более точно оцениваемое как M6.3, произошло вечером по Всемирному времени и наблюдалось на протяжении около 12 минут с максимумом в 19:53 UT.

2 ноября днем по Всемирному времени в 10:35 UT на Солнце было зарегистрировано первая вспышка класса C1.4 с продолжительностью 12 минут с максимумом в 10:40 UT. Всего в этот день было зарегистрировано 5 вспышек класса C.

3 ноября утром произошла вспышка класса M4.9 по Всемирному времени в 05:16 UT и наблюдалось на протяжении около 10 минут с максимумом 05:22 UT. Всего в этот день было зарегистрировано 4 вспышки класса C и 2 вспышки класса M.

4 ноября утром в районе 05:36 по Всемирному времени произошел достаточно сильный выброс солнечного вещества в космос. Солнечная вспышка оценена, как C3.2 и ее максимум наблюдался в 05:44 по мировому времени. Всего в этот день было зарегистрировано 4 вспышки класса C.

5 ноября 2013 года, около 17 часов по Всемирному времени на Солнце было зарегистрировано еще одна вспышка класса C2.3 и наблюдалось на протяжении около 6 минут с максимумом в 16:59 UT. Всего в этот день было зарегистрировано 10 вспышек класса C и одна вспышка класса M.

6 ноября в 22:07 по Всемирному времени было зарегистрировано первая вспышка высшего рентгеновского класса X3.3. Событие произошло в активной области 11890 и наблюдалось на протяжении около 8 минут с максимумом в 22:12 UT. Всего в этот день было зарегистрировано 12 вспышек класса C и одна вспышка класса M.

7 ноября в активной области 11890 в 01:45 по Всемирному времени произошла вспышка рентгеновского класса C4.1 с продолжительностью 17 минут. Всего в этот день было зарегистрировано 8 вспышек класса C и одна 2 вспышки класса M.

8 ноября в 04:20 по Всемирному времени было зарегистрировано еще одна вспышка высшего рентгеновского класса X1.1. Событие произошло в активной области 11890 и наблюдалось на протяжении около 9 минут с максимумом в 04:26 UT. Всего в этот день было зарегистрировано 4 вспышки класса C и одна вспышка класса M.

9 ноября было зарегистрировано 11 вспышек класса C. В активной области 11893 в 00:00 по Всемирному времени произошла вспышка рентгеновского класса C1.7 и наблюдалось на протяжении около 36 минут с максимумом в 00:19 UT.

10 ноября в активной области 11890 в 05:08 по Всемирному времени произошла вспышка высшего рентгеновского класса X1.1 с продолжительностью 10 минут с максимумом 05:14 UT. Всего в этот день было зарегистрировано 8 вспышек класса C и выше.

Солнечные вспышки зарегистрированные в период 1-10 ноября 2013 года [2, 3]

Дата	Класс вспышки	Активная область	Начало, UT	Окончание, UT	Максимум, UT
1	2	3	4	5	6
01/11/13	C1.5	11884	07:23:00	07:58:00	07:38:00
	C1.1	11884	09:51:00	09:58:00	09:54:00
	C3.5	11884	10:04:00	10:11:00	10:08:00
	C1.8	11884	15:17:00	15:25:00	15:22:00
	C1.1	11884	18:37:00	18:43:00	18:40:00
	M6.3	11884	19:46:00	19:58:00	19:53:00
	C1.0	11884	06:45:00	06:58:00	06:51:00
02/11/13	C1.4	11885	22:16:00	22:25:00	22:21:00
	C1.4	11884	10:35:00	10:47:00	10:40:00
	C4.3	11884	12:54:00	13:19:00	13:07:00
	C1.1	11884	15:22:00	15:35:00	15:27:00
	C1.7	11884	18:08:00	18:21:00	18:12:00
03/11/13	C8.2	11885	04:40:00	04:50:00	04:46:00
	M4.9	11884	05:16:00	05:26:00	05:22:00
	C3.6	11884	21:28:00	21:39:00	21:32:00
	M1.6	11884	22:13:00	22:25:00	22:21:00
	C1.1	11890	01:28:00	01:33:00	01:31:00
	C1.4	11890	03:49:00	03:55:00	03:52:00
04/11/13	C9.9	11890	16:22:00	16:43:00	16:28:00
	C3.2	11884	05:36:00	05:52:00	05:44:00
	C2.6	11890	10:58:00	11:35:00	11:14:00
	C1.0	11890	13:17:00	13:30:00	13:23:00
	C1.1	11890	21:35:00	21:41:00	21:38:00

1	2	3	4	5	6
05/11/13	C2.3	11884	16:55:00	17:01:00	16:59:00
	C2.5	11884	11:42:00	11:56:00	11:49:00
	C3.5	11885	09:12:00	09:22:00	09:18:00
	C1.7	11888	23:43:00	23:50:00	23:46:00
	C1.6	11889	05:49:00	06:23:00	06:02:00
	C2.3	11890	16:37:00	16:48:00	16:42:00
	C6.9	11890	21:01:00	21:19:00	21:13:00
	M1.0	11890	18:08:00	18:17:00	18:13:00
	C1.0	11890	17:30:00	17:37:00	17:35:00
	C1.1	11890	21:35:00	21:41:00	21:38:00
C1.5	11890	22:09:00	22:15:00	22:13:00	
06/11/13	X3.3	11890	22:07:00	22:15:00	22:12:00
	C1.9	11889	08:28:00	08:43:00	08:37:00
	C3.0	11889	17:24:00	17:38:00	17:31:00
	C1.5	11890	00:20:00	00:32:00	00:31:00
	C4.4	11890	01:19:00	01:29:00	01:25:00
	C4.7	11890	01:49:00	01:55:00	01:53:00
	C8.6	11890	08:45:00	08:55:00	08:51:00
	C2.4	11890	09:39:00	09:56:00	09:43:00
	C3.8	11890	09:57:00	10:02:00	10:00:00
	C1.8	11890	11:46:00	11:56:00	11:51:00
	C1.2	11890	19:35:00	19:42:00	19:38:00
	C2.9	11890	21:19:00	21:43:00	21:27:00
	M3.8	11890	13:39:00	13:53:00	13:46:00
C2.1	11890	19:58:00	20:17:00	20:07:00	
07/11/13	C4.1	11890	01:45:00	02:02:00	01:53:00
	C2.1	11890	10:26:00	10:57:00	10:53:00
	C5.9	11890	12:22:00	12:34:00	12:29:00
	C1.6	11890	15:39:00	15:49:00	15:47:00
	C1.6	11890	16:02:00	16:09:00	16:07:00
	C1.2	11890	19:16:00	19:32:00	19:23:00
	M2.3	11890	03:34:00	03:43:00	03:40:00
	M2.4	11890	14:15:00	14:31:00	14:25:00
	C3.7	11891	02:08:00	02:14:00	02:11:00
C4.3	11891	08:15:00	08:27:00	08:23:00	
08/11/13	C1.1	11887	18:16:00	18:27:00	18:21:00
	X1.1	11890	04:20:00	04:29:00	04:26:00
	C6.0	11890	16:21:00	16:29:00	16:26:00
	C5.7	11891	02:33:00	02:46:00	02:40:00
	C1.4	11891	07:38:00	08:18:00	07:57:00
	M2.3	11891	09:22:00	09:31:00	09:28:00
09/11/13	C1.7	11893	00:00:00	00:36:00	00:19:00
	C2.6	11890	06:22:00	06:47:00	06:38:00
	C1.2	11895	13:54:00	14:26:00	14:08:00
	C1.6	11890	14:38:00	15:13:00	15:07:00
	C1.6	11893	15:27:00	15:41:00	15:33:00
	C1.4	11893	15:44:00	15:58:00	15:52:00
	C1.6	11894	16:14:00	16:48:00	16:27:00
	C1.7	11887	17:00:00	17:20:00	17:07:00
	C1.8	11895	17:28:00	17:40:00	17:34:00
	C1.3	11895	18:01:00	18:09:00	18:04:00
C1.0	11895	19:28:00	19:50:00	19:40:00	
10/11/13	C1.5	11895	01:47:00	02:00:00	01:52:00
	C3.0	11895	03:30:00	03:49:00	03:40:00
	X1.1	11890	05:08:00	05:18:00	05:14:00
	C3.2	11890	09:18:00	09:48:00	09:27:00
	C3.1	11890	12:47:00	12:58:00	12:52:00
	C1.9	11895	15:12:00	16:12:00	15:47:00
	C1.3	11890	17:08:00	17:33:00	17:25:00
	C1.4	11887	17:41:00	17:48:00	17:45:00
	C1.3	11895	18:48:00	18:58:00	18:55:00



В период с 1 по 10 ноября были зарегистрированы 3 мощных солнечных вспышек, сопровождающиеся рентгеновским всплеском класса X, 8 солнечных вспышек класса M и 73 вспышек класса C. Регистрация солнечных вспышек проводится целой сетью космических обсерваторий: телескопами на борту американской обсерватории SDO, зарегистрировавшими начало выброса, коронографами LASCO на борту европейской станции SOHO, а также обеими спутниками STEREO (США), находящимися сейчас на гигантском расстоянии в сотни миллионов километров от нашей планеты

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Einar Tandberg-Hanssen, A. Gordon Emslie. The physics of solar flares // Cambridge University Press, 2009.
- 2 <http://www.SolarMonitor.org>
- 3 <http://www.tesis.lebedev.ru>
- 4 Сәрсембаева А.Т., Такибаев Н.Ж. Солнечные вспышки, зарегистрированные в 2011 г. // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. 2011. № 6. (ноябрь-декабрь), 6(280), 2011 г. с.29-37.

#### REFERENCES

- 1 Einar Tandberg-Hanssen, A. Gordon Emslie. The physics of solar flares. Cambridge University Press, 2009.
- 2 <http://www.SolarMonitor.org>
- 3 <http://www.tesis.lebedev.ru>
- 4 Sarsembaeva A.T., Takibaev N.Zh. Solnechnye vspyshki, zaregistrovannye v 2011g. Izvestija NAN RK, serija fiziko-matematicheskaja. №6 (nojabr'-dekabr'), 6(280), 2011 g. s.29-37 (in Russ.).

#### Резюме

*А. Т. Сәрсембаева, Ж. С. Рахменова*

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан)

#### 2013 ЖЫЛДЫҢ 1–10 ҚАРАША АРАЛЫҒЫНДАҒЫ КҮН ЖАРҚЫЛЫНЫҢ БАҚЫЛАУЫ

Осы мақалада 2013 жылдың 1–10 қарашасында тіркелген күн жарқылдарының бақылауы жүргізілді. Осы күндері тіркелген күн жарқылдарының қысқаша талдамасы жүргізілді, сонымен қатар күн жарқылдың уақыт ұзақтылығы және максимумы Бүкіл әлемдік уақытта көрсетілген.

**Тірек сөздер:** күн жарқылы, рентген сәулесі.

#### Summary

*A. T. Sarsembayeva, Zh. S. Rahmenova*

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan)

#### MONITORING SOLAR FLARES IN THE DURING OF 1-10 NOVEMBER 2013

In this paper was monitored solar flares registered in the period 1-10 November 2013. Was given brief analysis of solar flares registered in these days, also has shown the duration of time and peak of solar flares in Universal time.

**Keywords:** solar flare, X-rays.

*Поступила 3.03.2014 г.*

УДК 530.142

К. БАКТЫБАЕВ<sup>1</sup>, А. ДАЛЕЛХАНКЫЗЫ<sup>1</sup>, Л. ПРОЧНИАК<sup>2</sup>, М. К. БАКТЫБАЕВ<sup>3</sup>, Н. О. КОЙЛЫК<sup>1</sup><sup>1</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,<sup>2</sup>Варшавский Университет, Варшава, Польша,<sup>3</sup>Институт ядерной физики НЯЦ РК, Алматы, Казахстан)

## РОЛЬ НУКЛОННЫХ ПАР В ОБРАЗОВАНИИ КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

**Аннотация.** Низко энергичные коллективные состояния сферических ядер описываются в фермионном SD-парном пространстве. Гамильтониан системы в таком обрезанном пространстве отображается в бозонный. Параметры модели взаимодействующих бозонов вычисляются как матричные элементы фермионных операторов, теория приложена к изучению структуры изотопов *Cd*.

**Ключевые слова:** атомное ядро, спектры, нуклонное взаимодействие.

**Тірек сөздер:** атом ядросы, спектрлер, нуклондық әсерлесу.

**Keywords:** atomic nucleus, the spectra, nucleon interaction.

Теоретическое исследование низко энергичных мод в ядерных возбуждениях посредством фермионных степеней свободы является важной и интересной задачей физики. Однако, решение этой задачи в полном оболочечно-модельном пространстве, в настоящее время, представляет собой очень сложной проблемой из-за громоздкости оболочечного пространства. Поэтому, в последние годы предложены методы обрезания Гильбертового пространства для много-нуклонных систем, до некоторого приближенного «коллективного» подпространства с относительно малым числом степеней свободы [1–4]. Но такое подпространство должно обеспечить описание основных свойств низколежащих состояний изучаемых систем.

Известно, что для удовлетворительного описания низкоэнергичных коллективных состояний ядер в феноменологической теории взаимодействующих бозонов (МВБ) [5, 6] ограничивается учетом только *s* и *d* бозонов, обладающих самыми меньшими внутренними спинами. В соответствии с этим мы попытались выделить в нуклонном пространстве также только *S* и *D*-парные нуклонное подпространство, с тем, чтобы впоследствии перевести эти пары в *s* и *d*-бозонные образования. В качестве отображения фермионных парных состояний в бозонные используется метод Отсуки – Аримы – Якелло (ОАЯ) [2]. В таком *S, D*-фермионно-парном пространстве гамильтониан системы легко воспроизводит спектры и вероятности электромагнитных переходов в коллективных состояниях ядер [3–5]. Тем самым можно микроскопически обосновать феноменологическую МВБ. При этом свободные параметры МВБ вычисляются как фермионные матричные элементы парных сил взаимодействия между нуклонами.

Теория приложена к изучению свойств четных сферических изотопов <sup>108,110,112,114</sup>*Cd*.

**Формулировка модели.** Сначала запишем полный оболочечно-модельный гамильтониан:

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + H_{\text{int}}, \\
 H_0 &= \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} c_{\alpha}^{+} c_{\alpha}, \\
 H_{\text{int}} &= \sum_{abcd} \sum_{JM} C_J(abcd) A_{JM}^{+}(ab) A_{JM}(cd),
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

в которых  $c_{\alpha}^{+}$  и  $c_{\alpha}$  – операторы рождения и уничтожения нуклонов в одночастичных состояниях  $\alpha$ . Величины  $\alpha$  определяют набор квантовых чисел  $(n, l, j, m)$ .  $\varepsilon_{\alpha}, G_J$  – значения одночастичной энергии и амплитуды парного взаимодействия. Нуклонные парные операторы выражаются в виде:

$$A(ab, JM) = \sqrt{\frac{1}{1 + \delta_{ab}}} \sum_{m_a m_b} \langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle c_{\alpha}^{+} c_{\beta}^{+}, \tag{2.2}$$

Из таких нуклонно-парных операторов выделим операторы *S* и *D* пар:

$$\begin{aligned} S^+ &= \sum_j \alpha_j A^+(jj, 00), \\ D^+ &= \sum_{j_1 j_2} \beta_{j_1 j_2} A^+(j_1 j_2 JM), \end{aligned} \quad (2.3)$$

в которых  $\alpha_j$  и  $\beta_{j_1 j_2}$  – нормированные амплитуды операторов пар, образованных на разных орбитах. Такие корреляционные амплитуды определяются решением уравнений БКШ и Тамма–Донкова типа:

$$[H, D_{j_1 j_2} (JM)|0\rangle] = ED_{j_1 j_2} (JM)|0\rangle \quad (2.4)$$

При отображении фермионных пар в бозонные методом ОАЯ в обрезанном подпространстве строится когерентные пары (2.3) из валентных нуклонов (или дырок) с угловыми моментами  $J^\pi = 0^+ (S^+ \text{-пары})$  и  $J^\pi = 2^+ (D \text{-пары})$  в виде функций:

$$\left[ (S^+)^{N_S} (D^+)^{N_D} \right]_M |0\rangle \quad (2.5)$$

где  $|0\rangle$  – выражает волновую функцию замкнутых оболочек  $N_S + N_D = N$  сумма чисел S и D пар. SD – парные нуклонные состояния затем отображаются в sd – бозонные. Общий принцип отображения выражается эквивалентностью матричных элементов нуклонных операторов SD – состояний матричным элементам соответствующих бозонных операторов sd – бозонных состояний. В таком случае соответствующий МВБ – гамильтониан должен отобразится к известной форме:

$$H = E_0^{(N)} + \varepsilon N_d + V_B, \quad (2.6)$$

где

$$\begin{aligned} V_B &= \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} C_L \left( (d^+ d^+)^{(L)} (dd)^{(L)} \right) + \frac{1}{2} \mathcal{G}_{12} \left\{ [d^+ d^+]^{(2)} [sd]^{(2)} + [S^+ d^+]^{(2)} [dd]^{(2)} \right\} + \\ &\frac{1}{2} \mathcal{G}_{02} \left\{ [d^+ d^+]^{(2)} [ss]^{(0)} + [s^+ s^+]^{(0)} [dd]^{(0)} \right\} \end{aligned}$$

В этих выражениях  $\varepsilon, C_L, \mathcal{G}_{22}, \mathcal{G}_{20}$  – свободные параметры феноменологического гамильтониана которые находятся, обычно, из сравнения вычисленных значений энергии состояний с их экспериментальными величинами.

Одним из главных особенностей микроскопического подхода к обоснованию МВБ заключается в том, что эти величины должны быть вычислены как матричные элементы операторов парного взаимодействия нуклонов, находящихся в состояниях типа (2.5).

В частности, величина  $E_0^{(N)}$  в (2.6) выражает коллективные энергии основного состояния  $|S^N, J=0\rangle$  и является константой для данного ядра, т.е.

$$E_0^N = \langle S^N, J=0 | H | S^N, J=0 \rangle. \quad (2.7)$$

Энергии возбужденных состояний должны отсчитываться от этого основного уровня ядра. Но следует помнить, что при вычислении энергий связи, эти величины должны рассматриваться как точные.

Энергия возбуждения одной D-пары (одного d-бозона) равна

$$\varepsilon = \langle S^{N-1} D; J=2 | H | S^{N-1} D; j=2 \rangle - E_0^N \quad (2.8)$$

Константа взаимодействие D-пар между собой:

$$C_L = \langle S^{N-2} D^2; J=L | H | S^{N-2}, D^2; J=2 \rangle - 2\varepsilon - E_0^N \quad (2.9)$$

а также константы  $\mathcal{G}_{20}, \mathcal{G}_{22}$  - взаимодействия S и D пар выражаются в форме;

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{22} &= \frac{1}{\sqrt{N-1}} \langle S^{N-2} D^2 J=2 | H | S^{N-1} D; J=2 \rangle, \\ \mathcal{G}_{20} &= \sqrt{\frac{2}{N(N-1)}} \langle S^{N-2} D^2 J=0 | H | S^{N-2} D^2; J=0 \rangle. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Во всех этих выражениях  $H$  представляет собой нуклонный Гамильтониан.

Совершенно аналогично отображаются все одночастичные нуклонные операторы в бозонные. Например бозонный образ квадрупольного оператора  $Q=r^2 Y^{(2)}(\theta, \varphi)$  выражается в виде:

$$Q \rightarrow Q^B = q_1 (d^+ s + s^+ d) + q_2 (d^+ d) , \quad (2.11)$$

в котором коэффициенты  $q_1$  и  $q_2$  определяются как матричные элементы квадрупольного оператора в SD-парном нуклонном пространстве:

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{\sqrt{5N}} \langle S^{N-1} D^1, J = 2 \| Q \| S^N, J = 0 \rangle , \\ q_2 &= \frac{1}{\sqrt{5N}} \langle S^{N-1} D, J = 2 \| Q \| S^{N-1} D^1, J = 2 \rangle . \end{aligned} \quad (2.12)$$

Все эти величины вычисляются численно, если известно заданные одночастичные энергии состояний ядер, а также глубины, радиус парного взаимодействия нуклонов.

С другой стороны можно указать на некоторые много частичные эффекты используя обобщенный квазиспиновый формализм , в случае когда валентная оболочка содержит вырожденные  $j$ -орбиты [6, 7]. В этом случае вводятся три квазиспиновые операторы, которые удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры Ли группы  $SU(2)$ :

$$[S_+, S_-] = 2 S_0 ; [S_{\pm}, S_0] = \mp S_{\pm} . \quad (2.13)$$

В таком случае для системы одиночной  $j$ -орбиты легко найти следующие выражения:

$$\begin{aligned} \langle DS^{N-1} \| Q \| S^N \rangle &= \sqrt{\frac{1-N/2\Omega_j}{1-1/\Omega_j}} \langle D \| Q \| D \rangle , \\ \langle DS^{N-1} \| Q \| S^N \rangle &= \sqrt{\frac{1-N/2\Omega_j}{1-1/\Omega_j}} \langle D \| Q \| D \rangle . \end{aligned} \quad (2.14)$$

Такую элементарную теорию можно обобщить для систем с большим числом орбит. Концепция формализма сеньорити помогает четко классифицировать возбужденные состояния и вводить SD-состояния как ортогональный базис обрезанного Гильбертового пространства а также понять микроскопическую формулировку МВБ.

**Применение теории к исследованию структуры изотопов Кадмия.** Изложенный подход мы применили к изучению структуры ядер <sup>108,110,112,114</sup>Cd.

Потенциалы нуклон-нуклонного взаимодействия выбраны в самом общем виде:

$$V = (U_w + U_s \pi_s + U_T S_{12}) f(r, r_0) + U_c , \quad (2.15)$$

где  $U_w$ ,  $U_s$  и  $U_T$  – параметры Вигнеровского, сингулярного и тензорного взаимодействия,  $\pi_s$  и  $S_{12}$  – операторы сингулярного и тензорного проектирования.  $f(r)$  – радиальная зависимость ядерных сил, выбранная в виде потенциала Гаусса,  $U_c$  – Кулоновский потенциал. Вместо радиуса взаимодействия  $r_0$  вводится величина  $\lambda = r_0/\rho$ , где  $\rho$  – «осцилляторный» радиус.

Эффективный потенциал нуклонного взаимодействия состоит из суммы  $pp, nn, np$ -сил:

$$V = V_{pp} + V_{nn} + V_{np} .$$

Рассматриваемые ядра можно считать хорошими объектами для использования модели обобенной сеньорити. Протонные уровни являются дырочными состояниями с энергиями связи  $\varepsilon(1p_{3/2}) = -7,11$  Мэв,  $\varepsilon(0g_{9/2}) = -6,20$  Мэв.

В качестве параметров протон-протонного взаимодействия  $V_{pp}$  взяты из работ [8]:  $\lambda = 0.7$ ,  $U_w = -25$  Мэв,  $U_s = -30$  Мэв,  $U_T = 7$  Мэв.

Одночастичные нейтронные уровни ядер <sup>91</sup>Sr приняты как низколежащие нейтронные состояния рассматриваемых ядер с энергиями связи (в Мэв):  $\varepsilon(1d_{5/2}) = 0$ ,  $\varepsilon(2s_{1/2}) = 0.38$ ,  $\varepsilon(2d_{3/2}) = 0.72$ ,  $\varepsilon(0g_{7/2}) = 1.02$ ,  $\varepsilon(0h_{11/2}) = 1.31$ .

Параметры нейтронного потенциала также взяты из работ [8] (в МэВ):  $\lambda = 0.7$ ,  $U_W = -18$ ,  $U_S = -12$ ,  $U_T = 3$  МэВ.

В таблице 1 приведен энергетический спектр уровней изотопов Cd при выше приведенных параметрах взаимодействия нуклонов.

Таблица 1

$I^\pi$	$^{108}\text{Cd}$		$^{110}\text{Cd}$		$^{112}\text{Cd}$		$^{114}\text{Cd}$	
	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.
$0_g^+$	0	0	0	0	0	0	0	0
$2_g^+$	0,63	0,62	0,66	0,65	0,62	0,60	0,56	0,55
$4_g^+$	1,51	1,47	1,54	1,48	1,42	1,36	1,28	1,25
$6_g^+$	2,54	2,43	2,48	2,31	2,17	2,12	1,99	1,78
$8_g^+$	3,68	3,42	3,22	3,14	2,88	2,71	2,67	2,54
$10_g^+$	–	4,15	–	3,72	3,68	3,42	–	3,22
$0_\beta^+$	1,38	1,22	1,47	1,31	1,22	1,14	1,13	1,03
$2_\beta^+$	1,91	1,69	1,78	1,68	1,47	1,39	1,36	1,29
$4_\beta^+$	–	2,34	2,23	2,12	–	1,64	1,73	1,65
$2_\gamma^+$	1,60	1,46	1,48	1,39	1,31	1,22	1,21	1,12
$3_\gamma^+$	2,24	2,15	2,16	1,99	2,06	2,00	1,86	1,74
$4_\gamma^+$	2,82	2,70	2,56	2,43	–	2,71	1,93	1,85
$5_\gamma^+$	–	3,34	2,93	2,71	–	3,40	2,90	2,75

В первой колонне приведены спины и четности основной и  $\beta$ ,  $\gamma$ -полос спектра.

Как видно из таблиц с ростом спинов отличие значений энергии начинает расти. Это связано не только с изменением формы ядра, но и также не учетом вкладов бозонов с более высокими угловых моментов.

В таблице 2 проведены сравнения вычисленных величин относительной вероятности электромагнитных E2 переходов В (E2) с их экспериментальными значениями [10].

Таблица 2

Переходы	$^{108}\text{Cd}$		$^{110}\text{Cd}$		$^{112}\text{Cd}$		$^{114}\text{Cd}$	
	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.	Эксп.	Вычис.
$2_g^+ \rightarrow 0_g^+$	0,09±0,004	0,12	0,09±0,004	0,13	0,1±0,004	0,11	0,1±0,004	0,1
$4_g^+ \rightarrow 2_g^+$	0,12±0,02	0,14	–	0,15	–	0,15	0,021±0,002	0,03
$2_\gamma^+ \rightarrow 0_g^+$	0,006±0,0008	0,015	–	0,02	0,002±0,0003	0,003	0,002±0,0003	0,005
$2_\gamma^+ \rightarrow 2_g^+$	0,06±0,02	0,11	–	0,14	0,15±0,02	0,20	0,09±0,02	0,12
$2_\beta^+ \rightarrow 0_g^+$	–	0,005	0,004±0,0006	0,005	0,0011±0,0002	0,002	0,005±0,0005	0,004
$2_g^+ \rightarrow 0_g^+$	–	0,2	0,1±0,03	0,15	0,022±0,005	0,03	–	0,05

Теория вполне удовлетворительно передает эти относительные величины вероятности  $\gamma$ -переходов, что показывает, что мы получили довольно хорошее разложение волновых функций по состояниями ядер.

В заключение отметим, что для описания структуры нижних состояний сферических ядер в области ядер среднего атомного веса данное SD-парное приближение хорошо соответствует поставленной задаче. Но при включении более высоких уровней этих ядер, по-видимому, приходится учесть нуклонные пары с высокими угловыми моментами.

*Работы выполнены при поддержке гранта МОН РК ИПС-5.*

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Lederer C.M., Shirley V.S. Tables of isotopes. New-York: John Wiley and Sons, 1978.
- 2 Otsuka T. Microscopic Basis of the Interacting Boson Model. Progr. Theor. Phys. Suppl. – 1996. – N 125. – P. 5.
- 3 Takada K., Tazaki Sh., Yasumoto S. Dyson Boson Mapping and Shell-Model Calculations of even-even Nuclei // Progr. Theor. Phys. – 2006. – Vol 16, N 1. – P. 107.
- 4 Yan-An Luo et. Al. SD-pair shell model and the Interacting Boson model // Phys. Rev. – 2005. – C71. (044304).
- 5 Baktybayev K., Dalelkhankyzy A., K.Baktybayev B. M. Adv. Studies Theor // Phys. – 2012. – Vol. 6, N 1399-1404.
- 6 A-Luo Y., Chen I.Q., Draayer I.P. // Nucl. Phys. – A669. – 101 (2000).
- 7 Talmi I. Generalized seniority and structure of semi-magic nuclei // Nucl. Phys. – 1971. – Vol. A172. – P. 1.
- 8 Бактыбаев К, Абельдина Ж.К. Формализм обобщенного квазиспина в теории ядра // Изв. АН СССР. Сер. Физ. – 1979. – Т. 43. – С. 2299.
- 9 Shlomo S. Talmi I. Shell-model Hamiltonians with generalized seniority eigeng to tes. // Nucl. Phys. – 1972. – Vol. A1998. – P. 81; Бактыбаев К, Абельдина Ж.К. Структура состояний изотопов стронция с  $A = 89-94$  в оболочечной модели с обобщенной сеньорита // Изв. АН СССР. Сер. Физ. – 1978. – Т. 42. – С.116.
- 10 Бекжанов Р.Б и др. Справочник по ядерной физике. – Ташкент, 1989. Т. 1.

#### REFERENCES

- 1 Lederer C.M., Shirley V.S. Tables of isotopes. New-York: John Wiley and Sons, 1978.
- 2 Otsuka T. Microscopic Basis of the Interacting Boson Model. Progr. Theor. Phys. Suppl. 1996. N 125. P. 5.
- 3 Takada K., Tazaki Sh., Yasumoto S. Dyson Boson Mapping and Shell-Model Calculations of even-even Nuclei. Progr. Theor. Phys. 2006. Vol 16, N 1. P. 107.
- 4 Yan-An Luo et. Al. SD-pair shall model and the Interacting Boson model. Phys. Rev. C71. (044304) (2005).
- 5 Baktybayev K., Dalelkhankyzy A., K.Baktybayev B. M. Adv.Studies Theor. Phys. Vol. 6, N 1399-1404, 2012.
- 6 Y.A-Luo, I.Q. Chen, I.P. Draayer. Nucl. Phys. A669, 101 (2000).
- 7 Talmi I. Generalized seniority and structure of semi-magic nuclei. Nucl. Phys. 1971. Vol. A172. P. 1.
- 8 Baktybayev K, Abeldina Zh.K. Formalism in the theory of generalized quasi-core Math. USSR, Phys. 1979. Vol. 43. P. 2299.
- 9 Shlomo S. Talmi I. Shell-model Hamiltonians with generalized seniority eigeng to tes. Nucl. Phys. 1972. Vol. A1998. P. 81; Baktybayev K, Abeldina Zh.K. Structure states Izotov strontium  $A = 89-94$  in the shell model with generalized seniorita Math. USSR, Phys. P. 1978. Vol. 42. P. 116.
- 10 Bekzhanov R.B. and other reference book on nuclear physics. Tashkent, 1989. T. 1.

#### Резюме

*К. Бактыбаев<sup>1</sup>, А. Дәлелханқызы<sup>1</sup>, Л. Прочниак<sup>2</sup>, М. Қ. Бактыбаев<sup>3</sup>, Н. О. Қойлық<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,  
<sup>2</sup>Варшава университеті, Варшава, Польша,  
<sup>3</sup>ҚР Ядролық физика институты)

#### АТОМ ЯДРОСЫНДАҒЫ КОЛЛЕКТИВТИ ҚОЗУДАҒЫ ҚОСАРЛАНҒАН НУКЛОННЫҢ РӨЛІ

Сфералық ядролардың төменгі энергиялық коллективтік күйлері SD-қосақты кеңістікте зерттелген. Осындай ықшамдалған фермион кеңістігіндегі Гамильтониан бозон түрінде келтірілген. Әсерлесуші бозондар үлгісінің параметрлері фермиондық операторлар матрицалық элементі түрінде есептелген. Теория  $Cd$  изотоптары құрылысын зерттеуге қолданылған.

**Тірек сөздер:** атом ядросы, спектрлер, нуклондық әсерлесу.



**Summary**

*K. Baktybaev<sup>1</sup>, A. Dalelkhankyzy<sup>1</sup>, L. Prochniak<sup>2</sup> M.K. Baktybaev<sup>3</sup>, N.O. Koilyk<sup>1</sup>*

(<sup>1</sup> Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan,  
<sup>2</sup>Warsaw University, Warsaw, Poland Republic,  
<sup>3</sup>Institute of nuclear physics RK)

**ROLE IN EDUCATION NUCLEON PAIRS OF COLLECTIVE EXCITATIONS  
IN ATOMIC NUCLEI**

Low energetic collective states of spherical nuclei are described in the fermion pair SD-space. Hamiltonian of the system in such a cropped space is displayed in the boson. Parameters of the model of interacting bosons are computed as matrix elements of fermion operators, the theory is applied to the study of the structure of isotopes *Cd*.

**Keywords:** atomic nucleus, the spectra, nucleon interaction.

*Поступила 14.01.2014 г.*

УДК 533.9

А. АСКАРУЛЫ<sup>1</sup>, А. Б. АШИКБАЕВА<sup>1</sup>, Д. ПАЛАСИ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> НИИЭТФ, КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup> Департамент прикладной математики Валенсийского политехнического университета, Валенсия, Испания)

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ИОНОВ В НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

**Аннотация.** Энергетические потери релятивистских ионов в водородоподобной плазме рассмотрены с использованием метода моментов. Исследована модифицированная формула Бете-Ларкина для тормозной способности, учитывающая влияние электрон-ионных корреляций в плазме и получены оценки для асимптотической формы тормозной способности для релятивистских частиц. Статические характеристики плазмы рассчитывались из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении с использованием потенциала Дойча.

**Ключевые слова:** кулоновская система, тормозная способность, релятивистские скорости, правила сумм, метод моментов.

**Тірек сөздер:** кулон жүйесі, тежелу қабілеті, релятивистік жылдамдықтар, қосындылар ережелері, моменттер әдісі.

**Keywords:** coulomb systems, stopping power, relativistic velocities, sum rules, method of moments.

**Введение.** Изучение процессов торможения заряженных частиц движущихся в различных средах представляет значительный интерес во многих областях физики, таких, как ядерная физика, физика конденсированного состояния и физика плазмы. В 1930 г. Бете вывел формулу для потерь энергии быстрой частицей, предполагая, что атомы среды ведут себя как квантовомеханические осцилляторы [1]. Позже, Ларкин [2] показал, что в случае, когда быстрые ионы пронизывают электронный газ, применима аналогичная формула, но с заменой средней частоты возбуждения на плазменную частоту  $\omega_p$ :

$$-\frac{dE}{dx} \underset{v \gg v_F}{\simeq} \left( \frac{Z_p e \omega_p}{v} \right)^2 \ln \frac{2m v^2}{\hbar \omega_p}, \quad (1)$$

где  $Z_p e$  и  $v$  – заряд и скорость частицы,  $\omega_p = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$ ,  $m_e$  – масса электрона. По следующим двум главным причинам, именно эта формула применяется для определения концентрации электронов  $n_e$  в плазме опытным путем: во-первых, в системе заряженных частиц потери энергии имеют место главным образом из-за свободных электронов [3-5]; во-вторых, такая техника подходит для диагностики горячей и плотной плазмы ( $n_e \gtrsim 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ), в условиях которой большинство других экспериментальных методов терпят неудачу [5].

Ранее было показано [6], что в полностью ионизованной водородной плазме со слабозатухающей ленгмюровской модой, плазменная частота в кулоновском логарифме должна быть заменена значением  $\omega_L(k)$  в длинноволновом приближении:  $\omega_L(0) = \omega_p \sqrt{1 + H}$  с  $H = h_{ei}(0)/3 = (g_{ei}(0) - 1)/3$ , где  $g_{ei}(r)$  – электрон-ионная радиальная функция распределения. Эта поправка может иметь дальнейшее практическое значение, особенно, с учетом результатов исследований [4], в которых была рассмотрена возможность выделения роста тормозной способности плазмы в связи с увеличением ее плотности. Она также позволит непосредственно

исследовать корреляционные эффекты в плазме с высокой плотностью энергии, например, в плазме, изучаемой в астрофизике и физике космоса, в плазме внутренних слоев планет, в плазме инерциального синтеза, металлов и, в целом, в плазме конденсированного состояния вещества.

Оставляя в стороне потери на ионизацию, для расчета энергетических потерь быстрой частицы, проходящей сквозь кулоновскую систему, мы используем поляризационный формализм, который становится более точным с увеличением кинетической энергии частицы. В 1959 году Линхард получил выражение, связывающее потери энергии за счет поляризации с диэлектрической функцией среды [7]. Это выражение может быть обобщено с применением золотого правила Ферми [8–10]:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2(Z_p e)^2}{\pi v^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_{\alpha_-(k)}^{\alpha_+(k)} \omega n_B(\omega) (-Im \varepsilon^{-1}(k, \omega)) d\omega, \quad (2)$$

$\alpha_\pm(k) = \pm kv + \hbar k^2 / 2M$ , где  $M$  масса налетающей частицы ( $M \gg m$ ), и  $n_B(\omega) = (1 - \exp(-\beta \hbar \omega))^{-1}$ ,  $\beta^{-1}$  – температура системы в энергетических единицах. Рассматривается немагнитная кулоновская система, поэтому диэлектрическая функция зависит лишь от модуля волнового вектора. Выражение (2) применимо только если взаимодействие между частицей и плазмой такое слабое, что оно может быть рассмотрено как линейный эффект и если релятивистские эффекты во внимание не берутся, т.е. она применима когда энергетические потери налетающей частицы значительно меньше ее кинетической энергии, которая, в свою очередь, предполагается заметно меньше ее энергии покоя\*\*.

Мы предполагаем, что связь между частицей и плазмой мишени можно рассматривать по теории возмущений, при этом не накладывая никаких ограничений на значение параметра связи в плазме,  $\Gamma = \beta e^2 / a$  ( $a = (4\pi n_e / 3)^{-1/3}$  – это радиус Вигнера – Зейца), однако при условии, что плазма остается в жидкой фазе\*\*\*. Моделирование диэлектрических характеристик неидеальной плазмы представляет собой трудную задачу, так как характерные длины, радиус Вигнера-Зейца, длина де Бройля и радиус Дебая одного порядка, (в неидеальной плазме  $\Gamma = a^2 / 3\lambda_D^2 \geq 1$ , что делает такие подходы как ПХФ неприменимыми), а, в то же время, электронная подсистема вырождается.

В последнее время возникла проблема оценки энергетических потерь релятивистских протонов [13] и целью нашей работы является определение релятивистских поправок к асимптотической форме потерь энергии быстрыми частицами в неидеальной водородоподобной плазме, найденными точными и приближенными соотношениями метода моментов. Это и является основной целью работы.

**Теоретическое введение.** Наш диэлектрический формализм основан на методе моментов [14–16], который позволяет определить диэлектрическую функцию  $\varepsilon(k, \omega)$  по первым известным сходящимся правилам сумм. Под правилами сумм мы понимаем, конкретно, степенные частотные моменты функции потерь (ФП) плазмы,

$$\mathcal{L}(k, \omega) = -\omega^{-1} Im \varepsilon^{-1}(k, \omega),$$

определяемые как

$$C_\nu(k) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^\nu \mathcal{L}(k, \omega) d\omega, \nu = 0, 1, \dots$$

Из-за четности ФП, нечетные моменты равны нулю. С другой стороны, четные моменты определяются статическими характеристиками системы.

\* Заметим, что  $n_B(\omega) + n_B(-\omega) = 1$ .

\*\* Например, в экспериментах, представленных в [3, 4, 5], температура плазмы была порядка нескольких эВ, а налетающие ионы (протоны и дейтроны) имели энергию примерно равную 1 МэВ.

\*\*\* Известно, что неидеальная плазма кристаллизуется при высоких, порядка 170, значениях параметра связи  $\Gamma$ .

Формула Неванлинны теории моментов позволяет построить диэлектрическую функцию, которая удовлетворяет правилам сумм  $\{C_{2\nu}\}_{\nu=0}^2$  [14] автоматически:

$$\varepsilon^{-1}(k, z) = 1 + \frac{\omega_p^2(z + q)}{z(z^2 - \omega_2^2) + q(z^2 - \omega_1^2)}, \quad (3)$$

где  $\omega_1^2 = \omega_1^2(k) = C_2 / C_0$ ,  $\omega_2^2 = \omega_2^2(k) = C_4 / C_2$ , для любой  $q = q(k, z)$ , аналитической в верхней полуплоскости  $Imz > 0$ , где ее мнимая часть положительна; кроме того она должна обладать следующим предельным свойством:  $(q(k, z) / z) \rightarrow 0$ , когда  $z \rightarrow \infty$  при  $Imz > 0$ .

После прямых вычислений для частотных степенных моментов [17, 14, 16] получаем:

$$C_0(k) = (1 - \varepsilon^{-1}(k, 0)), \quad C_2(k) = \omega_p^2,$$

$$C_4(k) = \omega_p^4(1 + K(k) + U(k) + H),$$

где

$$K(k) = \left( \langle v_e^2 \rangle k^2 + \hbar^2 k^4 / (2m)^2 \right) / \omega_p^2.$$

Средний квадрат электронной скорости выражается как

$$\langle v_e^2 \rangle = \frac{3F_{3/2}(\eta)}{m\beta D^{3/2}},$$

где

$$F_\nu(\eta) = \int_0^\infty \frac{x^\nu}{\exp(x - \eta) + 1} dx$$

есть интеграл Ферми порядка  $\nu$ , а  $\eta = \beta\mu$  безразмерный химический потенциал электронной подсистемы, который должен быть определен из условия нормировки

$$F_{1/2}(\eta) = \frac{2}{3} D^{3/2}, \quad D = \beta E_F = \beta \hbar^2 (3\pi^2 n_e)^{2/3} / 2m.$$

Последние два слагаемых в четвертом моменте возникают из-за вклада взаимодействия в гамильтониан системы и могут быть выражены через парциальные статические структурные факторы  $S_{ab}(k)$ ,  $a, b = e, i$ :

$$U(k) = (2\pi^2 n_e)^{-1} \int_0^\infty p^2 (S_{ee}(p) - 1) f(p, k) dp,$$

$$H = (6\pi^2 n_e)^{-1} \int_0^\infty p^2 S_{ei}(p) dp,$$

где мы ввели функцию

$$f(p, k) = 5/12 - p^2 / (4k^2) + (k^2 - p^2)^2 \ln |(p+k)/(p-k)| / (8pk^3).$$

В модифицированном ПХФ поправка  $H$  в определяется как [14]:

$$H = \frac{4}{3} Z r_s \sqrt{\Gamma} \left[ 3Z\Gamma^2 + 4r_s + 4\Gamma \sqrt{3(1+Z)r_s} \right]^{-1/2},$$

где  $r_s = a / a_B = \frac{\Gamma}{0.543D}$  – безразмерный параметр плотности Бракнера. Первая характерная частота в таком приближении равна плазменной:  $\omega_1^2 = \omega_p^2$ .

**Модифицированная формула Бете–Ларкина.** Выберем модельную функцию  $q$ , удовлетворяющую указанным условиям, но которая позволит выполнить расчеты тормозной способности аналитически. Если взять просто  $q(k, \omega) = i0^+$ , то мы получим следующее (каноническое) решение рассматриваемой задачи моментов:

$$\frac{\mathcal{L}(k, \omega)}{\pi C_0(k)} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2} \delta(\omega) + \frac{\omega_1^2}{2\omega_2^2} [\delta(\omega - \omega_2) + \delta(\omega + \omega_2)], \quad (4)$$

Физически (4) описывает незатухающие коллективные моды, включая гидродинамический диффузионный процесс [20], которому соответствует дополнительный центральный пик в спектре флуктуаций плотности. Применимость этого выражения оправдано при условии, что затухание коллективных возбуждений достаточно мало так, что они являются основными каналами передачи энергии от налетающих частиц плазме. Если подставить выражение (4) в формулу Линхарда (2), то получим:

$$-\frac{dE}{dx} \underset{\nu \gg \nu_F}{\simeq} \frac{(Ze\omega_p)^2}{\nu^2} \ln \frac{k_2}{k_1}, \quad (5)$$

где предельные волновые числа  $k_1$  и  $k_2$  таковы, что при  $\nu/\nu_F \rightarrow \infty$  выполняется неравенство  $0 < \omega_2(k) < k\nu$ , а  $\omega_2(k)$  понимается как частота ленгмюровской моды с законом дисперсии  $\omega_L(k)$ . Для слабо неидеальной плазмы действует закон дисперсии ПХФ, в котором корреляционными вкладами пренебрегают:

$$\omega_L(k) = \left( \omega_p^2 + \langle \nu_e^2 \rangle k^2 + \hbar^2 k^4 / (2m)^2 \right)^{1/2}.$$

Тогда, при асимптотически больших  $\nu$ , имеем  $k_1 = \omega_p / \nu$ ,  $k_2 = 2m\nu / \hbar$ , и мы возвращаемся к результату Бета – Ларкина [1, 2]. Отметим, что в вышеупомянутом неравенстве для  $\omega_2$  мы предположили, что  $k\nu \gg \hbar k^2 / 2M$ , что эквивалентно пренебрежению величинами порядка  $m/M$ . Похожие термины были опущены в приведенном выше выражениях для моментов  $C_2$  и  $C_4$ .

Для того чтобы учесть кулоновские и обменные взаимодействия в системе аналитически, можно использовать для электрон-электронного вклада в  $U(k)$  дальнюю и ближнюю ассимптотики:

$$U(k \rightarrow 0) \simeq -\nu_{ee}^2 k^2 / \omega_p^2, \quad U(k \rightarrow \infty) \simeq -h_{ee}(0) / 3,$$

где  $\nu_{ee}^2 = -4E_{ee} / (15nm)$ , определяется плотностью энергии  $E_{ee}$  электрон-электронных взаимодействий в плазме [10], а  $h_{ee}(0)$  равна предыдущему выражению для  $U(k)$ , но с функцией  $f(p, k)$ , замененной на единицу. Если мы интерполируем закон дисперсии плазменных мод как

$$\omega_L(k) = \left( \omega_p^2 + wk^2 + \hbar^2 k^4 / (2m)^2 \right)^{1/2},$$

где [10]

$$w = 2 \langle \nu_e^2 \rangle - \nu_{ee}^2 = 2 \langle \nu_e^2 \rangle - \frac{4}{15} \frac{\Gamma^{3/2}}{m\beta} \left( \frac{0.9052}{\sqrt{0.6322 + \Gamma}} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{0.9052}{\sqrt{0.6322}}}{1 + \Gamma} \right),$$

то предельное волновое число  $k_1$  при  $\nu/\nu_F \rightarrow \infty$  модифицируется как  $k_1' = \omega_p' / \nu$  с  $\omega_p' = \omega_p \sqrt{1 + H}$  так, что тормозная способность становится равной

$$-\frac{dE}{dx} \underset{\nu \gg \nu_F}{\simeq} \left( \frac{Z_p e \omega_p}{\nu} \right)^2 \ln \frac{2m\nu^2}{\hbar \omega_p \sqrt{1 + H}}. \quad (6)$$

Поправка  $H$  в четвертом моменте  $C_4(k)$  связана с электрон-ионными корреляциями в системе, она ответственна за повышение значения ленгмюровской частоты в длинноволновом пределе в двухкомпонентной плазме со слабозатухающей коллективной модой.

В слабо неидеальной плазме, где  $\Gamma \ll 1$ , поправка  $H$  незначительна, но в сильно неидеальной кулоновской системе можно было бы получить непосредственно  $H$  (или  $g_{ei}(0)$ ) с помощью той же экспериментальной методики совместно с уравнением (6). С другой стороны, если мы, например,

возьмем  $g_{ei}(0) = 10$  и  $\ln(2m\nu^2 / \hbar\omega_p) = 10$ , то тормозная способность рассчитанная по классической формуле Бете-Ларкина, уменьшается на  $\sim 7\%$ , что указывает на то, до какой степени должна быть улучшена точность эксперимента. Кроме того, в качестве налетающих частиц могут быть использованы бикластеры [23].

**Энергетические потери релятивистских частиц.** Релятивистские поправки к формуле Линдхарда изучались в [24]:

$$-\frac{dE}{dx} = -\frac{(Z_p e)^2}{\pi\nu^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_{-k\nu}^{k\nu} \omega \operatorname{Im} \left( \varepsilon^{-1}(k, \omega) \frac{\varepsilon^{-1}(k, \omega) - \frac{\nu^2}{c^2}}{\varepsilon^{-1}(k, \omega) - \frac{\omega^2}{k^2 c^2}} \right) d\omega, \quad (7)$$

Можно легко увидеть, что, когда скорость света  $c \rightarrow \infty$  и  $M \gg m$ , (7) переходит в (2). Теперь заметим, что

$$\operatorname{Im} \left( \varepsilon^{-1}(k, \omega) \frac{\varepsilon^{-1}(k, \omega) - \frac{\nu^2}{c^2}}{\varepsilon^{-1}(k, \omega) - \frac{\omega^2}{k^2 c^2}} \right) = (\operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega)) \times$$

$$\times \left( 1 + \frac{\left( \frac{\omega}{kc} \right)^2 \left( \left( \frac{\nu}{c} \right)^2 - \left( \frac{\omega}{kc} \right)^2 \right)}{\left( \operatorname{Re} \varepsilon^{-1}(k, \omega) - \left( \frac{\omega}{kc} \right)^2 \right)^2 + (\operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega))^2} \right)$$

и что в связи с (4),

$$\operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega) = \frac{\pi\omega_p^2}{2\omega_2^2} \omega_2(k) \left[ \delta(\omega + \omega_2(k)) - \delta(\omega - \omega_2(k)) \right],$$

так что (7) упрощается:

$$\left. \frac{-dE}{dx} \right|_{\nu \rightarrow c} \simeq \left( \frac{Ze\omega_p}{\nu} \right)^2 \ln \frac{2m\nu^2}{\hbar\omega_p \sqrt{1+H}} +$$

$$+ \left( \frac{Ze\omega_p}{c^2} \right)^2 \int_{\frac{\omega_p \sqrt{1+H}}{\nu}}^{\frac{2m\nu}{\hbar}} \frac{dk}{k^3} \frac{\omega_2^2(k) \left( 1 - \frac{\omega_2^2(k)}{k^2 \nu^2} \right) (\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k))^2}{\Omega^4(k) + \left( \frac{\omega_p^2 \omega_2(k) \operatorname{Im} q(k, \omega_2(k))}{|q(k, \omega_2(k))|^2} \right)^2}, \quad (8)$$

где

$$\Omega^2(k) = \omega_p^2 + (\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k)) \left( 1 - \frac{\omega_2^2(k)}{k^2 c^2} \right) + \frac{\omega_p^2 \omega_2(k) \operatorname{Re} q(k, \omega_2(k))}{|q(k, \omega_2(k))|^2}.$$

В наших «точных» расчетах мы использовали следующее модельное выражение для функции – параметра Неванлинны в неканоническом решении задачи моментов (3):

$$q(k, \omega_2(k)) = \frac{A_0 \sqrt{\omega_p^5 \omega_2(k)} (1+i)}{\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k)} + i \frac{\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k)}{\nu}, \quad (9)$$

$$A_0 = 3^{-\frac{5}{4}} \sqrt{2} Z r_s^{3/4}$$



где  $\nu$  – статическая частота столкновений оценивалась с использованием интерполяционной формулы для статической проводимости [25].

Мы провели численный анализ релятивистской формулы (8) по сравнению с (6), результаты представлены на рисунках 1–4. Статические характеристики плазмы оценивались при этом в гиперцепном приближении [26] с помощью эффективного потенциала Дойча. Верхние две линии представляют собой наши результаты для тормозной способности плазмы в отношении релятивистских протонов, которые получены по приближенным формулам (выражения для параметров  $H$ ,  $w$  и  $\nu$ ), описанным в тексте, а нижние две линии рассчитаны по точным соотношениям из [27]. Видно, что приближенные расчеты приводят к результатам, практически совпадающими с последними.

Кроме того, мы провели расчеты по точным соотношениям [27] с асимптотической формой функции – параметра Неванлинны (9) при бесконечной статической частоте столкновений. Как и следовало ожидать, в диапазоне скоростей налетающих частиц, представленном на рисунках 1–4 эти результаты практически не отличаются от данных, полученных по модифицированной асимптотике Бете–Ларкина (8).

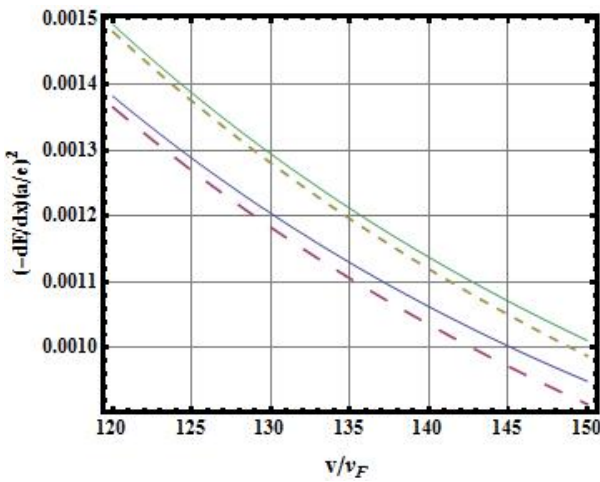


Рисунок 1 – Абсолютная величина тормозной способности плазмы при  $\Gamma = 10,8$ ,  $r_s = 2,5$ .  
Сплошные линии – (8), пунктирные линии – (6)

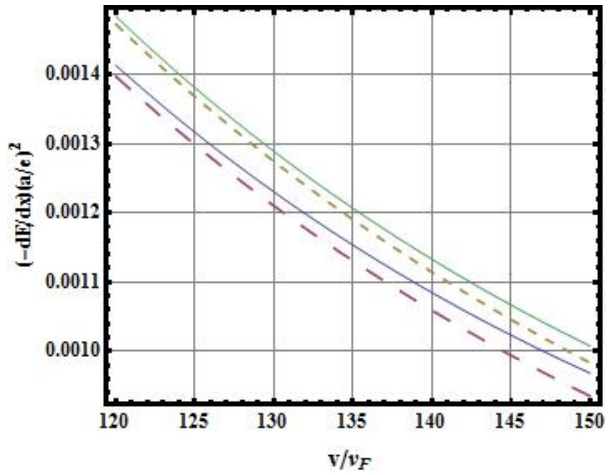


Рисунок 2 – Абсолютная величина тормозной способности плазмы при  $\Gamma = 1,1$ ,  $r_s = 2,5$ .  
Сплошные линии – (8), пунктирные линии – (6)

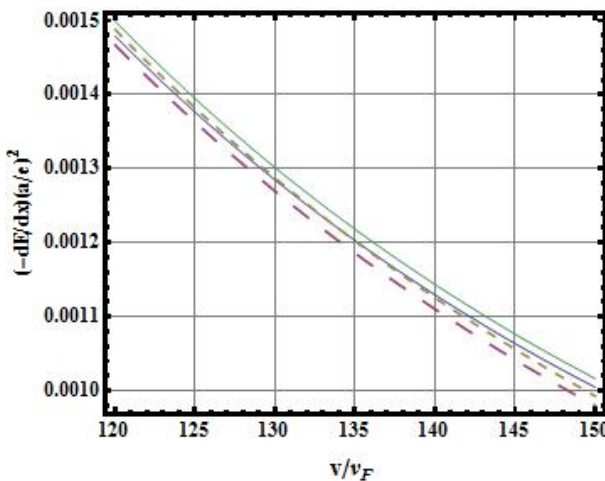


Рисунок 3 – Абсолютная величина тормозной способности плазмы при  $\Gamma = 0,11$ ,  $r_s = 2,5$ .  
Сплошные линии – (8), пунктирные линии – (6)

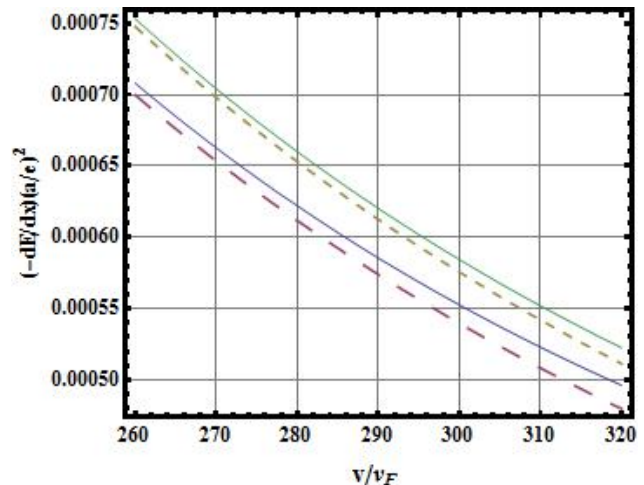


Рисунок 4 – Абсолютная величина тормозной способности плазмы при  $\Gamma = 0,5$ ,  $r_s = 5,4$ .  
Сплошные линии – (8), пунктирные линии – (6)

**Заключение.** В настоящей работе мы исследовали модифицированную формулу Бете-Ларкина для тормозной способности двухкомпонентной водородоподобной неидеальной плазмы с учетом электрон-ионных столкновений. Мы получили оценки для асимптотической формы тормозной способности для очень быстрых релятивистских частиц. При этом были использованы известные результаты теории моментов в применении к исследованию динамического отклика кулоновских систем, а именно, правило сумм на нулевой частоте, правило  $f$ -сумм и правило сумм четвертого момента, а также флуктуационно-диссипативная теорема и правило сумм для сжимаемости. Этот общий результат представляет собой некое новое правило сумм для расчета или численной оценки энергетических потерь быстрой налетающей частицы при любой модели диэлектрической функции, удовлетворяющей вышеуказанным условиям не только в области физики плазмы, но и в физике конденсированных сред, таких как электронный газ, а также в других многокомпонентных системах заряженных частиц. Проведены также контрольные расчеты тормозной способности в различных приближениях и результаты оказались вполне согласованными.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность за финансовую поддержку работы МОН РК, гранты (1128/ГФ, 1099/ГФ), а также профессорам Архипову Ю. В. и Ткаченко И. М. за помощь и поддержку.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Н. Bethe, Ann. Phys. (Lpz.) 5, 325 (1930).
- 2 А.И. Ларкин, ЖЭТФ, 37, 264 (1959).
- 3 F. C. Young, D. Mosher, S. J. Stephanakis, S. A. Goldstein, and T. A. Mehlhorn, Phys. Rev. Lett. 49, 549 (1982).
- 4 G. Belyaev et al., Phys. Rev. E 53, 2701 (1996).
- 5 A. Golubev et al., Phys. Rev. E 57, 3363 (1998).
- 6 D. Ballester, I. M. Tkachenko, Phys. Rev. Lett., 101, 075002 (2008).
- 7 J. Lindhard, Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vidensk. Selsk. 28, 8 (1954).
- 8 N. R. Arista and W. Brandt, Phys. Rev. A 23, 1898 (1981).
- 9 A. Bret and C. Deutsch, Phys. Rev. E 48, 2994 (1993); K. Morawetz and G. Röpke, Phys. Rev. E 54, 4134 (1996).
- 10 J. Ortner and I. M. Tkachenko, Phys. Rev. E 63, 026403 (2001).
- 11 N. R. Arista, J. Phys. C: Solid State Physics 18, 5127 (1985); G. Maynard and C. Deutsch, Phys. Rev. A 26, 665 (1982); I. Nagy, J. L'aszl?, and J. Giber, Z. Phys. A 321, 221 (1985); X.-Z. Yan, S. Tanaka, S. Mitake, and S. Ichimaru, Phys. Rev. A 32, 1785 (1985); S. Tanaka and S. Ichimaru, J. Phys. Soc. Jpn. 54, 2537 (1985).
- 12 W. H. Barkas, J. N. Dyer, and H. H. Heckman, Phys. Rev. Lett. 11, 26 (1963); I. Nagy, A. Arnau, and P. M. Echenique, Phys. Rev. B 48 5650 (1993).
- 13 V.B. Mintsev et al., Proton radiography of non-ideal plasma, 14th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas, September 9-14, 2012, Rostock, Germany, Book of Abstracts, p. 31.
- 14 В.М. Адамян, И.М. Ткаченко, ТВТ, 21, 417 (1983); В.М. Адамян, Т. Майер, И.М. Ткаченко, Физика плазмы, 11, 826 (1985); I.M. Tkachenko, Yu.V. Arkhipov, A. Askaruly, The Method of Moments and its Applications in Plasma Physics, LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Germany, 2012.
- 15 Th. Meyer and I. M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys. 25 437 (1985).
- 16 В.М. Адамян, И.М. Ткаченко, Диэлектрическая проницаемость неидеальной плазмы. Лекции по физике неидеальной плазмы, ч. 1, Одесский госуниверситет, Одесса, 1988; V. M. Adamyan and I. M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys., 43, 252 (2003).
- 17 A. A. Kugler, J. Stat. Phys. 12, 35 (1975).
- 18 S. Ichimaru, Statistical plasma physics Vol. 2: Condensed plasmas, Westview Press, Boulder, 2004.
- 19 В.И. Перель, Г.М. Элиашберг, ЖЭТФ, 41, 886 (1961).
- 20 Z. Donk?, G. J. Kalman, P. Hartmann, K. I. Golden, and K. Kutasi, Phys. Rev. Lett. 90, 226804 (2003).
- 21 J. P. Hansen and I. R. McDonald, Phys. Rev. A 23, 2041 (1981); B. Militzer and E. L. Pollock, Phys. Rev. E 61, 3470 (2000).
- 22 F. E. Leys and N. H. March, J. Phys. A: Math. Gen. 36 5893 (2003).
- 23 D. Ballester, I. M. Tkachenko, J. Phys. A: Math. Theor., 42, 214035 (2009); Ю.В.Архипов, Ф.Б.Баимбетов, А.Е.Давлетов, К.В. Стариков Псевдопотенциальная теория плотной высокотемпературной плазмы. – Алматы: «Казак Университеті», 2002. – С. 113.
- 24 K.V. Starikov and C. Deutsch, Phys. Rev. E, 71, 026407 (2005).
- 25 A. Esser, R. Redmer, G. Röpke, Contrib. Plasma Phys. 43, 33 (2003).
- 26 И.З. Фишер, Статистическая физика жидкостей, М.: Наука, 1961.
- 27 Yu.V. Arkhipov, A.B. Ashikbayeva, A. Askaruly, A.E. Davletov, I.M. Tkachenko, EPL, 104, 35003 (2013).

#### REFERENCES

- 1 Н. Bethe, Ann. Phys. (Lpz.) 5, 325 (1930).
- 2 A.I. Larkin, ZhETF, 37, 264 (1959) (in Russ).
- 3 F. C. Young, D. Mosher, S. J. Stephanakis, S. A. Goldstein, and T. A. Mehlhorn, Phys. Rev. Lett. 49, 549 (1982).
- 4 G. Belyaev et al., Phys. Rev. E 53, 2701 (1996).
- 5 A. Golubev et al., Phys. Rev. E 57, 3363 (1998).

- 6 D. Ballester, I. M. Tkachenko, Phys. Rev. Lett., 101, 075002 (2008).  
7 J. Lindhard, Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vidensk. Selsk. 28, 8 (1954).  
8 N. R. Arista and W. Brandt, Phys. Rev. A 23, 1898 (1981).  
9 A. Bret and C. Deutsch, Phys. Rev. E 48, 2994 (1993); K. Morawetz and G. Röpke, Phys. Rev. E 54, 4134 (1996).  
10 J. Ortner and I. M. Tkachenko, Phys. Rev. E 63, 026403 (2001).  
11 N. R. Arista, J. Phys. C: Solid State Physics 18, 5127 (1985); G. Maynard and C. Deutsch, Phys. Rev. A 26, 665 (1982); I. Nagy, J. L?szl?, and J. Gibber, Z. Phys. A 321, 221 (1985); X.-Z. Yan, S. Tanaka, S. Mitake, and S. Ichimaru, Phys. Rev. A 32, 1785 (1985); S. Tanaka and S. Ichimaru, J. Phys. Soc. Jpn. 54, 2537 (1985).  
12 W. H. Barkas, J. N. Dyer, and H. H. Heckman, Phys. Rev. Lett. 11, 26 (1963); I. Nagy, A. Arnau, and P. M. Echenique, Phys. Rev. B 48 5650 (1993).  
13 V.B. Mintsev et al., *Proton radiography of non-ideal plasma*, 14th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas, September 9-14, 2012, Rostock, Germany, Book of Abstracts, p. 31.  
14 V. M. Adamjan, I.M. Tkachenko, TVT, 21, 417 (1983) (in Russ); V. M. Adamjan, M., Meyer, I.M. Tkachenko, Fizika plazmi, 11, 826 (1985) (in Russ); I.M. Tkachenko, Yu.V. Arkhipov, A. Askaruly, *The Method of Moments and its Applications in Plasma Physics*, LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Germany, 2012.  
15 Th. Meyer and I. M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys. 25 437 (1985).  
16 V. M. Adamjan, I.M. Tkachenko, Dielektricheskaya pronizaemost neidealnoi plazmi. Lekcii po fizike neidealnoi plazmi ch. 1, Odesski gosuniversitet, Odessa, 1988 (in Russ); V. M. Adamyan and I. M. Tkachenko, Contrib. Plasma Phys., 43, 252 (2003).  
17 A. A. Kugler, J. Stat. Phys. 12, 35 (1975).  
18 S. Ichimaru, *Statistical plasma physics Vol. 2: Condensed plasmas*, Westview Press, Boulder, 2004.  
19 V.I. Pere?l', G.M. Eliashberg., ZhETF, 41, 886 (1961) (in Russ).  
20 Z. Donk?, G. J. Kalman, P. Hartmann, K. I. Golden, and K. Kutasi, Phys. Rev. Lett. 90, 226804 (2003).  
21 J. P. Hansen and I. R. McDonald, Phys. Rev. A 23, 2041 (1981); B. Militzer and E. L. Pollock, Phys. Rev. E 61, 3470 (2000).  
22 F. E. Leys and N. H. March, J. Phys. A: Math. Gen. 36 5893 (2003).  
23 D. Ballester, I. M. Tkachenko, J. Phys. A: Math. Theor., 42, 214035 (2009); Yu.V. Arkhipov, F.B. Baimbetov, A.E. Davletov, K.V. Starikov Pseudopotentialnaya teoriya plotnoy visokotemperaturnoy plasmy. – Almaty: «Kazak University», 2002. – p. 113. (in Russ)  
14 K.V. Starikov and C. Deutsch, Phys. Rev. E, 71, 026407 (2005).  
25 A. Esser, R. Redmer, G. Röpke, Contrib. Plasma Phys. 43, 33 (2003).  
26 I.Z. Fisher, Statistical Theory of Liquids., M.: Nauka, 1961 (in Russ).  
27 Yu.V. Arkhipov, A.B. Ashikbayeva, A. Askaruly, A.E. Davletov, I.M. Tkachenko, EPL, 104, 35003 (2013).

## Резюме

Ә. Асқарұлы<sup>1</sup>, Ә. Б. Ашықбаева<sup>1</sup>, Д. Паласи<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,

<sup>2</sup>Таза және қолданбалы математика институты, Валенсия политехникалық университеті, Валенсия, Испания)

### ИДЕАЛ ЕМЕС ПЛАЗМАДАҒЫ РЕЛЯТИВИСТИК ИОНДАРДЫҢ ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ ШЫҒЫНДАРЫ

Моменттер әдісін қолданып сутегі тектес плазмада релятивистік ауыр иондардың энергетикалық шығындары қарастырылды. Тежелу қабілеттілігі үшін модифицирленген Бете-Ларкин формуласы зерттелінді және плазмадағы электрон-иондық әсер ету ескерілді және релятивисті бөлшектер үшін тежелу қабілетінің асимптотикалық форманың бағалары алынған. Плазманың статикалық сипаттамалары Дойч потенциалын қолданып, гиперцепті жуықтаудағы Орнштейн-Цернике теңдеуінің шешімі арқылы есептелінді.

**Тірек сөздер:** кулон жүйесі, тежелу қабілеті, релятивистік жылдамдықтар, қосындылар ережелері, моменттер әдісі.

## Summary

A. Askaruly<sup>1</sup>, A. B. Ashikbayeva<sup>1</sup>, D. Palaci<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IETP, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Instituto de Matemática Pura y Aplicada, Universidad Polit?cnica de Valencia, Valencia, Spain)

### ENERGY LOSS OF RELATIVISTIC IONS IN NONIDEAL PLASMAS

We consider collisional hydrogen-like plasmas. The energy loss of relativistic heavy ions is analyzed within the method of moments applied to the study of the dynamic response of Coulomb systems. The modified Bethe-Larkin formula for the stopping power is investigated, which takes into account the influence of electron-ion correlations in the plasma and estimates for the asymptotic form of the stopping power for relativistic particles are obtained. Static characteristics of the plasma are calculated by solving the Ornstein-Zernike equation in the HNC approximation using the Deutsch potential.

**Keywords:** coulomb systems, stopping power, relativistic velocities, sum rules, method of moments.

Поступила 14.01.2014 г.

УДК 533.9

М. М. МУРАТОВ<sup>1</sup>, Т. С. РАМАЗАНОВ<sup>1</sup>, К. Н. ДЖУМАГУЛОВА<sup>1</sup>, ДЖ. А. ГОРИ<sup>2</sup><sup>1</sup> НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,  
<sup>2</sup> Университет штата Айова, Айова, США)

## ДАВЛЕНИЕ ПЫЛЕВОЙ КОМПОНЕНТЫ ПЛАЗМЫ СЛОЖНОГО СОСТАВА

**Аннотация.** Исследование свойств пылевой плазмы является стремительно развивающимся научным направлением. Пылевая плазма встречается в природе (хвосты комет, кольца планет, космические туманности и др.), также пылевая плазма активно исследуется в лабораторных условиях (тероядерные установки, плазменные технологии, газовые разряды). На сегодняшний день термодинамика пылевой плазмы вызывает большой интерес у многих ученых. Но, несмотря на это, экспериментальных работ, связанных с определением уравнения состояния пылевой плазмы, не много. В свою очередь, давление пылевой плазмы, являясь макроскопическим параметром системы, зависит от микроскопических характеристик системы. В связи с этим развитие экспериментальных и теоретических методов исследования в области термодинамики пылевой плазмы является актуальной задачей.

**Ключевые слова:** эффективный потенциал, пылевая плазма, уравнение состояния, радиальная функция распределения.

**Тірек сөздер:** нәтижелі әлеует, тозанды плазма, күй теңдеуі, радиалды таралу функциясы.

**Keywords:** effective potential, dusty plasma, equation of state, radial distribution function.

В работе рассчитывается поправка, обусловленная взаимодействием заряженных частиц, к термодинамической функции, такой как давление пылевой плазмы, с помощью радиальных функций распределения пылевых частиц.

Радиальные функции распределения определяются следующим выражением:

$$g_{\alpha\beta}(r) = \exp(-\Phi_{\alpha\beta}(r)/k_B T), \quad (1)$$

где  $\Phi_{\alpha\beta}(r)$  – эффективный потенциал взаимодействия частиц сортов  $\alpha$  и  $\beta$ .

В качестве потенциала взаимодействия пылинок использовался эффективный потенциал взаимодействия частиц, полученный в работах [1, 2]:

$$\Phi(r) = \frac{1}{r} [Ah(K_1 r) + Bh(K_2 r)] + \frac{eZm_{ij}}{r^2}, \quad (2)$$

где  $h$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $K_1$  и  $K_2$  коэффициенты, которые определяются следующими выражениями:

$$A = 2\pi^2 e^2 Z^2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - 4\frac{\mu^2}{r_D^2}}} \right) + \frac{eZm_{ij}}{\mu} \left( 1 + \frac{1 - \frac{\mu^2}{r_D^2}}{\sqrt{1 - 4\frac{\mu^2}{r_D^2}}} \right),$$

$$B = 2\pi^2 e^2 Z^2 \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{1 - 4\frac{\mu^2}{r_D^2}}} \right) + \frac{eZm_{ij}}{\mu} \left( 1 + \frac{1 - \frac{\mu^2}{r_D^2}}{\sqrt{1 - 4\frac{\mu^2}{r_D^2}}} \right),$$

$$K_{1/2} = \frac{1}{2\mu} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{\mu^2}{r_D^2}} \right),$$

$$h(ar) = \cos(ar)(\pi + Si(ar)) - Ci(ar)\sin(ar).$$

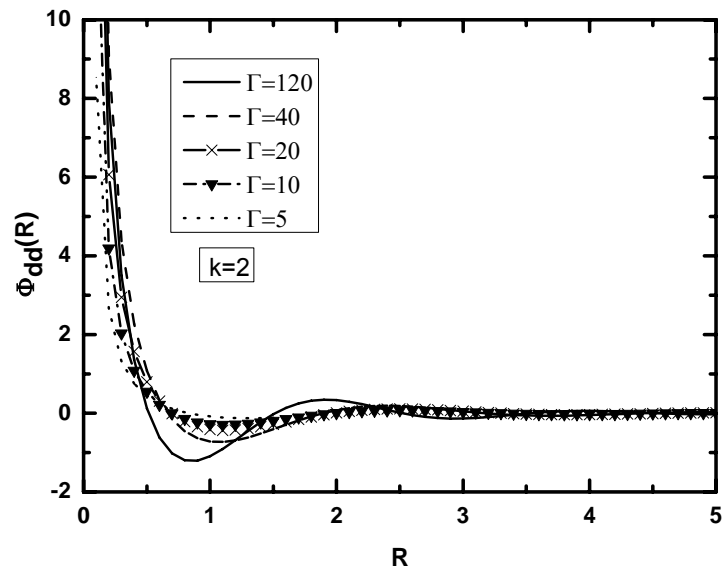


Рисунок 1 – Эффективный потенциал взаимодействия пылевых частиц

Данный потенциал взаимодействия был получен на основе теории линейного диэлектрического отклика в приближении случайных фаз. Он описывает взаимодействие заряженных частиц, имеющих дипольный момент, с учетом эффекта экранировки на больших расстояниях.

Радиальные функции распределения получаются двумя путями: аналитическим (на основе эффективного потенциала взаимодействия (2), рисунок 2) и экспериментальным (рисунок 3).

Уравнение состояния плазмы определялось с помощью радиальных функции распределения посредством следующего выражения [3]:

$$P = P_{id} - \frac{2\pi}{3} \int_0^\infty \sum_{\alpha,\beta} n_\alpha n_\beta g^{\alpha\beta}(r) \frac{\partial \Phi_{\alpha\beta}(r)}{\partial r} r^3 dr, \quad (3)$$

где  $P_{id} = \sum_\alpha n_\alpha k_B T$  – давление идеального газа. Для нахождения давления, обусловленной взаимодействием заряженных частиц, сначала использовались радиальные функции распределения, полученные аналитическим путем на основе формулы (1) с помощью эффективного потенциала взаимо-

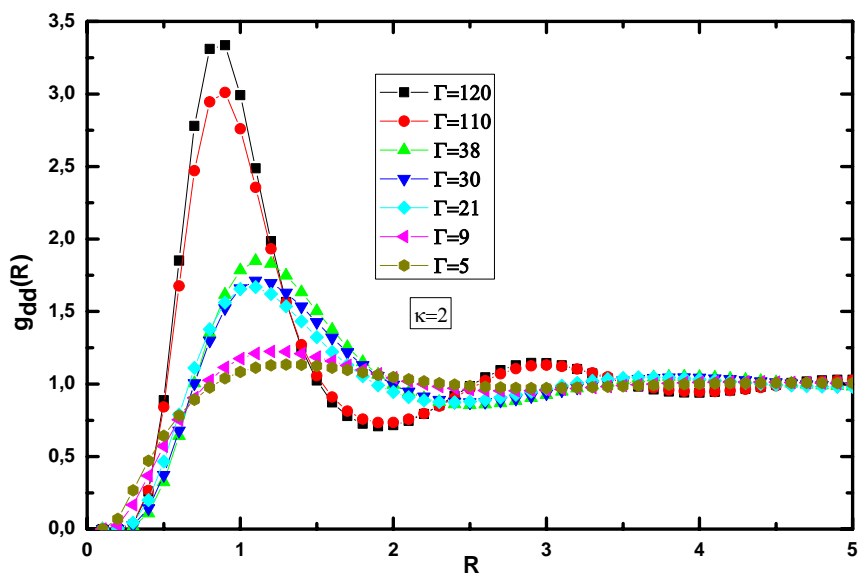


Рисунок 2 – Радиальные функции распределения при различных значениях параметра связи, полученные по формуле (1) на основе потенциала (2)

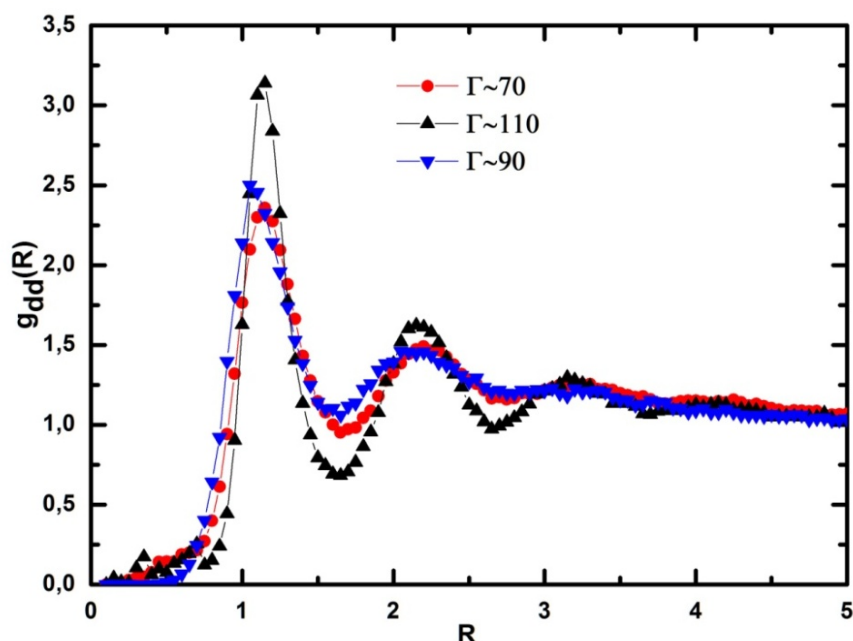


Рисунок 3 – Радиальные функции распределения пылевых частиц, полученные по экспериментальным данным [4, 5]

действия пылевых частиц (2) с дипольным моментом. Далее для сравнения использовались радиальные функции распределения, полученные на основе экспериментальных данных, а также результаты других работ с иным эффективным потенциалом взаимодействия. На рисунке 4 приведены результаты численного моделирования и сравнения.

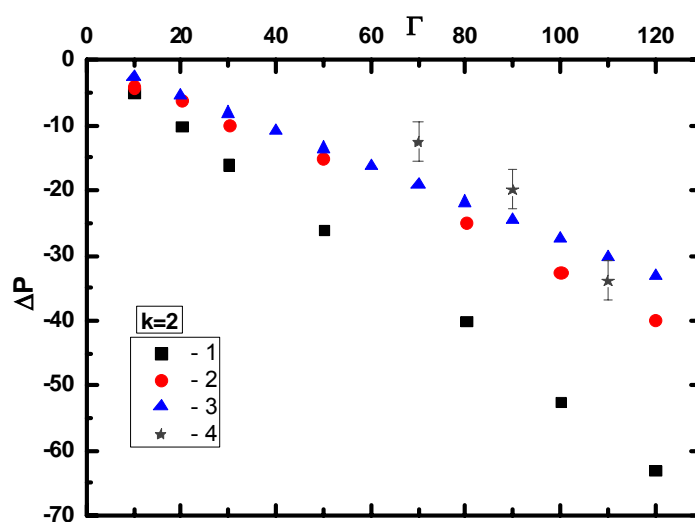


Рисунок 4 – Давление пылевой компоненты, обусловленной взаимодействием заряженных частиц:  
1 – результаты работы [6], 2 - результаты работы [3], 3 – результаты на основе потенциала (2),  
4 – результаты на основе экспериментальных данных

Как видно из рисунка, результаты представленной работы в целом качественно согласуются с результатами компьютерного моделирования в работах [3, 6], особенно с результатами [3]. В работе [3] были также использованы экспериментальные данные по радиальным функциям.

**Заключение.** Таким образом, показана возможность адекватного описания термодинамических свойств пылевой плазмы как с помощью аналитически найденной парной корреляционной функции на основе эффективного потенциала взаимодействия пылевых частиц с дипольным моментом, учитывающего экранировку на больших расстояниях, так и с помощью парной корреляционной функции, полученной на основе экспериментальных данных.



## ЛИТЕРАТУРА

- 1 T. S. Ramazanov and K. N. Dzhumagulova, Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma, Phys. Plasmas 9, 3758 (2002).
- 2 T.S.Ramazanov, Zh.A. Moldabekov, K.N.Dzhumagulova and M.M.Muratov, Pseudopotentials of the particles interactions in complex plasmas, Physics of plasmas, Vol.18, 103705 (2011).
- 3 T.S.Ramazanov, K.N.Dzhumagulova et al., Contrib. Plasma Phys. 49, No.1-2, 15-20 (2009)
- 4 O.S. Vaulina, O.F. Petrov, V.E. Fortov, A.V. Chernyshev, A.V. Gavrikov, I.A. Shakhanova, and Yu.P. Semenov, Plasma physics reports, Vol.29, No.8, pp. 698-713 (2003)
- 5 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolayev M.K., Jumabekov A.N., Phys. Plasmas. 2008. Vol.15. P. 053704-053709.
- 6 P.Hartman, G.J.Kalman, Z.Donko, K.Kutasi, Phys.Rev E 72, 026409 (2005)

## REFERENCES

- 1 T. S. Ramazanov and K. N. Dzhumagulova, Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma, Phys. Plasmas 9, 3758 (2002).
- 2 T.S.Ramazanov, Zh.A. Moldabekov, K.N.Dzhumagulova and M.M.Muratov, Pseudopotentials of the particles interactions in complex plasmas, Physics of plasmas, Vol.18, 103705 (2011).
- 3 T.S.Ramazanov, K.N.Dzhumagulova et al., Contrib. Plasma Phys. 49, No.1-2, 15-20 (2009)
- 4 O.S. Vaulina, O.F. Petrov, V.E. Fortov, A.V. Chernyshev, A.V. Gavrikov, I.A. Shakhanova, and Yu.P. Semenov, Plasma physics reports, Vol.29, No.8, pp. 698-713 (2003)
- 5 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolayev M.K., Jumabekov A.N., Phys. Plasmas. 2008. Vol.15. P. 053704-053709.
- 6 P.Hartman, G.J.Kalman, Z.Donko, K.Kutasi, Phys.Rev E 72, 026409 (2005)

## Резюме

*М. М. Мұратов<sup>1</sup>, Т. С. Рамазанов<sup>1</sup>, Қ. Н. Жұмағұлова<sup>1</sup>, Дж. А. Гори<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup> ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,  
<sup>2</sup> Айова штатының университеті, Айова, АҚШ)

## КҮРДЕЛІ ҚҰРАМДЫ ПЛАЗМАНЫҢ ТОЗАҢДЫ ҚҰРАУШЫСЫНЫҢ ҚЫСЫМЫ

Тозаңды плазманың қасиеттерін зерттеу ғылымның қарқынды дамып келе жатқан саласы болып табылады. Тозаңды плазма табиғатта (кометалардың құйрықтарында, планеталардың сакиналарында, ғарыштық тұмандықтарда) кездеседі, сондай-ақ тозаңды плазма лабораториялық жағдайларда (термодролық кондырғылар, плазмалық технологиялар, газдық разрядтар) белсенді зерттелуде. Қазіргі заманда тозаңды плазманың термодинамикасы көптеген ғалымдардың қызығушылығын тудырады. Бірақ, осыған қарамастан, тозаңды плазманың күй теңдеуін анықтайтын эксперименттік жұмыстар көп емес. Тозаңды плазманың қысымы, өз алдына жүйенің макроскопиялық параметрі бола отырып, жүйенің микроскопиялық сипаттамаларынан тәуелді. Осыған орай тозаңды плазманың термодинамикасы саласындағы эксперименттік және теориялық зерттеу әдістерінің дамуы өзекті болып табылады.

**Тірек сөздер:** нәтижелі әлеует, тозаңды плазма, күй теңдеуі, радиалды таралу функциясы.

## Summary

*M. M. Muratov<sup>1</sup>, T. S. Ramazanov<sup>1</sup>, K. N. Dzhumagulova<sup>1</sup>, Jh. A. Gore<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup> IETP, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,  
<sup>2</sup> The University of Iowa, Iowa city, USA)

## PRESSURE OF THE DUST COMPONENT OF COMPLEX PLASMA

Investigation of the dusty plasma properties is becoming a quickly developing scientific branch. Dusty plasma can be found in nature (comet tails, rings of the planets, space nebula and etc.), at the same time dusty plasma is under active investigation in laboratory conditions (thermonuclear facility, plasma technologies, gas discharges). Nowadays thermodynamics of dusty plasma is of great interest for many scientists. In spite of that fact, there are not many experiments related with finding dusty plasmas' equation of state. Pressure of dusty plasma being a macroscopic parameter of the system depends on the microscopic characteristics of the system. That is why the development of experimental and theoretical investigation methods of dusty plasmas' thermodynamics is an actual task.

**Keywords:** effective potential, dusty plasma, equation of state, radial distribution function.

Поступила 14.01.2014 г.

В. П. АНТОНОВА<sup>1</sup>, С. В. КРЮКОВ<sup>1</sup>, Қ. Е. НҮРФАЛИЕВА<sup>2</sup>, Н. Т. ОРАЗЫМБЕТОВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ДТОО «Институт ионосферы», Алматы, Казахстан,  
<sup>2</sup>КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан)

## ВЛИЯНИЕ СПОРАДИЧЕСКИХ ПРОЯВЛЕНИЙ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ НА АТМОСФЕРНОЕ ДАВЛЕНИЕ НА ВЫСОКОГОРНОЙ ТЯНЬ-ШАНЬСКОЙ СТАНЦИИ

**Аннотация.** В работе исследовалось воздействие спорадических проявлений солнечной активности (выбросы корональных масс, солнечные вспышки) на атмосферное давление на основе экспериментальных данных высокогорной Тянь-Шаньской станции за 23-й цикл солнечной активности в рамках современных представлений о физических процессах в околоземном космическом пространстве, включающих солнечный ветер, межпланетное магнитное поле, магнитосферу. Установлено, что главным звеном в механизме влияния солнечной активности на изменение циркуляции в нижней атмосфере являются космические лучи. Определено, что ~ 80% форбуш-понижений галактических космических лучей (ГКЛ) сопровождается понижением атмосферного давления на высокогорной станции спустя 1-3 суток независимо от геомагнитных условий. Изучение проблемы влияния солнечной активности на состояние нижней атмосферы (атмосферное давление) имеет практическую значимость, поскольку конечным результатом является возможность прогнозирования погоды с целью предупреждения ее негативных последствий.

**Ключевые слова:** солнечно-земные связи, выбросы корональных масс, космические лучи, атмосферное давление.

**Тірек сөздер:** күн-жер байланыстары, тәждік массаның шығарылуы, ғарыштық сәулелер, атмосфера қысымы.

**Keywords:** solar-terrestrial relations, coronal mass ejections, cosmic rays, atmospheric pressure.

**Введение.** За последние десятилетия наши знания продвинулись далеко вперед в понимании проблемы связи крупномасштабных атмосферных возмущений в нижней атмосфере, в частности, в атмосферном давлении с состоянием ближнего космоса, с солнечной активностью и вариациями потока космических лучей [1]. Эта проблема вызвала оживленную дискуссию вследствие того, что мощность атмосферных процессов на несколько порядков превышает поток энергии, вносимой в околоземное космическое пространство солнечным ветром [2]. Предложенные современные механизмы передачи и трансформации энергии от Солнца к атмосфере Земли устраняют это главное противоречие, и в настоящее время уже нет сомнений о реальности воздействия солнечной активности на нижнюю атмосферу и погоду [3-8]. Однако они не объясняют всего многообразия экспериментальных данных и взаимно противоречивы. До сих пор ни один механизм передачи возмущений от Солнца в нижнюю атмосферу Земли не признан всеобъемлющим, не получено универсальных зависимостей атмосферных параметров от космофизических факторов, региональных условий, орографии. Поэтому исследования в этом направлении являются актуальными. Несомненный интерес представляет воздействие спорадических проявлений солнечной активности (выбросы корональных масс и солнечные вспышки) на атмосферное давление на уровне гор, которое является целью проводимого исследования.

**Экспериментальные данные, результаты исследования.** Выброс корональных масс, СМЕ (от английского Coronal Mass Ejection), связан с мощным энерговыделением на Солнце. Это взрывное спорадическое явление, возмущающее состояние межпланетной среды (космическую погоду) и околоземного космического пространства может вызвать резкое понижение интенсивности галактических космических лучей (форбуш-эффект), развитие сильной геомагнитной бури и сопутствующие им события.

Для исследования воздействия СМЕ на изменение атмосферного давления использовались следующие экспериментальные данные: скорость солнечного ветра и состояние межпланетного магнитного поля (ММП) из архивов NASA SPDF (Space Physics data facility), интенсивность нейтронной компоненты космических лучей (КЛ) и атмосферное давление, измеряемые на высокогорной станции космических лучей Института ионосферы (3340 м над уровнем моря),

значения геомагнитного поля (ГМП) в течение 23 цикла солнечной активности (1997-2008 гг.). Из аналитического обзора исследований последних лет следует, что наиболее вероятным путем воздействия солнечной активности на тропосферные процессы является модуляция потока галактических космических лучей, способных проникать глубоко в атмосферу, вплоть до поверхности Земли. Поэтому основным критерием отбора событий для комплексного исследования являлось наличие форбуш-эффекта в интенсивности нейтронной компоненты космических лучей с величиной понижения равной или выше 3%. Таких событий было зафиксировано 62. Рассмотрим некоторые из них. На рисунке 1 (сверху вниз) представлены значения межпланетного и геомагнитного полей, интенсивность нейтронной компоненты КЛ, атмосферное давление в ноябре 1997 г. и в октябре–ноябре 2003 г.

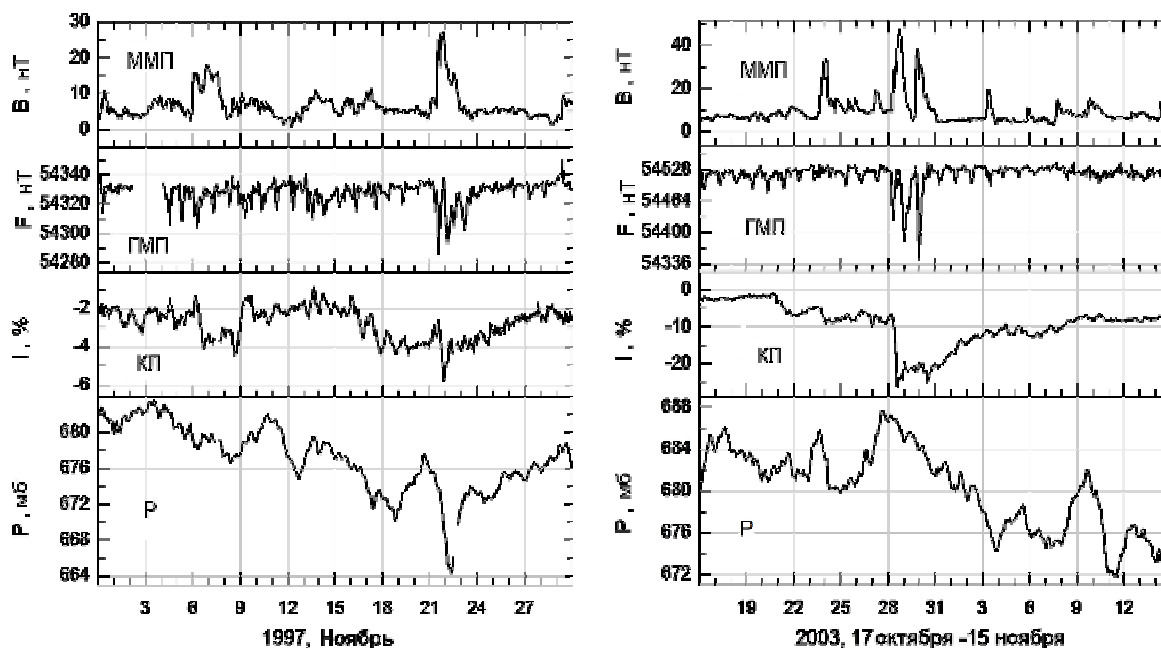


Рисунок 1 – Значения межпланетного и геомагнитного полей, интенсивность нейтронной компоненты КЛ, атмосферное давление

Во второй половине ноября 1997 г. на фоне медленного уменьшения интенсивности космических лучей происходит ее резкий спад 22-го ноября. Скорость солнечного ветра повышается до 600 км/с, а напряженность ММП до 28 нТл. Вариации атмосферного давления имеют положительную корреляцию с интенсивностью космических лучей. Минимум в давлении запаздывает относительно минимума в космических лучах на 12 часов. Глубина падения давления за двое суток составила 14 мб.

Период наибольшей концентрации вспышечной активности 23-го цикла солнечной активности наступил в октябре-ноябре 2003 г., когда через видимый диск Солнца проходили сразу три больших вспышечно-активных групп солнечных пятен: одна в южном полушарии и две – в северном [9]. Скорость солнечного ветра в отдельные периоды превышала 1200 км/с, а напряженность межпланетного поля достигала 48 нТл. Наземная сеть нейтронных мониторов зарегистрировала 3 наземных возрастания солнечных космических лучей, самую значительную серию форбуш-эффектов в солнечном цикле, включающую гигантский эффект 29 октября, представленный на рисунке 1 справа. В атмосферном давлении на высокогорной станции после форбуш-эффекта наблюдается устойчивое понижение с 686 до 676 мб и ниже. Столь значительные изменения атмосферного давления сравнимы с мощными тропосферными процессами.

Интересны для исследования солнечно-земных связей и воздействия активных процессов на Солнце на нижнюю атмосферу Земли апрель и ноябрь 2001 г, январь 2005 г. и другие события исследуемого цикла солнечной активности. Нами проанализированы все форбуш-эффекты в космических лучах, зарегистрированные на высокогорной станции Института ионосферы в 23 цикле

солнечной активности с амплитудой модуляции  $\geq 3\%$ . В 80% спустя  $0.5 \div 2$  суток после понижения в космических лучах наблюдалось падение атмосферного давления.

Если ключевым звеном в механизме воздействия спорадических проявлений солнечной активности на приземное атмосферное давление являются космические лучи, то солнечные вспышки должны вызывать повышение атмосферного давления на высокогорной станции. Однако в подавляющем числе солнечных вспышек на географической широте высокогорной станции, 43.02N, амплитуда наземных возрастаний интенсивности нейтронной компоненты космических лучей значительно меньше 1%. Жесткость геомагнитного обрезания частиц для Алматы равна 6.7 ГВ. Магнитосфера является препятствием для солнечных космических лучей для географической широты станции, поскольку их энергетический спектр гораздо мягче галактических. Исключением является вспышка 29 сентября 1989 г. 22-го цикла солнечной активности с жестким спектром. По данным мировой сети мониторов он был определен до 15 ГВ. На высокогорной станции амплитуда возрастания солнечных космических лучей составила 151%. В динамике атмосферного давления на высокогорной станции после этой уникальной солнечной вспышки, как и ожидалось, наблюдается устойчивое повышение на  $\sim 10$  мб вплоть до 4 октября, рисунок 2. Устойчивое понижение атмосферного давления после значительного ( $\sim 10\%$ ) форбуш-эффекта 20 октября, также представленного на этом рисунке, подтверждает сделанное выше заключение.

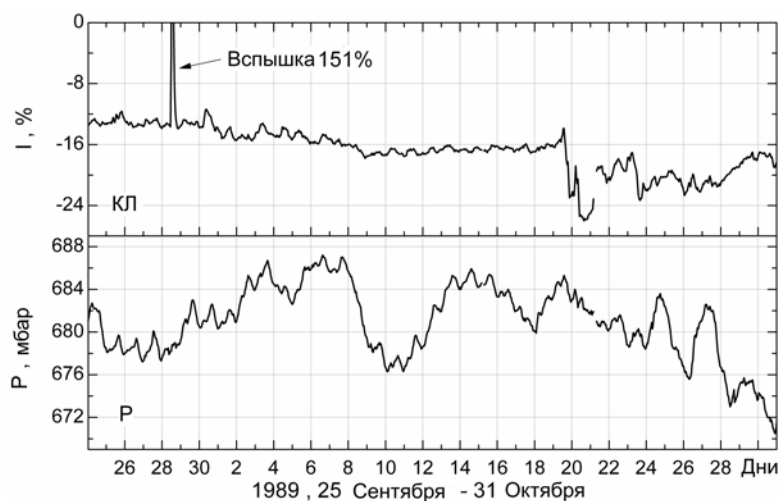


Рисунок 2 – Значения интенсивности нейтронной компоненты КЛ и атмосферного давления после вспышки 29.09.1989г.

Геомагнитные бури с внезапным началом и форбуш-эффекты являются следствием одних и тех же источников возмущений межпланетной среды – выбросов корональных масс. Поэтому зачастую в научных публикациях эти явления рассматривают неразрывно друг от друга, и возникает неоднозначность в оценке главного звена в механизме воздействия спорадических явлений солнечной активности на атмосферное давление; геомагнитные бури или космические лучи. Известно достаточно много работ, в которых обосновывается связь магнитных бурь и изменений в циркуляции нижней атмосферы [10, 11]. В отклике магнитосферы и космических лучей на возмущения солнечного ветра есть общие черты, но есть и существенные различия [12]. Самое существенное различие в том, что форбуш-эффект определяется условиями в протяженной гелиосферной области, тогда как геомагнитная активность зависит от локальной ситуации вблизи Земли. Коэффициент корреляции величины форбуш-эффекта и максимального Кр-индекса  $\sim 0,42$ , а с Dst-индексом еще меньше. То есть далеко не всегда геомагнитные бури и форбуш-эффекты регистрируются на земной поверхности одновременно. В нашем каталоге форбуш-эффектов величиной  $\geq 3\%$  в 23 цикле солнечной активности только 53% сопровождалось геомагнитными бурями и 80% понижением атмосферного давления.

Мы рассмотрели динамику вариаций атмосферного давления в 23 цикле солнечной активности во время и после больших (БМБ) и очень больших магнитных бурь (К-индекс  $\geq 6$ ), когда форбуш-эффект в космических лучах отсутствовал, либо его величина была меньше 3%. Таких событий

было 12. Закономерности, характерной для событий с форбуш-эффектами в космических лучах в этой выборке не установлено, рисунок 3. На рисунке вертикальные пунктирные линии соответствуют началу и концу магнитных бурь: в начале октября 2000 г была большая буря с К-индексом 7, 19-20 марта 2001 г – очень большая буря с К-индексом 8.

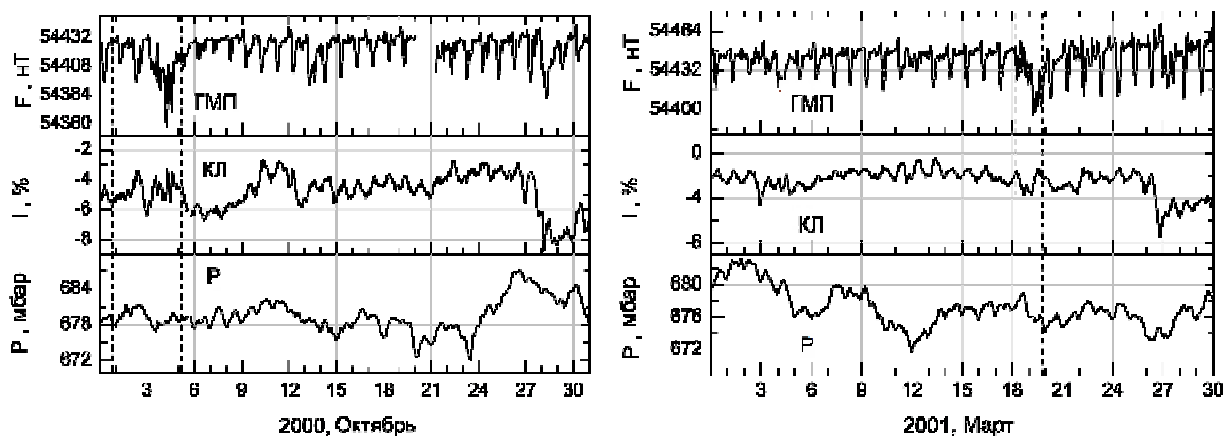


Рисунок 3 – Значения геомагнитного поля, интенсивности нейтронной компоненты КЛ и атмосферного давления в течение периодов, включающих БМБ и ОБМБ.

**Выводы.** Таким образом, в результате экспериментального исследования на основе экспериментальных данных высокогорной Тянь-Шаньской станции за 23-й цикл солнечной активности установлено, что главным звеном в механизме влияния спорадических проявлений солнечной активности (выбросы корональных масс, солнечные вспышки) на приземное атмосферное давление и на изменение циркуляции в нижней атмосфере являются космические лучи.

В отличие от заключений в научных источниках, сделанных на основе анализа экспериментальных данных главным образом равнинных станций (отрицательная корреляция), вариации атмосферного давления на высокогорной станции имеют положительную корреляцию с интенсивностью космических лучей. Понижением атмосферного давления на высокогорной станции спустя 1-3 суток сопровождалось ~ 80% форбуш-эффектов галактических космических лучей независимо от геомагнитных условий. Уникальная солнечная вспышка 1989.09.29 сопровождалась повышением атмосферного давления.

Изучение проблемы влияния солнечной активности на состояние нижней атмосферы (атмосферное давление) имеет практическую значимость, поскольку конечным результатом является возможность прогнозирования погоды с целью предупреждения ее негативных последствий.

*Работа выполнялась по проекту «Исследовать воздействие нестационарных явлений на среднеширотные атмосферу и ионосферу».*

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Веретененко С.В., Пудовкин М.И. Эффекты вариаций космических лучей в циркуляции нижней атмосферы // Геомагнетизм и аэронаука. 1993. Т. 33. № 6. С. 35-40.
- 2 Пудовкин М.И., Распопов О.М. Механизмы воздействия солнечной активности на состояние нижней атмосферы и метеопараметры // Геомагнетизм и аэронаука. 1992. Т.32.№5. С. 1-22.
- 3 Morozova A.L., Pudovkin M.I., Thejll P. Variations of atmospheric pressure during solar proton events and Forbush-decreases for different latitudinal and synoptic zones // Intern. J. Geomagn. Aeron.2002. V.3. №2. P.181-189.
- 4 Авдюшин С.И., Данилов А.Д. Солнце, погода и климат: сегодняшний взгляд на проблему (обзор) // Геомагнетизм и аэронаука. 2000. Т.40. №5. С. 3-14.
- 5 Tinsley В.А. Solar wind modulation of the global electric circuit and apparent effect on cloud microphysics, latent heat release, and tropospheric dynamics // J. Geomagn. Geoelectr. 1996. V.48.P.165.
- 6 Распопов О.М., Веретененко С.В. Солнечная активность и космические лучи: влияние на облачность и процессы в нижней атмосфере // Геомагнетизм и аэронаука. 2009. Т.49. №2. С. 147-145.
- 7 Богданов М.Б., Сурков А.Н., Федоренко А.В. Влияние космических лучей на атмосферное давление в высокогорных условиях // Геомагнетизм и аэронаука. 2006. Т. 46. №2. С.268-274.
- 8 Тимофеев В.Е., Григорьев В.Г., Морозова Е.И., Скрябин Н.Г., Самсонов С.Н. Воздействие космических лучей на скрытую энергию атмосферы // Геомагнетизм и аэронаука. 2003. Т. 43. №5. С.683-687.

9 Ishkov.V.N.Properties of the current 23rd solar-activity cycle//Solar System Research. 2005. Т. 39. №6. С. 453-461.

10 Авдюшин С.И., Михневич В.В., Смирнов Р.В. Солнечно-атмосферные связи и геомагнитная активность // Гидрометеоздат, 1984. 138 С.

11 Danilov A.D., Lastovichka J. Effects of geomagnetic storms on the atmosphere and ionosphere// Intern. J. Geomag. And Aeron. 2000. V.2. № 3. С.

12 Белов А.В., Ерошенко Е.А., Оленева В.А., Струминский А.Б., Янке В.Г. Чем обусловлены и с чем связаны форбуш-эффекты. // Изв.РАН. Сер.Физ. 2001, Т. 65. № 3. С. 373–376.

#### REFERENCES

1 Veretenenko S.V., Pudovkin M.I. Effekty variatsii kosmicheskikh luchej v tsirkuljatsii nizhnei atmosfery. Geomagnetizm i aeronomija. **1993**. Т. 33. № 6. С. 35-40. (in Russ.).

2 Pudovkin M.I., Raspopov O.M. Mehanizmy vozdejstvija solnechnoj aktivnosti na sostojanie nizhnej atmosfery i meteoparametry. Geomagnetizm i aeronomija. **1992**. Т.32.№5. С. 1-22. (in Russ.)

3 Morozova A.L., Pudovkin M.I., Thejll P. Variations of atmospheric pressure during solar proton events and Forbush-decreases for different latitudinal and synoptic zones. Intern. J. Geomag. Aeron.**2002**. V.3. №2. P.181-189.

4 Avdjushin S.I., Danilov A.D. Solnce, pogoda i klimat: segodnjashnij vzgljad na problemu (obzor). Geomagnetizm i aeronomija. **2000**. Т.40. №5. С. 3-14. (in Russ.).

5 Tinsley B.A. Solar wind modulation of the global electric circuit and apparent effecton cloud microphysics, latent heat release, and tropospheric dynamics. J. Geomag. Geoelectr. **1996**. V.48.P.165.

6 Raspopov O.M., Veretenenko S.V. Solnechnaja aktivnost' i kosmicheskie luchi: vlijanie na oblachnost' i processy v nizhnej atmosphere. Geomagnetizm i aeronomija. **2009**. Т.49. №2. С. 147-145. (in Russ.).

7 Bogdanov M.B., Surkov A.N., Fedorenko A.V. Vlijanie kosmicheskikh luchej na atmosfernoe davlenie v vysokogornyh uslovijah. Geomagnetizm i aeronomija. **2006**. Т. 46. №2. С.268-274. (in Russ.).

8 Timofeev V.E., Grigor'ev V.G., Morozova E.I., Skrjabin N.G., Samsonov S.N. Vozdejstvie kosmicheskikh luchej na skrytuju jenergiju atmosfery. Geomagnetizm i aeronomija. **2003**. Т. 43. №5. С.683-687. (in Russ.).

9 Ishkov.V.N. Properties of the current 23rd solar-activity cycle. Solar System Research. **2005**. Т. 39. №6. С. 453-461.

10 Avdjushin S.I., Mihnevich V.V., Smirnov R.V. Solnechno-atmosfernye svjazi i geomagnitnaja aktivnost'. Gidrometeoizdat, **1984**. 138 S. (in Russ.).

11 Danilov A.D., Lastovichka J. Effects of geomagnetic storms on the atmosphere and ionosphere. Intern. J. Geomag. And Aeron. **2000**. V.2. № 3. С.

12 Belov A.V., Eroshenko E.A., Oleneva V.A., Struminskij A.B., Janke V.G. Chem obuslovlenny i s chem svjazany forbush-jeffekty. Izv.RAN. Ser.Fiz. **2001**, Т. 65. № 3. С. 373–376. (in Russ.).

#### Резюме

*В. П. Антонова<sup>1</sup>, С. В. Крюков<sup>1</sup>, Қ. Е. Нұрғалиева<sup>2</sup>, Н. Т. Оразымбетова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Ионосфера институты ЕЖШС, Алматы, Қазақстан,

<sup>2</sup>әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан)

#### БИҚ ТАУЛЫ ТЯНЬ-ШАНЬ СТАНЦИЯСЫНДА АТМОСФЕРА ҚЫСЫМЫНА КҮН ҚАРҚЫМДЫЛЫҒЫНЫҢ КЕЗДЕЙСОҚ ҚҰБЫЛЫСТАРЫНЫҢ ӘСЕРІ

Жұмыста жермаңы ғарыш кеңістігіндегі физикалық құбылыстарға қазіргі заманғы түсініктер төңірегінде (күн желі, планетааралық магнит өрісі, магнитосфера т.б.), күн қарқымдылығының 23-ші циклінде биік таулы Тянь-Шань станциясында алынған эксперимент мәндері негізінде атмосфера қысымына күн қарқымдылығының кездейсоқ құбылыстарының (тәждік массаның шығарылуы, күн жаркылдары) әсері зерттелді. Ғарыштық сәулелер – күн қарқымдылығының төменгі атмосфера циркуляциясының өзгерісіне әсері механизмінің негізгі түйіні болып табылатыны анықталған. Галактикалық ғарыштық сәулелердің Форбуш-әсерінің ~80%-ында, геомагниттік жағдайға тәуелсіз түрде, 1-3 тәуліктен кейін биік таулы станциядағы атмосфера қысымының төмендейтіні анықталды. Күн қарқымдылығының атмосфераның төменгі күйіне (атмосфера қысымына) әсерін зерттеудің практикалық маңызы бар, себебі соңғы қорытындыда ауа райын болжауға және оның кері зардаптарын алдын ала білуге мүмкіндік береді.

**Тірек сөздер:** күн-жер байланыстары, тәждік массаның шығарылуы, ғарыштық сәулелер, атмосфера қысымы.



### Summary

V. P. Antonova<sup>1</sup>, S. V. Kriukov<sup>1</sup>, K. E. Nurgalieva<sup>2</sup>, N. T. Orazymbetova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ionosphere institute, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Al-farabi kazakh national university, Almaty, Kazakhstan)

#### IMPACT OF SPORADIC EVENTS OF SOLAR ACTIVITY ON THE ATMOSPHERIC PRESSURE AT HIGH-ALTITUDE TIEN-SHAN STATION

The impact of sporadic events of solar activity ( coronal mass ejections , solar flares ) on the atmospheric pressure based on experimental data of high-altitude Tien Shan station studied. Found that the main link in the mechanism of the impact of solar activity on the change in the circulation in the lower atmosphere are cosmic rays . It is defined that ~ 80% of forrush- decreases of galactic cosmic rays are accompanied by a decrease in atmospheric pressure at high altitude station after 1-3 days independently of geomagnetic conditions.

**Keywords:** solar-terrestrial relations, coronal mass ejections, cosmic rays, atmospheric pressure.

Поступила 14.01.2014 г.

УДК 535:530.182, 535:621.373

A. E. ДАВЛЕТОВ<sup>1</sup>, E. C. МУХАМЕТКАРИМОВ<sup>1</sup>, Ж. А. КУДЫШЕВ<sup>1</sup>, И. Р. ГАБИТОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Университет Аризоны, Тусон, США)

### НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ДИССИПАТИВНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ

**Аннотация.** Рассматривается процесс генерации второй гармоники в диссипативных метаматериалах, имеющих отрицательный коэффициент преломления на частоте фундаментальной волны и положительный коэффициент преломления на частоте волны второй гармоники. Изучается влияние потерь энергии на критическое значение фазовой расстройки, определяющее характер обмена энергией между фундаментальной волной накачки и волной второй гармоники. Показано, что концепция критического значения фазовой расстройки качественно изменяется для среды с потерями, в частности, оно начинает зависеть от длины образца. Предлагается механизм компенсации потерь энергии волной второй гармоники с помощью параметрического усиления.

**Ключевые слова:** метаматериал, генерация второй гармоники, фазовая расстройка, потери энергии.

**Тірек сөздер:** метаматериал, екінші ретті толқынның генерациясы, фазалар ауытқуы, энергия жұтылуы.

**Keywords:** metamaterials, second harmonic generation, phase mismatch, energy losses.

**Введение.** Метаматериалы с отрицательным показателем преломления являются одними из наиболее необычных и широко известных представителей семейства структурированных материалов, основанных на резонансных явлениях [1-7]. Главное отличие таких материалов от обычных диэлектриков заключается во взаимной ориентации тройки фундаментальных векторов. В классических диэлектриках вектор напряженности электрического поля **E**, магнитного поля **H** и волновой вектор **k** являются право-ориентированными, а в метаматериалах эти вектора лево-ориентированы [8-11]. Следствием левосторонней ориентации фундаментальной тройки векторов является противоположная ориентация векторов Умова-Пойнтинга **S** и волнового вектора **k** [12, 13]. Это означает, что в случае непрерывного излучения поток энергии и фазовая скорость направлены в противоположные стороны, а в случае волновых пакетов противоположную ориентацию имеют фазовая и групповая скорости.

При взаимодействии излучения разных частот с метаматериалом, может оказаться так, что для одной спектральной области показатель преломления будет отрицательным, а для другой –

положительным. В данной работе рассматривается именно такая ситуация, приводящая к тому, что волна второй гармоники распространяется навстречу волне накачки. Это приводит к целому ряду новых эффектов по сравнению с процессом генерации второй гармоники в обычных материалах. В частности, не требуется выполнение идеального фазового синхронизма и даже существует целый набор значений фазовых расстроек, при которых происходит эффективная передача энергии от волны накачки к волне второй гармоники. Более того можно компенсировать потери энергии волной второй гармоники с помощью явления параметрического усиления света.

**Основные уравнения.** В данной работе теоретически изучается нелинейное многоволновое взаимодействие в метаматериалах с отрицательным показателем преломления. Первым представителем такого взаимодействия волн является генерация второй гармоники, то есть появление волны на удвоенной частоте по сравнению с частотой волны накачки. Следует отметить, что генерация второй гармоники происходит при распространении волны только в нелинейных средах, в частности с квадратичной нелинейностью.

Пусть показатель преломления метаматериала отрицателен на основной частоте  $\omega$  падающей волны и положителен на частоте второй гармоники  $2\omega$ . Это в свою очередь означает, что основная волна накачки и волна второй гармоники должны распространяться в противоположных направлениях, так как фундаментальная тройка векторов является лево-ориентированной для волны накачки.

Рассмотрим коллинеарный случай генерации второй гармоники. Выберем направление падающей на образец волны накачки за ось  $Z$ , тогда вторая гармоника будет распространяться в обратном направлении.

Из уравнений Максвелла можно получить систему уравнений, описывающих распространение и взаимодействие трех волн в нелинейной квадратичной среде  $\chi^2$ . Для того, чтобы описываемый процесс был более реальным, учтем и потери энергии. Тогда система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial z} &= -i\kappa_1 E_2 E_1^* - \alpha_1 E_1, \\ \frac{\partial E_2}{\partial z} &= i\kappa_2 E_1^2 - i\Delta E_2 + \alpha_2 E_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\Delta$  описывает фазовую расстройку,  $E_{1,2}$  – комплексные амплитуды фундаментальной волны и волны второй гармоники,  $\kappa_j = 2\pi\chi^2(\omega_j)\omega_j^2\mu(\omega_j)/(c^2k_j')$ ,  $j = 1, 2$  обозначает коэффициенты связи для основной и второй гармоники,  $\alpha_j = k_j''$  – коэффициенты потерь.

В силу того, что волны распространяются в противоположных направлениях, граничные условия задаются на разных концах образца и выглядят так:

$$E_1(0) = e_{10} \exp(i\varphi_{10}), \quad E_2(L) = 0, \quad (2)$$

где  $e_{10}$ ,  $\varphi_{10}$  – амплитуда и фаза падающей на левый конец волны накачки.

Далее с помощью замен  $E_1 = \sqrt{I_0}\varepsilon_1(\zeta)$ ,  $E_2 = \sqrt{I_0\kappa_2/\kappa_1}\varepsilon_2(\zeta)$ ,  $\zeta = z\sqrt{I_0\kappa_2\kappa_1}$ ,  $\tilde{\Delta} = \Delta\sqrt{I_0\kappa_2\kappa_1}$ ,  $\tilde{\alpha}_{1,2} = \alpha_{1,2}\sqrt{I_0\kappa_2\kappa_1}$ ,  $I_0 = E_{10}^2$ ,  $l = L\sqrt{I_0\kappa_2\kappa_1}$  эту систему можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \zeta} &= -i\varepsilon_2\varepsilon_1^* - \tilde{\alpha}_1\varepsilon_1, \\ \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \zeta} &= i\varepsilon_1^2 - i\tilde{\Delta}\varepsilon_2 + \tilde{\alpha}_2\varepsilon_2, \\ \varepsilon_1(0) &= 1, \quad \varepsilon_2(l) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Комбинируя первые два уравнения из (3), получим:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} (|\varepsilon_1|^2 - |\varepsilon_2|^2) = -2(\tilde{\alpha}_1|\varepsilon_1|^2 + \tilde{\alpha}_2|\varepsilon_2|^2). \quad (4)$$

Это соотношение определяет, как градиент полного потока связан с диссипацией энергии в единицу времени в единице объема. Ее также можно рассматривать как дифференциальную форму соотношения Мэнли-Роу при наличии потерь.

Если рассматривать интенсивность, то оказывается удобным записать систему (3) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial |\varepsilon_1|^2}{\partial \zeta} &= i(\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^* - \varepsilon_1^{*2} \varepsilon_2) - 2\tilde{\alpha}_1 \varepsilon_1, \\ \frac{\partial |\varepsilon_2|^2}{\partial \zeta} &= i(\varepsilon_1^2 \varepsilon_2^* - \varepsilon_1^{*2} \varepsilon_2) + 2\tilde{\alpha}_2 \varepsilon_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражения в скобках последней системы уравнений (5) описывает процесс обмена энергией между полями волны накачки и волной второй гармоники. Если выражение в скобках отрицательно, то поток энергии идет в направлении от волны накачки к волне второй гармоники, а когда выражение в скобках положительно, то происходит обратный процесс. Обозначим выражение в скобках как функцию  $Q(\zeta)$ :

$$Q_{\Delta}(\zeta) = \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^* - \varepsilon_1^{*2} \varepsilon_2 = \frac{\partial |\varepsilon_1|^2}{\partial \zeta} + 2\tilde{\alpha}_1 \varepsilon_1 = \frac{\partial |\varepsilon_2|^2}{\partial \zeta} - 2\tilde{\alpha}_2 \varepsilon_2. \quad (6)$$

С помощью выражения (6) будем определять достижение фазовой расстройкой величины критического значения. Если вдоль всего образца происходит передача энергии волны накачки к волне второй гармоники, то функция  $Q(\zeta)$  должна быть отрицательна во всем интервале  $\zeta$ . Тогда условием достижения фазовой расстройкой критического значения является  $Q_{\Delta}(0) = 0$  и  $Q_{\Delta}(l) = 0$ .

На рисунке 1 показаны кривые зависимостей критических значений фазовой расстройки от коэффициента потерь  $\tilde{\alpha}_1$  для разных длин образца  $l_1 = 1$ ,  $l_2 = 2$ . Только нижние ветки соответствуют реально наблюдаемому критическому значению фазовой расстройки (жирная сплошная линия для  $l_1 = 1$ , пунктирная линия для  $l_2 = 2$ ), остальные ветки не являются физическими. Для  $l_1 = 1$  критические значения фазовой расстройки лежат в интервале  $0 \leq \alpha_1 \leq 0.553$ .

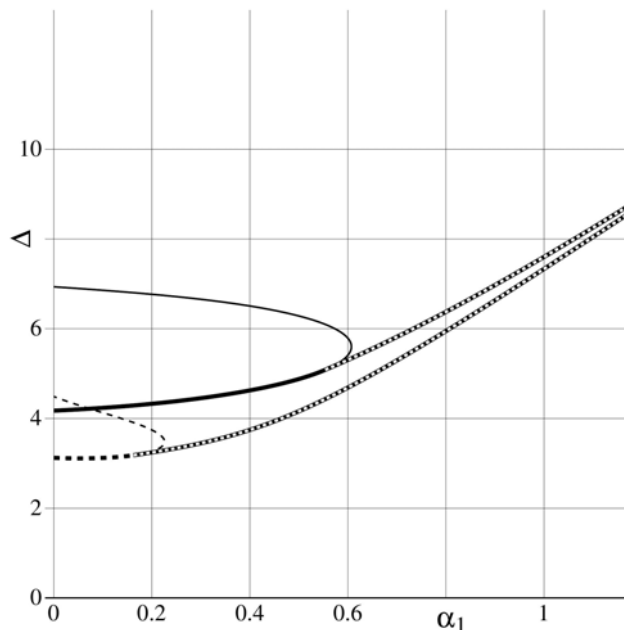


Рисунок 1 – Зависимость критического значения фазовой расстройки от коэффициента потерь на основной частоте

Компенсацию потерь энергии волной второй гармоники можно произвести путем усиления второй гармоники небольшим внешним сигналом, распространяющимся в направлении фазовой скорости второй гармоники. Тогда граничные условия примут вид:

$$E_1(0) = e_{10} \exp(i\varphi_{10}), \quad E_2(L) = e_{20} \exp(i\varphi_{20}), \quad (7)$$

где  $e_{10}$ ,  $\varphi_{10}$  – амплитуда и фаза падающей на левый конец волны,  $e_{20}$ ,  $\varphi_{20}$  – амплитуда и фаза падающей на другой конец волны. При распространении волны накачки на частоте  $\omega_1$  в образце генерируется вторая гармоника, которая взаимодействует с падающей на другой конец образца волной частоты  $\omega_2$ . На рисунке 2 показаны направления падающих волн на образец с отрицательным показателем преломления на частоте волны накачки.

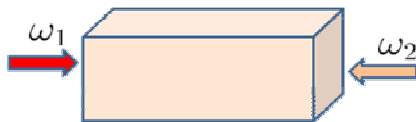


Рисунок 2 – Направления падающих на образец волн для изучения параметрического усиления волны второй гармоники

На рисунке 3 показаны кривые распределения интенсивностей полей волн накачки и второй гармоники вдоль образца. Фазу падающей волны накачки можно выбрать произвольной, в данном случае было положено  $\varphi_{10} = \varphi_1(0) = 0$ . Интенсивность и фаза волны второй гармоники, падающей на другой конец образца, равна  $I(L) = 0.1$ ,  $\varphi_{20} / \pi = -0.5$ . При этом безразмерные коэффициенты потерь энергии для двух волн были положены равными  $\alpha_1 = 0.2$ ,  $\alpha_2 = 0.3$ , а фазовая расстройка –  $\Delta = 1$ .

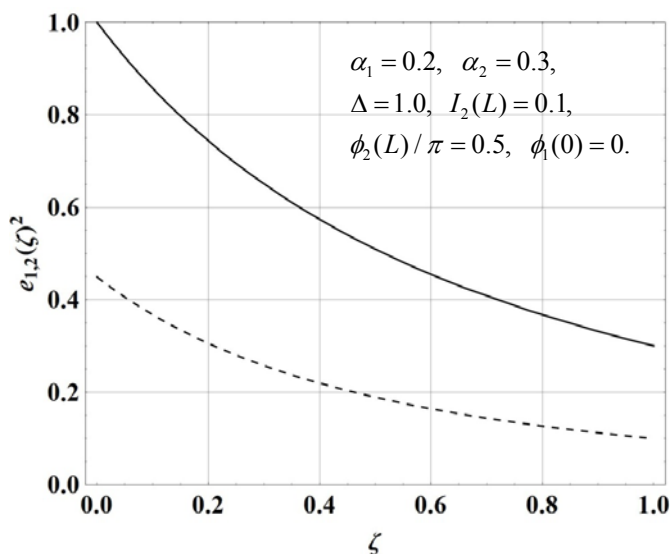


Рисунок 3 – Пространственные профили интенсивностей волн накачки и второй гармоники

На рисунке 4 показаны зависимость значения интенсивности второй гармоники на левом конце образца от фазы волны второй гармоники  $\varphi_0 / \pi$  на правом конце при выбранных параметрах  $\alpha_1 = 0.2$ ,  $\alpha_2 = 0.3$ ,  $\Delta = 0$ ,  $e_{10} = 1$ ,  $e_{2L} = 0.5 \exp(-i\varphi_{2L} / \pi)$  и  $\varphi_{2L} = 1.5$ . При определенных значениях начальной фазы падающей на правый конец волны второй гармоники происходит компенсация потерь энергии, то есть эффективность генерации второй гармоники на выходе имеет максимальное значение.

При этом на рисунке 5 представлены пространственные профили интенсивностей волн накачки и второй гармоники для значения фазы  $\varphi_0 / \pi \approx 0.922$ . Видно, что, несмотря на существенные потери энергии волна второй гармоники распространяется практически без затухания.

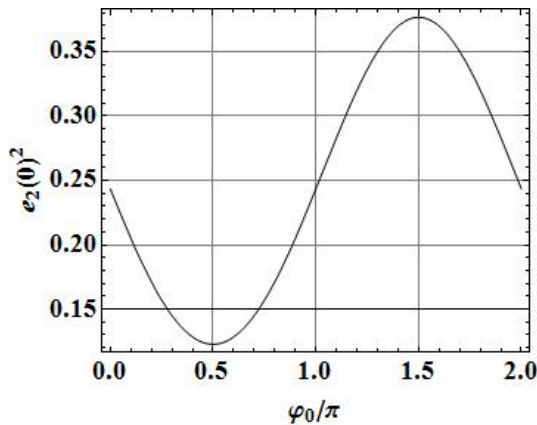
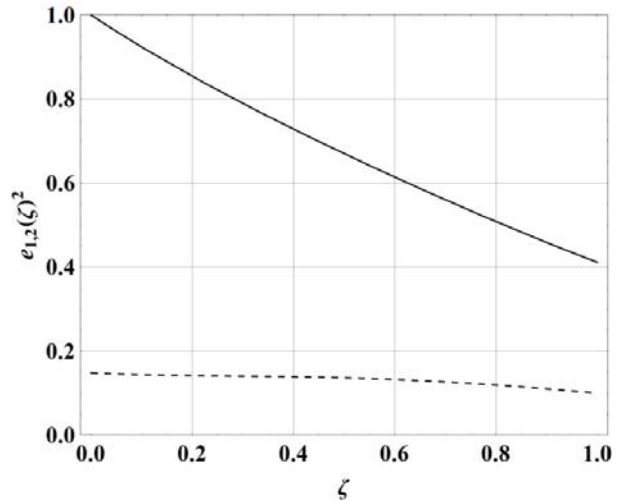


Рисунок 4 – Зависимость интенсивности от фазы второй гармоники на выходе



$\alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 0.3, \Delta = 3, e_{10}^2 = 1, e_{2L}^2 = 0.1$   
Сплошная линия – волна накачки,  
пунктирная линия – волна второй гармоники

Рисунок 5 – Пространственные профили интенсивностей волн накачки и второй гармоники

**Заключение.** В данной работе изучено влияние потерь энергии на критическое значение фазовой расстройки в процессе генерации второй гармоники в метаматериалах с отрицательным показателем преломления. Показано, что критическое значение фазовой расстройки зависит не только от коэффициентов потерь, но и от длины образца.

Рассмотрено явление параметрического усиления света, которое может быть использовано для компенсации потерь в метаматериалах и создании параметрических усилителей, предназначенных для получения дифференциальной фазовой манипуляции и трансформации фазовой модуляции в частотную. Найдены конкретные значения параметров системы, при которых происходит компенсация энергетических потерь на поглощение и параметрическое усиление падающего сигнала.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света. УФН, 2006, Т. 176, №10, С 1052-1068.
- 2 Smith D. R., Padilla J. W., Vier D. C., Nemat-Nasser S. C., Schultz S. Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, **2000**, Vol. 84, No 18, P. 4184-4187.
- 3 Shelby R. A., Smith D. R., Nemat-Nasser S. C., Schultz S. Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterials. *Appl. Phys. Lett.*, **2001**, Vol. 78, No 1, P. 489-491.
- 4 Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, **2001**, Vol. 292, No 5514, P. 77-79.
- 5 Valentine J., Zhang Sh., Zentgraf Th., Ulin-Avila E., Genov D. A., Bartal G., Xiang Zhang. Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index. *Nature*, **2008**, Vol. 455, P. 376-379.
- 6 Drachev V.P., Cai W., Chettiar U., Yuan H.K., Sarychev A.K., Kildishev A.V., Klimeck G., Shalaev V.M. Experimental verification of an optical negative-index material. *Laser Phys. Lett.*, **2006**, Vol. 3, No 1, P.49 - 55.
- 7 Pendry, J.B. Negative Refraction. *Contemporary Physics*, **2004**, Vol. 45, P. 191-202.
- 8 Lamb H. On group-velocity. *Proc. London Math. Soc. 1*, **1904**, P.473-479.
- 9 Pocklington H.C. Growth of a wave-group when the group velocity is negative, *Nature*, **1905**, Vol. 71, P. 607-608.
- 10 Sivukhin D.V. The energy of electromagnetic waves in dispersive media. *Opt. Spektrosk.*, **1957**, Vol. 3, P. 308-312.
- 11 Pafomov V. E. On transition radiation and the Vavilov-Cherenkov radiation. *Soviet Physics-JETP*. **1959**, Vol. 36, P. 1853-1858.
- 12 Nichols E. F. An Introduction to the Theory of Optics by Arthur Schuster. *Astrophysical Journal*, **1904**, Vol. 21, P. 382-387.
- 13 Mandelshtam L.I. Group velocity in crystalline arrays. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **1945**, Vol. 15, P. 475-478.
- 14 Robert W. Boyd. Nonlinear Optics. *Third Edition* – New York: *Academic Press, Elsevier*, **2008**, 571 p.

## REFERENCES

- 1 Arganovich V.M., Gartshtein Yu.N. Prostranstvennaya dispersiya i otricatel'noe prelomlenie sveta. UPN, 2006. T. 176, №10. S. 1052-1068.
- 2 Smith D. R., Padilla J. W., Vier D. C., Nemat-Nasser S. C., Schultz S. Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, **2000**, Vol. 84, No 18, P. 4184-4187.
- 3 Shelby R. A., Smith D. R., Nemat-Nasser S. C., Schultz S. Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterials. *Appl. Phys. Lett.*, **2001**, Vol. 78, No 1, P. 489-491.
- 4 Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, **2001**, Vol. 292, No 5514, P. 77-79.
- 5 Valentine J., Zhang Sh., Zentgraf Th., Ulin-Avila E., Genov D. A., Bartal G., Xiang Zhang. Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index. *Nature*, **2008**, Vol. 455, P. 376-379.
- 6 Drachev V.P., Cai W., Chettiar U., Yuan H.K., Sarychev A.K., Kildishev A.V., Klimeck G., Shalaev V.M. Experimental verification of an optical negative-index material. *Laser Phys. Lett.*, **2006**, Vol. 3, No 1, P.49 - 55.
- 7 Pendry, J.B. Negative Refraction. *Contemporary Physics*, **2004**, Vol. 45, P. 191-202.
- 8 Lamb H. On group-velocity. *Proc. London Math. Soc. 1*, **1904**, P.473-479.
- 9 Pocklington H.C. Growth of a wave-group when the group velocity is negative, *Nature*, **1905**, Vol. 71, P. 607-608.
- 10 Sivukhin D.V. The energy of electromagnetic waves in dispersive media. *Opt. Spektrosk.*, **1957**, Vol. 3, P. 308-312.
- 11 Pafomov V. E. On transition radiation and the Vavilov-Cherenkov radiation. *Soviet Physics-JETP*. **1959**, Vol. 36, P. 1853-1858.
- 12 Nichols E. F. An Introduction to the Theory of Optics by Arthur Schuster. *Astrophysical Journal*, **1904**, Vol. 21, P. 382-387.
- 13 Mandelshtam L.I. Group velocity in crystalline arrays. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **1945**, Vol. 15, P. 475-478.
- 14 Robert W. Boyd. Nonlinear Optics. *Third Edition* – New York: *Academic Press, Elsevier*, **2008**, 571 p.

## Резюме

*А. Е. Дәулетов<sup>1</sup>, Е. С. Мұхаметкәрімов<sup>1</sup>, Ж. А. Құдышев<sup>1</sup>, И. Р. Габитов<sup>2</sup>*

<sup>(1)</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,  
<sup>(2)</sup>Аризона университеті, Тусон, АҚШ)

## ДИССИПАЦИЯСЫ БАР МЕТАМАТЕРИАЛДАРДАҒЫ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ТОЛҚЫНДЫҚ ПРОЦЕСТЕРІ

Түскен толқын жиілігінде сыну көрсеткіші теріс және екінші ретті гармоника жиілігінде оң болатын метаматериалдардағы екінші ретті гармониканың генерациясы қарастырылады. Түскен фундаментал толқын мен екінші ретті гармониканың арасындағы энергия алмасуды сипаттайтын фазалар ауытқуының критикалық мәніне энергия жұтылуының әсері зерттелінді. Фазалар ауытқуы мәнінің концепциясы жұтылуы бар орталарда түпкілікті өзгертінді, материалдың ұзындығына да тәуелділі болатыны көрсетілген. Екінші ретті толқын үшін энергияның жұтылуын компенсациялайтын параметрлік күшейту механизмі ұсынылды.

**Тірек сөздер:** метаматериал, екінші ретті толқынның генерациясы, фазалар ауытқуы, энергия жұтылуы.

## Summary

*A. Davletov<sup>1</sup>, Ye. Mukhametkarimov<sup>1</sup>, Zh. Kudyshev<sup>1</sup>, I. Gabitov<sup>2</sup>*

<sup>(1)</sup>Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan,  
<sup>(2)</sup>Arizona University, Tucson, USA)

## NONLINEAR WAVE PROCESSES IN DISSIPATIVE METAMATERIALS

The process of second harmonic generation is considered in dissipative metamaterials with negative refractive index at the frequency of the fundamental wave and with the positive refractive index at the frequency of second-harmonic wave. Influence of the energy losses is studied on the critical value of the phase mismatch determining the character of the energy exchange between the fundamental pump wave and the second harmonic wave. It is shown that the concept of the critical value of the phase mismatch changes qualitatively for a medium with energy losses, in particular, it begins to depend on the sample length. A mechanism is proposed to compensate for energy losses of the second harmonic wave which is based on the parametric amplification.

**Keywords:** metamaterials, second harmonic generation, phase mismatch, energy losses.

*Поступила 14.01.2014 г.*

УДК 537.86/87:530.182

З. Ж. ЖАҢАБАЕВ, Е. Д. НӘЛІБАЕВ, А. А. ТЕМІРБАЕВ

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан)

## ТҰТАС БАЙЛАНЫСҚАН ЭЛЕКТРОНДЫҚ ОСЦИЛЛЯТОРЛАР АНСАМБЛІНЕ ШУЫЛ СИГНАЛЫНЫҢ ӘСЕРІН ЭКСПЕРИМЕНТТІК ЗЕРТТЕУ

**Аннотация.** Жұмыста тұтас байланысқан электрондық осцилляторлар ансамблінің динамикасына аналогтық электрондық шуыл генераторы сигналының әсерін зерттеуге арналған эксперименттік қондырғы пайдаланылған. Кері байланыс тізбегінде сызықты фаза ығыстырғыштың көмегімен тұтас байланысқан ансамбльге сумматор арқылы шуыл сигналы қосылған. Шуыл сигналының әсері бар ансамбльдің динамикасы тәжірибе жүзінде зерттелді. Сызықты тұтас кері байланысқан 72 электрондық осцилляторлардың синхрондалу шекарасына сыртқы шуыл сигналының әсері эксперимент түрінде зерттелді. Синхрондалу өткелін сипаттайтын Курамото үлгісі және реттеуші параметрдің шуыл сигналының орташа квадраттық мәніне тәуелділігі тәжірибеде зерттелді.

**Тірек сөздер:** синхрондалу, шуыл генераторы, осцилляторлар ансамблі, тұтас байланыс, фаза ығысуы, Курамото үлгісі.

**Ключевые слова:** синхронизация, генератор шума, ансамбль осцилляторов, глобальная связь, сдвиг фазы, модель Курамото.

**Keywords:** synchronization, noise generator, an ensemble of oscillators, global coupling, phase shift, the Kuramoto model.

**Кіріспе.** Тұтас байланысқан осцилляторлар ансамблінің динамикасына арналған бірнеше теориялық және эксперименттік зерттеулер бар [1-3]. Бұл жұмыстарда ансамбльдегі осцилляторлар динамикасының коллективті синхрондалуы және квазипериодты өзқауым күйіне түсуі туралы маңызды эффектілер байқалған. Сондай-ақ, жүйе бейсызық байланысқан жағдайда ортақ өрістің жиілігі ансамбльдегі осцилляторлардың жиілігінен өзгеше болатын ерекше квазипериодты өзқауым күйі (КӨК) қарастырылған. Бұл құбылысты осы жұмыстың авторларының эксперименттік зерттеулермен дәлелдеуі әлемдік ғылыми ортада үлкен қызығушылық тудырды.

Кез келген электронды жүйелерді құраушы элементтерде кернеудің немесе токтың кездейсоқ флуктуациялары болады. Әдетте мұндай флуктуациялар шуыл түрінде болады және телекоммуникациялық және электрондық жүйелерде зиянды фактор ретінде саналады. Бірақ шуыл әрқашанда зиян емес. Жүйеде шуыл болған кезде оны жүйенің өзінің электрлік сипаттамасын өзгертуге қажет фактор ретінде қолдануға болады. Соңғы зерттеулер шуылдың физикалық [4-7], физиологиялық [8], химиялық [9] және басқа да жүйелерде конструктивті роль атқаратындығын көрсетті. Сондай-ақ, аз еркіндік дәрежелі хаосты сигналдың көмегімен ақпаратты тасымалдауда, кез келген телекоммуникациялық байланыста шуыл сигналы жаңа динамикалық күйдің пайда болуына алып келуі мүмкін.

Осы себептерден қазіргі уақытта динамикалық жүйеге шуылдың әсерін зерттеу маңызды болып табылады. Шуыл сигналы әсер ету кезіндегі ансамбль динамикасының өзгерісі туралы теориялық зерттеулер жасалынған [10, 11]. Зерттеу шуыл қарқындылығы әсерінен ансамбль динамикасының синхрондалуында Ляпунов көрсеткіші әрқашан теріс болатыны көрсетілген. Ал шуыл қарқындылығының үлкен мәндерінде синхронды тәртіп болмайды және оң мәнді Ляпунов көрсеткіші пайда болады. Бұл жүйенің асинхронды күйін береді. Бұл бағытта эксперименттік зерттеу жасалынбаған. Біз шуыл сигналы әсер еткенде тұтас байланысқан осцилляторлар ансамблінің коллективті динамикасын эксперименттік зерттеуді қарастырамыз.

Ансамбльдегі элементтердің барлығының коллективті синхрондалуы, ортақ өрістің пайда болуы – тұтас байланыстың негізгі эффекті екендігі белгілі және ансамбльдегі осцилляторлардың коллективті синхрондалуы реттеуші параметрмен көрсетіледі.

Мақала авторларының өзге эксперименттік зерттеу еңбектерінде ортақ өрістің байланыс күші және фаза ығысуына тәуелділігі қарастырылған [1-3]. Ал шуыл сигналы әсер еткендегі коллективті синхрондалу режимінің шекарасының өзгеретіндігін эксперименттік зерттеу осы жұмыстың мақсаты болып табылады.

**Шуыл әсерінен тұтас байланысқан осцилляторлар ансамблінің синхрондалуы.** Тұтас байланысқан осцилляторлар ансамблінің синхрондалуының теориялық негізі белгілі. Ал енді шуыл сигналының осындай динамикалық жүйеге әсеріне тоқталайық.

Жалпы стохасты процестер теориясында шуыл сигналының уақыт бойынша өзгерісін орташа-лап қарастыру кеңінен қолданылады. Осы әдістің негізінде шуыл сигналының табиғатын түсіндіру Ляпунов көрсеткішін есептеумен тікелей байланысты. Ляпунов көрсеткіші шуыл пайда болған кезде жүйе троекториясының біршама қозуының эволюциясын түсіндіреді. Яғни, шуылдың қозуын емес, жүйе күйінің қозғандағы орнықтылықтан ауытқиды.

Периодты автотербелмелі жүйеге шуыл әсер ету кезіндегі негізгі эффект фазалар диффузиясының пайда болуы болып табылады. Бұл кезде автотербелістер идеалды емес болады. Кейде шуыл реттеуші роль атқарады, автотербелмелі жүйелерді синхрондайды. Егер екі бірдей немесе аз ғана ерекшеленетін автотербелмелі жүйеге шуылмен әсер етсек, онда олар осы шуылдың әсерінен синхрондалуы мүмкін. Бұл құбылыс максималы Ляпунов көрсеткішінің мәнімен сипатталады. Автономды жүйе үшін ол ноль болады. Шуыл әсер еткенде Ляпунов көрсеткіші теріс мәнге ие болады және ол синхрондалуды сипаттайды.

$N$  тұтас байланысқан осцилляторлар ансамблін қарапайым синустық түрде байланысқан осцилляторлардың Курамото-Сакагучи үлгісімен [13] сипаттайды:

$$\dot{\varphi}_k = \omega_k + \varepsilon R \sin(\theta - \varphi_k + \alpha), \quad k=1, \dots, N, \quad (1)$$

Бұл формуладағы  $\varphi_k$  және  $\omega_k$  – осцилляторлардың фазалары және меншікті жиіліктері,  $\varepsilon$  – тұтас байланысқан осцилляторлардың байланыс күшін сипаттайды.  $R$  және  $\theta$  сәйкесінше ортақ өрістің амплитудасы және фазасы.  $R$  амплитуданы реттеуші параметр деп те атайды. Бұл екі шама келесі түрде анықталады:

$$Re^{i\theta} = N^{-1} \sum_k e^{i\varphi_k}. \quad (2)$$

(1)-формуладағы  $\alpha$  параметрі осцилляторлар арасындағы фаза айырымын сипаттайды. Енді осы жүйеге шуыл сигналының әсерін қарастырсақ:

$$\dot{\varphi}_k = \omega_k + \varepsilon R \sin(\theta - \varphi_k + \alpha) + \xi(t), \quad (3)$$

мұндағы  $\xi(t)$  – дельта-функция түрінде корреляцияланған гаусс немесе ақ шуыл қарқындылығы. Біз  $\xi(t)$  шуыл сигналының ансамбльге әсерін тәжірибе жүзінде зерттейміз.

**Эксперименттік қондырғы.** Біз өзге ғылыми жұмыстарымызда электрондық осцилляторлар ансамблінің электронды қондырғысы туралы айтып өткенбіз [1]. Бұл жұмыста да біз ансамбльдегі осцилляторлар ретінде периодты сигнал беретін Вин көпірі бар генераторды қолданамыз. Вин көпірі генераторының сұлбасы және әрбір құраушы элементінің қызметі [1]-жұмыста толық қарастырылған. Ансамбльдегі барлық осцилляторлардың жиіліктері  $\approx 1,1$  кГц жиілікке жақын болады. Байланыс жоқ кезіндегі барлық жеке осцилляторлардың амплитудасы шамамен  $V \approx 1$  В болып жасалынды.

$R_C$  жүктеме резисторы арқылы тұтас байланысқан ансамбльдің кері бағытта сызықты фазаығыстырғышқа  $V_C = \varepsilon V_L$  кернеу сигналы келіп түседі (1-сурет). Кернеудің  $C$ ,  $L$  көрсеткіштері әдеттегі сыйымдылық пен индуктивтіліктің белгілеуіне қатысты емес. Бұл көрсеткіштер кернеулердің ағылшын тіліндегі мағыналарына сәйкес алынған. Мысалы,  $C$  көрсеткіші “coupling” – байланыс деген сөзді білдіреді. Мұндағы  $\varepsilon$  параметрі  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  аралығында өзгеретін тұтас байланыс күшін сипаттайды, ал  $V_L$  – жүктеме резистордың кірісіндегі кернеу сигналы. Егер  $V_L = IR_C$  десек, онда  $V_C$  ны былайша жазуға болады:

$$V_C = \varepsilon IR_C. \quad (4)$$

Бұдан



$$I = \frac{V_C}{\varepsilon R_C} \quad (5)$$

Генератордың шығыс нүктесіндегі кернеу Кирхгофтың II заңы бойынша мынаған тең болады:

$$V_i = V_{R_{out}} + V_{R_C} + V_C \quad (6)$$

Осыдан  $V_C$ -ны тапсақ:

$$V_C = V_i - V_{R_{out}} - V_{R_C}, \quad (7)$$

мұндағы  $V_i$  – генератордың шығыс кернеуі;  $V_{R_{out}} = IR_{out}$  – генератор шығысындағы  $R_{out}$  кедергісіне түскен кернеу;  $V_{R_C} = I(1 - \varepsilon)R_C$  –  $V_C$  байланысты реттеуші жүктеме резистордың бөлігіне түскен кернеу.

Сонымен (7)-теңдеуді ашып жазсақ, мынадай теңдеуді аламыз:

$$V_C = V_i - IR_{out} - I(1 - \varepsilon)R_C \quad (8)$$

$$V_i - V_C = IR_{out} + I(1 - \varepsilon)R_C \quad (9)$$

Енді (9)-ды  $N$  тізбек үшін жазайық:

$$\sum_{i=1}^N V_i - NV_C = R_{out} \sum_{i=1}^N I_i + NI(1 - \varepsilon)R_C \quad (10)$$

(10)-теңдеуге (4)-ті қоямыз:

$$\sum_{i=1}^N V_i = R_{out} \sum_{i=1}^N I_i + NI R_C \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^N I_i = I \quad (12)$$

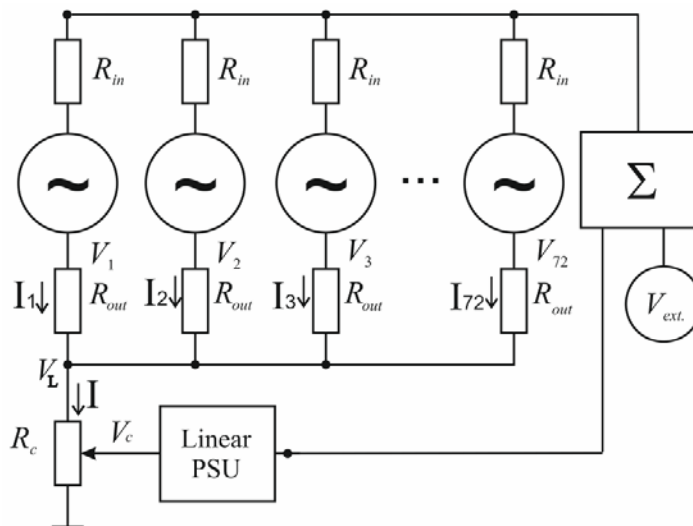
(11)-ге (5)-ті қойсақ:

$$\sum_{i=1}^N V_i = \frac{V_C}{\varepsilon R_C} (R_{out} + NR_C) \quad (13)$$

(13)-теңдіктің оң жақ бөлігін  $R_C$ -ға бөліп,  $V_C$ -ны былайша жазуымызға болады:

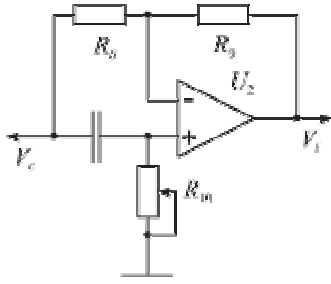
$$V_C = \varepsilon \frac{\sum_{i=1}^N V_i}{N + R_{out}/R_C} \quad (14)$$

Мұндағы  $V_i$  –  $i$ -ші осциллятордың шығыс кернеуі.  $R_{out} \ll NR_C$  болса, онда  $V_C \sim \Sigma V_i$ , яғни ортақ өріс түріндегі байланыс бар болады.



1-сурет – Тұтас байланысқан осцилляторлардың сұлбасы. Әрбір генератор жеке символмен көрсетілген. Сзықты фазағыстырғыштың сұлбасы 2-суретте берілген. Кері байланыстың күші  $R_C$  потенциометрмен басқарылады

Сзықты фазағыстырғыштан шыққан сигнал сумматорда шуыл сигналымен қосылады да, қосылған сигнал кері бағытта  $R_{in}$  резистор арқылы осцилляторлардың әрқайсысына беріледі.



2-сурет – Сызықты фазығыстырғыштың сұлбасы

Фазығыстырғыштың сызықты бөлігі сигналдың фазасын ығыстыратын, бірақ өзінің амплитудасын өзгертпейтін белсенді жиіліктік фильтр болып табылады. Фаза ығысуы 2-суретте көрсетілген  $R_{10}$  резисторының көмегімен басқарылады. Фазығыстырғыш кірісіне кірген сигнал шығысында уақыт бойынша кешігіп шығады.

Сигналдың фазасын анықтау әдісі аналитикалық сигналдарды талдау теориясынан белгілі. Бұл әдіс  $S(t)$  сигналды Гильберт түрлендіруі арқылы өрнектейді:

$$S(t) = s(t) + i s_H(t) = A(t) e^{i\varphi(t)}. \quad (15)$$

Мұндағы  $s_H(t)$  функциясы  $s(t)$  -ның Гильберт түрлендірілуі:

$$s_H(t) = \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t-\tau} d\tau. \quad (16)$$

Сигналдың меншікті сипаттамаларын есептеу кезінде оның барлық уақыт интервалын білуіміз қажет. Яғни, Гильберт түрлендірілуі уақыт бойынша локалды емес.

$s(t) = A \cos(\omega t)$  гармониялық тербелісін кешенді түрінде жаза аламыз:

$$S(t) = A \cos(\omega t) + i A \sin(\omega t) \quad (17)$$

Бұл тербелістің фазасы  $\pi/2$ -ге ығысқан жорамал бөлігінің Гильберт түрлендіруімен байланысты екендігін көрсетеді. Гильберт түрлендіруі аналитикалық сигналдың әрбір спектрлік компонентін  $\pi/2$ -ге ығыстырады.

Сонымен, сигналдың меншікті фазасы былайша анықталады:

$$\varphi_i = \arctan \left( \frac{\hat{V}_i}{V_i} \right). \quad (18)$$

мұндағы  $\hat{V}_i$  шамасы –  $V_i$ -дің Гильберт түрлендірілуі.

Сәйкесінше фазығыстырғыштың кіріс және шығыс фазалары былайша анықталады:

$$\varphi_{in} = \arctan \left( \frac{\hat{V}_{in}}{V_{in}} \right) \quad (19)$$

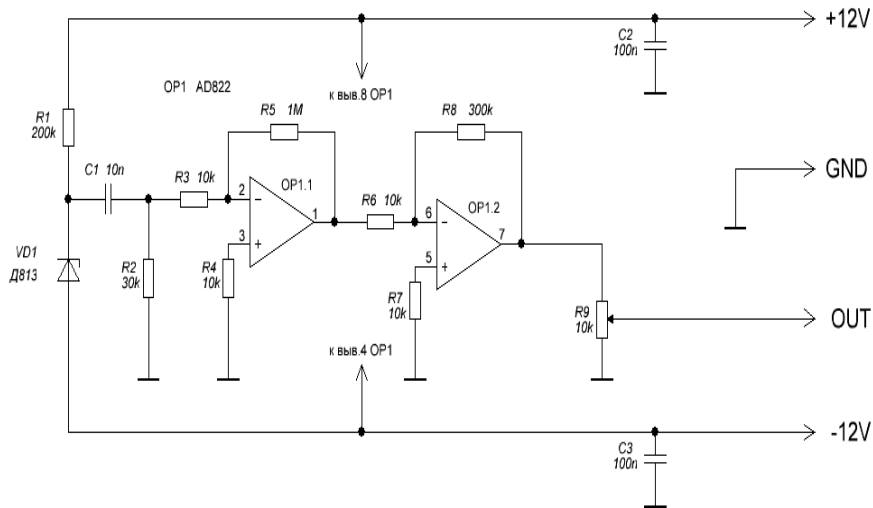
$$\varphi_{out} = \arctan \left( \frac{\hat{V}_{out}}{V_{out}} \right) \quad (20)$$

Сызықты фазығыстырғыштың  $\Delta\varphi$  шамасын есептеу мына формуламен анықталады:

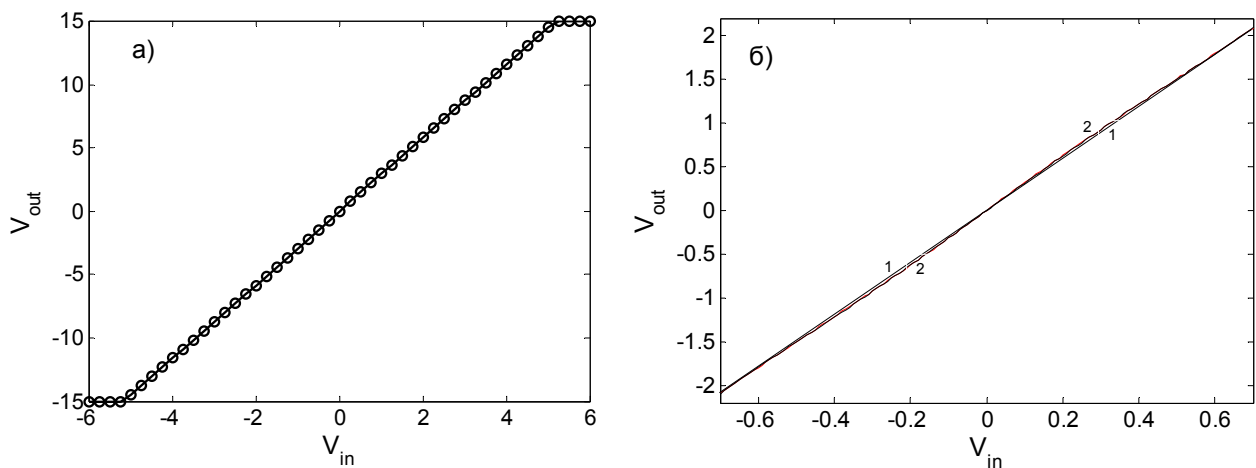
$$\Delta\varphi = \varphi_{out} - \varphi_{in}. \quad (21)$$

Шуыл сигналын шығаратын генератордың принциптік сұлбасы 3-суретте көрсетілген. Аналогтық электрондық шуыл генераторының принциптік сұлбасына тоқталайық. Генератор ОР1, ОР2 операциялық күшейткіштерден, VD1 Д813 стабилитроннан,  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8$ , резисторлардан,  $C_1, C_2, C_3$  конденсаторлардан және  $R_9$  потенциометрден тұрады. Сапалы шуыл көзі ретінде VD1 (Д813) кремний стабилитроны қолданылған. Шала өткізгіштік стабилитронда кездесетін флуктуация жиілік диапазонының кез келген мәнінде спектр құраушылары бірқалыпты таралатын бытыралы шуыл болып табылады.

Стабилитроннан алынған шуыл сигналы ОР1 операциялық күшейткіші арқылы күшейтіледі. Одан кейін ОР2 инверттеуші операциялық күшейткішіне келіп түседі. Шуыл сигналының амплитудасы  $R_9$  потенциометрі көмегімен реттеледі. Генератор  $\pm 12V$  қорек көзімен қоректенеді. Операциялық күшейткіш ретінде AD822AN элементі алынды. Эксперименттен алынған операциялық күшейткіштің кіріс және шығыс сипаттамалары және оның аргументінің аз интервалы үшін түрі 4-суретте көрсетілген. Бұл сипаттамалар NI ELVIS платформасының көмегімен күшейткіштің кірісіне синусоидалық сигнал бере отырып зерттелінді.



3-сурет – Шуыл генераторының принциптік сұлбасы



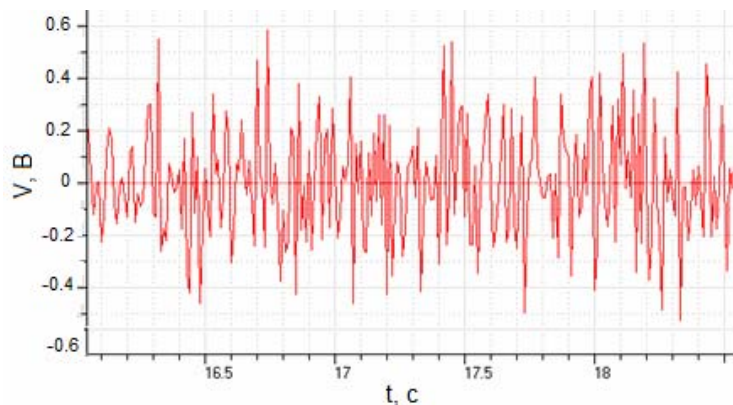
4-сурет – AD822AN операциялық күшейткішінің кіріс және шығыс сипаттамаларының эксперименттік нәтижесі (а), аз интервал үшін нәтиже және оның аппроксимациясы (б), 1 – түзу сызық, 2 – эксперимент және аппроксимация

4а-суреттен AD822AN операциялық күшейткішінің кіріс және шығыс сипаттамаларының эксперименттік нәтижесі сызықты екендігін көреміз. Ал шын мәнінде, дәлірек өлшегенде сипаттама сызықты болмауы мүмкін. Сондықтан сипаттаманы аз интервал үшін қарастырамыз (4б-сурет).  $V_{in}$  кіріс кернеуінің аз диапазоны үшін сипаттама бесінші ретті көпмүшемен жақсы аппроксимацияланады:

$$V_a = f(V_{in}) = a_1 V_{in} - a_3 V_{in}^3 + a_5 V_{in}^5 \quad (22)$$

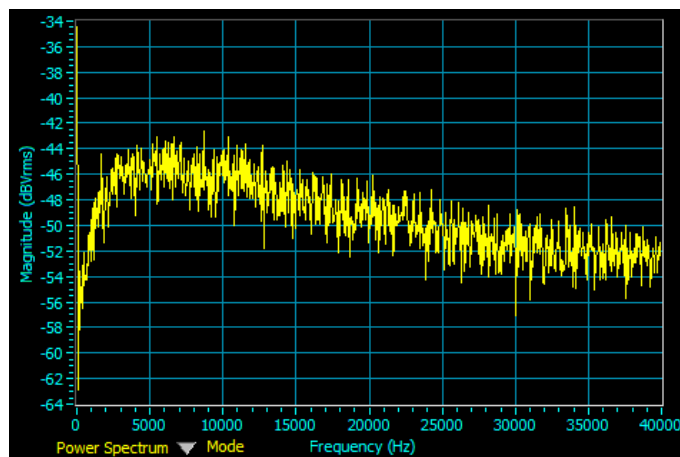
Мұндағы  $a_1=3.1557$ ,  $a_3=0.8072$  және  $a_5=0.95282$  шамаларын 4б-суретте қолдандық.

5-сурет – Максимальды амплитудасы  $\sim 0,5$  В жағдайдағы шуыл сигналының уақыт бойынша өзгерісі



Шуылдық сигналдың уақыт бойынша өзгеруін қарастырайық. Ең үлкен ауытқу шамамен ~0,5 В жағдайдағы шуыл сигналының уақыт бойынша өзгерісі 5-суретте көрсетілген. Формасына қарап сигналдың кездейсоқ екендігін айта аламыз, ол шуыл сигналы болып табылады.

NI ELVIS платформасының көмегімен шуыл сигналының спектрін бақыладық. 6-суреттен көріп отырғанымыздай сигналдың максималь жиілігі шамамен 40 кГц болады. Ақ шуыл сигналының жиіліктің кез келген диапазонында спектрлік құраушысы бірқалыпты таралатын қасиетін ескерсек, сигналды жуықтап ақ шуыл деп қабылдауға болады.



6-сурет – Шуыл сигналының спектрі

OP1 және OP2 инверттеуші операциялық күшейткіштері стабилитроннан алынған әлсіз сигналдың амплитудасын бірнеше ондаған вольтқа дейін күшейтеді. Инверттеуші күшейткіштің күшейту коэффициенті:

$$K_u = \frac{U_{out}}{U_{in}} \quad (23)$$

Сәйкесінше әрбір күшейткіш сигналдың амплитудасын  $K_u$  есе арттырады:

$$\begin{cases} K_{u1} = -\frac{R_5}{R_2} = \frac{1M\Omega}{10k\Omega} = 100 \\ K_{u2} = -\frac{R_8}{R_6} = \frac{300k\Omega}{10k\Omega} = 30 \end{cases} \quad (24)$$

$$K_u = K_{u1} \cdot K_{u2} = 3000 \quad (25)$$

Біздің генераторымыз шуыл көзіндегі сигналды 3000 еседей күшейте отырып, шамамен амплитудасы ~10В-қа дейін сигнал бере алады. Шуыл сигналы амплитудасының орташа квадраттық мәні:

$$\delta = \sqrt{\langle (V - V_0)^2 \rangle} \quad (26)$$

Біз генераторды NI ELVIS платформасының көмегімен қоректендірдік және сандық талдау жасау үшін осы платформаның аналогты-санды түрлендіргіші (АСТ) көмегімен сигналды персоналды компьютерде (ПК) жаздық. Сигналды жазу үшін LabVIEW 2010 компьютерлік бағдарламасы пайдаланылды.

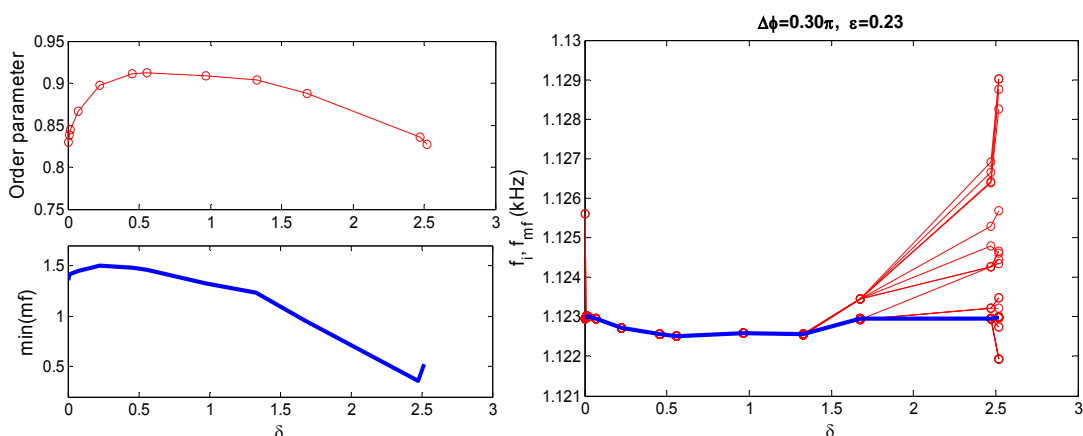
Осындай әдіспен  $\varepsilon$  байланыс күшінің аз мәні үшін және  $\Delta\varphi$  сызықты фазаығысудың әртүрлі мәндері үшін ансамбль динамикасының шуыл сигналының амплитудасының орташа квадраттық мәніне тәуелділігін эксперименттік түрде зерттедік.

**Эксперимент нәтижелері.** Тұтас байланыс  $\varepsilon$  күшін тұрақты етіп  $\Delta\varphi$  фаза ығысуының түрлі мәндерінде шуылдың орташа квадраттық мәнін арттыру арқылы толық синхрондалу құбылысын байқауға болады. Синхрондалу күйінде ансамбльдегі барлық осцилляторлардың жиіліктері мен ортақ өрістің жиілігінің шамасы бірдей мәнге ұмтылады.

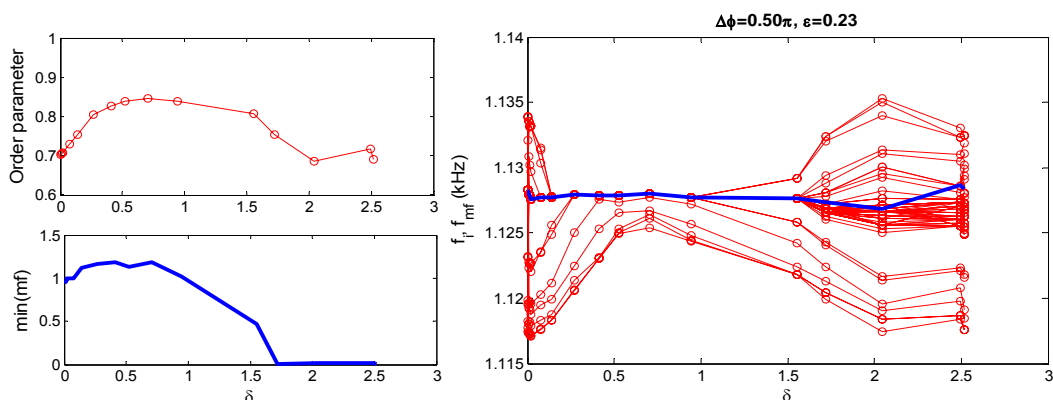
Біз экспериментте сызықты фаза ығысу, тұтас байланыс күші және шуыл сигналының амплитудасы параметрлерін өзгерттік. Әрбір параметрдің өзгерісі үшін біз барлық  $N=72$  генератордың

шығыс  $V_i$  кернеулерін және  $R_C$  арқылы  $V_{mf}$  ортақ өрістің кернеуін жазып алдық. Дискретизация жиілігі  $f_s \approx 20$  кГц. Біз әрбір өлшеуді  $M = 5 \cdot 10^4$  нүктемен 5 реттен жазып алдық.

Байланыс күшінің  $\varepsilon = 0,23$  мәнін тұрақты ете отырып  $\Delta\phi$  фаза ығысуының әртүрлі мәндері үшін  $\delta$  шуыл сигналының орташа квадраттық мәнін өзгертумен ансамбльдегі осцилляторлардың динамикалық күйін бақыладық.  $\Delta\phi = 0,30\pi$  кезінде  $\delta$  шамасының өте төменгі мәнінен бастап барлық осцилляторлар синхронды күйде болады, ал  $\delta = 1,4$  мәнінен ары қарай артуымен синхрондалу бұзылып, асинхронды күйге өтетінін көреміз (7-сурет). Бірақ мұнда барлық осцилляторлар синхронды күйден шықпайды. Реттеуші параметрдің максимум мәнінен кейін монотонды түрде кемігенін көреміз.



7-сурет –Реттеуші параметрдің, минимальды амплитуданың және осцилляторлар мен ортақ өріс жиіліктерінің шуыл сигналының орташа квадраттық мәніне тәуелділігі. Мұнда  $\Delta\phi = 0,30\pi$  және  $\varepsilon = 0,23$

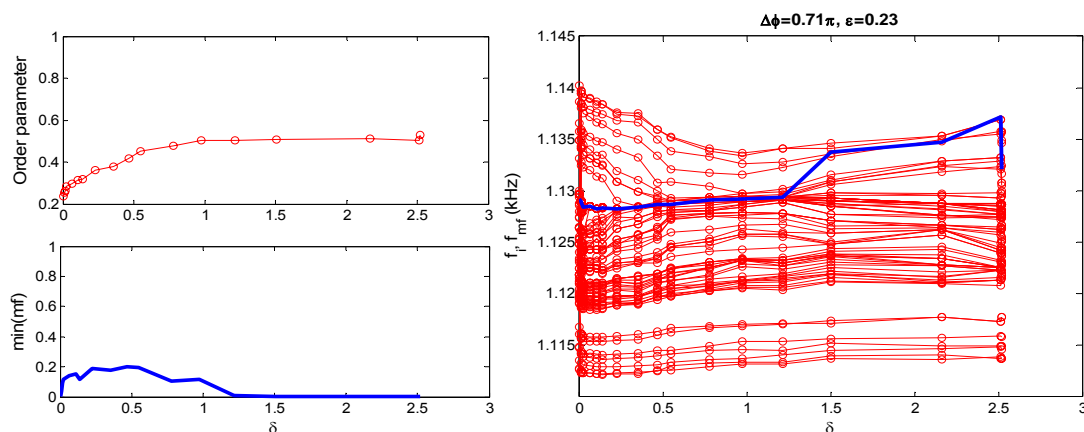


8-сурет. Реттеуші параметрдің, минимальды амплитуданың және осцилляторлар мен ортақ өріс жиіліктерінің шуыл сигналының орташа квадраттық мәніне тәуелділігі. Мұнда  $\Delta\phi = 0,50\pi$  және  $\varepsilon = 0,23$

Енді біз  $\varepsilon$ -байланыс күшін өзгертпей,  $\Delta\phi = 0,50\pi$  мәнінде шуыл сигналының ансамбльдің динамикасына әсерін қарастырайық. Нәтижесі 8-суретте көрсетілген. Суреттен көргеніміздей шуыл сигналы амплитудасының орташа квадратының кез келген мәнінде толық синхрондалу құбылысы байқалмайды. Бірақ графиктің аз бөлігінде шала синхрондалу құбылысының пайда болатындығын көре аламыз. Ал минимальды амплитуда  $\delta > 1,7$ -ден бастап нолдік деңгейге түседі. Реттеуші параметр де кемиді.

Сызықты фаза ығысудың мәнін  $\Delta\phi = 0,71\pi$ -ге ұлғайтқандағы ансамбльдегі осцилляторлардың динамикасы 9-суретте көрсетілген. Суреттен көріп отырғанымыздай сыртқы шуыл сигналының артуына қарай осцилляторлардың жиіліктері мен ортақ өрістің жиіліктері  $\delta$ -ның барлық мәнінде синхронды күйге ұмтылмайды және олар асинхронды күйде қалып қояды.

Эксперимент нәтижелеріне талдау жасай келе, ансамбльге шуыл сигналы әсер еткенде фаза ығысудың  $0 < \Delta\phi < 0,50$  аралығында синхрондалу байқалады деуге болады. Ал егер фаза ығысуы  $0,50 < \Delta\phi < 1$  аралығында болса, онда шуыл сигналы ансамбльдің динамикасын асинхронды күйге түсіруге ұмтылады деп айта аламыз.



9-сурет – Реттеуші параметрдің, минимальды амплитуданың және осцилляторлар мен ортақ өріс жиіліктерінің шуыл сигналының орташа квадраттық мәніне тәуелділігі. Мұнда  $\Delta\phi = 0,71\pi$  және  $\varepsilon = 0,23$

**Қорытынды.** Жұмыста тұтас байланысқан электрондық осцилляторлар ансамблінің динамикасына аналогтық электрондық шуыл генераторының сигналының әсерін зерттеуге арналған эксперимент баяндалған. Кері байланыс тізбегінде сызықты фаза ығыстырғыштың көмегімен тұтас байланысқан ансамбльге сумматор арқылы шуыл сигналы қосылған. Тұтас кері байланысқан 72 электрондық осцилляторлардың синхрондалу шекарасы сыртқы шуыл сигналының әсері оның мәніне байланысты эксперимент түрінде анықталды. Синхрондалу өткелін сипаттайтын Курамото үлгісі және реттеуші параметрдің шуыл сигналының орташа квадраттық мәніне тәуелділігі тәжірибеде зерттелді.

Эксперимент жүзінде ансамбль динамикасының шуыл сигналы амплитудасының орташа квадраттық мәніне байланысты шала синхрондалуы, толық синхрондалуы және оның бұзылуы көрсетілді.

Сонымен сыртқы шуыл тек ретсіздікке алып келмейді, белгілі жағдайларда тәртіп те тудырады.

#### ӘДЕБИЕТ

- 1 Temirbayev A.A., Nalibayev Y.D., Zhanabaev Z. Zh., Ponomarenko V.I., Rozenblum M. Autonomous and forced dynamics of oscillator ensembles with global nonlinear coupling: An experimental study //Phys.Rev.E.-2013.-Vol.87,-P.062917.
- 2 Temirbayev A., Zhanabaev Z., Tarasov S., Ponomarenko V., and Rosenblum M., Experiments on oscillator ensembles with global nonlinear coupling //Phys. Rev.E.-2012.-Vol.85,-P.015204.
- 3 Zhanabaev Z. Zh., Temirbayev A.A., Tarasov S.B., Nalibayev Y. D. Experimental study of an oscillator ensemble with global and nonlinear coupling //«Eurasian Physical Technical Journal. – 2012. –P.3-12.
- 4 Garcia-Ojalvo J., Sancho J.M. Noise in Spatially Extended Systems. N.Y.: Springer, 1999.
- 5 Zhou C.S., Kurths J., Allaria E. //Phys. Rev. E.-2003.-V.67, № 6. -P.066220.
- 6 Isaeva O.B., Kuznetsov S.P., Osbaldestin A.H. //Phys.Rev. E.-2004.-V.69, № 3.-P.036216.
- 7 Blackburn J.A., Grunbech-Jensen N., Smith H.J. //Phys. Rev. Lett.-1995.-V.74. -P.908.
- 8 Neiman A., Russell D.F. //Phys. Rev. Lett.-2002.-V.88. -P.138103.
- 9 Kapral R., Showalter K. Chemical waves and patterns. Dordrecht: Kluwer, 1995.
- 10 Denis S. Goldobin, Arkady Pikovsky //Phys.Rev.E.-2005.-Vol.71,-P.045201.
- 11 Braun W., Pikovsky A., Matias M.A. and Colet P. Global dynamics of oscillator populations under common noise //EPL-2012.-Vol.99,-20006.
- 12 Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука. 1968. 660с.
- 13 Kuramoto Y. In International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics, edited by H. Araki.-Springer, Lecture Notes Phys., New York, 1975. V.39, p. 420.

#### REFERENCES

- 1 Temirbayev A.A., Nalibayev Y.D., Zhanabaev Z. Zh., Ponomarenko V.I., Rozenblum M. Autonomous and forced dynamics of oscillator ensembles with global nonlinear coupling: An experimental study. Phys.Rev.E. 2013. Vol.87, P.062917.
- 2 Temirbayev A., Zhanabaev Z., Tarasov S., Ponomarenko V., and Rosenblum M., Experiments on oscillator ensembles with global nonlinear coupling Phys. Rev.E. 2012. Vol.85, P.015204.
- 3 Zhanabaev Z. Zh., Temirbayev A.A., Tarasov S.B., Nalibayev Y. D. Experimental study of an oscillator ensemble with global and nonlinear coupling «Eurasian Physical Technical Journal. 2012. P.3-12.

- 4 Garcia-Ojalvo J., Sancho J.M. Noise in Spatially Extended Systems. N.Y.: Springer, 1999.
- 5 Zhou C.S., Kurths J., Allaria E. Phys. Rev. E. 2003. V.67, № 6. P.066220.
- 6 Isaeva O.B., Kuznetsov S.P., Osbaldestin A.H. Phys.Rev. E. 2004. V.69, № 3.P.036216.
- 7 Blackburn J.A., Grunbech-Jensen N., Smith H.J. Phys. Rev. Lett. 1995. V.74. P.908.
- 8 Neiman A., Russell D.F. Phys. Rev. Lett. 2002. V.88. P.138103.
- 9 Kapral R., Showalter K. Chemical waves and patterns. Dordrecht: Kluwer, 1995.
- 10 Denis S. Goldobin, Arkady Pikovsky Phys.Rev.E. 2005. Vol.71, P.045201.
- 11 Braun W., Pikovsky A., Matias M.A. and Colet P. Global dynamics of oscillator populations under common noise EPL 2012. Vol.99, 20006.
- 12 Malakhov A.N. Fluktuatsy v avtokalebatelnik sistemax. M.: Nauka. 1968. 660 p.
- 13 Kuramoto Y. In International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics, edited by H. Araki. Springer, Lecture Notes Phys., New York, 1975. V.39, p. 420.

### **Резюме**

*З. Ж. Жанабаев, Е. Д. Налибаев, А. А. Темирбаев*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан)

#### **ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ШУМОВОГО СИГНАЛА НА АНСАМБЛЬ ГЛОБАЛЬНО СВЯЗАННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ**

В работе исследовано воздействие сигналов от аналогового шумового генератора на динамику глобально связанных электронных осцилляторов. В цепь обратной связи при помощи линейного фазовращателя через сумматор был добавлен шумовой сигнал. Экспериментально исследована динамика ансамбля в присутствии шумового сигнала. Экспериментально исследовано воздействие шума на порог синхронизации 72 электронных осцилляторов с глобальной и линейной связью. Построены зависимости параметра порядка от среднеквадратичного значения амплитуды шумового сигнала.

**Ключевые слова:** синхронизация, генератор шума, ансамбль осцилляторов, глобальная связь, сдвиг фазы, модель Курамото.

### **Summary**

*Z. Zh. Zhanabaev, E. D. Nalibayev, A. A. Temirbayev*

(Al-Farabi kazakh national university, Almaty, Kazakhstan)

#### **INVESTIGATION OF INFLUENCE OF COMMON EXTERNAL NOISE ON AN ENSEMBLE OF GLOBALLY COUPLED ELECTRONIC OSCILLATORS**

We experimentally study dynamics of ensemble of globally coupled electronic oscillators under common external noise. In the feedback circuit using the linear phase shifter by an adder, the noise signal has been added. Experimentally studied the dynamics of the ensemble in the presence of noise signal. Experimentally studied the effect of noise on the synchronization threshold of 72 electronic oscillators with global and linear coupling. We demonstrate the dependences of the order parameter of the rms amplitude of the noise signal depending on various means of phase shift and coupling parameter.

**Keywords:** Synchronization, noise generator, an ensemble of oscillators, global coupling, phase shift, the Kuramoto model.

*Поступила 14.01.2014 г.*

UDK 512.55

N. A. ISMAILOV

(Al-Farabi kazakh national university, Almaty, Kazakhstan,  
S. Demirel university, Kaskelen, Kazakhstan)

## SOME TRIPLE OPERADS

**Annotation.** Studied Loday's questions about triple operads when an algebra has Novikov, bicommutative and right-symmetric structures, primitive part has Lie structure of generalized bialgebras. Shown nonexistence of coalgebra structure in case Novikov and bicommutative and given dimension of coalgebra in case right-symmetric.

**Keywords:** triple operads, Novikov algebra, bicommutative algebra, right-symmetric algebra.

**Тірек сөздер:** үштік операдтар, Новиков алгебрасы, бикоммутативті алгебрасы, оң-симметриялы алгебрасы.

**Ключевые слова:** тройка операдов, алгебра Новикова, бикоммутативная алгебра, право-симметрическая алгебра.

**Introduction.** J.-L. Loday introduced in [6] the notion *triple of operads*  $(C, \chi, F : A - a \lg \rightarrow P - a \lg)$ , abbreviated  $(C, A, P)$  consisting of operads  $C$  and  $A$ , a compatibility relations  $\chi$  between  $C^c$ -coalgebras and  $A$ -algebras defining  $(C, \chi, A)$ -bialgebras, an operad  $P$  describing the algebraic structure of the primitive part  $\text{Prim}(H)$  of the bialgebra, and a forgetful functor  $F$  from the category of  $A$ -algebras to the category of  $P$ -algebras. Let  $U$  be a left adjoint to  $F$ . A triple of operads  $(C, A, P)$  is to be the good if the following three conditions are equivalent:

- (a)  $H$  is connected,
- (b)  $H \cong U(\text{Prim}(H))$ ,
- (c)  $H$  is cofree over its primitive part.

Operads for associative, commutative (associative) and Lie algebras are denoted by  $As$ ,  $Com$  and  $Lie$  respectively. The classical case is  $(C, A, P) = (Com, As, Lie)$ . Other type of good triple of operads can be found in [6].

Let  $A$  is an operad for Lie admissible algebras. J.-L. Loday asked in [6] whether there are an operad  $C$  and compatibility relation  $\chi$  such that  $(C, \chi, A, Lie)$  is a good triple. Novikov, bicommutative and right-symmetric are examples of Lie admissible algebras.  $A = (A, \circ)$  is Novikov algebra with multiplication  $a \circ b$ , if

$$\begin{aligned} (a, b, c) &= (a, c, b), \\ a \circ (b \circ c) &= b \circ (a \circ c), \end{aligned}$$

for any  $a, b, c \in A$ . Here

$$(a, b, c) = a \circ (b \circ c) - (a \circ b) \circ c$$

is associator.

Let  $A = C[x]$  and  $a \circ b = \partial(a)b$ , where  $\partial = \frac{\partial}{\partial x}$  be partial derivation. Then  $(A, \circ)$  is Novikov algebra.

In [3] and [4] are given construction of base of free Novikov algebra. Algebra with identities

$$\begin{aligned} a(bc) &= b(ac) \text{ (left-commutative),} \\ (ab)c &= (ac)b \text{ (right-commutative)} \end{aligned}$$

is called bicommutative. A base, dimension and  $S_n$ -module structure of bicommutative algebras are given in [5].



Algebra with identity

$$(a,b,c) = (a,c,b)$$

is called right-symmetric. In [2] and [3] are given construction of base of free right-symmetric algebra. Let *Nov*, *Bicom* and *Rsym* to be operads for Novikov, bicommutative and right-symmetric algebras respectively.

**Main result.** Let  $\mathfrak{R}(n)$  is a  $S_n$ -module for  $\mathfrak{R}$ -algebras generated by  $n$  elements and let

$$f^{\mathfrak{R}}(t) = \sum_{n \geq 1} \frac{\dim \mathfrak{R}(n)}{n!} t^n.$$

**Proposition ([6]).** *If  $(C,A,P)$  is a good triple of operads, then there is a identity of formal power series:*

$$f^A(t) = f^C(f^P(t)).$$

The Stirling numbers of the first and the second kind are denoted by  $S_1(n,k)$  and  $S_2(n,k)$  respectively. The unsigned Stirling numbers of the first kind are denoted by  $c(n,k)$ . Recall that

$$S_1(n,k) = (-1)^{n-k} c(n,k). \tag{1}$$

See [7], for more details about these numbers.

**Theorem. a.** *There is no operad  $C_1, C_2$  and compatibility relation  $\chi_1, \chi_2$ , such that  $(C_1, \chi_1, Nov, Lie)$ ,  $(C_2, \chi_2, Bicom, Lie)$  are good triples.*

**b.** *If  $(C, \mathfrak{Rsym}, Lie)$  is a good triple of operads, then*

$$\dim C(n) = \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} S_2(n,k) k^{k-1}.$$

**Proof.** Suppose that there is an operad  $C_1$  and compatibility relation  $\chi_1$  such that  $(C_1, \chi_1, Nov, Lie)$  is a good triple. Then by proposition 1.1, we calculate dimension of  $C_1$ -coalgebras and obtain

$$f^{C_1}(t) = t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} - \frac{3t^4}{4!} + O(x^5).$$

By the some way, we can show for *Bicom*.

To prove the second part of proposition 1.2, it is enough to show that

$$f^{Rsym}(x) = f^C(f^{Lie}(x))$$

where

$$f^{Rsym}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{n-2} \frac{t^n}{(n-1)!}, \quad f^{Lie}(x) = -\log(1-x).$$

In our proof we use the formula (3.5.3) in [8]

$$\sum_{n=0}^{\infty} c(n,k) \frac{x^n}{n!} = \frac{(-\log(1-x))^k}{k!} \tag{2}$$

and the proposition 1.4.1 in [7], for all non-negative integers  $n, k$

$$\sum_{m=0}^{\infty} S_1(n,m) S_2(m,k) = \delta_{n,k}. \tag{3}$$

Recall that  $S_1(n,k) = 0$  and  $S_2(n,k) = 0$  if  $n < k$ . So, we can write the (3) by

$$\sum_{m=k}^n S_1(n,m) S_2(m,k) = \delta_{n,k}. \tag{4}$$

So,

$$f^{Rsym}(x) = f^C(-\log(1-x)) = \sum_{m=1}^{\infty} C(m) \frac{(-\log(1-x))^m}{m!} =$$

(by (2))

$$\sum_{m=1}^{\infty} C(m) \sum_{n=1}^{\infty} c(n, m) \frac{x^n}{n!} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{m=1}^{\infty} C(m) c(n, m) \right) \frac{x^n}{n!}.$$

So, we have to prove that

$$\sum_{m=1}^{\infty} C(m) c(n, m) = n^{n-1}.$$

Here, we use an evident formula for any sequences  $a(n, m)$  and  $b(n, m)$

$$\sum_{m=1}^n a(n, m) \sum_{k=1}^m b(m, k) = \sum_{k=1}^n \sum_{m=k}^n a(n, m) b(m, k). \quad (5)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} C(m) c(n, m) = \sum_{m=1}^n c(n, m) \sum_{k=1}^m (-1)^{m-k} S_2(m, k) k^{k-1} =.$$

(by (5))

$$\sum_{k=1}^n \sum_{m=k}^n (-1)^{m-k} c(n, m) S_2(m, k) k^{k-1} =$$

(by (1))

$$\sum_{k=1}^n \sum_{m=k}^n (-1)^{n-k} S_1(n, m) S_2(m, k) k^{k-1} = \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} k^{k-1} \sum_{m=k}^n S_1(n, m) S_2(m, k) =$$

(by (4))

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} k^{k-1} \delta_{n,k} = n^{n-1}.$$

These numbers also give the number of labeled connected chordal P4-free graphs with  $n$  vertices [1] which may be used to describe operads for coalgebra.

## REFERENCES

- 1 R. Castelo, N. Wormald *Enumeration of P4-free chordal graphs* Graphs and Combinatorics 2003. 19, pp. 467-474.
- 2 F. Chapoton, M. Livernet *Pre-Lie algebras and the rooted trees operad* Int. math. Res. Notices. 2001. Vol. 8. pp.395-408.
- 3 A.S. Dzhumadil'daev, C. Lofwall *Trees, free right-symmetric algebras, free Novikov algebras and identities*. Homology, Homotopy and Appl. 2002. No.2(1). pp.165-190.
- 4 A.S. Dzhumadil'daev *Codimension growth and non-Koszulity of Novikov operad*. Comm. Algebra. 2011. Vol. 39. No. 8, pp.2943-2952.
- 5 A.S. Dzhumadil'daev, N.A. Ismailov, K.M. Tulenbaev *Free bicommutative algebras*. Serdica Math. J. 2011. Vol. 37. No. 1. pp.25-44.
- 6 J.L. Loday *Generalized bialgebras and triples of operads*. Asterisque. 2008. x+120.
- 7 R.P. Stanley *Enumerative Combinatorics*. Vol.1. Wadsworth, Inc. California, 1986.
- 8 H.S. Wilf *Generating functionology*. 2nd ed. Boston: Academic Press, 1994.

## Резюме

Н. А. Исмаилов

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,  
Сүлеймен Демирель атындағы университеті, Қаскелең, Қазақстан)

## КЕЙБІР ҮШТІК ОПЕРАДТАР

Жалпыланған биалгебраның алгебралық құрылымы Новиков, бикоммутативті және оң-симметриялы алгебрасы болғанда, ал примитивті бөлігі Ли алгебрасы болғанда Лоденің үштік операдка қатысты сұрақтары қарастырылған. Новиков және бикоммутатив алгебралары жағдайында коалгебралық құрылымның жоқтығы көрсетілген және оң-симметриялы алгебра кезінде коалгебраның өлшемі есептелген.

**Тірек сөздер:** үштік операдтар, Новиков алгебрасы, бикоммутативті алгебрасы, оң-симметриялы алгебрасы.

## Резюме

Н. А. Исмаилов

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,  
университет им. Сулеймана Демиреля, Каскелен, Казахстан)

### НЕКОТОРЫЕ ТРОЙКА ОПЕРАДОВ

Изучаются вопросы Лоде о тройках операдов если в качестве алгебры рассматриваются алгебру Новикова, бикоммутативную и право-симметрическую алгебру, а в качестве примитивной части рассматривается алгебру Ли обобщенной биалгебры. Показано несуществование коалгебр в случае алгеброй Новикова и бикоммутативной алгебры и в случае правосимметрической алгебры даны размерность коалгебры.

**Ключевые слова:** тройка операдов, алгебра Новикова, бикоммутативная алгебра, право-симметрическая алгебра.

Поступила 14.01.2014 г.

UDK 519.7

Y. N. AMIRGALIYEV, A. K. NUSSIPBEKOV

(Al-Farabi kazakh national university, Almatym Kazakhstan,  
Institute of information and computing technologies, Almaty, Kazakhstan)

### BAYESIAN NETWORKS IN POSE RECOGNITION

**Annotation.** The Bayesian networks are widely used statistical models for different kind of purposes. However one of its advantages is that it can be use in human posture recognition problems. The reason is that they can describe the kinematic constraints of human body. Particularly they can describe physical dependencies among human body parts. In this paper we are going to discuss how to use Bayesian tree networks in pose recognition. We use skeleton joints position and orientation values as feature vector. The CPD values of the network are parameterized by Conditional Linear Gaussians. The learning procedure implemented by Expectation Maximization (EM) algorithm. Our experiment results demonstrate that Bayesian Networks are very efficient in posture recognition tasks. Particularly we have got 93% of accuracy while classifying basic human poses.

**Keywords:** pose recognition, classification, Bayesian network.

**Тірек сөздер:** дене күйін тану, классификациалау, Байес желісі.

**Ключевые слова:** распознавание поз, классификация, Байесовские сети.

**Introduction.** Bayesian network (BN) is probabilistic graphical model where each node in this graph is a random variable where the edges of graph represent conditional dependencies among nodes. They are used to describe some information in specific uncertain domain. It has been used widely used in many studies. For example proposed a Dynamic Bayesian Network model for upper body tracking [1]. They construct a Bayesian Network to represent the human upper body structure.

The good thing about Bayesian networks is that they can take into account the kinematic constraints of the human body structure. In other words, they capture dependencies among human body parts that are physically connected. Daniel P. Huttenlocher *et. al.* in their work show that by using BN we can capture additional important information such as coordination of the limbs [2]. In their work they create a model for 2D and 3D human pose recovery. Researchers from University of California demonstrated how efficiently BN can be used for tracking moving people in long sequence without manual initialization [3].

In this work we demonstrate a 2D posture recognition using Bayesian network that will capture the kinematic structure of human body. The proposed system is demonstrated in figure 1. Experimental results demonstrate the efficiency of BN in pose recognition.

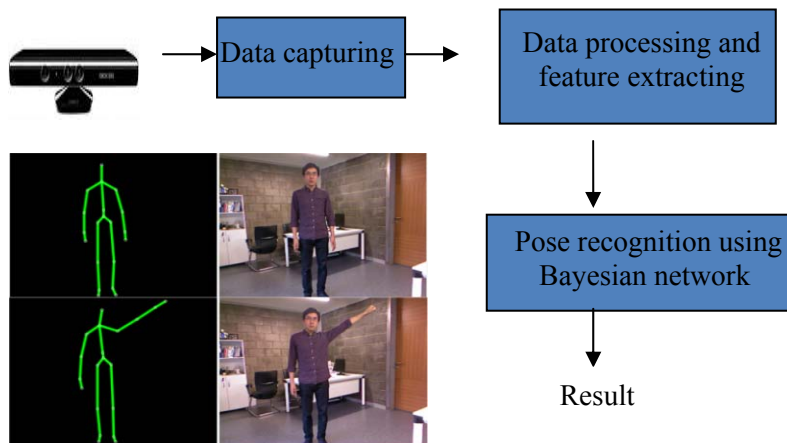


Figure 1 – System overview

**Representation of body poses.** As it was suggested in [6] we model human pose (see figure 2) using the feature set consisting of 3 elements:  $(y, x, \alpha)$ , where  $(y, x)$  is the position of specific human body part and  $\alpha$  is the orientation of that part (inclination angle). There are 10 body parts such head, left-arm and etc. each having its coordinates and orientation.

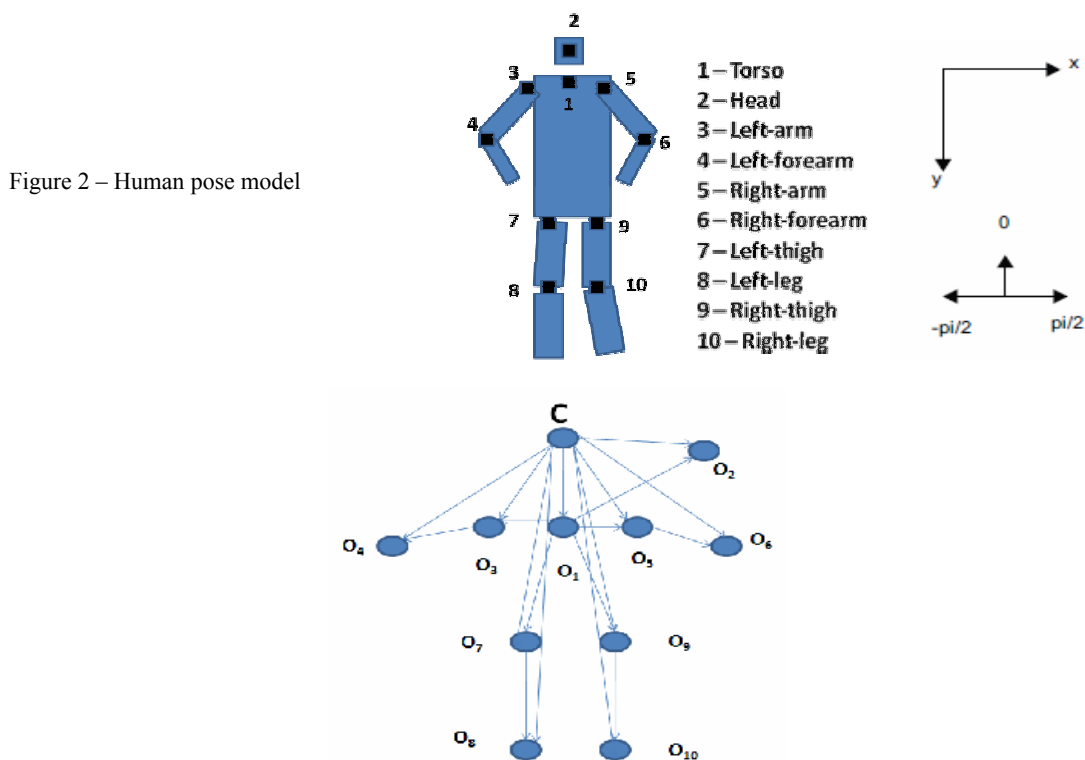


Figure 2 – Human pose model

Figure 3 – Every body part has 2 parents: pose class C and physical parent  $O_{p(i)}$

**Bayesian model.** A Bayesian network (see figure 3) is a network, where each node represents human body part (e.g. Head, Right-arm). Every body part variable  $\{O_i\}_{i=1}^{10}$  has continuous value  $O_i = (\alpha_i, x_i, y_i)$ . As it was said above, we use BN because they can capture the kinematic structure of human body. Every node has it's physical parent node and class node to which pose class it belongs to. Therefore all variables in BN can be parameterized by Conditional Linear Gaussian equation:

$$\alpha_i | O_{p(i)}, C = k \approx N(\beta_{ik}^1 \alpha_{p(i)} + \beta_{ik}^2 x_{p(i)} + \beta_{ik}^3 y_{p(i)} + \beta_{ik}^4, \sigma_{ik}^{\alpha^2}), \quad (1)$$

$$x_i | O_{p(i)}, C = k \approx N(\beta_{ik}^5 \alpha_{p(i)} + \beta_{ik}^6 x_{p(i)} + \beta_{ik}^7 y_{p(i)} + \beta_{ik}^8, \sigma_{ik}^{x^2}), \quad (2)$$

$$y_i | O_{p(i)}, C = k \approx N(\beta_{ik}^9 \alpha_{p(i)} + \beta_{ik}^{10} x_{p(i)} + \beta_{ik}^{11} y_{p(i)} + \beta_{ik}^{12}, \sigma_{ik}^{y^2}), \quad (3)$$

where  $i = 1, 2, \dots, 10$  are body part indexes,  $k$  is the pose class number,  $p(i)$  denotes the parent of  $i$ 'th node.

**Model learning.** A model can be learned using Expectation Maximization algorithm. Roman Filipovich *et. al.* [4] in their study demonstrated the efficiency of using EM algorithm in estimating the parameters of Bayesian trees. The idea of EM algorithm is iterating between doing expectation by generating approximate current assignments for hidden variables (E step) and updating parameters of the model by using these assignments (M-step). These iterations last until reaching local maxima.

E-step: for each pose calculating conditional probabilities which calculated from computing joint probability of the class and pose:

$$P(C = k, O_1, \dots, O_{10}) = P(C = k) \prod_{i=1}^{10} P(O_i | C = k, O_{pa(i)}), \quad (4)$$

then we compute conditional class probability:

$$P(C = k | O_1, \dots, O_{10}), \quad (5)$$

M-step: for each pose class we fit CLG parameters.

**Experimental results.** In order to evaluate our method we collected the database consisting of 300 postures of 10 people related to 5 posture classes. About 70% of our database was used for learning a model and remain 30% for evaluation purpose. In order to capture poses we used Microsoft Kinect camera. Kinect camera is able to capture human skeleton images using its infrared technology. The program was written on .NET C# language. The captured poses then learned and evaluated by program written on Octave (Matlab). Finally we have got the following experiment results demonstrated in table.

Pose recognition accuracy results		
	Pose	Accuracy
1	Standing	95%
2	Sitting	89%
3	Star pose	97%
4	Waist bow	92%
5	Kicking	91%
<b>Average accuracy</b>		<b>93%</b>

Accuracy is calculated from following equation:

$$Accuracy = (N_c \times N_T^{-1}) \times 100, \quad (6)$$

where  $N_c$  – number of right poses,  $N_T$  – total number of poses.

The demonstrated above results are high enough. The average recognition accuracy is 93% which can be comparable to the state of the art works. For example [5] have got also the same result using their method based on multilinear analysis.

**Conclusion.** In this paper we wanted to demonstrate that Bayesian Networks are very efficient tool in human pose recognition problems. And this is because they can handle the constraints among human body parts. CPD values of BN nodes can be parameterized by conditional linear Gaussians of body part position and coordination. Model learning can be implemented by EM algorithm. The demonstrated method is comparable with state of the art works in this domain. Pose recognition may be used for other recognition tasks like gesture recognition, surveillance problems and etc.

#### REFERENCE

- 1 L. Zhang, J. Chen, Z. Zeng, and Q. Ji, "2D and 3D upper body tracking with one framework," *2008 19th International Conference on Pattern Recognition*, pp. 1–4, Dec. 2008.
- 2 D. P. Huttenlocher, "Beyond trees: common-factor models for 2D human pose recovery," *Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'05) Volume 1*, pp. 470–477 Vol. 1, 2005.
- 3 D. Ramanan and D. a. Forsyth, "Finding and tracking people from the bottom up," *2003 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings.*, vol. 2, pp. II–467–II–474.
- 4 R. Filipovych and E. Ribeiro, "Discovering Constrained Substructures in Bayesian Trees Using the E . M . Algorithm," 2008.

5 B. Peng and G. Qian, "Binocular dance pose recognition and body orientation estimation via multilinear analysis," 2008 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops, pp. 1–8, Jun. 2008.  
6 Probabilistic Graphical Models, available at <https://www.coursera.org/course/pgm>, December 8, 2013

### Резюме

*Е. Н. Әміргалиев, А. К. Нұсипбеков*

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,  
Ақпараттық және есептеу технологиялары институты, Алматы, Қазақстан)

### БАЙЕСТІК ЖҮЙЕЛЕРМЕН ДЕНЕ КҮЙІН ТАЛУ

Мақалада Байестік желілер арқылы дене күйін тану әдісі ұсынылған. Байестік желілер дене бөліктерінің физикалық байланыстарын ескеруге қабылетті. Таратылудың шарты ықтималдылықтарының мәндері дене бөліктерінің көлбеу бұрыштары мен координаталарының ескерілуімен Гаусс таратулары арқылы желінің түйіндерінде есептелінеді. Модельдің оқытылуы максималды ұқсастық негізінде EM алгоритмі арқылы іске асырылады.

**Тірек сөздер:** дене күйін тану, классификациалау, Байес желісі.

### Резюме

*Е. Н. Амиргалиев, А. К. Нусипбеков*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,  
Институт информационных и вычислительных технологии, Алматы, Казахстан)

### БАЙЕСОВСКИЕ СЕТИ В РАСПОЗНАВАНИИ ПОЗ

В работе предложен метод использования Байесовских сетей для распознавания поз. Байесовские сети способны учитывать физическую взаимосвязь между частями тела. Значения условных вероятностных распределений на узлах сети рассчитываются распределением Гаусса с учетом координат и угла наклона частей тела. Обучение модели происходит на основе максимального правдоподобия с EM алгоритмом.

**Ключевые слова:** распознавание поз, классификация, Байесовские сети.

*Поступила 14.01.2014 г.*

УДК 551.24

*А. А. БАЙМУХАМЕТОВ, Н. Н. МАРТЫНОВ, А. Г. ТАНИРБЕРГЕНОВ*

(Институт механики и машиноведения им. академика У. А. Джолдасбекова, Алматы, Казахстан)

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АСТЕНОСФЕРНОГО ДИАПИРИЗМА

**Аннотация.** В приближении Буссинеска с экспоненциальной зависимостью вязкости от температуры разработана численная модель процесса формирования астеносферного диапиризма. Оценены основные параметры, закономерности и особенности процесса.

**Ключевые слова:** астеносфера, диапир, земная кора, эффективная вязкость.

**Тірек сөздер:** астеносфера, диапир, жер қыртысы, тиімді тұтқырлық.

**Keywords:** asthenosphere, diapir, the earth's crust, effective viscosity.

**Введение.** Среди различных задач геофизики особое место занимает задача астеносферного диапиризма в верхней мантии. Она органически связана с проблемами выноса тепла с глубинных недр Земли, распределением полезных ископаемых в земной коре, вулканической деятельностью и

землетрясениями, образованием рифтовых зон, движением континентов, тектоникой плит и с многими другими проблемами [1-3]. Отметим, что подробная библиография по астеносферному диапиризму в верхней мантии Земли и проблемные вопросы в этой области приведены в монографии [4].

Важнейшей чертой геофизики, использующей физические и механические методы для изучения Земли, является то, что по необходимости большой объем работ приходится на теоретические методы, так как проникновение в недра Земли затруднительно. Поэтому, наряду с геологическими и геофизическими методами исследования Земли, важную роль играют лабораторное и математическое моделирование. Следует отметить, что лабораторное моделирование не обеспечивает достаточного подобия реальных тектонических процессов [5].

Численное моделирование, основанное на базовых уравнениях механики сплошной среды, в отличие от лабораторного моделирования, позволяет дать развернутую во времени количественную картину напряженно-деформируемого состояния среды, описать сценарий развития и выявить основные закономерности и особенности мантийного диапиризма.

При численном моделировании астеносферного диапиризма в верхней мантии обычно используют две, наиболее признанные в настоящее время, физические модели [4, 6-8]. В упрощенной модели I реология верхней мантии и литосферы с достаточной степенью точности аппроксимируется ньютоновской вязкой несжимаемой жидкостью, с плотностью и вязкостью, зависящих от температуры. В общей модели I, кроме того, вязкость зависит еще от гидростатического давления. При этом теплопоглощением за счет фазовых переходов в астеносфере пренебрегают по сравнению с тепловым потоком, идущим с нижних слоев астеносферы. В модели II непосредственно учитываются фазовые переходы, основанные на экспериментальной кривой плавления в верхней мантии. Земная кора и астеносфера на больших отрезках времени аппроксимируются ньютоновской вязкой несжимаемой жидкостью с плотностью, зависящей от температуры и доли подплавленной фазы.

В работах [6-16] проводилось компьютерное моделирование конвективной неустойчивости, являющейся причиной астеносферного диапиризма. Расчеты проводились методом конечных разностей, либо методом конечных элементов с перестройкой расчетной сетки, либо с помощью распараллеливания вычислений. В [7, 14, 16] учтены фазовые переходы, учитывающие плавление вещества астеносферы, что приводит к ее разуплотнению. В результате проведенных расчетов была прослежена динамика изменения полей скоростей, давления, температур и теплового потока от начальной стадии до развитой стадии астеносферного диапиризма. Показано, что в результате образования высокотемпературного диапира в астеносфере возникают и растут со временем растягивающие напряжения в литосфере, и происходит небольшое утонение литосферы.

Отметим, что проблема астеносферного диапиризма, органически связанная с другими, не менее важными проблемами геофизики, далека от своего завершения [4]. Не обсуждая достоинства и недостатки численных методов, применяемых в этой области, отметим, что численные исследования немногочисленны (особенно трехмерных течений), и существуют определенные трудности в описании границы раздела сред.

Близкие по своей природе к задачам об астеносферном диапиризме являются задачи соляного диапиризма. В Казахстане многие задачи солянокупольной тектоники поставлены академиком Ж. С. Ержановым и решены его учениками. Были разработаны и обоснованы несколько консервативно-разностных методов с использованием монотонных разностных схем и итерационных процессов, базирующихся на схеме расщепления физических процессов, позволяющих корректно проследить эволюцию поверхности раздела слоев вплоть до образования соляных линз [17-19]. На разработку этих методов огромное влияние оказал академик Ш. С. Смагулов. В работе [19] подведен итог этих многолетних исследований. Работы [20-22] посвящены формированию соляных диапиров в температурном поле. В них показано, что мелкомасштабная конвекция в верхних горизонтах земной коры оказывает существенное влияние на распределение и формирование соляных диапиров и, кроме того, области нефтегазовых ловушек приурочены к областям повышенных термических градиентов.

В настоящей работе с помощью метода, разработанного в [20] проведено численное моделирование астеносферного диапиризма на основе упрощенной модели I. Обсуждаются результаты

расчетов, и дается физически более корректная интерпретация геофизических данных. Для простоты авторы ограничились двумерным случаем.

**Физическая и математические модели.** На больших отрезках времени (сотни тысяч, миллионы лет) земную кору, астеносферу можно считать вязкими несжимаемыми жидкостями. Это следует из данных об изостатическом поднятии поверхности Земли после снятия ледовой нагрузки, экспериментальных данных исследования ползучести горных пород при высоких температурах и давлениях, а также из теоретических исследований [1-4].

Система уравнений, описывающая движения вязкой несжимаемой жидкости в поле силы тяжести и перенос тепла в системе координат  $Ox_1x_2$  (ось  $Ox_2$  направлена вертикально вверх), имеет следующий вид [23]:

$$\rho \frac{\partial V_i}{\partial t} + \rho V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho g_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho V_k) = 0, \quad (3)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_k \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) + \sigma_{ik} \dot{\epsilon}_{ik}, \quad (i, k = 1, 2) \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon}_{ik} = \frac{\partial V_k}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_k} \quad (5)$$

Здесь по неммым индексам производится суммирование,  $\sigma_{ik}$  – девиатор тензора напряжений,  $\dot{\epsilon}_{ik}$  – тензор скоростей деформации,  $p$  – давление,  $V_k$  – компоненты скорости,  $g_i$  – компоненты ускорения силы тяжести,  $\rho$  – плотность,  $C_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $k$  – коэффициент теплопроводности,  $T$  – абсолютная температура. Радиогенные источники тепла в данной работе не учитываются, поэтому отсутствуют соответствующие им члены в уравнении (4).

Система уравнений (1)–(5) замыкается реологическим соотношением, связывающим тензор напряжений и тензор скоростей деформаций, а также уравнением состояния, отражающим зависимости плотности и вязкости от температуры и давления. Из результатов работ [6, 24, 25] следует, что реология верхней мантии и литосферы с достаточной степенью точности может быть аппроксимирована упрощенной реологической моделью I, когда среда описывается ньютоновской вязкой несжимаемой жидкостью с экспоненциальной зависимостью кинематической вязкости от температуры и плотностью, не зависящей от давления:

$$\rho = \rho^* (1 - \alpha(T - T_*)), \quad \sigma_{ij} = 2\mu \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \nu = \nu_0 \exp\left(\frac{\beta}{T} - \frac{\beta}{T_0}\right) \quad (6)$$

Здесь  $T_0$  – некоторая фиксированная температура, вязкость при которой равна  $\nu_0$ ,  $\beta = \text{const}$ ;  $\rho^*$  – невозмущенная плотность, зависящая от химического состава материала, или плотность при абсолютной температуре  $T_*$ ;  $\alpha$  – коэффициент теплового расширения.

Область  $\Omega$  в двумерной постановке задачи будем рассматривать в виде прямоугольника с высотой  $H_0 = 200$  км (в начальный момент времени на земную кору приходится 40 км мощности, на мощность верхней мантии – 160 км). Для земной коры и верхней мантии, согласно [4, 6], коэффициенты  $k, C_p, \alpha$  с достаточной степенью точности можно принять постоянными во всей области и равными  $k = 4,0 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}^0)$ ;  $C_p = 1,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}^0)$ ;  $\alpha = 2,0 \cdot 10^{-5} / \text{К}^0$  их средним значениям. Средняя плотность верхней мантии, согласно [4, 6], равна  $\rho_0 = \rho_1^* = 3,4 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ , плотность земной коры  $\rho_2^* = 2,8 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ , ускорение силы тяжести  $g = 9,9 \text{ м}/\text{с}^2$ . В качестве характерного значения температуры принимается  $T_0 = 1573^0 \text{ К}$ , а  $T_*$  полагается равной  $273^0 \text{ К}$ .



Эффективная вязкость  $\nu_0$  принимается равной  $1,8 \cdot 10^{17} \text{ м}^2/\text{с}$ , а эффективная вязкость пластичной части земной коры принимается равной  $\nu_2 = 1,8 \cdot 10^{20} \text{ м}^2/\text{с}$  [6, 7]. Коэффициент  $\beta$  выбирается из условия:  $\nu(T_0) = \nu_0$ ,  $\nu(T_2 = 1073\text{K}^0) = \nu_2$ .

Далее воспользуемся приближением Буссинеска: зависимость плотности от температуры учитывается только в выражении для архимедовой силы в уравнении импульса (1), а жидкость считается несжимаемой.

Обозначим характерные параметры с индексом нуль. Положим  $\rho_0 = \rho_1^*$ ,  $\mu_0 = \rho_0 \nu_0$ . За характерную скорость и время примем:  $u_0 = k / H_0 \rho_0 C_p$ ,  $t_0 = H_0 / u_0$ . Отнесем давление к  $p_0 = \rho_0 g H_0$ , а температуру к  $T_0$ . Тогда система уравнений в безразмерных переменных запишется в виде:

$$0 = -Ra \frac{\partial p}{\partial x_1} + 2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left( 2\mu \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \mu \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} \right) \right\} \quad (7)$$

$$0 = -Ra \left( \frac{\partial p}{\partial x_2} + \rho^* (1 - \alpha_0 T) \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \mu \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} \right) \right\} + 2 \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \mu \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + V_1 \frac{\partial \rho^*}{\partial x} + V_2 \frac{\partial \rho^*}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

$$\nu = \exp(\beta_0 (\frac{1}{T} - 1)), \quad \mu = \nu \rho^* \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + V_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho^*} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \right) + \nu Di \left( 2 \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_1} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} \right)^2 \right). \quad (12)$$

Здесь  $\alpha_0 = \alpha T_0$ ;  $\beta_0 = \beta / T_0$ ;  $Ra = g H_0^3 \rho_0 C_p / (\nu_0 k) = 2.56 \cdot 10^5$  - число Релея;

$Pr = \nu_0 \rho_0 C_p / k = 2.04 \cdot 10^{23}$  - число Прандтля;  $Di = \nu_0 k / (T_0 H_0^2 C_p^2 \rho_0) = 2.9 \cdot 10^{-6}$  - безразмерный параметр диссипации. Число Прандтля входит множителем  $Pr^{-1}$  в левую часть безразмерных уравнений импульса (7), (8) и имеет порядок  $10^{23}$ , поэтому левые части уравнений (7), (8) можно положить равными нулю. В работе [23] показано, что при малых скоростях можно пренебречь вязкой диссипацией, что подтверждается значением  $Di = 2.9 \cdot 10^{-6}$ , но из методических соображений, при разработке численного метода, последний член в правой части уравнения (12) был оставлен [20].

К системе уравнений (7)–(12) добавляются начальные и граничные условия. При  $t = 0$  задаются распределения  $\rho$  и температуры  $T$ . Граничные условия могут быть разнообразными. В данном исследовании на боковых стенках ставились условия симметрии, а на верхней и нижней стенках – условия прилипания. Кроме того, на нижней стенке задавалась температура  $T(x)$ , а на верхней стенке температура полагалась равной нулю по Цельсию.

Таким образом, математическая модель состоит в реализации системы уравнений (7)–(12) с соответствующими начальными и граничными условиями.

**Численный метод.** Для расчета чисто динамической задачи формирования соляных структур авторами был разработан и реализован численный метод [18, 19]. В тепловой задаче (7)–(12) в уравнениях импульса добавляется член, пропорциональный температуре, и уравнение (12), выражающее баланс энергии с соответствующими граничными и начальными условиями. Поэтому алгоритм расчета динамической части остается прежним (в дискретных уравнениях импульса добавляется архимедова сила, связанная с температурой, которая определяется в центре ячейки). Уравнение энергии аппроксимировано неявной абсолютно устойчивой схемой переменных направлений, которая реализуется продольно-поперечной немонотонной прогонкой. При этом

конвективные члены в левой части уравнения (12) аппроксимировались схемой против потока, гарантирующей ее монотонность.

Реализация разностной начально-краевой задачи (7)–(12) проводится следующим образом. При  $t = 0$  известны начальные значения плотности, динамической вязкости (она вычисляется из разностного аналога уравнений (11)) и температуры, по которым вычисляются объемные силы в уравнениях импульса. Разрешается разностный аналог уравнений (7)–(9), позволяющий определить значения компонент скорости и давления в начальный момент времени, а также распределение вязкостей и плотностей на первом временном слое. Разрешается разностный аналог уравнения (12), который дает распределение температуры по пространству на первом временном шаге. Затем процесс повторяется, и вычисления проводятся до необходимого временного слоя.

В приводимых ниже расчетах вычислялся девиатор касательных напряжений  $\tau$ , который обычно используется при расчете на прочность горных пород. Критерий прочности, часто используемый на практике, гласит: если девиатор касательных напряжений  $\tau$  меньше определенного предела  $\tau_{np}$ , то разрушение горной породы не происходит; если девиатор касательных напряжений  $\tau$  больше или равен  $\tau_{np}$ , то происходит разрушение горной породы. Для плоской деформации критерий выглядит так:

$$\tau = \sqrt{(\sigma_{22} - \sigma_{11})^2 + 4\sigma_{12}^2} \leq \tau_{np}$$

Здесь под горной породой мы подразумеваем земную кору. Сначала численным моделированием определяются поля давлений, скоростей и температуры. Затем численным дифференцированием (через центральные разности на разнесенных сетках) определяются поля напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  и  $\tau$ . Далее выделяются зоны повышенных концентраций девиатора касательных напряжений, что позволяет при более детальных расчетах определить вероятные зоны разрушения земной коры.

**Результаты расчетов.** Построенные физическая, математическая и дискретная модели позволяют оценить характерные параметры формирования астеносферного диапира и сделать адекватную геофизическую интерпретацию этого процесса.

На рисунках 1, а–г приведены профили изотерм и поля скоростей для двух моментов времени формирования астеносферного диапиризма. На нижней границе области задавалась температура  $1573 \text{ K}^0$ , а в двух центральных соседних точках нижней границы области температура была задана на 20% выше, что моделирует неоднородность теплового потока с нижних слоев верхней мантии.

Расчеты показали, что процесс формирования астеносферного диапира протекает неравномерно. Сначала процесс формирования астеносферного диапира со временем ускоряется, а затем замедляется и примерно через 36 млн. лет выходит на стационарный режим.

Значение максимальной скорости меняется от 1 до 12,4 км/млн. лет, достигая максимума при  $t = 13.6$  млн. лет, с постепенным выходом на стационарное значение 2,8 км/млн. лет. На рисунках 1, в–г отчетливо видны две конвективные ячейки в верхней мантии. Интенсивность поля скоростей существенно выше на более раннем этапе (рисунок 1, в) развития процесса, чем на более позднем (рисунок 1, г). Рисунки 1, а–б свидетельствуют о том, что изотермы высоких температур изогнуты сильнее, чем изотермы низких температур. Этот факт указывает на более интенсивные движения и в областях с большей температурой, что подтверждается рисунками 1, в–г. При этом тепловой поток в центральной части расчетной области повышается, а на периферии падает, что связано с опусканием вещества в этой области. Отметим, что значения основных параметров, характеризующих формирование астеносферного диапира, близки численно к значениям характерных параметров работы [6].

На рисунках 1, а–г в процессе формирования астеносферного диапира отчетливо просматривается утонение земной коры в центральной части области и практически незаметное опускание на этих рисунках земной коры на периферии (в силу того, что земная кора моделируется несжимаемой жидкостью). Расчеты показали, что этап медленного утонения земной коры сменяется этапом относительно быстрого утонения. Через 36 млн. лет утонение земной коры в центральной части составляет 5,2 км, а в ее периферийной части опускание составляет 0,4 км. Наибольшие значения девиатора касательных напряжений достигаются в областях земной коры, непосредственно примыкающих в области утонения к астеносфере. В результате в этих областях происходит хрупкое разрушение земной коры с образованием трещин, после чего происходит подъем магмы по этим трещинам [26].

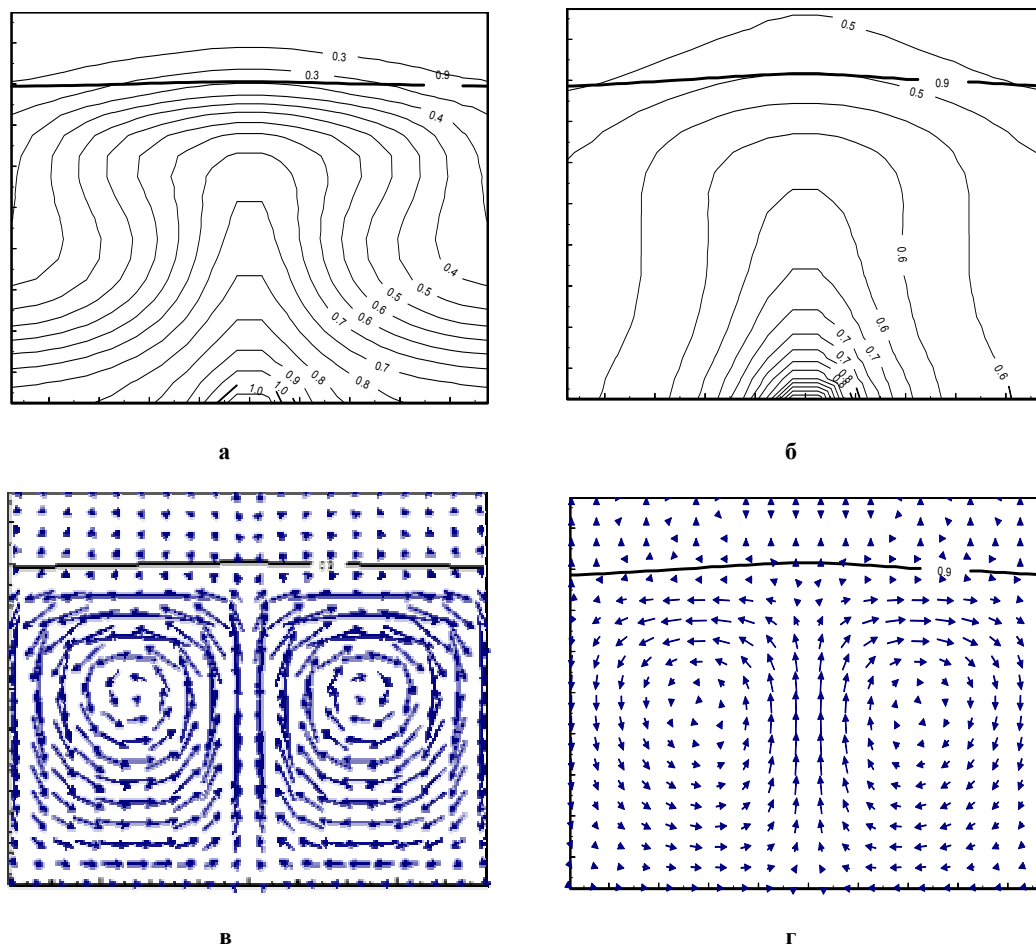


Рисунок 1 – Распределение изотерм (а, б) и поля скоростей (в, г) формирования астеносферного диапиризма в моменты времени  $t = 12$  млн. лет (а, в) и  $t = 36$  млн. лет (б, г)

Отметим следующее обстоятельство. На рисунке 1, г плотность астеносферы в области утонения земной коры равна  $3,06 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , что больше плотности земной коры  $2,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , и, следовательно, сила плавучести имеет отрицательный знак на границе астеносфера – земная кора. Тем не менее, утонение земной коры здесь происходит. В чем же здесь причина утонения земной коры? Причина здесь заключается в конвекции. Действительно, в верхних центральных слоях астеносферы, примыкающих к нижней подошве земной коры, за счет конвекции, сила плавучести положительна. Поэтому сила воздействия на земную кору в центральной части области со стороны астеносферы имеет вертикальную составляющую, направленную вверх, в результате чего происходит утонение земной коры. На периферии же силы плавучести отрицательны, поэтому вертикальная составляющая этих сил, направлена вниз, в результате чего происходит опускание земной коры в этих областях.

Значение эффективной вязкости  $\nu_2 = 1,8 \cdot 10^{20} \text{ м}^2/\text{с}$  для земной коры представляется заниженным. Поэтому были проведены расчеты, когда эффективная вязкость изменялась в пределах от  $1,8 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}$  до  $1,8 \cdot 10^{23} \text{ м}^2/\text{с}$ , при прочих равных параметрах задачи.

Расчеты показали, что утонение и опускание земной коры не происходит: граница раздела между земной корой и астеносферой остается прямолинейной. Для того, чтобы получить утонение земной коры, необходимо увеличивать тепловой поток на нижней границе астеносферы, как это сделано, например, в работе [6].

На рисунках 2, а–е приведены профили изотерм и поля скоростей для трех моментов времени формирования астеносферного диапиризма при наличии двух термически симметричных возмущений тепловой границы области. На нижней границе области задавалась температура  $1573 \text{ K}^0$ , а на периферии границы задавались два симметричных возмущения температуры (на 20% выше).

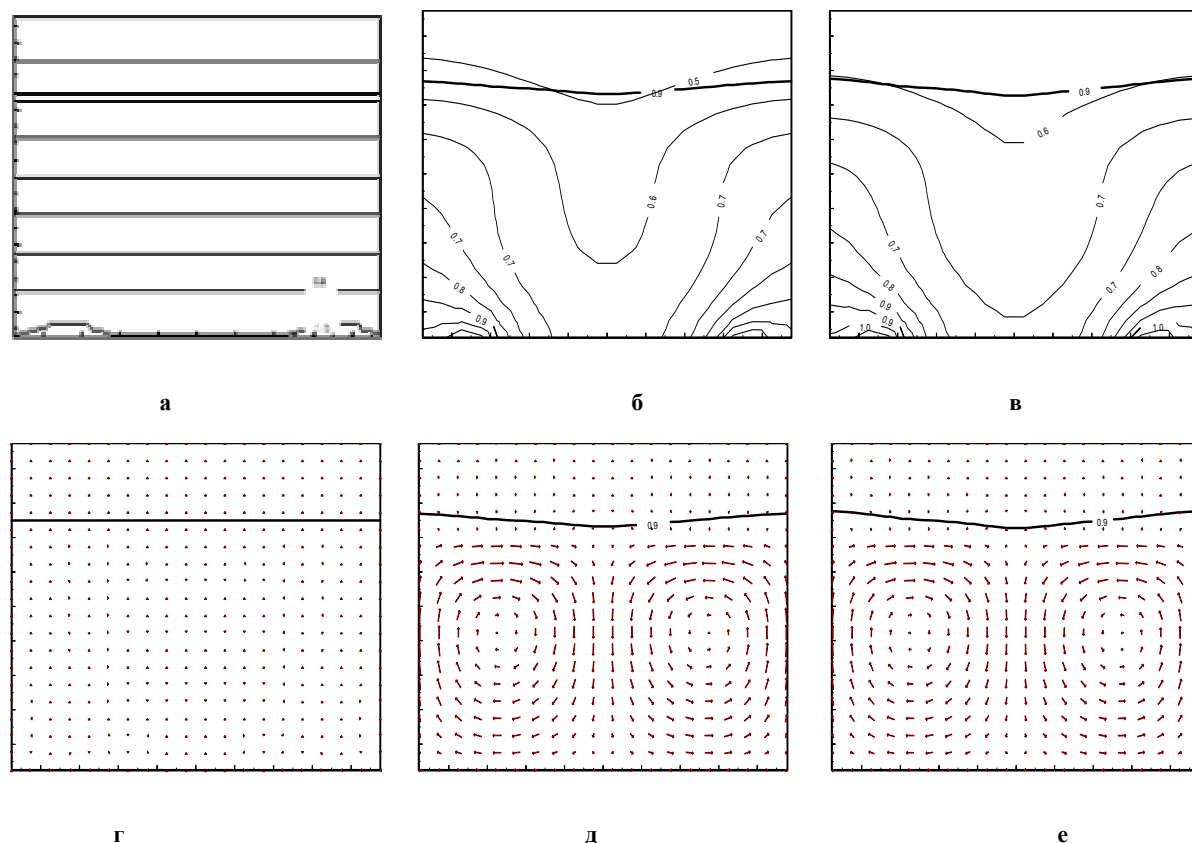


Рисунок 2 – Распределение изотерм (а, б, в) и поля скоростей (г, д, е) формирования астеносферного диапиризма в моменты времени  $t = 0$  млн. лет (а, г);  $t = 18$  млн. лет (б, д);  $t = 36$  млн. лет (в, е) при воздействии двух симметричных термических возмущений (а, б, в)

Как видно из рисунков 2, а–е, конвективные ячейки поменяли ориентацию на противоположную (см. рисунки 1, в–д). Область пониженных температур характерна для центральной части области, и наоборот, области повышенных температур – для ее периферийной части. В результате происходит неравномерное проседание земной коры в центральной части области. При  $t = 36$  млн. лет проседание земной коры составляет 5,6 км, а утонение земной коры в периферийной области составляет 0,4 км. Повышенные значения девиаторов напряжений в земной коре наблюдаются в периферийной ее части, где возможно внедрение магмы по трещинам, образованным в результате разрушения земной коры.

В заключение отметим, что применение упрощенной модели I для описания астеносферного диапиризма ограничено относительно небольшим диапазоном изменения эффективной вязкости и относительно умеренным тепловым потоком с нижних слоев верхней мантии.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Артюшков Е.В. Геодинамика. М: Наука, 1979, 326с.
- 2 Жарков В.Н. Внутреннее строение Земли и планет. М.: Наука, 1983, 415с.
- 3 Теркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика. М.: Мир, 1985, 730с.
- 4 Foulger G. B. Plates vs. plumes: a geological controversy.–New-York.- Willey–Blackwell, 2010. – P. 352.
- 5 Гуревич Г.И. Об исходных предпосылках подхода к моделированию в тектонике // Некоторые вопросы механики деформированных сред. – 1959. - С. 75-144.
- 6 Малевский А.В. Численная модель астеносферного диапиризма // Физика Земли. - 1986.- №9. - С.37-44.
- 7 Малевский А.В. Механика процесса образования астеносферного диапира // Вычислительная сейсмология. - 1987. - вып.20. - С.52-60.
- 8 Исмаил-Заде А.Т., Короткий А.И., Крупский Д.П., Цепелев И.А., Шуберт Д. Эволюция тепловых плюмов в мантии Земли // Док. РАН.- 2006.-Т. 411.- № 4.- С. 523-526.
- 9 Boss A.P., Sacks I.S. Time - dependent numerical models of mantle convection // Carnegie Inst. Annu. Rep. Dep. Terrestrial Magnetism,-1982.- P.543-549.
- 10 McKenzie D.P., Roberts J.M., Wells N.O. Convection in the Earth's mantle: towards a numerically solution // J. Fluid Mech.- 1974.- Vol.63.- P. 465-476.

- 11 Bridwell R.J., Potzick C. Thermal regimes mantle diapirs and crustal stresses of continental rifts // *Tectonophysics*.-1981.-Vol.73.- P.15-32.
- 12 Рыков В.В., Трубицын В.П. Численное моделирование трехмерной мантийной конвекции и тектоника континентальных плит // *Вычислительная сейсмология*.-1994.-Вып.26.-С.94-102.
- 13 Наймарк Б.М., Исмаил-заде.А.Т., Короткий А.Т. и др. Моделирование трехмерных вязких течений в вязких слоях мантии // *Известия Уральского гос.ун-та*.-1999.-Вып.2.-С.65-76.
- 14 M. Drury, J. de Smet, H. van Roermund, A. van den Berg, N. Vlaar Emplacement of deep mantle rocks into cratonic lithosphere by convection and diapiric upwelling // *J. of Petrology*.-2001.-Vol. 42.-№2.-P.131-140.
- 15 Burg J.-P. et al. Translithospheric mantle diapirism: geological evidence and numerical modelling of the Kondyor zoned ultramafic complex (Russian Far-East) // *J. of Petrology*.-2009.-Vol.50.-P.289-321.
- 16 Jörg Hasenclever et al. 2D and 3D numerical models on compositionally buoyant diapirs in the mantle wedge // *Earth and Planetary Science Letters*.-2011.-Vol. 311.-P.53-68.
- 17 Ержанов Ж.С., Мартынов Н.И. Тейлоровская неустойчивость двумерного ползущего движения границы раздела вязких несжимаемых жидкостей // *Изв. АН Каз. ССР, сер. физ.-мат.* – 1985. - № 5. - С.79-84.
- 18 Мартынов Н.И., Танирбергенев А.Г. Численное моделирование условий формирования солянокупольных структур в земной коре // *Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: Труды межд. конф.* - Новосибирск, 2003. - С. 132-136.
- 19 Мартынов Н.И., Танирбергенев А.Г. Численное моделирование соляных диапиров в земной коре // *Мат.журнал.* – 2006. - Т. 6. - №1(19). - С. 67-73.
- 20 Жантаев Ж.Ш., Мартынов Н.И., Танирбергенев А.Г. Формирование соляных диапиров в температурном поле // *Проблемы эволюции открытых систем.* – 2009. – Т.1, вып. 11. – С. 70-76.
- 21 Baimukhametov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Influence of thermogradients on formational of oil and gas traps // *International Journal of Acadtmic Research.* – 2011, 1 Part, v.3, P.7-12.
- 22 Baimukhametov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Thomogradient model of formation of oil and gas traps at salt diepirism // *Proceeding of tye 23 rd ICTAM,2012, Beijing, China, 2p., sm06-013.*
- 23 Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.Теоритическая физика. Гидродинамика.М: Наука, 1986.-с. 736.
- 24 Karato S.. Grain size distribution and rheology of the upper mantle. // *Tectonophysics*.- 1984.- Vol.104.- P.155-176.
- 25 Ranalli G., Fisher B.. Difussion creep, dislocation creep and mantle rheology. // *Phys. Earth Planet. Inter.*- 1984.-Vol.34.- P.77-84.
- 26 Захаров В.В., Никитин Л.В. Механика подъема магмы по трещинам. // *Известия АН СССР. Физика Земли*.-1985.- № 7.- С.14-24.

#### REFERENCES

- 1 Artyushkov E.V. *Geodinamika*. M: Nauka, 1979, 326s. (in Russ).
- 2 Zharkov V.N. *Vnutrennee stroenie Zemli i planet*. M.: Nauka,1983, 415s. (in Russ).
- 3 Terkot D., Shubert Dzh. *Geodinamika*. M.:Mir, 1985, 730s. (in Russ).
- 4 Foulger G. B. *Plates vs. plumes: a geological controversy*.-New-York.- Willey-Blackwell, 2010. – P. 352.
- 5 Gurevich G.I. *Ob ishodnyih predposylkah podhoda k modeli-rovaniyu v tektonike // Nekotoryie voprosyi mehaniki deformirovannyih sred.* – 1959. - С. 75-144. (in Russ).
- 6 Malevskiy A.V. *Chislennaya model astenosfernogo diapirizma // Fizika Zemli .* - 1986.- #9. - S.37-44. (in Russ).
- 7 Malevskiy A.V. *Mehanika protsessa obrazovaniya astenosfernogo diapira // Vyichislitel'naya seysmologiya*.-1987. - vyip.20. - S.52-60. (in Russ).
- 8 Ismail-Zade A.T., Korotkiy A.I., Krupskiy D.P., Tsepelev I.A., Shubert D. *Evolutsiya teplovyih plyumov v mantii Zemli // Dok. RAN*.- 2006.-Т. 411.- # 4.- S. 523-526. (in Russ).
- 9 Boss A.P., Sacks I.S. *Time - dependent numerical models of mantle convection // Carnegie Inst.Annu.Rep. Dep.Terrestrial Magnetism*.-1982.- P.543-549.
- 10 McKenzie D.P., Roberts J.M., Wells N.O. *Convection in the Earth's mantle: towards a numericlation // J. Fluid Mech*.-1974.- Vol.63.- P. 465-476.
- 11 Bridwell R.J., Potzick C. Thermal regimes mantle diapirs and crustal stresses of continental rifts // *Tectonophysics*.-1981.-Vol.73.- P.15-32.
- 12 Ryikov V.V., Trubitsyin V.P. *Chislennoe modelirovanie trehmernoy mantiynoy konveksii i tektonika kontinentalnyih плит // Vyichislitel'naya seysmologiya*.-1994.-Vyip.26.-S.94-102. (in Russ).
- 13 Naymark B.M., Ismail-zade.A.T., Korotkiy A.T. i dr. *Modelirovanie trehmernyih vyazkikh techeniy v vyazkikh sloyah mantii // Izvestiya Uralskogo gos.un-ta*.-1999.-Vyip.2.-S.65-76. (in Russ).
- 14 M. Drury, J. de Smet, H. van Roermund, A. van den Berg, N. Vlaar Emplacement of deep mantle rocks into cratonic lithosphere by convection and diapiric upwelling // *J. of Petrology*.-2001.-Vol. 42.-#2.-P.131-140.
15. Burg J.-P. et al. Translithospheric mantle diapirism: geological evidence and numerical modelling of the Kondyor zoned ultramafic complex (Russian Far-East) // *J. of Petrology*.-2009.-Vol.50.-P.289-321.
- 16 Jörg Hasenclever et al. 2D and 3D numerical models on compositionally buoyant diapirs in the mantle wedge // *Earth and Planetary Science Letters*.-2011.-Vol. 311.-P.53-68.
- 17 Erzhanov Zh.S., Martynov N.I. *Teylorovskaya neustoychivost dvumernogo polzuschego dvizheniya granitsyi razdela vyazkikh neshzhimaemyih zhidkostey // Izv. AN Kaz. SSR, ser. fiz.-mat.* – 1985. – Vol. 5. - S.79-84. (in Russ).
- 18 Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. *Chislennoe modelirovanie usloviy formirovaniya solyanokupolnyih struktur v zemnoy kore // Geodinamika i napryazhennoe sostoyanie neдр Zemli: Trudyi mezhd. konf.* - Novosibirsk, 2003. - S. 132-136. (in Russ).
- 19 Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. *Chislennoe modelirovanie solyanyih diapirov v zemnoy kore // Mat.zhurnal.* – 2006. - Т. 6. - Vol(19). - S. 67-73.

- 20 Zhantaev Zh.Sh., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Formirovanie solyanyih diapirov v temperaturnom pole // Problemy evolyutsii otkrytyih sistem. – 2009. – Т.1, vyip. 11. – S. 70-76. (in Russ).
- 21 Vaimukhametov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Influence of thermogradients on formational of oil and gas traps // International Journal of Acadtmic Research. – 2011, 1 Part, v.3, P.7-12. (in Russ).
- 22 Baimukhametov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Thomogradient model of formation of oil and gas traps at salt diapirism // Proceeding of tye 23 rd ICTAM,2012, Beijing, China, 2p., sm06-013.
- 23 Landau L.D., Livshits E.M. Teoriticheskaya fizika. Gidrodinamika. M: Nauka, 1986.-s. 736. (in Russ).
- 24 Karato S.. Grain size distribution and rheology of the upper mantle. //Tectonophysics.- 1984.- Vol.104.- P.155-176.
- 25 Ranalli G., Fisher B.. Difussion creep, dislocation creep and mantle rheology. // Phys. Earth Planet. Inter.- 1984.-Vol.34.- P.77-84.
- 26 Zaharov V.V., Nikitin L.V. Mehanika pod'ema magmyi po treschinam. // Izvestiya AN SSSR. Fizika Zemli.-1985.-Vol. 7.- S.14-24. (in Russ).

### Резюме

*A. A. Баймұхаметов, Н. Н. Мартынов, А. Г. Тәңірбергенов*

(Ө. А. Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы, Қазақстан)

### АСТЕНОСФЕРЛЫҚ ДИАПИРИЗМАНЫ САНДЫҚ ҮЛГІЛЕУ

Тұтқырлықтың температурадан экспоненциалды тәуелділігінің Буссинеск жуықтауында астеносферлік диапиризмнің қалыптасу үрдісінің сандық үлгісі жасалынды. Үдерістің негізгі параметрлері, заңдылықтары, және ерекшеліктері бағаланды.

**Тірек сөздер:** астеносфера, диапир, жер қыртысы, тиімді тұтқырлық.

### Summary

*A. A. Baimukhametov, N. I. Martynov, A. G. Tanirbergenov*

(Mechanick and Engineering Institute named Academician U. A. Dzhholdasbekova, Almaty, Kazakhstan)

### NUMERAL DESIGN OF ASTENOSFERNOGO DIAPIRIZMA

In approaching of Bussineska with exponential dependence of viscosity on a temperature the numeral model of process of forming of astenosferного diapirizma is developed. Basic parameters, conformities to law and features of process, are appraised.

**Keywords:** astenosphere, diaper, the earth's crust, effective viscosity.

*Поступила 14.01.2014 г.*

УДК 519.622.2, 517.927

*Д. С. ДЖУМАБАЕВ, Г. Б. ИЛИЯСОВА*

(Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан,  
Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан)

## ОБ ОДНОЙ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА ПАРАМЕТРИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

**Аннотация.** Разбиением интервала точками нагружения и введением дополнительных параметров линейная двухточечная краевая задача сводится к эквивалентной краевой задаче с параметрами. Решением матричных и векторных задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений на подинтервалах построена система линейных алгебраических уравнений относительно параметров. Предложен численный метод решения рассматриваемой задачи, основанный на решении построенной системы и методе Рунге-Кутты 4-го порядка для решения задач Коши на подинтервалах.

**Ключевые слова:** краевая задача, метод параметризации, нагруженные дифференциальные уравнения.

**Тірек сөздер:** шеттік есеп, жүктелген дифференциалдық теңдеулер, параметрлеу әдісі.

**Keyword:** boundary value problem, loaded differential equations, parameterization method.

Рассматривается краевая задача для нагруженного дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \sum_{i=0}^m K_i(t)x(\theta_i) + f(t), \quad t \in (0, T), \quad x \in R^n, \quad (1)$$

$$Bx(0) + Cx(T) = d, \quad d \in R^n, \quad (2)$$

где  $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_{m-1} < \theta_m < T$ ,  $(n \times n)$  матрицы  $A(t)$ ,  $K_i(t)$ ,  $i = \overline{0, m}$  и  $n$ -вектор  $f(t)$  непрерывны на  $[0, T]$ .  $B$  и  $C$  – постоянные матрицы размера  $(n \times n)$ .

Нагруженные дифференциальные уравнения часто возникают в приложениях как математическая модель процессов, где состояния в определенные моменты времени оказывают существенное влияние на свойства описываемого процесса в целом.

Нагруженные дифференциальные уравнения также возникают при построении приближенных методов нахождения решения задач для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма.

Необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости задачи (1), (2) на основе метода параметризации [1] установлены в [2].

Численное решение начальной и многоточечной краевой задачи для линейных нагруженных дифференциальных уравнений исследовано в [3]. При предположении существования и единственности решения предлагаются алгоритмы, основанные на идее переноса краевых условий (см. [4]).

Перенос осуществляется решением матричных задач Коши для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Целью настоящей статьи является построение численных алгоритмов решения краевой задачи (1), (2), где не требуется нахождение решения нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

С этой целью к задаче (1), (2) применяется метод параметризации. Интервал  $[0, T]$  разбивается на подинтервалы точками нагружения:  $[0, T] = \bigcup_{r=1}^{m+1} [\theta_{r-1}, \theta_r)$ .

Сужение вектор-функции  $x(t)$  на  $r$ -ый интервал  $[\theta_{r-1}, \theta_r)$  обозначается через  $x_r(t)$ , т.е.  $x_r(t) = x(t)$ ,  $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ . В качестве параметра  $\lambda_r$  будем рассматривать значения функции  $x_r(t)$  в точках  $t = \theta_{r-1}$  и на каждом интервале  $[\theta_{r-1}, \theta_r)$  производим замену  $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ . Тогда исходная задача (1), (2) перейдет к эквивалентной краевой задаче с параметрами

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)(u_r + \lambda_r) + \sum_{i=0}^m K_i(t)\lambda_{i+1} + f(t), \quad t \in (\theta_{r-1}, \theta_r), \quad (3)$$

$$u_r(\theta_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, m+1} \quad (4)$$

$$B\lambda_1 + C\lambda_{m+1} + C \lim_{t \rightarrow T-0} u_{m+1}(t) = d, \quad d \in R^n \quad (5)$$

$$\lambda_s + \lim_{t \rightarrow \theta_s-0} u_s(t) = \lambda_{s+1}, \quad s = \overline{1, m} \quad (6)$$

Задачи (1), (2) и (3)-(6) эквивалентны. Если функция  $x(t)$  является решением задачи (1), (2), тогда пара  $(\lambda, u[t])$ , где  $\lambda = (x_1(0), x_2(\theta_1), \dots, x_{m+1}(\theta_m))$ ,  $u[t] = (x_1(t) - x_1(0), x_2(t) - x_2(\theta_1), \dots, x_{m+1}(t) - x_{m+1}(\theta_m))$  является решением задачи (3)-(6). И наоборот, если пара  $(\tilde{\lambda}, \tilde{u}[t])$ , где  $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1})$ ,  $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_{m+1}(t))$ , является решением задачи (3)-(6), тогда функция  $\tilde{x}(t)$ , определяемая равенствами  $\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_r + \tilde{u}_r(t)$ ,  $t \in (\theta_{r-1}, \theta_r)$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ ,  $\tilde{x}(T) = \tilde{\lambda}_{m+1} + \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_{m+1}(t)$  является решением исходной задачи (1), (2).

Разбиение интервала  $[0, T]$  точками нагружения и введение дополнительных параметров позволили получить обыкновенное дифференциальное уравнение с параметрами (3) и начальные условия (4).

Пусть  $X(t)$  – фундаментальная матрица обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad t \in [0, T]$$

Тогда единственное решение задачи Коши (3)-(4), при фиксированных значениях  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m+1})$  имеет вид

$$u_r(t) = X(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X^{-1}(\tau) \left[ A(\tau)\lambda_r + \sum_{i=0}^m K_i(\tau)\lambda_{i+1} + f(\tau) \right] d\tau, \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad r = \overline{1, m+1} \quad (7)$$

Введем следующие обозначения:

$$D_r(t) = X(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X^{-1}(\tau) A(\tau) d\tau, \quad r = \overline{1, m+1}, \quad (8)$$

$$H_r^i(t) = X(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X^{-1}(\tau) K_i(\tau) d\tau, \quad r = \overline{1, m+1}, \quad i = \overline{0, m}, \quad (9)$$

$$F_r(t) = X(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X^{-1}(\tau) f(\tau) d\tau, \quad r = \overline{1, m+1}. \quad (10)$$

Подставив выражения из (7) соответствующие  $\lim_{t \rightarrow \theta_r - 0} u_r(t)$ ,  $r = \overline{1, m+1}$  в краевое условие (5) и условие склеивания решения во внутренних точках разбиения (6) получим систему линейных алгебраических уравнений относительно параметров  $\lambda_r$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ .

$$(B + H_{m+1}^0(T))\lambda_1 + \sum_{i=1}^{m-1} H_{m+1}^i(T)\lambda_{i+1} + C(I + H_{m+1}^m(T))\lambda_{m+1} = d - CF_{m+1}(T) \quad (11)$$

$$\lambda_s + D_s(\theta_s)\lambda_s + \sum_{i=0}^m H_s^i(\theta_s)\lambda_{i+1} - \lambda_{s+1} = -F_s(\theta_s), \quad s = \overline{1, m} \quad (12)$$

Матрицу соответствующей левой части системы уравнений (11), (12) обозначим через  $Q(\theta)$  и систему запишем в виде

$$Q(\theta)\lambda = -F(\theta), \quad \lambda \in R^{2n}, \quad (13)$$

где  $F(\theta) = (-d + CF_{m+1}(T), F_1(\theta_1), F_2(\theta_2), \dots, F_m(\theta_m))$ .

Нетрудно установить, что разрешимость линейной двухточечной краевой задачи для нагруженного дифференциального уравнения (1), (2) эквивалентна разрешимости системы (13).

Предлагаемый численный метод основан на построении и решении системы (13). Как показывают формулы (8)-(10), коэффициенты и правая часть системы (13) определяются значениями решения задач Коши в конечных точках подинтервалов при нулевых начальных условиях. Значения матриц  $D_r(t)$ ,  $H_r^i(t)$  и вектора  $F_r(t)$  на подинтервалах найдем численно решая матричные и векторные задачи Коши.

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + A(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad X(\theta_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, m+1} \quad (14)$$

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + K_i(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad i = \overline{1, m}, \quad X(\theta_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, m+1} \quad (15)$$

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + f(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad X(\theta_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, m+1} \quad (16)$$

Для этого каждый  $r$ -ый подинтервал  $[\theta_{r-1}, \theta_r)$  делим на четные  $N_r$ ,  $r = \overline{1, m}$  части и используем метод Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом  $h_r = (\theta_r - \theta_{r-1})/N_r$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ .



Численное решение задач Коши (14)-(16) позволяет получить следующую приближенную систему алгебраических уравнений относительно параметров  $\lambda$

$$Q^{\tilde{h}}(\theta)\lambda = -F^{\tilde{h}}(\theta), \quad \lambda \in R^{2n}, \quad \tilde{h} = (h_1, h_2, \dots, h_{m+1}) \quad (17)$$

Решая систему (17) получаем  $\lambda^{\tilde{h}} = (\lambda_1^{\tilde{h}}, \lambda_2^{\tilde{h}}, \dots, \lambda_{m+1}^{\tilde{h}})$ .

Здесь  $\lambda_r^{\tilde{h}}, r = \overline{1, m+1}$  является приближенным значением решения задачи (1), (2) в точках  $t = \theta_{r-1}, r = \overline{1, m+1}$ . Значения решения в остальных точках подинтервалов найдем вновь используя метод Рунге-Кутты 4-го порядка к следующим задачам Коши

$$\frac{dx_r}{dt} = A(t)x_r + \sum_{i=0}^m K_i(t)\lambda_{i+1}^{\tilde{h}} + f(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad x_r(\theta_{r-1}) = \lambda_r^{\tilde{h}}, \quad r = \overline{1, m+1} \quad (18)$$

В качестве иллюстрации вышеизложенного алгоритма рассмотрим следующий пример.

**Пример.** На отрезке  $[0,1]$  рассмотрим краевую задачу с нагружением в точке  $t = \frac{1}{4}$ .

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + K(t)x\left(\frac{1}{4}\right) + f(t), \quad x \in R^2, \quad (19)$$

$$Bx(0) + Cx(1) = d, \quad d \in R^2 \quad (20)$$

где

$$A(t) = \begin{vmatrix} t & t^2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}, \quad K(t) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad f(t) = \begin{vmatrix} -t^4 + t^3 - t - \frac{13}{16} \\ 2 \cdot t + \frac{3}{16} \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}, \quad d = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Решением задачи (19) – (20) является вектор  $x(t)$  с координатами  $x_1(t) = 1, x_2(t) = t(t-1)$ .

Отрезок  $[0,1]$  делим на две части:  $[0, 1) = \left[0, \frac{1}{4}\right) \cup \left[\frac{1}{4}, 1\right)$ , вводим дополнительные параметры

$\lambda_1 = x(0), \lambda_2 = x_2\left(\frac{1}{4}\right)$ , и переходим к эквивалентной краевой задаче с параметрами.

Решаем ниже приведенные задачи Коши методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Число разбиений на подинтервале  $t \in \left[0, \frac{1}{4}\right)$  возьмем равным  $N_1 = 10$ , а на подинтервале  $t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right)$  равным  $N_2 = 30$  с одинаковым шагом  $h_1 = h_2 = 0,025$ .

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + A(t), \quad t \in \left[0, \frac{1}{4}\right), \quad X(0) = 0, \quad \frac{dX}{dt} = A(t)X + A(t), \quad t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right), \quad X\left(\frac{1}{4}\right) = 0,$$

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + K(t), \quad t \in \left[0, \frac{1}{4}\right), \quad X(0) = 0, \quad \frac{dX}{dt} = A(t)X + K(t), \quad t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right), \quad X\left(\frac{1}{4}\right) = 0,$$

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + f(t), \quad t \in \left[0, \frac{1}{4}\right), \quad X(0) = 0, \quad \frac{dX}{dt} = A(t)X + f(t), \quad t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right), \quad X\left(\frac{1}{4}\right) = 0.$$

Далее строим матрицу  $Q^{\tilde{h}}(\theta)$  и вектор  $F^{\tilde{h}}(\theta)$ :

$$Q^{\tilde{h}}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2.322100484674096 & -1.522593254011246 \\ 0 & 1 & 1.200305578428558 & -1.305411068963566 \\ 1.03074980615337 & 0.005273286403315 & -0.74482524074714 & 0.256161477697417 \\ -0.252579327533418 & 0.999671771184004 & -0.031574132593694 & -0.781623323514369 \end{pmatrix},$$

$$F^{\tilde{h}}(\theta) = \begin{pmatrix} 1.036614232008716 \\ -1.445070160511025 \\ -0.237894288335282 \\ 0.137599086968513 \end{pmatrix}.$$

И решая систему уравнений (17) получаем численные значения параметров

$$\lambda_1^{\tilde{h}} = \begin{pmatrix} 1.000000048369212 \\ -0.000000116944915 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2^{\tilde{h}} = \begin{pmatrix} 1.000000009225569 \\ -0.187500165564572 \end{pmatrix}.$$

Численные решения в остальных точках подинтервалов найдем вновь используя метод Рунге-Кутты 4-го порядка к следующим задачам Коши

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= A(t)x_1 + K(t)\lambda_2^{\tilde{h}} + f(t), \quad t \in \left[0, \frac{1}{4}\right], \quad x_1(0) = \lambda_1^{\tilde{h}}, \\ \frac{dx_2}{dt} &= A(t)x_2 + K(t)\lambda_2^{\tilde{h}} + f(t), \quad t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right], \quad x_2\left(\frac{1}{4}\right) = \lambda_2^{\tilde{h}}. \end{aligned}$$

Результаты вычислений представлены в следующей таблице

$t$	$x_1(t)$ (численное решение)	$x_1(t)$ (решение)	$x_2(t)$ (численное решение)	$x_2(t)$ (решение)
0	1.0000000005	1	-0.0000000015	0
0.025	1.0000000005	1	-0.0243750015	-0.024375
0.05	1.0000000004	1	-0.0475000016	-0.0475
0.075	1.0000000004	1	-0.0693750017	-0.069375
0.1	1.0000000003	1	-0.0900000017	-0.09
0.125	1.0000000003	1	-0.1093750018	-0.109375
0.15	1.0000000002	1	-0.1275000018	-0.1275
0.175	1.0000000002	1	-0.1443750019	-0.144375
0.2	1.0000000002	1	-0.1600000019	-0.16
0.225	1.0000000001	1	-0.1743750020	-0.174375
0.25	1.0000000001	1	-0.1875000020	-0.1875
0.275	1.0000000000	1	-0.1993750021	-0.199375
0.3	1.0000000000	1	-0.2100000021	-0.21
0.325	1.0000000000	1	-0.2193750022	-0.219375
0.35	0.9999999999	1	-0.2275000022	-0.2275
0.375	0.9999999999	1	-0.2343750023	-0.234375
0.4	0.9999999999	1	-0.2400000023	-0.24
0.425	0.9999999998	1	-0.2443750023	-0.244375
0.45	0.9999999998	1	-0.2475000024	-0.2475
0.475	0.9999999998	1	-0.2493750024	-0.249375
0.5	0.9999999998	1	-0.2500000024	-0.25
0.525	0.9999999998	1	-0.2493750024	-0.249375
0.55	0.9999999998	1	-0.2475000024	-0.2475
0.575	0.9999999998	1	-0.2443750025	-0.244375
0.6	0.9999999998	1	-0.2400000025	-0.24
0.625	0.9999999998	1	-0.2343750025	-0.234375
0.65	0.9999999998	1	-0.2275000024	-0.2275
0.675	0.9999999998	1	-0.2193750024	-0.219375
0.7	0.9999999998	1	-0.2100000024	-0.21
0.725	0.9999999998	1	-0.1993750024	-0.199375
0.75	0.9999999998	1	-0.1875000023	-0.1875
0.775	0.9999999998	1	-0.1743750023	-0.174375
0.8	0.9999999999	1	-0.1600000022	-0.16
0.825	0.9999999999	1	-0.1443750022	-0.144375
0.850	1.0000000000	1	-0.1275000021	-0.1275
0.875	1.0000000001	1	-0.1093750020	-0.109375
0.9	1.0000000001	1	-0.0900000019	-0.09
0.925	1.0000000002	1	-0.0693750018	-0.069375
0.950	1.0000000003	1	-0.0475000017	-0.0475
0.975	1.0000000004	1	-0.0243750016	-0.024375
1	1.0000000005	1	-0.0000000014	0

Как видно из таблицы разность между точным и приближенным решением не превышает значения  $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-8}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения // Журнал вычисл. матем. и матем. физики. 1989. Т.29, №1. -С. 50-66.
- 2 Бакирова Э.А. О признаке однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений // Известия НАН РК. Сер. физ.-матем. 2005. №1. -С. 95-102.
- 3 Абдуллаев В.М., Айда-заде К.Р. О численном решении нагруженных дифференциальных уравнений // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 2004. Т. 44. №9. –С.1585-1595.
- 4 Абрамов А.А. Вариант метода прогонки // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 1961. Т.1. №2. С.349-351.

#### REFERENCES

- 1 Dzhumabaev D.S. Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki 1989. T.29, №1. -P. 50-66.
- 2 Bakirova Je.A. Izvestija NAN RK. Ser.fiz-matem. 2005. №1. -P. 95-102.
- 3 Abdullaev V.M., Ajda-zade K.R. Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki. 2004. T. 44. №9. – P.1585-1595.
- 4 Abramov A.A. Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki. 1961. T.1. №2. P.349-351.

#### Резюме

*Д. С. Жұмабаев, Г. Б. Илясова*

(ҚР БҒМ Математика және математикалық үлгілеу институты, ҚР БҒМ, Алматы, Қазақстан,  
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан)

#### ЖҮКТЕЛГЕН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУ ҮШІН СЫЗЫҚТЫ ШЕТТІК ЕСЕПТІ ШЕШУДІҢ ПАРАМЕТРЛЕУ ӘДІСІНІҢ САНДЫҚ ЖҮЗЕГЕ АСЫРЫЛУЫ

Интервалды жүктеу нүктелерімен бөлу және қосымша параметрлерді енгізу арқылы сызықты екінүктелі шеттік есеп эквивалентті шеттік есепке келтіріледі. Ішкі аралықтарда жәй дифференциалдық тендеулерге қойылған матрицалық және векторлық Коши есептерінің шешімдері арқылы параметрлерге қатысты сызықты алгебралық тендеулер жүйесі құрылады. Қарастырылып отырған есепті шешудің құрылған жүйені шешуге және ішкі аралықтарда Коши есебі үшін 4-ретті Рунге-Кутта әдісіне негізделген сандық әдісі ұсынылған.

**Тірек сөздер:** шеттік есеп, жүктелген дифференциалдық тендеулер, параметрлеу әдісі.

#### Summary

*D. S. Dzhumabaev, G. B. Ilyassova*

(Institute of mathematics of the Ministry of Education and Science of The Republic of Kazakhstan, Almaty,  
Kazakh National pedagogical university named after Abai, Kazakhstan)

#### ON ONE NUMERICAL IMPLEMENTATION OF THE PARAMETERIZATION METHOD FOR SOLVING OF LINEAR BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR LOADED DIFFERENTIAL EQUATIONS

Linear two-point boundary value problem is reduced to an equivalent boundary value problem with parameters by partition of the interval with points of loading and the introduction of additional parameters. A system of linear algebraic equations with respect to parameters is constructed by solving of Cauchy's matrix and vector problems for ordinary differential equations on the subintervals. Numerical method for solving of the problem is suggested, which based on the solving of the constructed system and method of Runge-Kutta 4th order for solving of the Cauchy problem on the subintervals.

**Keyword:** boundary value problem, loaded differential equations, parameterization method.

*Поступила 14.01.2014 г.*

М. Е. ЕСҚАЛИЕВ, Г. К. ИЗБАСАРОВА, М. К. ЧАНБАЕВА

(Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан)

## ДАРА ЖҮКТЕЛГЕН ӘСЕРДЕН БОЛҒАН ЭЛЕМЕНТТЕГІ КЕРНЕУЛЕР МЕН ЖЫЛЖУЛАРДЫ ЖУЫҚТАП АНЫҚТАУДЫҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

**Аннотация.** Цилиндрлік қуысы бар екі қисық сызықтармен тұйықталған анизотропты денедегі дара жүктелген әсерден болған элементтегі кернеулер мен жылжуларды анықтаудың жуықтама жолдары көрсетілген. Шекаралық элементтер әдісіне (ШЭӘ) сәйкес дене шекарасы шекаралық элементтер деп аталатын сынық сызықтармен бейнеленеді. Көрсетілген элементтер ортасындағы пішіндік шарттардың орындалуы тұтас жазықтықта шекаралық элементтерге кейбір жалған әсерлердің жүктелуімен орындалады. Жазықтықтың кез келген нүктесінде осы элементтерден туындаған кернеулер мен жылжулар екі комплексті потенциалдар арқылы өрнктеліп, онымен қоса осы потенциалдардың механика-математикалық өрнегі келтірілген.

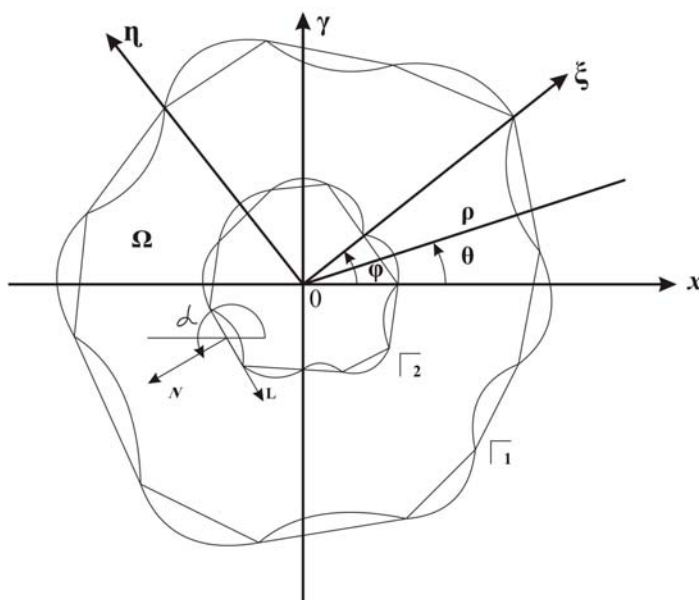
**Тірек сөздер:** жүктеме, қабыршақ, тербеліс, алгоритм, параметр, жылжу, тұтқырлық.

**Ключевые слова:** нагрузка, оболочка, колебания, алгоритм, параметр, перемещение, вязкость.

**Keywords:** loading, cover, rotation algorithm, parameters, moving, viscous.

Цилиндр тәріздес қуысы бар жазық деформация жағдайындағы анизотроптық денені қарастырамыз. Қуыстың көлденең қима ауданы  $\Omega$  облысын қамтиды, ол  $\Gamma_1$  және  $\Gamma_2$  тұйық қисықтармен қоршалған (1-сурет). Кернеулік жағдайдағы жазықтық екі осте қарастырылады. Нақты қойылған шекаралық есепке беттегі күштер берілген. Берілген шарттар бойынша жазықтықта кернеулер мен жылжуларды анықтау керек.

Есепті шешуде шекаралық элементтер әдісі (ШЭӘ) қолданылады [1, 2]. Осы әдіске сәйкес дененің  $n$  түзу кесінділерден тұратын шекарасы сынық сызықтармен аппроксимацияланады (1-сурет). Әрбір элементтегі жергілікті остер (тік  $N$  және  $L$  жанама) элементтердің ортасы арқылы өтеді.

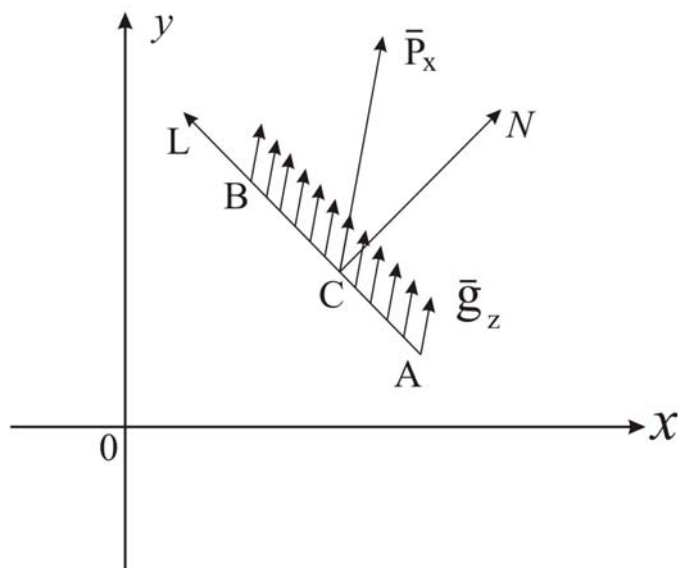


1-сурет

Белгілі бір жалған күштерді шекаралық элементтерге жүктеу арқылы элементтердің ортасында жиіктік шарттардың орындалуына әкеледі. Бұл жалған күштер шекара-элементтердің бойында бірқалыпты таралған деп есептейміз.

$AB$  элементіне бірқалыпты таралған  $g_z$  күштері жүктелсін, онда ол өзінің  $OX$  және  $OY$  арқылы бас векторға келтіріледі.

$$\bar{P} = |AB| * \bar{g}_z$$



2-сурет

Элементтің ұзындығы өзінің шеткі нүктелері мен  $A(x_1, x_2)$  және  $B(x_2, y_2)$  мынаған тең болады

$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Жазықтықтың кез келген  $D(x, y)$  нүктесінде осы элементтердегі кернеулер мен жылжулар екі комплексті потенциалдың  $\Phi_j(z_j)$  ( $j=1,2$ ) күрделі комплексті айнымалылары арқылы көрсетіледі, мұндағы  $z_j = x + \mu_j y$ ,  $\mu_j$  – сипаттамалық теңдеудің түбірі [3].

$$\beta_{11}\mu^4 - 2\beta_{16}\mu^3 + (2\beta_{12} + \beta_{66})\mu^2 - 2\beta_{26}\mu + \beta_{22} = 0 \quad (1)$$

Бұл теңдеудің түбірлерінің барлығы комплексті [3];  $\mu_1$  және  $\mu_2$  бұлар түбірдің оң жорымал бөлігі;

$$\beta_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3} a_{j3}}{a_{33}}, \quad (i, j=1, 2, 4, 5, 6)$$

Жазық деформация жағдайындағы серпімді тұрақтылар;  $a_{ij}$  – техникалық  $E_i, G_{ki}, \nu_{mn}$  ( $i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3$ ) тұрақтылар арқылы көрсетілген серпімді тұрақтылары:

$$\left\{ \begin{array}{l}
a_{11} = \frac{\cos^4(\alpha - \varphi)}{E_1} + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2(\alpha - \varphi) \cos^2(\alpha - \varphi) + \frac{\sin^4(\alpha - \varphi)}{E_2}, \\
a_{22} = \frac{\sin^4(\alpha - \varphi)}{E_1} + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2(\alpha - \varphi) \cos^2(\alpha - \varphi) + \frac{\cos^4(\alpha - \varphi)}{E_2}, \\
a_{12} = \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2(\alpha - \varphi) \cos^2(\alpha - \varphi) - \frac{\nu_{12}}{E_1}, \\
a_{66} = 4 \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2(\alpha - \varphi) \cos^2(\alpha - \varphi) + \frac{1}{G_{12}}, \\
a_{16} = \left[ 2 \left( \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{E_2} - \frac{\cos^2(\alpha - \varphi)}{E_1} \right) + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) (\cos^2(\alpha - \varphi) - \sin^2(\alpha - \varphi)) \right] \sin(\alpha - \varphi) \cos(\alpha - \varphi), \\
a_{26} = \left[ 2 \left( \frac{\cos^2(\alpha - \varphi)}{E_2} - \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{E_1} \right) + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) (\cos^2(\alpha - \varphi) - \sin^2(\alpha - \varphi)) \right] \sin(\alpha - \varphi) \cos(\alpha - \varphi), \\
a_{44} = \frac{\cos^2(\alpha - \varphi)}{G_{23}} + \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{G_{13}}, \\
a_{45} = \left( \frac{1}{G_{23}} - \frac{1}{G_{13}} \right) \sin(\alpha - \varphi) \cos(\alpha - \varphi), \\
a_{55} = \left( \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{G_{23}} - \frac{1}{G_{13}} \right) \sin(\alpha - \varphi) \cos(\alpha - \varphi), \\
a_{13} = - \left( \frac{\nu_{23}}{E_2} \sin^2(\alpha - \varphi) \right) + \frac{\nu_{13}}{E_1} \cos^2(\alpha - \varphi), \\
a_{23} = - \left( \frac{\nu_{23}}{E_2} \cos^2(\alpha - \varphi) \right) + \frac{\nu_{13}}{E_1} \sin^2(\alpha - \varphi), \\
a_{33} = \frac{1}{E_3}, \\
a_{36} = 2 \left( \frac{\nu_{13}}{E_1} - \frac{\nu_{23}}{E_2} \right) \sin(\alpha - \varphi) \cos(\alpha - \varphi).
\end{array} \right.$$

қалған  $a_{ij}$  нөлге тең. Бұл жерде серпімді тұрақтыларды координат жүйесіне ауыруды түрлендіру формуласы пайдаланылады, себебі техникалық тұрақтылар  $\xi O \eta$  остерінде берілген (1-сурет),  $\varphi$  –  $OX$  осіне түскен жазықтық изотропиясының бұрышы,  $\alpha$  –  $AB$  көлбеу элементтің  $OX$  осіне түскен бұрышы.

Қарастырылып отырған жағдайда  $\Phi_j(z_j)$  потенциалы  $AB$  бойындағы шоғырланған күштердің сәйкес потенциалын интегралдау арқылы алынады. Координат басындағы тұтас шексіз анизотроптық жазықтықтағы шоғырланған күштің потенциалы  $\Phi_j(z_j) = A_j \ln z_j$ , ( $z_j = 1, 2$ ) болады. Координат басын жаңа нүктеге параллель тасымалдағанда осы екі функция анизотроптық жазықтықта инвариантты болады [4]. Сондықтан егерде күш координаттары  $(x_0, y_0)$  кез келген нүктеге түскенде  $\Phi_j(z_j) = A_j \ln(z_j - z_{0j})$  болады, мұнда  $z_{0j} = x_0 + \mu_j y_0$  нүктесінің физикалық жазықтықтағы күш түскен  $z_0 = x_0 + iy_0$  нүктесіне сәйкестігі.

Егер  $AB$  кесіндінің бойында шоғырланған күшті интегралдасак, онда бірқалыпты таралған күштерден комплексті потенциалдар үшін осы кесіндіде мынаны аламыз:

$$\Phi_j(z_j) = \frac{A_j |AB|}{z_{2j} - z_{1j}} \left[ (z_j - z_{1j})(\ln(z_j - z_{1j}) - 1) - (z_j - z_{2j})(\ln(z_j - z_{2j}) - 1) \right], \quad (2)$$

мұндағы  $z_{1j} = x_1 + \mu_j y_1$ ,  $z_{2j} = x_2 + \mu_j y_2$ ,  $(j=1,2)$ ,  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$   $AB$  кесіндінің шеткі нүктелерінің координаталары, ал  $A_j$  коэффициенттері төменгі теңдеулер жүйесінен табылады

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 - \bar{A}_1 - \bar{A}_2 &= \frac{P_y}{2\pi |AB| i}, \\ \mu_1 A_1 + \mu_2 A_2 - \bar{\mu}_1 \bar{A}_1 - \bar{\mu}_2 \bar{A}_2 &= -\frac{P_x}{2\pi |AB| i}, \\ \mu_1^2 A_1 + \mu_2^2 A_2 - \bar{\mu}_1^2 \bar{A}_1 - \bar{\mu}_2^2 \bar{A}_2 &= -\left( \frac{\beta_{16}}{\beta_{11}} \frac{P_x}{2\pi i} + \frac{\beta_{12}}{\beta_{11}} \frac{P_y}{2\pi i} \right) \frac{1}{|AB|}, \\ \frac{1}{\mu_1} A_1 + \frac{1}{\mu_2} A_2 - \frac{1}{\bar{\mu}_1} \bar{A}_1 - \frac{1}{\bar{\mu}_2} \bar{A}_2 &= \left( \frac{\beta_{12}}{\beta_{22}} \frac{P_x}{2\pi i} + \frac{\beta_{26}}{\beta_{22}} \frac{P_y}{2\pi i} \right) \frac{1}{|AB|} \end{aligned} \quad (3)$$

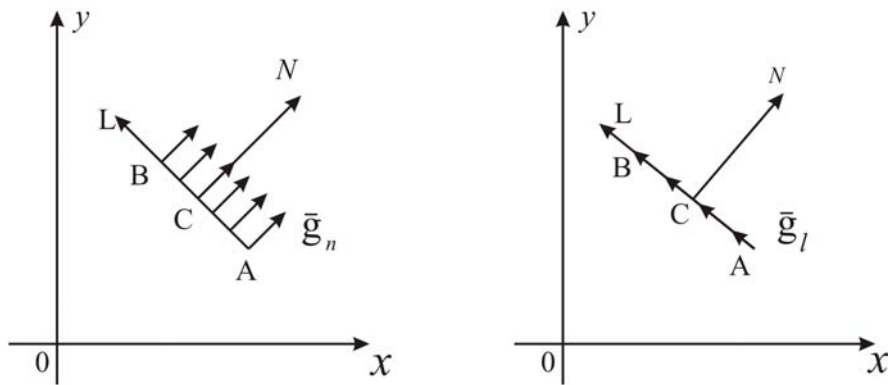
Дара жүктелген элементтің әсерінен болатын жазықтықтағы координаты  $(x, y)$  кез келген нүктедегі кернеулер мен жылжулар төмендегі формулалармен анықталады

$$\begin{cases} \sigma_x = 2 \operatorname{Re} \left[ \Phi_1'(z_1) \mu_1^2 + \Phi_2'(z_2) \mu_2^2 \right], \\ \sigma_y = 2 \operatorname{Re} \left[ \Phi_1'(z_1) + \Phi_2'(z_2) \right], \\ \tau_{xy} = -2 \operatorname{Re} \left[ \Phi_1'(z_1) \mu_1 + \Phi_2'(z_2) \mu_2 \right], \\ u = 2 \operatorname{Re} \left[ \Phi_1(z_1) p_1 + \Phi_2(z_2) p_2 \right], \\ \vartheta = 2 \operatorname{Re} \left[ \Phi_1(z_1) q_1 + \Phi_2(z_2) q_2 \right] \end{cases} \quad (4)$$

мұндағы

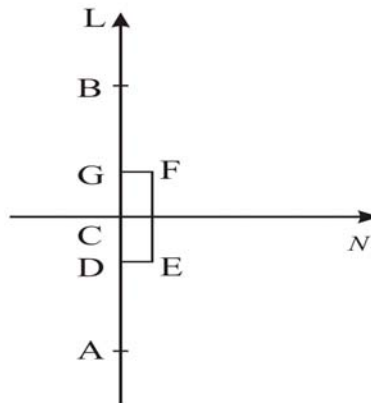
$$\begin{cases} p_1 = \beta_{11} \mu_1^2 + \beta_{12} - \beta_{16} \mu_1, \\ p_2 = \beta_{11} \mu_2^2 + \beta_{12} - \beta_{16} \mu_2, \\ q_1 = \beta_{12} \mu_1 + \frac{\beta_{22}}{\mu_1} - \beta_{26}, \\ q_2 = \beta_{12} \mu_2 + \frac{\beta_{22}}{\mu_2} - \beta_{26} \end{cases}$$

Жоғарыдағы өрнектерді пайдаланып жергілікті  $NCL$  жүйе координатында шексіз анизотропиялық жазықтың кез келген нүктесінде  $AB$  кесіндісінің бойында бір қалыпты таралған нормалді  $\bar{g}_n$  және  $\bar{g}_l$  әсерлерді табуға болады.



3-сурет

Егерде белгісіз шамалары анықталатын нүкте АВ кесіндісінде (4-сурет) орналасса (яғни, бұл С нүктесі), онда шоғырланған күштер үшін комплексті потенциалды интегралдау кезінде шоғырланған күштер үшін ерекшелік туады. Мұндай жағдайда интегралдау АВ кесіндісі бойынша жүргізілмейді, ол  $ADEFG$  сынық сызығы бойынша  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $\delta \rightarrow 0$  болғанда ғана интегралданады (мұнда  $\varepsilon = DC = CG$ ,  $\delta = DE$ ).



4-сурет

Бұл жағдайда зерттеулер комплексті потенциалдар үшін өрнекті  $NCL$  жергілікті жүйе остерінде формалды түрде қолдануға болатынын көрсетті.

#### ӘДЕБИЕТ

- 1 Айталиев Ш.М., Каюпов М.А. Метод граничного элемента для решения плоской задачи теории упругости анизотропного тела // Изв. АН КазССР, сер. физм-мат., 1980, №5, с.6-12.
- 2 Ескалиев М.Е., Каюпов М.А., Масанов Ж.К. О решении упругопластической задачи для анизотропной среды с отверстием методом граничного элемента // Изв. АН КазССР, сер. физм-мат. 1983, №1, с.15-20.
- 3 Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977, - 416с.
- 4 Грилицкий Д.В. Влияние точки приложения силы и момента на распределение напряжений у безграничной анизотропной пластинки с эллиптическим отверстием // Прикл. Механика, 1956, Т.2. №2.

#### REFERENCES

- 1 Ajtaliev Sh.M., Kajupov M.A. Metod granichnogo jelementa dlja reshenija ploskoj zadachi teorii uprugosti anizotropnogo tela // Izv. ANKazSSR, ser. fizm-mat., 1980, №5, s.6-12.
- 2 Eskaliev M.E., Kajupov M.A., Masanov Zh.K. Oreshenii uprugoplasticheskoj zadachi dlja anizotropnoj sredy s otverstiem metodom granichnogo jelementa // Izv. ANKazSSR, ser.fizm-mat. 1983, №1, s.15-20.
- 3 Lehnickij S.G. Teorija uprugosti anizotropnogo tela. M.: Nauka, 1977, - 416s.
- 4 Grilickij D.V. Vpliv točki prikladnija sily i momentu na razpodil napruzhen' u bezmezhnij anizotropnij plastince z eliptičnim otvorom // Prikl. Mehanika, 1956, T.2. №2.



### Резюме

*М. Е. Ескалиев, М. К. Чанбаева, Г. К. Избасарова*

(Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан)

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИБЛИЖЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ВЫЗВАННЫХ ДЕЙСТВИЕМ ОДИНОЧНОГО НАГРУЖЕННОГО ЭЛЕМЕНТА

Рассматривается приближенное решение об определении напряжений и перемещений, вызванных действием одиночного нагруженного элемента в анизотропном теле с цилиндрической полостью, ограниченную двумя замкнутыми кривыми. В соответствии с методом граничных элементов (МГЭ) граница тела аппроксимируется ломаной линией, называемых граничными элементами. Выполнение контурных условий в серединах указанных элементов достигается прикладыванием к граничным элементам в сплошной плоскости некоторых фиктивных нагрузок. Напряжения и перемещения в произвольной точке плоскости, вызываемые таким элементом, выражаются через два комплексных потенциала, а также подробно представлены механико-математические выражения этих потенциалов.

**Ключевые слова:** нагрузка, оболочка, колебания, алгоритм, параметр, перемещение, вязкость.

### Summary

*M. Yeskaliyev, M. Chanbayeva, G. Izbassarova*

(Kazakh State women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan)

#### THEORETICAL BASIS OF THE APPROXIMATE DETERMINATION OF STRESSES AND DISPLACEMENTS CAUSED BY THE ACTION OF A SINGLE ELEMENT LOADED

Considered approximate solution of determination of stresses and displacements caused by a single-loaded element in the anisotropic body with cylindrical cavity bounded by two closed curves. In accordance with the boundary element method (BEM) boundary of the body is approximated by a polyline-called boundary elements. Execution of contour conditions in the middles of these elements is achieved by applying to a boundary elements in solid plane some dummy loads. Voltage and moving at an arbitrary point in the plane caused by such element is expressed via two integrated capacity and presented in detail the mechanical-mathematical expression of these potentials.

**Keywords:** loading, cover, rotation algorithm, parameters, moving, viscous.

*Поступила 14.01.2014 г.*

УДК 532.133, 371.62, 372.8.002

*К. А. ҚАБЫЛБЕКОВ, П. А. САЙДАХМЕТОВ,  
Т. К. ТҮРҒАНОВА, М. А. НҮРУЛЛАЕВ, Л. Е. БАЙДУЛЛАЕВА*

(М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан)

#### ЖИНАҒЫШ ЖӘНЕ ШАШЫРАТҚЫШ ЛИНЗАЛАРДЫ ҮЛГІЛЕУ ТАҚЫРЫБЫНА САБАҚ ӨТКІЗУ ҮЛГІСІ

**Аннотация.** Жинағыш және шашыратқыш линзаларды үлгілеу сабағының және компьютерлік үлгілерді қолдану арқылы зертханалық жұмыс атқаруға арналған бланкі үлгілері ұсынылған.

**Тірек сөздер:** компьютерлік үлгілеу, жинағыш және шашыратқыш линза, фокус, бланкі үлгісі.

**Ключевые слова:** компьютерное моделирование, собирающая и рассеивающая линзы, фокус, модель бланка.

**Keywords:** computer modeling, collecting and disseminating lenses, focus, model of the blank.

Қазақстан Республикасының Президенті-Елбасы Н. А. Назарбаев «Қазақстан-2050 – стратегиясы қалыптасқан мемлекеттің жаңа саяси бағыты» атты Қазақстан халқына Жолдауында: Қазақстан 2050 жылы 30 дамыған мемлекеттер қатарына енуі керек деп атап көрсетті. Дамып келе жатқан елдер арасында мұндай қатарда болуы үшін бәсекелестік қатаң болады. Ұлт жаһандық экономикалық бәсекелестікке дайын болғанда ғана мұндай қатарда бола алады. Біз аса маңызды мақсаттарымызды естен шығармай, мақсатты және шабытты еңбек етуіміз керек: қазіргі заманға сай нәтижелі білім мен денсаулық сақтау жүйесін құру, бәсекеге қабілетті дамыған мемлекет болу үшін біз сауаттылығы жоғары елге айналуымыз керек. Бізге оқыту әдістемелерін жаңғырту және өңірлік мектеп орталықтарын құра отырып, білім берудің онлайн-жүйелерін белсене дамыту керек болады. Біз қалайтындардың барлығы үшін қашықтан оқытуды және онлайн режимінде оқытуды қоса, отандық білім беру жүйесіне инновациялық әдістерді, шешімдерді және құралдарды қарқынды енгізуге тиіспіз [1].

Президент жолдауында келтірілген тапсырмаларды орындау үшін М. Әуезов атындағы мемлекеттік университетінің «Физиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» кафедрасы биылғы оқу жылында оқу үрдісіне «Білімдегі ақпараттық технологиялар» және «Физиканы оқытудағы ақпараттық технологиялар» курстарын енгізді. Курстың мақсаты: студент-болашақ физика мұғалімдерін оқу үрдісінде, өздерінің кәсіпшілік қызметінде және біліктілігін жоғарылатуында, оқу үрдісі мен сыныптан тыс жұмыстарды ұйымдастыруда болашағы зор білім беру технологияларын творчестволық және тиімді пайдалануға дағдыландыру.

Оқу материалдары базасын жасауда студенттер мен магистранттар белсенді қатыстырылады. Авторлар құрастырған бірқатар демонстрациялық тәжірибелердің компьютерлік үлгілерін оқу үрдісінде пайдалану туралы біз бұрын жазғанбыз [2-15].

Бұл мақалада студенттерге, магистранттарға, мектеп мұғалімдеріне көмекші құрал ретінде оқушылардың [16] ресурсын пайдаланып компьютерлік зертханалық жұмыстарды ұйымдастыруда қандай тапсырмалар беруге болатынын және оқушыларға алдын ала берілетін зертханалық жұмыстың бланкі мен сабақ өткізу үлгілерін ұсынынамыз.

### САБАҚ ӨТКІЗУ ҮЛГІСІ

**Сабақтың тақырыбы мен мақсаты:** Жұқа линзаларда дене кескінін тұрғызу мен линза формуласын қолданып есептер шығару

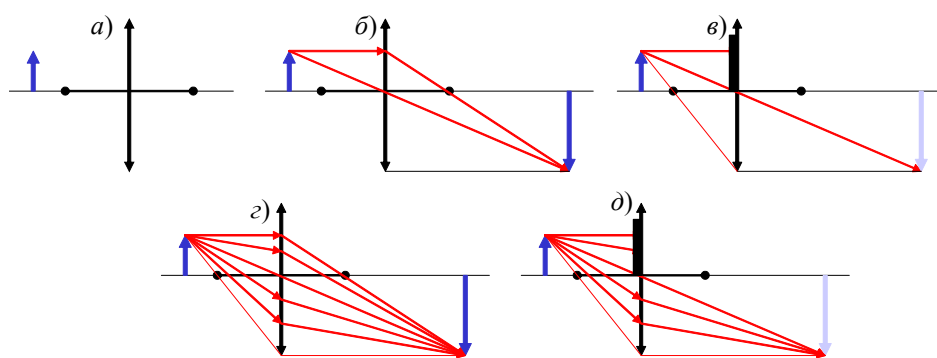
#### Сабақ жоспары

№	Сабақ кезеңдері	Уақыт	Тәсілдер және әдістер
1	Білімді өзектендіру және оқушыларды қызықтыру	5-7 мин	Анимациялар көрсету (1-3 суреттер). Әңгімелесу, тақырыпты талқылау
2	Білімді жүйелеу және қорытындылау	20-25 мин	Компьютерлік зертханалық жұмыс атқару. Оқушылар жеке бланкілерін толтырып оқытушыға тапсырады. Оқытушы жұмыс барысын бақылап кеңес беріп жүреді.
3	Жұмыс нәтижелерін сараптау, қорытындылау	7-10 мин	Оқушылар экранда тәжірибе нәтижелерін қысқаша баяндап, өз қорытындыларын жасайды
4	Сабақты қорытындылау, үй тапсырмасын беру	2-4 мин	Сұрақтарға жауап беру. Оқытушының қысқаша баяндауы. Үй тапсырмаларын тактаға жазу немесе экранға шығару

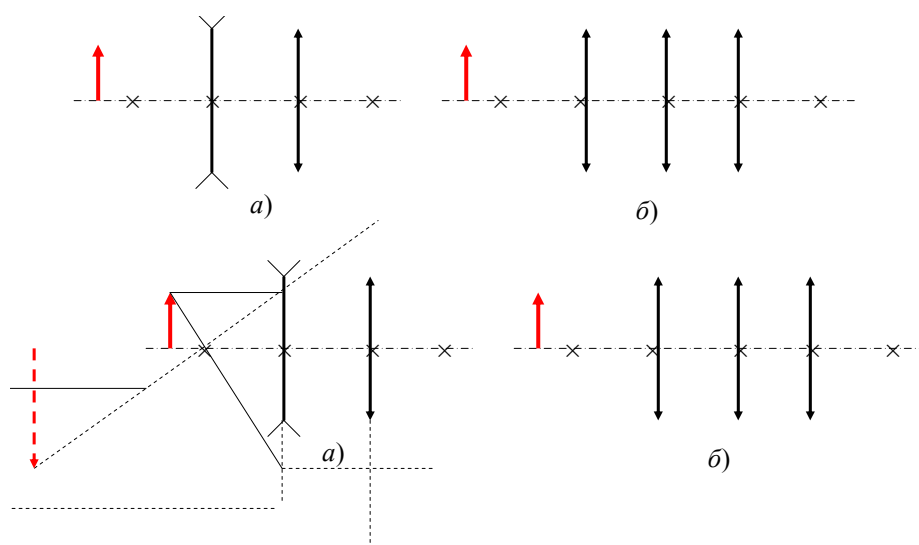
#### Сабақ барысы

**1-кезең.** Білімді өзектендіру және оқушыларды қызықтыру .

Оқытушы проектор көмегімен экранда төмендегі (1, 2-суреттер) авторлар [3] құрастырған компьютерлік үлгілерді демонстрациялайды. Дененің кескінін тұрғызудың тәсілдерін түсіндіреді және линза формуласын талқылайды.



1-сурет



2-сурет

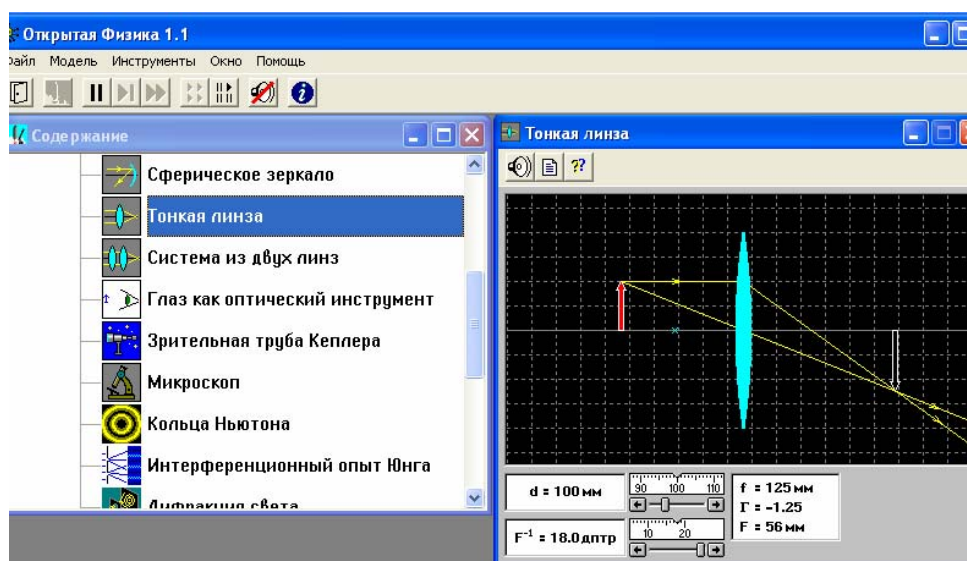
**Оқушылармен талқыланатын негізгі сұрақтар:**

1. Линза деп қандай оптикалық құралды айтады?
2. Линзада алынған кескіннің қандай түрлері болады?
3. Линзаның оптикалық центрі деп нені айтады?
4. Линзаның қандай түрлерін білесіз?
5. Линзаның фокус ара қашықтығы деп нені айтады?
6. Жинағыш линзаның фокус ара қашықтығыны қандай таңбалы?
7. Шашыратқыш линзаның фокус ара қашықтығыны қандай таңбалы?
8. Бас фокусы шын болатын линзаның түрі қайсыған жатады?
9. Бас фокусы жалған болатын айнаның түрі қайсыған жатады, ол қай жерде орналасады?
10. Линзаның центрі арқылы өтетін сәуленің қасиеті қандай?
11. Линзаның фокусы арқылы өтетін сәуленің қасиеті қандай?
12. Линзаның бас оптикалық осіне параллель арқылы өтетін сәуленің қасиеті қандай?
13. Линзаның формуласын жазып  $d$  және  $f$  ара қашықтықтардың таңбаларын таңдауды түсіндіріңдер.
14. Линзаның ( $\Gamma$ ) үлкейтуінің формуласын жазып, қандай жағдайларда оның таңбасын оң және теріс етіп алуды түсіндіріңдер.
15. Линзаның оптикалық күші деп нені айтады?
16. Дененің линзада алынған шын кескіні деп нені айтады?
17. Дененің линзада алынған жалған кескіні деп нені айтады?

**2-кезең.** Білімді жүйелеу және қорытындылау. Оқытушы жоғарғы сұрақтарды талқылап болғаннан кейін қорытынды жасайды.

**Ұйымдастыру кезеңі:**

Мұғалім компьютерлік зертханалық жұмысты орындауды тапсырып алдын ала дайындалған жұмыс бланкісін оқушыларға таратады. Төменде компьютерлік зертханалық жұмысты орындауға арналған бланкі үлгісі берілген:



3-сурет

**1. Компьютерлік зертханалық жұмысты орындауға оқушыларға алдына ала ұсынылатын бланкі үлгісі.**

**Жұмыстың тақырыбы:** *Жұқа жинағыш және шашыратқыш линзаларды үлгілеу*

**Жұмыстың мақсаты:** Жинағыш және шашыратқыш линзаларда дененің кескінін тұрғызу, дене линзаның фокус аралығынан алыс және жақын орнасқан жағдайларында дене кескінінің линзадан ара қашықтығын және оның үлкейіуін анықтау

**Сынып..... Оқушының фамилиясы..... Есімі.....**

**1. Есептердің жауаптарын компьютермен тексеруге арналған есептер:**

Алдымен есептерді қағазға жазып шығарып, соңынан алынған жауапты компьютерде тексеріңдер. Есептерді шығару барысын жазбаша дайындап зертханалық жұмыстың бланкісімен қоса тапсырыңдар.

**1.1-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 20$  дптр. Егер дене линзадан 150 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады?

*Жауабы.* .....

**1.2-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 20$  дптр. Егер дене линзадан 100 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы.* .....

**1.3-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 20$  дптр. Егер дене линзадан 50 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы.* .....

**1.4-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 20$  дптр. Егер дене линзадан 25 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы* .....

**1.5-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 20$  дптр. Егер дене линзадан 20 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы* .....

**1.6-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 20$  дптр. Егер дене линзадан 25 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы* .....

**1.7-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -20$  дптр. Егер дене линзадан 190 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы* .....

**1.8-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -20$  дптр. Егер дене линзадан 150 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы* .....

**1.9-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -20$  дптр. Егер дене линзадан 100 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы* .....

**1.10-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -20$  дптр. Егер дене линзадан 50 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы* .....

**1.11-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -20$  дптр. Егер дене линзадан 20 мм қашықтықта орналасса, онда оның кескіні линзадан қандай қашықтықта пайда болады және кескін қандай болады? Дененің кескінін тұрғызыңдар.

*Жауабы* .....

## **2. Бірмәнді емес есептер.**

**2.1-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 10$  дптр. Дененің шын кескіні дене өлшемінен 2 есе ұзын болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы* .....

**2.2-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 10$  дптр. Дененің шын кескіні дене өлшемінен 3,3 есе ұзын болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы* .....

**2.3-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 10$  дптр. Дененің шын кескіні дене өлшемінен, 4 есе ұзын болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы* .....

**2.4-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 10$  дптр. Дененің шын кескіні дене өлшемінен 5 есе ұзын болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы* .....

**2.5-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -10$  дптр. Дененің жалған тура кескіні дене өлшемінің 0,34-і болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы* .....

**2.6-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -10$  дптр. Дененің жалған тура кескіні дене өлшемінің 0,40-і болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы* .....

**2.7-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -10$  дптр. Дененің жалған тура кескіні дене өлшемінің 0,50-і болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы* .....

**2.8-есеп.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 20$  дптр. Дененің жалған тура дене өлшемінің 0,60-і болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы.* .....

**3. Творчестволық тапсырмалар.** Мұндай тапсырма аясында оқушыларға өз бетінше линзада дененің кескінін салуға арналған бір немесе бірнеше есеп құрастыру және үйде немесе сыныпта орындауы ұсынылады. Содан кейін алған нәтижесін компьютерлік үлгіні пайдаланып тексеруі керек. Алғашқыда бұл есептер бұрын құрастырылып, сабақта шешілген есептер типтесі болып, кейіннен үлгі мүмкіншілігіне орай жаңа типті болуы мүмкін. Мысалы 1.1–1.5 немесе 2.1–2.4 есептерге ұқсас.

#### **4. Тәжірибелік тапсырмалар**

**4.1-тапсырма.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 15$  дптр. Дененің жалған тура кескіні дене өлшемінен 2,2 есе ұзын болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы.* .....

**4.2-тапсырма.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = 15$  дптр. Дененің жалған тура кескіні дене өлшемінен 1,92 есе ұзын болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы.* .....

**4.3-тапсырма.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -15$  дптр. Дененің жалған тура кескіні дене өлшемінің 0,64-і болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы.* .....

**4.4-тапсырма.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -15$  дптр. Дененің жалған тура кескіні дене өлшемінің 0,55 –і болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы.* .....

**4.5-тапсырма.** Линзаның оптикалық күші  $F^{-1} = -15$  дптр. Дененің жалған тура кескіні дене өлшемінің 0,45 –і болуы үшін оны линзадан қандай қашықтықта орналастыру керек? Дененің кескінін салыңдар.

*Жауабы.* .....

#### **5. Зерттеу тапсырмалары**

**5.1-тапсырма.** 1.1-1.6 есептерінің нәтижелері бойынша дене кескінінің линзадан ара қашықтығы мен линзаның фокус аралығы арасындағы байланысты анықтаңдар. Тәжірибе қорытындысын тұжырымдаңдар.

*Жауабы.* .....

**5.2-тапсырма.** 1.7-1.11 есептерінің нәтижелері бойынша дене кескінінің линзадан ара қашықтығы мен линзаның фокус аралығы арасындағы байланысты анықтаңдар. Тәжірибе қорытындысын тұжырымдаңдар.

*Жауабы.* .....

**5.3-тапсырма.** 2.1-2.4 есептерінің нәтижелерін сараптап қорытынды тұжырым жасаңдар.

*Жауабы.* .....

**5.4-тапсырма.** 2.5-2.8 есептерінің нәтижелерін сараптап қорытынды тұжырым жасаңдар және 5.3 тапсырма нәтижесімен салыстырыңдар.

*Жауабы.* .....

#### **6. Ізденіс тасырмалары.**

**6.1-тапсырма.** Дененің тура шын кескіні жинағыш линза мен оның фокусы арасында орналасуы үшін қандай шарт орындалуы керек?

*Жауабы.* .....

**6.2-тапсырма.** Шашыратқыш линзада дене кескіні шын боолуы үшін қандай шарт орындалуы керек?

*Жауабы.* .....

**6.3-тапсырма.** Жинағыш линзадағы дененің кескіні шын және теріс орналасуы үшін қандай шарт орындалуы керек .

**6.4-тапсырма.** Шашырағыш линзадағы дененің кескіні жалған және тура орналасуы үшін қандай шарт орындалуы керек .

**6.5-тапсырма.** Шашырағыш линзадағы дененің кескіні ұлғайып, жалған және тура орналасуы үшін қандай шарт орындалуы керек .

Зерттеу және ізденістік тапсырмалар оқушылардың физикаға қызығушылығын арттыруда маңызды және қосымша мотивация факторы болып табылады. Мұндай жағдайларда да компьютерлік үлгілерді қолдану ең қолайлы болатынын айта кету керек. Ұсынылып отырған бланкі үлгісінде тапсырмалар саны әдейі көп берілген. Бұлардың барлығын кез келген оқушы орындай алмауы мүмкін. Дегенмен оқытушы үлгідегі тапсырмаларды әр оқушының шамасына қарап іріктеп бергені дұрыс немесе осы үлгіні пайдаланып басқа да тапсырмалар дайындай алады. Бланкіде көрсетілген тапсырмалармен қоса бірізді емес есептер, берілгендері жетіспейтін есептер ұсынылуы мүмкін.

**3-кезең.** Жұмыс нәтижелерін сараптау, қорытындылау. Оқушылар экранда тәжірибе нәтижелерін қысқаша баяндап, өз қорытындыларын жасайды

**4-кезең.** Сабақты қорытындылау, үй тапсырмасын беру. Сұрақтарға жауап беру. Оқытушының қысқаша баяндауы. Үй тапсырмаларын тақтаға жазу немесе экранға шығару.

#### ӘДЕБИЕТ

1 Назарбаев Н.Ә. «Қазақстан-2050 – стратегиясы» – қалыптасқан мемлекеттің жаңа саяси бағыты». Қазақстан халқына Жолдауы. www.bnews.kz. 14.12.2012ж. Астана.

2 Кабылбеков К.А., Түйебаев М.К., Турмамбеков Т.А., Иманбеков Д.А., Сайдахметов П.А. Компьютерные модели опытов и демонстраций по курсу физики / «Электричество. Часть – 1.» и их использование в учебном процессе. Высшая школа Казахстана, № 3. Алматы, 2007. С. 14-19.

3 Кабылбеков К.А., Түйебаев М.К., Иманбеков Д., Елемесов Е., Әміров А.Ә Комп. прогр.-эл. оқулық «Оптика» - сұрақ-жауап түрінде» Свидетельство № 325 от 28.06.07.

4 Кабылбеков К.А. Компьютерные модели физических явлений (механика). Свид-во о госрегистрации прав на объект авторского права № 685 от 29.04.2011.

5 Кабылбеков К.А. Компьютерные модели физических явлений (электричество). Свид-во о госрегистрации прав на объект авторского права № 725 от 10.05.2011.

6 Кабылбеков К.А. Компьютерные модели физических явлений (магнетизм). Свид-во о госрегистрации прав на объект авторского права. № 686 от 29.04.2011.

7 Кабылбеков К.А., Байжанова А. Использование мультимедийных возможностей компьютерных систем для расширения демонстрационных ресурсов некоторых физических явлений. Труды Всероссийской научно-практ. конф.с междунар. участием. Томск 2011г., стр.210-215.

8 Кабылбеков К.А., Аманбаев С.П., Халметова З.Б., Арысбаева А.С. Можель урока: Лабораторная работа: «Исследование последовательного и параллельного соединения проводников» с использованием виртуального конструктора. Научные труды ЮКГУ им. М.Ауэзова. №1 (26), стр. 83-87, 2013

9 Кабылбеков К.А., Сатаев С., Серкебаев С.К., Арысбаева А.С. Модель урока: Лабораторная работа: «Исследование цепей переменного тока» с использованием виртуального конструктора. Труды международной научно-практической конференции «Казахстанское общество всеобщего труда: социально-педагогический, экономический, инновационный и правовой аспекты», 2 том, стр. 60-64, Тараз 2013

10 Кабылбеков К.А., Турмамбеков Т.А., Иманбеков Д.А., Арысбаева А.С. Компьютерлік зертханалық жұмыс бланкісінің үлгісі. А.Ясауи атындағы ХҚТУ хабаршысы, №1 (81), 23-31 бет, Түркістан , 2013

11 Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Арысбаева А.С., Белгібаева А.М. Использование виртуальной лаборатории в преподавании физики Труды международной научно-практической конференции «Ауэзовские чтения -12: «Роль регионального университета в развитии инновационных направлений науки, образования и культуры», посвященной 70-летию ЮКГУ им.М.Ауэзова, т.5, стр.153-157, Шымкент, 2013

12 Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Белгібаева А.М., Арысбаева А.С. Оқушылардың өз бетінше атқаратын компьютерлік зертханалық жұмыс бланкісінің үлгісі. Труды международной научно-практической конференции «Ауэзовские чтения -12: «Роль регионального университета в развитии инновационных направлений науки, образования и культуры», посвященной 70-летию ЮКГУ им.М.Ауэзова, т.5, стр.149-153, Шымкент, 2013

13 Кабылбеков К.А., Дасибеков А.Д., Аширбаев Х.А., Серкебаев С.К. Физика сабақтарында компьютерлік моделдер мен виртуал лабораторияларды қолдану әдістемесі. Труды международной научно-практической конференции «Ауэзовские чтения -12: «Роль регионального университета в развитии инновационных направлений науки, образования и культуры», посвященной 70-летию ЮКГУ им.М.Ауэзова, т.5, стр.157-161, Шымкент, 2013

14 Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Арысбаева А.С Оқушылардың өз бетінше атқаратын компьютерлік зертханалық жұмыс бланкісінің үлгісі. Известия Национальной академии наук РК, №6, стр. 82-89. 2013

15 Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Байдуллаева Л.Е. Абдураимов Фотоэффект, комптонэффекті заңдылықтарын оқытуда компьютерлік үлгілерді қолданудың әдістемесі, компьютерлік зертханалық жұмыс атқаруға арналған бланкі үлгілері. Известия Национальной академии наук РК, №6, стр. 114-121. 2013

16 <http://www.physikon.ru>. «ФИЗИКОН» компаниясының сайты.

## REFERENCES

- 1 Nazarbaev N.Ə. «Kazakhstan-2050 –strategijasy» -kalypstaskan memlekettiñ zhaña sajasi baғыty». Qazakstan halkyna Zholdauy. www.bnews.kz. 14.12.2012zh. Astana.
- 2 Kabyzbekov K.A., Tujebaev M.K., Turmambekov T.A., Imanbekov D.A., Sajdahmetov P.A., Komp'juternye modeli opytov i demonstracij po kursu fiziki «Jelektrichestvo. Chast' – 1.» i ih ispol'zovanie v uchebnom processe. Vysshaja shkola Kazahstana, № 3, str. 14-19, Almaty, 2007.
- 3 Kabyzbekov K.A., Tujebaev M.K., Imanbekov D., Elemesov E. Əmirov A.Ə Komp. progr.-jel. okulyk «Optika» - sұraq-zhauap tyrinde» Svidetel'stvo № 325 ot 28.06.07.
- 4 Kabyzbekov K.A. Komp'juternye modeli fizicheskikh javlenij (mehnika). Svid-vo o gosregistracii prav na ob#ekt avtorskogo prava № 685 ot 29.04.2011.
- 5 Kabyzbekov K.A. Komp'juternye modeli fizicheskikh javlenij (jelektrichestvo). Svid-vo o gosregistracii prav na ob#ekt avtorskogo prava № 725 ot 10.05.2011.
- 6 Kabyzbekov K.A. Komp'juternye modeli fizicheskikh javlenij (magnetizm). Svid-vo o gosregistracii prav na ob#ekt avtorskogo prava. № 686 ot 29.04.2011.
- 7 Kabyzbekov K.A., Bajzhanova A. Ispol'zovanie mul'timedijnyh vozmozhnostej komp'juternyh sistem dlja rasshirenija demonstracionnyh resursov nekotoryh fizicheskikh javlenij. Trudy Vserossijskoj nauchno-prakt. konf.s mezhdunar. uchastiem. Tomsk 2011g., str.210-215.
- 8 Kabyzbekov K.A., Amanbaev S.P., Halmetova Z.B., Arysbaeva A.S. Mozhel' uroka: Laboratornaja rabota: «Issledovanie posledovatel'nogo i parallel'nogo soedinenija provodnikov» s ispol'zovaniem virtual'nogo konstruktora. Nauchnye trudy JuKGU im. M.Auezova. №1 (26), str. 83-87, 2013
- 9 Kabyzbekov K.A., Sataev S., Serkebaev S.K., Arysbaeva A.S. Model' uroka: Laboratornaja rabota: «Issledovanie cepej peremennogo toka» s ispol'zovaniem virtual'nogo konstruktora. Trudy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Kazhastanskoe obshhestvo vseobshhego truda: social'no-pedagogicheskij, jekonomicheskij, innovacionnyj i pravovoj aspekty», 2 tom, str. 60-64, Taraz 2013
- 10 Kabyzbekov K.A., Turmambekov T.A., Imanbekov D.A., Arysbaeva A.S. Komp'juterlik zerthanaluk zhұmys blakisiniñ ylgisi. A.Jasaui atyndary HQTU habarshysy, №1 (81), 23-31 bet, Turkistan , 2013
- 11 Kabyzbekov K.A., Ashirbaev H.A., Arysbaeva A.C., Belgibaeva A.M. Ispol'zovanie virtual'noj laboratorii v prepodavanii fiziki Trudy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Auezovskie chtenija -12: «Rol' regional'nogo universiteta v razvitii innovacionnyh napravlenij nauki, obrazovaniya i kul'tury», posvjashhennoj 70-letiju JuKGU im.M.Aujezova,t.5, str.153-157, Shymkent, 2013
- 12 Kabyzbekov K.A., Ashirbaev H.A., Belgibaeva A.M., Arysbaeva A.S. Okushylardyñ öz betinshe atkaratyn komp'juterlik zerthanaluk zhұmys blakisiniñ ylgisi. Trudy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Auezovskie chtenija -12: «Rol' regional'nogo universiteta v razvitii innovacionnyh napravlenij nauki, obrazovaniya i kul'tury», posvjashhennoj 70-letiju JuKGU im.M.Aujezova,t.5, str.149-153, Shymkent, 2013
- 13 Kabyzbekov K.A., Dasibekov A.D., Ashirbaev H.A., Serkebaev S.K. Fizika sabaktarynda komp'juterlik modelder men virtual laboratorijalardy koldanu ədistemesi. Trudy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Auezovskie chtenija -12: «Rol' regional'nogo universiteta v razvitii innovacionnyh napravlenij nauki, obrazovaniya i kul'tury», posvjashhennoj 70-letiju JuKGU im.M.Aujezova,t.5, str.157-161, Shymkent, 2013
- 14 Kabyzbekov K.A., Saidahmetov P.A., Arysbaeva A.S Okushylardyñ öz betinshe atkaratyn komp'juterlik zerhanaluk zhұmys blankisiniñ ylgisi. Izvestija Nacional'noj akademii nauk RK, №6, str. 82-89. 2013
- 15 Kabyzbekov K.A., Saidahmetov P.A., Bajdullaeva L.E. Abduraimov Fotojeffekt, komptonjeffekti zandylyktaryn okuytuda komp'juterlik ylgilerdi koldanudyñ ədistemesi, komp'juterlik zerthanaluk zhұmys atkaruға arnalған blanki ylgileri. Izvestija Nacional'noj akademii nauk RK, №6, str. 114-121. 2013
- 16 <http://www.physikon.ru>. «FIZIKON» kompanijasynun sajty.

## Резюме

*К. А. Кабылбеков, П. А. Саудахметов, Т. К. Турганова, М. А. Нуруллаев, Л. Е. Байдуллаева*

(Южно-Казахстанский университет им. М. Ауэзова, Шымкент, Казахстан)

МОДЕЛЬ ПРОВЕДЕНИЯ УРОКА НА ТЕМУ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБИРАЮЩЕЙ И РАССЕЙВАЮЩЕЙ ЛИНЗЫ

Предлагается модель проведения урока на тему «Моделирование собирающей и рассеивающей линз» с использованием компьютерной лабораторной работы и модель бланка компьютерной лабораторной работы.

**Ключевые слова:** компьютерное моделирование, собирающая и рассеивающая линзы, фокус, модель бланка.



Summary

K. A. Kabyzbekov, P. A. Caidahmetov, T. K. Turganova, M. A. Nurullaev, L. Ye. Baidullayeva.

(M. Auezov South-Kazakhstan state university, Shymkent, Kazakhstan)

THE MODEL OF CARRYING OUT THE LESSON  
ON THEME MODELING OF COLLECTING AND DISSEMINATING LENSES

The model of carrying out of a lesson of a theme «Modeling of collecting and disseminating lenses» with use of computer laboratory work and blank model of computer laboratory work.

**Keywords:** computer modeling, collecting and disseminating lenses, focus, model of the blank.

Поступила 14.01.2014 г.

УДК 531.1

A. A. БЕКОВ<sup>1</sup>, М. Д. ШИНИБАЕВ<sup>1</sup>, С. С. ДАИРБЕКОВ<sup>2</sup>,  
А. АБЖАПБАРОВ<sup>3</sup>, Е. К. АКИНБЕКОВ<sup>3</sup>, К. С. АСТЕМЕСОВА<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт космических исследований им. академика У. М. Султангазина АО «НЦКИТ», Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Университет Сыр-Дария, Джетысай, Казахстан,

<sup>3</sup>Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан,

<sup>4</sup>Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан)

## О КВАДРАТУРАХ ТИПА КОББА В СЛУЧАЕ $A = B = 2C$

**Аннотация.** Найдены новые квадратуры типа Кобба в случае  $A = B = 2C$ . Принимая за канонические переменные углы Эйлера и импульсы по этим углам для твердого тела, совершающего вращательные движения относительно центра масс в центральном ньютоновском поле тяготения, получены канонические уравнения движения.

Распределение масс тела в случае  $A = B = 2C$ , позволяет записать первые интегралы Клебша для канонических уравнений. Они находятся в инволюции, поэтому выполнены все условия теоремы Лиувилля. Записывая полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби, находим квадратуры типа Кобба. Ценность полученных квадратур заключается в том, что они позволяют избежать ультраэллиптических интегралов, и неоднозначности в аналитических решениях дифференциальных уравнений движения твердого тела относительно центра масс в центральном ньютоновском поле тяготения.

**Ключевые слова:** динамика, твердое тело, силовое поле, ньютоновское поле тяготения, центр масс, вращательное движение, моменты инерции тела.

**Тірек сөздер:** динамика, қатты дене, күштік өріс, ньютон ауырлық өрісі, салмақ орталығы, айналмалы қозғалыс, дененің инерциялық күйі.

**Keywords:** dynamics, rigid body, the force field, the Newtonian gravitational field, the center of mass, rotational motion, the moments of inertia of the body.

Пусть твердое тело совершает движение относительно центра масс в ньютоновском поле тяготения, тогда принимая за канонические переменные  $\theta, \varphi, \psi, p_\theta, p_\varphi, p_\psi$ , имеем [1] канонические уравнения следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p_\theta}, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_\varphi}, \quad \frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_\psi}, \\ \frac{dp_\theta}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \theta}, \quad \frac{dp_\varphi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi}, \quad \frac{dp_\psi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \psi}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\theta, \varphi, \psi, p_\theta, p_\varphi, p_\psi$  – углы Эйлера и соответственно импульсы по этим углам,  $H$  – функция Гамильтона

$$H = \frac{1}{2}(Ap^2 + Bq^2 + Cr^2) + \frac{1}{2}\varepsilon(A\gamma^2 + B\gamma'^2 + C\gamma''^2) \quad (2)$$

соответственно

$$\left. \begin{aligned} p &= \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi, & q &= \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi, \\ r &= \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}, & \gamma &= \sin \theta \sin \varphi, & \gamma' &= \sin \theta \cos \varphi, & \gamma'' &= \cos \theta, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$T = \frac{1}{2}(Ap^2 + Bq^2 + Cr^2), \quad \bar{\omega} = p\bar{i} + q\bar{j} + r\bar{k}, \quad (4)$$

$$p_\theta = \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}}, \quad p_\varphi = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}, \quad p_\psi = \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}}, \quad \varepsilon = \frac{3\mu}{R^3}, \quad (5)$$

где  $A, B, C$  – главные центральные моменты инерции тела,  $\mu$  – гравитационная постоянная,  $R$  – расстояние от центра масс тела до центра притяжения.

С учетом (3)-(5) функцию Гамильтона запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{A} \left[ \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} (p_\psi - p_\varphi \cos \theta) + p_\theta \cos \varphi \right]^2 + \frac{1}{B} \left[ \frac{\cos \varphi}{\sin \theta} (p_\psi - p_\varphi \cos \theta) + p_\theta \sin \varphi \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{C} p_\varphi^2 + \varepsilon [(A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi) \sin^2 \theta + C \cos^2 \theta]. \end{aligned} \quad (6)$$

Используя интегралы Клебша [2], получим первые интегралы для (1):

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= H = \alpha_1, \\ F_2 &= \left[ \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} (p_\psi - p_\varphi \cos \theta) + p_\theta \cos \varphi \right]^2 + \left[ \frac{\cos \varphi}{\sin \theta} (p_\psi - p_\varphi \cos \theta) + p_\theta \sin \varphi \right]^2 + \\ &+ p_\varphi^2 - \varepsilon [(BC \sin^2 \varphi + AC \cos^2 \varphi) \sin^2 \theta + AB \cos^2 \theta] = \alpha_2, \\ F_3 &= p_\psi = \alpha_3, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – произвольные постоянные.

Далее учтем, что  $p_\psi = \alpha_3$  и  $A = B = 2C$ , а также, что в нашем случае скобки Пуассона равны нулю

$$(F_1, F_2) \equiv 0, \quad (F_1, F_3) \equiv 0, \quad (F_2, F_3) \equiv 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial(F_1, F_2, F_3)}{\partial(p_\theta, p_\varphi, p_\psi)} \neq 0,$$

следовательно, выполнены все условия теоремы Лиувилля, значит (1) интегрируются в квадратурах.

Таким образом, полное решение уравнения Гамильтона-Якоби

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \left( \alpha_3 - \frac{\partial W}{\partial \varphi} \cos \theta \right) + \frac{\partial W}{\partial \theta} \cos \varphi \right]^2 + \frac{1}{2} \left[ \frac{\cos \varphi}{\sin \theta} \left( \alpha_3 - \frac{\partial W}{\partial \varphi} \cos \theta \right) - \frac{\partial W}{\partial \theta} \sin \varphi \right]^2 + \\ + \left( \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right)^2 + C^2 \varepsilon (1 + \sin^2 \theta) = \alpha_1 C \end{aligned} \quad (8)$$

имеет вид

$$W = \alpha_3 \psi + \int p_\theta d\theta + \int p_\varphi d\varphi, \quad (9)$$

где

$$p_\varphi = Cr_0 - const, \\ p_\theta = \frac{\sqrt{a_4 \cos^4 \theta + a_3 \cos^3 \theta + a_2 \cos^2 \theta + a_1 \cos \theta + a_0}}{\sin \theta},$$

здесь

$$a_4 = -2C^2\varepsilon, a_3 = 0, a_2 = -\alpha_2, a_1 = 2\alpha_3\sqrt{2\alpha_1C - \alpha_2 - 6\varepsilon C^2}, a_0 = 8\varepsilon C^2 + 2\alpha_2 - 2\alpha_1C - \alpha_3^2.$$

Исходя из (9), представим квадратуры типа Кобба, которые и есть решения канонических уравнений (1) в следующем виде:

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha_1} = t + \beta_1, \quad \frac{\partial W}{\partial \alpha_2} = \beta_2, \quad \frac{\partial W}{\partial \alpha_3} = \beta_3, \quad (10)$$

где  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  – новые произвольные постоянные.

$$\left. \begin{aligned} t + \beta_1 &= -\int \frac{2C\left(\frac{\alpha_3^2}{a_1}\cos\theta - 1\right)d(\cos\theta)}{\sqrt{a_4\cos^4\theta + a_3\cos^3\theta + a_2\cos^2\theta + a_1\cos\theta + a_0}}, \\ \beta_2 &= \int \frac{-\left(2 - \cos^2\theta - \frac{2\alpha_3^2}{a_1}\cos\theta\right)d(\cos\theta)}{\sqrt{a_4\cos^4\theta + a_3\cos^3\theta + a_2\cos^2\theta + a_1\cos\theta + a_0}}, \\ \beta_3 &= \psi + \int \frac{\left(\alpha_3 - \frac{a_1}{2\alpha_3}\cos\theta\right)d(\cos\theta)}{\sqrt{a_4\cos^4\theta + a_3\cos^3\theta + a_2\cos^2\theta + a_1\cos\theta + a_0}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Эти квадратуры приводятся к эллиптическим интегралам, так как подкоренной полином имеет четвертую степень. Обращение этих квадратур дают однозначные аналитические решения канонических уравнений движения твердого тела относительно центра масс в ньютоновском поле тяготения.

Новые квадратуры типа Кобба (1) справедливы для всех ( $A = B = 2C$ ) осесимметричных тел, вращающихся относительно центра масс в центральном ньютоновском поле.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Шинибаев М.Д. Поступательно-вращательные движения твердого тела в стационарном и нестационарном поле тяготения Земли. – Алматы, 2010. – 132 с.
- 2 Архангельский Ю.А. Аналитическая динамика твердого тела. – М.: Наука, 1977. – 328 с.

#### REFERENCES

- 1 Shinibaev M.D. Postupatelnoe-vrashatelnye dvigeniya tverdogo tela v stazionarnom I nestazionarnom pole tyagoteniya Zemli. Almaty, 2010, 132 p. (in Russ.).
- 2 Arhangelski Ju.A. Analiticheskay dinamika tverdogo tela. M.: Nauka, 1977, 328 p. (in Russ.).

#### Резюме

*А. А. Беков<sup>1</sup>, М. Д. Шыныбаев<sup>1</sup>, С. С. Дайырбеков<sup>2</sup>,  
А. Абжапбаров<sup>3</sup>, Е. К. Ақынбеков<sup>3</sup>, К. С. Астемесова<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Академик Ө. М. Сұлтанғазин атындағы Ғарыштық зерттеулер институты АҚ «ҰҒЗТО», Алматы, Қазақстан,

<sup>2</sup>Сыр-Дария университеті, Джетысай, Қазақстан,

<sup>3</sup>М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан Мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан,

<sup>4</sup>Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан)

#### КОББА КВАДРАТУРАЛАРЫНА ТИПТЕС $A = B = 2C$ ЖАҒДАЙЫНДАҒЫ КВАДРАТУРАЛАР

Ньютон орталық өрісінде массалық центріне қатысты айналмалы қозғалыстағы қатты дененің орталық инерциялық моменттерінің қатынасы  $A = B = 2C$  жағдайында Кобба квадратураларына типтес жаңа шешім қорытылды. Канондық айнымалылар ретінде Эйлер бұрыштары және сол бұрыштарға сәйкес импульстар

алынып, ньютон орталық өрісінде массалық центріне қатысты айналмалы қозғалатын қатты дененің канондық теңдеулері құрылды.

Массалардың ерекше жайылуы ( $A = B = 2C$ ) Клебштің тәуелсіз бірінші интегралдарын қорытуға мүмкіншілік берді. Олар Пуассон жақшалары нөлге тең болғандықтан инволюциялық болып Лиувилль теоремасының барлық шарттары орындалды. Сондықтан Гамильтон-Якоби теңдеуінің толық интегралы табылып, канондық теңдеулеріне Кобба квадратураларына типтес шешімдер анықталды. Бұл квадратуралардың басқа шешімдерге қарағанда басымдылығы бар, ол шешімдердің бірімәнділігі және ультраэллиптикалық интегралдардың жоқтығы.

Жаңа Кобба типтес квадратуралар барлық ( $A = B = 2C$ ) өстік симметриялық денелерге орынды, егер ол дене ньютонның орталық өрісінде қозғалса.

**Тірек сөздер:** динамика, қатты дене, күштік өріс, ньютон ауырлық өрісі, салмақ орталығы, айналмалы қозғалыс, дененің инерциялық күйі.

### Summary

*A. A. Bekov<sup>1</sup>, M. D. Shynybayev<sup>1</sup>, S. S. Da'yrbekov<sup>2</sup>,  
A. Abzhapbarov<sup>3</sup>, I. K. Akinbekov<sup>3</sup>, K. S. Astemesova<sup>4</sup>*

<sup>1</sup> Professor W. M. Sultangazina Institute of space research of JSC «NCKIT», Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup> University Of Syr-Daria, Džetysaj, Kazakhstan,

<sup>3</sup> M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan,

<sup>4</sup> Kazakh National Technical University after K. I. Satpayev, Almaty, Kazakhstan)

### ABOUT QUADRATURE TYPE COBB IN THE CASE $A = B = 2C$

New type quadrature Cobb in the case  $A = B = 2C$ . The canonical variables, Euler angles and pulses on these corners for solid body engaged in rotational motion about the center of mass in a central Newtonian field Chagoteniâ, received canonical equations of motion.

Mass distribution of the body in case  $A = B = 2C$  allows you to record the first integrals of Inverse for canonical equations. They are in involution, therefore, Liouville's theorem, all conditions. Writing a complete integral of the Hamilton-Jacobi equation, we find the squaring Cobb type. The value obtained by quadrature method is that they avoid ultraelliptic integrals, and ambiguity in the analytical solutions of differential equations of motion of a rigid body about the center of mass in a central Newtonian gravitation field.

**Keywords:** dynamics, rigid body, the force field, the Newtonian gravitational field, the center of mass, rotational motion, the moments of inertia of the body.

*Поступила 14.01.2014 г.*

УДК 531.3

*A. БАРАЕВ, М. Ж. ЖУМАБАЕВ, А. С. ТУЛЕП*

(Южно-Казахстанский государственный институт, Шымкент, Казахстан,  
Международный казахско-турецкий университет им. А. Ясави, Туркистан, Казахстан)

## УДАР ПО ПРАВому КОНЦУ НИТИ, ОГИБАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ СИСТЕМЫ НЕПОДВИЖНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

**Аннотация.** Построения математической модели взаимодействия нити с системой неподвижных твердых тел и получения решения, устанавливающие зависимости натяжения любого участка нити от влияния всех твердых тел одновременно представляет большой научный и практический интерес. Ниже предлагается постановка и решение плоской задачи о скольжении нерастяжимой нити по поверхности системы  $n$  неподвижных твердых тел.

**Ключевое слово:** нить, скольжение, математическая модель, удар, поверхность, трения, сила, реакция, натяжение.

**Тірек сөздер:** жіп, сырғанау, математикалық үлгі, соққы, бет, үйкеліс, күш, реакция, тартылу.

**Keywords:** thread, slip, mathematical model, blow, surface, friction, force, reaction, tension.

Пусть нить при  $t < 0$  огибает поверхности системы  $n$ -неподвижных твердых тел  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ , расположенных в плоскости  $(x, y)$  и находится в состоянии покоя (рисунок 1). При  $t \geq 0$  по правому концу нити произведен продольный удар вдоль направления отрезка  $B_1A$  с постоянной скоростью  $u$ . Предположим, что возмущенные области 1, 2, 3, ...,  $n$  нити, в каждый момент времени, имеют постоянные параметры движения – нить на каждом из участков 1, 2, 3, ...,  $n$  совершает стационарное движение. Следуя работам [1–4], предполагаем, что вектор силы реакции образует некоторый угол с нормалью к поверхности контакта, т.е. линии действия реактивных сил  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ , возникающих на поверхности твердых тел  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$  образуют с вертикальной осью  $y$  углы  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$  соответственно. Углы  $\theta_j$  характеризуют условия контакта и могут быть функционально связаны, например, с неровнотой текстильной нити, где  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ . Здесь рассматривается плоская задача и поэтому, в дальнейшем углы  $\theta_j$  считаются положительными, если силы  $R_j$  направлены так, как показано на рисунке 1 и отрицательными – на рис. 2. Силы трения связаны силами давления с помощью закона Кулона.

Введем обозначения:  $x^{\bullet}$  и  $y^{\bullet}$  – составляющие скорости частиц нити на оси  $x$  и  $y$  соответственно;  $ds$  – длина рассматриваемого элемента нити;  $s$  – лагранжева координата, отсчитываемая от точки  $A$  нити;  $T$  – натяжение;  $\rho$  – плотность материала нити;  $F$  – площадь поперечного сечения нити;  $f$  – коэффициент трения;  $\varphi$  – угол, образованный между касательной к данной точке нити и горизонтальной осью  $x$ . Неизвестные параметры движения будем снабжать соответствующими принятой на рисунке 1 нумерации рассматриваемых областей нити индексами. Индекс 0 соответствует начальным параметрам материала нити.

Уравнения законов сохранения количества движения, массы и условия непрерывности движения дают [2]:

– в областях 1 и 2

$$\begin{aligned} \rho_1 F_1 ds_1 (x_1^{\bullet} - x_2^{\bullet}) &= (T_1 \cos \varphi_1 - T_2 \cos \varphi_2 \mp R_1 \sin \theta_1 - f R_1 \cos \theta_1) dt, \\ \rho_1 F_1 ds_1 (y_1^{\bullet} - y_2^{\bullet}) &= (T_1 \sin \varphi_1 + T_2 \sin \varphi_2 - R_1 \cos \theta_1 \pm f R_1 \sin \theta_1) dt, \\ ds_1 &= \frac{|x_1^{\bullet}| dt}{\cos \varphi_1} = \frac{|y_1^{\bullet}| dt}{\sin \varphi_1}, \quad x_1^{\bullet} = u \cos \varphi_1, \quad y_1^{\bullet} = u \sin \varphi_1, \quad ds_0 = ds_1 = ds_2, \end{aligned}$$

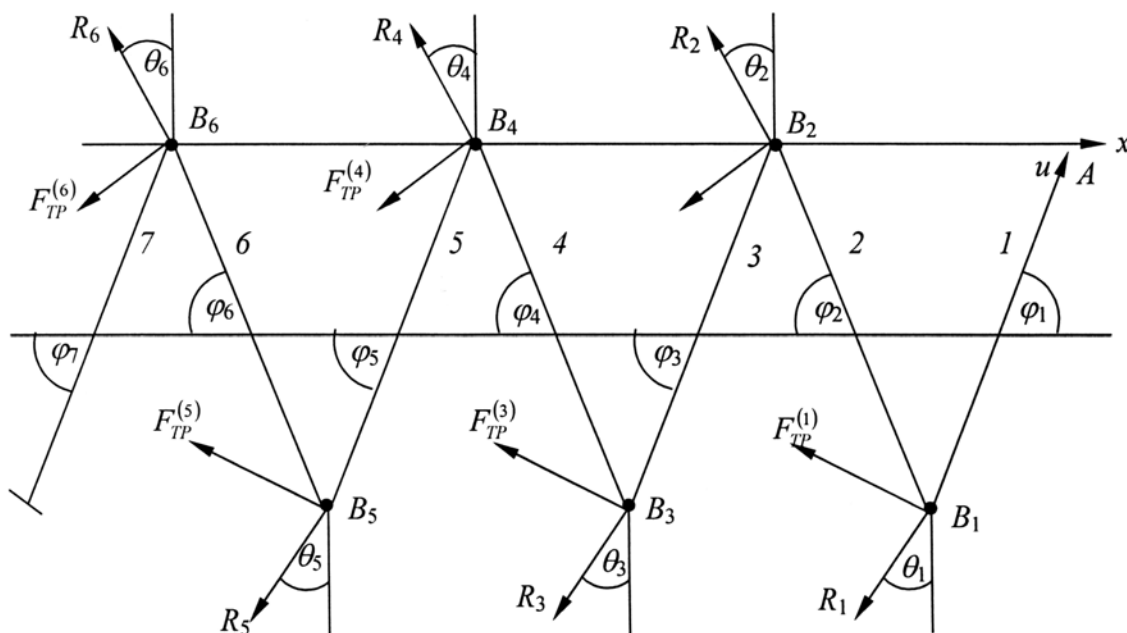


Рисунок 1

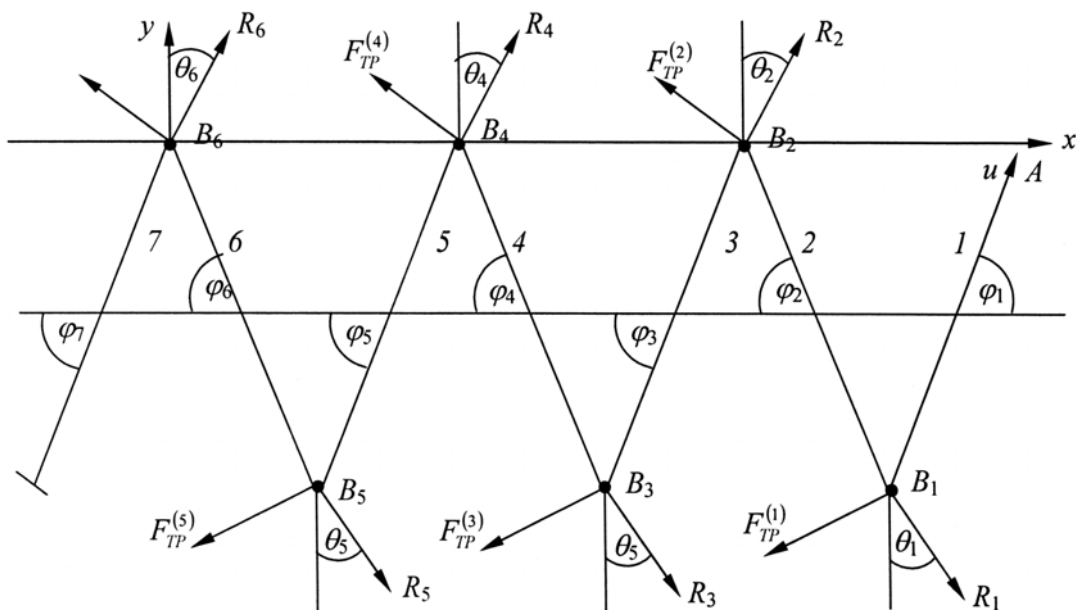


Рисунок 2

$$ds_2 = \frac{|x_2^\bullet|dt}{\cos \varphi_2} = \frac{|y_2^\bullet|dt}{\sin \varphi_2}, \quad x_2^\bullet = u \cos \varphi_2, \quad y_2^\bullet = -u \sin \varphi_2, \quad \rho_0 F_0 ds_0 = \rho_1 F_1 ds_1 = \rho_2 F_2 ds_2;$$

– в областях 2 и 3

$$\rho_2 F_2 ds_2 (x_2^\bullet - x_3^\bullet) = (T_2 \cos \varphi_2 - T_3 \cos \varphi_3 \mp R_2 \sin \theta_2 - f R_2 \cos \theta_2) dt,$$

$$\rho_2 F_2 ds_2 (y_2^\bullet - y_3^\bullet) = (-T_2 \sin \varphi_2 - T_3 \sin \varphi_3 + R_2 \cos \theta_2 \mp f R_2 \sin \theta_2) dt,$$

$$ds_2 = \frac{|x_2^\bullet|dt}{\cos \varphi_2} = \frac{|y_2^\bullet|dt}{\sin \varphi_2}, \quad x_2^\bullet = u \cos \varphi_2, \quad y_2^\bullet = -u \sin \varphi_2, \quad ds_0 = ds_2 = ds_3,$$

$$ds_3 = \frac{|x_3^\bullet|dt}{\cos \varphi_3} = \frac{|y_3^\bullet|dt}{\sin \varphi_3}, \quad x_3^\bullet = u \cos \varphi_3, \quad y_3^\bullet = u \sin \varphi_3, \quad \rho_0 F_0 ds_0 = \rho_2 F_2 ds_2 = \rho_3 F_3 ds_3;$$

– в областях 3 и 4

$$\rho_3 F_3 ds_3 (x_3^\bullet - x_4^\bullet) = (T_3 \cos \varphi_3 - T_4 \cos \varphi_4 \mp R_3 \sin \theta_3 - f R_3 \cos \theta_3) dt,$$

$$\rho_3 F_3 ds_3 (y_3^\bullet - y_4^\bullet) = (T_3 \sin \varphi_3 + T_4 \sin \varphi_4 - R_3 \cos \theta_3 \pm f R_3 \sin \theta_3) dt,$$

$$ds_3 = \frac{|x_3^\bullet|dt}{\cos \varphi_3} = \frac{|y_3^\bullet|dt}{\sin \varphi_3}, \quad x_3^\bullet = u \cos \varphi_3, \quad y_3^\bullet = u \sin \varphi_3, \quad ds_0 = ds_3 = ds_4,$$

$$ds_4 = \frac{|x_4^\bullet|dt}{\cos \varphi_4} = \frac{|y_4^\bullet|dt}{\sin \varphi_4}, \quad x_4^\bullet = u \cos \varphi_4, \quad y_4^\bullet = -u \sin \varphi_4, \quad \rho_0 F_0 ds_0 = \rho_3 F_3 ds_3 = \rho_4 F_4 ds_4;$$

– в областях 4 и 5

$$\rho_4 F_4 ds_4 (x_4^\bullet - x_5^\bullet) = (T_4 \cos \varphi_4 - T_5 \cos \varphi_5 \mp R_4 \sin \theta_4 - f R_4 \cos \theta_4) dt,$$

$$\rho_4 F_4 ds_4 (y_4^\bullet - y_5^\bullet) = (-T_4 \sin \varphi_4 - T_5 \sin \varphi_5 + R_4 \cos \theta_4 \mp f R_4 \sin \theta_4) dt,$$

$$ds_4 = \frac{|x_4^\bullet|dt}{\cos \varphi_4} = \frac{|y_4^\bullet|dt}{\sin \varphi_4}, \quad x_4^\bullet = u \cos \varphi_4, \quad y_4^\bullet = -u \sin \varphi_4, \quad ds_0 = ds_4 = ds_5,$$

$$ds_5 = \frac{|x_5^\bullet|dt}{\cos \varphi_5} = \frac{|y_5^\bullet|dt}{\sin \varphi_5}, \quad x_5^\bullet = u \cos \varphi_5, \quad y_5^\bullet = u \sin \varphi_5, \quad \rho_0 F_0 ds_0 = \rho_4 F_4 ds_4 = \rho_5 F_5 ds_5$$

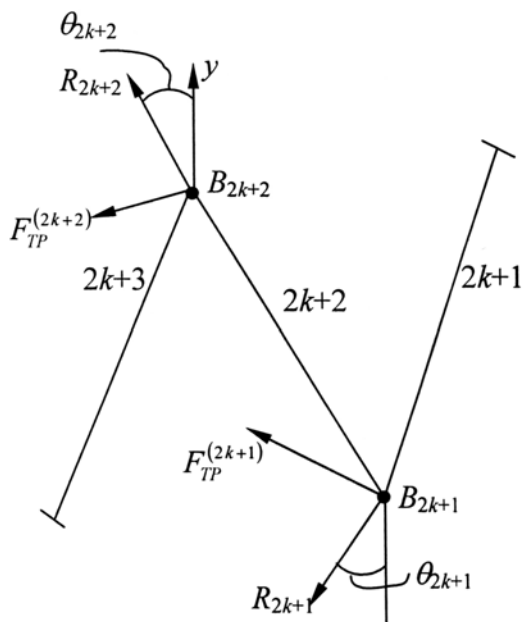


Рисунок 3

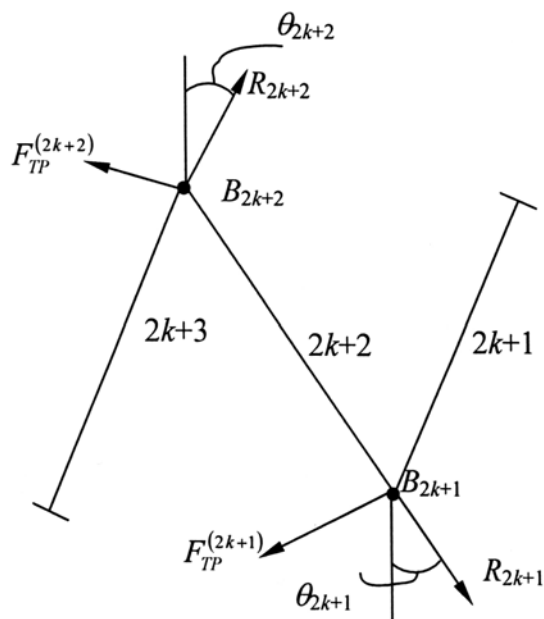


Рисунок 4

и т. д. такие системы уравнения получаются для всех остальных областей 5 и 6, 6 и 7, 7 и 8, ...,  $n-2$  и  $n-1$ ,  $n-1$  и  $n$ . Здесь и в дальнейшем в уравнениях движения берутся верхние знаки, если векторы сил реакции поверхности контакта направлены так, как показано на рисунке 1 и нижние – на рисунке 2.

С помощью построенной выше модели можно рассматривать следующие три задачи:

1<sup>0</sup>. На правой границе нити известны скорость  $u$  и натяжение  $T_1$ . В этом случае натяжения  $T_2, T_3, T_4, \dots, T_n$  и реактивные силы  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  выражаются через заданные скорость  $u$  и натяжение  $T_1$ .

2<sup>0</sup>. На левой границе нити известны скорость  $u$  и натяжение  $T_n$ . В таком случае, натяжения  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_{n-1}$  и реактивные силы  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  выражаются через заданные скорость  $u$  и натяжение  $T_n$ .

3<sup>0</sup>. В частности, если левый конец нити движется свободно и  $T_n = 0$ , то натяжения областей 1 –  $n-1$  и все реактивные силы можно выразить через скорость  $u$ .

Очевидно, что случай 3<sup>0</sup> можно рассматривать как частный случай задачи 2<sup>0</sup>. Поэтому ограничимся рассмотрением только случаев 1<sup>0</sup> и 2<sup>0</sup>.

Однако, получения вышеизложенным способом системы необходимых уравнений, определения аналитического решения и построения схемы численного расчета параметров движения будет достаточно трудоемкой, особенно, если число твердых тел, огибаемых нитью, принимает достаточно большое значение. Поэтому ниже предлагается более сокращенная методика постановки, получения аналитического решения и построения схемы численного расчета задачи.

Принимая  $k$  за переменный индекс параметрам движения областей, расположенным в верхней полосе плоскости  $(x, y)$ , имеющим нечетные номера 1, 3, 5, ..., присвоим индекс  $2k+1$ , а в областях, расположенных в нижней полосе и имеющим номера 2, 4, 6, ... – индекс  $2k+2$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots, n$  – количество рабочих органов данной машины. При этом  $k = 0$  соответствует областям 1 и 2,  $k = 1$  – областям 3 и 4,  $k = 2$  – областям 5 и 6 и т.д.

Схема расчета для областей  $2k+1, 2k+2$  и  $2k+3$  соответствующие рисунку 1 принимают вид, изображенной на рисунке 3 и 2 – изображенной на рисунке 4. Такие схемы можно образовать, применяя метод сечения к элементам нити, расположенным между областями 1-3, 3-5, 5-7 и т.д.

Рассмотрим сначала задачу 1<sup>0</sup>. Пусть граничные условия заданы в точке удара, то есть натяжение области 1 известно и требуется найти натяжения областей 2, 3, 4, ...,  $n$  и реактивные силы  $R_j$ . Присвоив  $k = 0$  и используя заданное натяжение  $T_1$  и скорость  $u$ , будем определять натяжения областей 2, 3 и реактивные силы  $R_1$  и  $R_2$ , присвоив  $k = 1$  и используя натяжение области

3, будем определять натяжения областей 4, 5 и реактивные силы  $R_3, R_4$ , далее, присвоив  $k = 2$  и используя натяжение области 5, определяем натяжения областей 6, 7 и реактивные силы  $R_5, R_6$  и т.д. Если  $n$  четное число, максимальное значение  $k$  определяется по формуле  $k = \frac{n-2}{2}$ , если  $n$

нечетное число, то – по формуле  $k = \frac{n-1}{2}$ .

Основные уравнения движения для элементов нити, изображенных на рис. 3 и 4 принимают вид [2-5]:

– в областях  $2k+1$  и  $2k+2$

$$\rho_{2k+1} F_{2k+1} ds_{2k+1} (\dot{x}_{2k+1} - \dot{x}_{2k+2}) = (T_{2k+1} \cos \varphi_{2k+1} - T_{2k+2} \cos \varphi_{2k+2} \mp R_{2k+1} \sin \theta_{2k+1} - f R_{2k+1} \cos \theta_{2k+1}) dt, \quad (1)$$

$$\rho_{2k+1} F_{2k+1} ds_{2k+1} (\dot{y}_{2k+1} - \dot{y}_{2k+2}) = (T_{2k+1} \sin \varphi_{2k+1} + T_{2k+2} \sin \varphi_{2k+2} - R_{2k+1} \cos \theta_{2k+1} \pm f R_{2k+1} \sin \theta_{2k+1}) dt, \quad (2)$$

$$ds_{2k+1} = \frac{|\dot{x}_{2k+1}| dt}{\cos \varphi_{2k+1}} = \frac{|\dot{y}_{2k+1}| dt}{\sin \varphi_{2k+1}}, \quad \dot{x}_{2k+1} = u \cos \varphi_{2k+1}, \quad \dot{y}_{2k+1} = u \sin \varphi_{2k+1},$$

$$ds_{2k+2} = \frac{|\dot{x}_{2k+2}| dt}{\cos \varphi_{2k+2}} = \frac{|\dot{y}_{2k+2}| dt}{\sin \varphi_{2k+2}}, \quad \dot{x}_{2k+2} = u \cos \varphi_{2k+2}, \quad \dot{y}_{2k+2} = -u \sin \varphi_{2k+2};$$

– в областях  $2k+2$  и  $2k+3$

$$\rho_{2k+2} F_{2k+2} ds_{2k+2} (\dot{x}_{2k+2} - \dot{x}_{2k+3}) = (T_{2k+2} \cos \varphi_{2k+2} - T_{2k+3} \cos \varphi_{2k+3} \mp R_{2k+2} \sin \theta_{2k+2} - f R_{2k+2} \cos \theta_{2k+2}) dt, \quad (3)$$

$$\rho_{2k+2} F_{2k+2} ds_{2k+2} (\dot{y}_{2k+2} - \dot{y}_{2k+3}) = (-T_{2k+2} \sin \varphi_{2k+2} - T_{2k+3} \sin \varphi_{2k+3} + R_{2k+2} \cos \theta_{2k+2} \mp f R_{2k+2} \sin \theta_{2k+2}) dt, \quad (4)$$

$$ds_{2k+2} = \frac{|\dot{x}_{2k+2}| dt}{\cos \varphi_{2k+2}} = \frac{|\dot{y}_{2k+2}| dt}{\sin \varphi_{2k+2}}, \quad \dot{x}_{2k+2} = u \cos \varphi_{2k+2}, \quad \dot{y}_{2k+2} = -u \sin \varphi_{2k+2},$$

$$ds_{2k+3} = \frac{|\dot{x}_{2k+3}| dt}{\cos \varphi_{2k+3}} = \frac{|\dot{y}_{2k+3}| dt}{\sin \varphi_{2k+3}}, \quad \dot{x}_{2k+3} = u \cos \varphi_{2k+3}, \quad \dot{y}_{2k+3} = u \sin \varphi_{2k+3}.$$

Здесь и в дальнейшем верхние знаки берутся для схемы расчета, представленной на рисунке 3, а нижние – для схемы расчета, представленной на рисунке 4.

Исключая  $ds_{2k+1}, ds_{2k+2}, ds_{2k+3}$  и используя условия нерастяжимости нити, непрерывности движения и закон сохранения массы, уравнения (1)–(4) приводим к виду

$$u^2 (\cos \varphi_{2k+1} - \cos \varphi_{2k+2}) = T_{2k+1}^* \cos \varphi_{2k+1} - T_{2k+2}^* \cos \varphi_{2k+2} + R_{2k+1}^* (\mp \sin \theta_{2k+1} - f \cos \theta_{2k+1}), \quad (5)$$

$$u^2 (\sin \varphi_{2k+1} + \sin \varphi_{2k+2}) = T_{2k+1}^* \sin \varphi_{2k+1} + T_{2k+2}^* \sin \varphi_{2k+2} - R_{2k+1}^* (\cos \theta_{2k+1} \mp f \sin \theta_{2k+1}), \quad (6)$$

$$u^2 (\cos \varphi_{2k+2} - \cos \varphi_{2k+3}) = T_{2k+2}^* \cos \varphi_{2k+2} - T_{2k+3}^* \cos \varphi_{2k+3} + R_{2k+2}^* (\mp \sin \theta_{2k+2} - f \cos \theta_{2k+2}), \quad (7)$$

$$u^2 (-\sin \varphi_{2k+2} - \sin \varphi_{2k+3}) = -T_{2k+2}^* \sin \varphi_{2k+2} - T_{2k+3}^* \sin \varphi_{2k+3} + R_{2k+2}^* (\cos \theta_{2k+2} \mp f \sin \theta_{2k+2}), \quad (8)$$

где



$$T_{2k+1}^* = \frac{T_{2k+1}}{\rho_0 F_0}, T_{2k+2}^* = \frac{T_{2k+2}}{\rho_0 F_0}, T_{2k+3}^* = \frac{T_{2k+3}}{\rho_0 F_0}, R_{2k+1}^* = \frac{R_{2k+1}}{\rho_0 F_0}, R_{2k+2}^* = \frac{R_{2k+2}}{\rho_0 F_0}.$$

Пусть натяжение области  $2k+1$  известно и требуется определить натяжения  $T_{2k+2}^*$ ,  $T_{2k+3}^*$  и реактивные силы  $R_{2k+1}^*$ ,  $R_{2k+2}^*$ .

Умножим уравнение (5) на  $\sin \varphi_{2k+2}$ , (6) – на  $\cos \varphi_{2k+2}$  и рассмотрим их сумму

$$R_{2k+1}^* = \frac{(T_{2k+1}^* - u^2) \sin(\varphi_{2k+1} + \varphi_{2k+2})}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})}. \quad (9)$$

Умножим уравнение (5) на  $\cos \theta_{2k+1} \mp f \sin \theta_{2k+1}$ , (6) – на  $\pm \sin \theta_{2k+1} - f \cos \theta_{2k+1}$  и найдем их сумму

$$u^2 [\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1})] + u^2 [-\cos(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+2}) \pm f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})] = \\ = T_{2k+1}^* [\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})] + T_{2k+2}^* [-\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \pm f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})]$$

или

$$T_{2k+2}^* = \frac{u^2 [\cos(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})]}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})} - \\ - \frac{(T_{2k+2}^* - u^2) [\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})]}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})}. \quad (10)$$

Найдем решение для областей  $2k+2$  и  $2k+3$ . Умножим уравнение (7) на  $\sin \varphi_{2k+3}$ , (8) – на  $\cos \varphi_{2k+3}$  и определим их разность

$$R_{2k+2}^* = \frac{(T_{2k+2}^* - u^2) \sin(\varphi_{2k+2} + \varphi_{2k+3})}{\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+2}) \pm f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})}. \quad (11)$$

Умножим уравнение (7) на  $\cos \theta_{2k+2} \mp f \sin \theta_{2k+2}$ , (8) – на

$$u^2 [\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})] + u^2 [-\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3}) \pm f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})] = \\ = T_{2k+2}^* [\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})] + \\ + T_{2k+3}^* [-\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3}) \pm f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})]$$

или

$$T_{2k+3}^* = u^2 - \frac{(T_{2k+2}^* - u^2) [\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})]}{\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})}. \quad (12)$$

Исключая из формулы (11) и (12) натяжение  $T_{2k+2}^*$ , при помощи выражения (1.149), получаем решение в форме  $R_{2k+2}^* = R_{2k+2}^*(T_{2k+1}^*, u)$  и  $T_{2k+3}^* = T_{2k+3}^*(T_{2k+1}^*, u)$ .

Выражения (9)–(12) являются аналитическим решением и схемой численного расчета натяжения областей  $2k+2$ ,  $2k+3$  и реактивных сил  $R_{2k+1}^*$  и  $R_{2k+2}^*$ . Максимальное значение параметра  $k$  определяется по формуле

$$k = \begin{cases} \frac{n-1}{2}, & \text{если } k \text{ нечетное число} \\ \frac{n-2}{2}, & \text{если } k \text{ четное число} \end{cases}.$$

Числовые расчеты ведутся как в предыдущих случаях. Задавая  $k = 0$  и используя заданное натяжение  $T_1$  из решения (9)–(12) определяются натяжения  $T_2$ ,  $T_3$  и реактивные силы  $R_1$ ,  $R_2$ . Далее, задавая  $k = 1$  и используя натяжение  $T_3$  из решения (9)–(12) определяются натяжения  $T_4$ ,  $T_5$  и

реактивные силы  $R_3, R_4$  и т.д. Вычисления следует продолжать до  $k = \frac{n-1}{n}$  – если  $n$  нечетное число или  $k = \frac{n-2}{n}$  – если  $n$  четное число.

До сих пор предполагалось, что натяжение  $T_{2k+1}$  области  $2k+1$  известно и занимались определением натяжения областей  $2k+2$  и  $2k+3$ . Теперь предположим, что натяжение области  $2k+3$  известно и найдем натяжения областей  $2k+2$  и  $2k+1$  и выражения  $R_{2k+2}, R_{2k+1}$ .

Решение (12) представим в виде

$$T_{2k+2}^* = u^2 - \frac{(u^2 - T_{2k+3}^*) [\cos(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+3})]}{\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \mp \varphi_{2k+2})}. \quad (13)$$

Умножим уравнение (7) на  $\sin \varphi_{2k+2}$ , (8) – на  $\cos \varphi_{2k+2}$  и установим их сумму

$$R_{2k+2}^* = \frac{(T_{2k+3}^* - u^2) \sin(\varphi_{2k+2} + \varphi_{2k+3})}{\cos(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+2} \pm \varphi_{2k+2})}. \quad (14)$$

Далее, решение (10) преобразуем так

$$T_{2k+1}^* = \frac{u^2 [\cos(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})]}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})} + \frac{T_{2k+2}^* [\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+2})]}{\cos(\theta_{2k+1} \mp \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})}. \quad (15)$$

Умножим уравнение (5) на  $\sin \varphi_{2k+1}$ , (6) – на  $\cos \varphi_{2k+1}$  и установим их разность

$$R_{2k+1}^* = \frac{(T_{2k+2}^* - u^2) \sin(\varphi_{2k+1} + \varphi_{2k+2})}{\cos(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1}) \mp f \sin(\theta_{2k+1} \pm \varphi_{2k+1})}. \quad (16)$$

Система (13)-(16) является аналитическим решением и схемой численного расчета натяжения областей  $2k+2, 2k+1$  и реактивных сил  $R_{2k+2}^*, R_{2k+1}^*$ .

Выводы:

1. Предлагается новая математическая модель взаимодействия нити с произвольным числом рабочих заданной текстильной машины.
2. Полученные аналитические решения позволяют устанавливать зависимости натяжения данного участка нити от натяжения и других параметров движения остальных участков.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 А. Бараев, Эргашов М., Дасибеков А. Натяжение, деформация и неровнота гибкой связи. Астана, 2008. 354 с
- 2 А. Бараев “Математические модели скольжения намоточных свзей”. // Технология Машинстроения №7 С. 38-42 2009г Москва
- 3 А. Бараев “ Скольжения нерастяжимой гибкой нити по поверхности твердого тела” // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений №3 С. 9-12 2009г Москва.
- 4 А. Бараев, А.Д. Дасибеков, Ж.К. Культурсинов “ О проблеме решения задачи скольжения гибкой связи по поверхности твердого тела” // Международная научно-техническая конференция “ Механика деформируемого твердого тела” посвященная 70-летию академика АН Р.Уз Ширинкулова Ш.Т. С. 78-81. 2007. Самарканд.
- 5 А. Бараев, А. Юнусов, А. Авдеев. “Исследование влияний граничных условий на параметры скольжения нерастяжимой нити”//Материалы международной научно-методической конференции «Актуальные проблемы образования, науки и производства – 2008».-Т.1.-Шымкент, 2008. – С.145-149.

#### REFERENCES

- 1 A. Baraev, Jergashov M., Dasibekov A. Natjazhenie, deformacija i nerovnota gibkoj svjazi. Astana, 2008. 354.s
- 2 A. Baraev “Matematicheskie modeli skol'zhenija namotochnyh svzej”. // Tehnologija Mashinstroenija №7 S.38-42 2009g Moskva
- 3 A. Baraev “ Skol'zhenija nerastjazhimoj gibkoj niti po poverhnosti tverdogo tela” // Stroitel'naja mehanika inzheknrnyh konstrukcij i sooruzhenij №3 S. 9-12 2009g Moskva.

4 A. Baraev, A.D. Dasibekov, Zh.K. Kul'tursinov “ O probleme reshenija zadachi skol'zhenija gibkoj svjazi po poverhnosti tverdogo tela” // Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija “ Mehanika deformirumogo tverdogo tela” posvjashhennaja 70-letiju akademika AN R.Uz Shirinkulova Sh.T. S. 78-81. 2007. Samarkand.

5 A. Baraev, A. Junusov, A. Avdeev. “Issledovanie vlijanij granichnyh uslovij na parametry skol'zhenija nerastjazhimoj niti”//Materialy mezhdunarodnoj nauchno-metodicheskoy konferencii «Aktual'nye problemy obrazovanija, nauki i proizvodstva – 2008».-T.1.-Shymkent, 2008. – S.145-149.

### **Резюме**

*A. Бараев, М. Ж. Жұмабаев, А. С. Төлеп*

(Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік институты, Шымкент, Қазақстан,  
Қ. А. Ясауи атындағы Халықаралық Қазақ-Түрік университеті, Түркістан, Қазақстан)

**ҚОЗҒАЛМАЙТЫН ҚАТТЫ ДЕНЕЛЕР ЖҮЙЕСІНІҢ БЕТКІ ЖАҒЫН АЙНАЛДЫРА  
ҚОРШАП ТҮРҒАН ЖІПТІҢ ОҢ ЖАҚ ШЕТІНЕ БЕРІЛЕТІН**

Жазықтықта орналасқан, нақты денелер, жүйесі берілетін стационар режимде сырғанайтын созылмайтын жіптің жазық есебі қарастырылады. Есептің математикалық үлгісі және аналитикалық шешімі келтірілген.

**Тірек сөздер:** жіп, сырғанау, математикалық үлгі, соққы, бет, үйкеліс, күш, реакция, тартылу.

### **Summary**

*A. Baraev, M. Zh. Zhumabayev, A. S. Tulep*

(South-Kazakhstan state institute, Shymkent, Kazakhstan,  
International Kazakh-Turkish University named by Kh. A. Yassavi, Turkestan, Kazakhstan)

**BLOW ON THE RIGHT END OF THE YARN, ENVELOPE SURFACE OF FIXED SOLIDS**

Impact on the right end of yarn, envelope of surface of system of improvable solid body.

In this article given a flat problem about sliding of non-elongation yarn on the surface of the system solid body, on the plane of the textile machines in the stationary regime. Mathematical model and analytical solution of the problem is given as well.

**Keywords:** thread, slip, mathematical model, blow, surface, friction, force, reaction, tension.

*Поступила 14.01.2014 г.*

Б.Ж. АБДИКАРИМОВ, А.А. ТУРЕТАЕВА

## КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ДВОЙНОГО РАСТВОРА ИЗОМАСЛЯНАЯ КИСЛОТА-ВОДА ВДОЛЬ КРИТИЧЕСКИХ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ

### Аннотация

В работе на основе экспериментальных данных поведения сдвиговой вязкости двойного раствора изомасляная кислота-вода вблизи критической температуры расслоения исследованы температурные зависимости флуктуационной части вязкости вдоль термодинамических направлений критической изоконцентраты и границы раздела фаз. Впервые предложен новый метод исследования вязкости на отдельных ветвях кривой сосуществования. Показано, что поведение вязкости исследуемого раствора вдоль термодинамических направлений критической изоконцентраты и кривой сосуществования описываются уравнением, которое напрямую связано с корреляционными свойствами системы. Учет в этом уравнении пространственной дисперсии системы обеспечивает конечность вязкости в критической точке, что подтверждается экспериментально.

**Тірек сөздер:** сындық температура, сындық тұтқырлықтың тендеуі, сындық изоконцентрат, бірге жасау қисығы.

**Ключевые слова:** критическая температура расслоения, уравнение критической вязкости, критическая изоконцентрата, кривая сосуществования.

**Keywords:** consolution critical temperature, equation of critical viscosity, critical isoconcentrate, coexistence curve

Экспериментальные и теоретические исследования свойств индивидуальных веществ и двойных растворов в окрестности критической точки (КТ), особенно кинетических свойств вещества, являются актуальной задачей физики конденсированного состояния вещества [i, ii]. Это связано с активным практическим использованием уникальных свойств вещества в критическом состоянии в современных новейших технологиях [iii, iv, v]. Это определяет актуальность и научно-практическую значимость изучения равновесных и кинетических свойств однокомпонентных веществ и двойных растворов в окрестности КТ.

В связи с этим в работе методом капиллярного вискозиметра были проведены комплексные исследования кинетической характеристики вещества – сдвиговой вязкости  $\eta(T, c)$  – в двойном растворе изомасляная кислота-вода в широком диапазоне температур и концентраций вблизи критической температуры расслоения. Данный раствор исследовался для различных массовых концентраций изомасляной кислоты в воде ( $c_{m1} = 20\%$ ,  $c_{m2} = 24\%$ ,  $c_{m3} = 29\%$ ,  $c_{m4} = 33\%$ ,  $c_{m5} = 38\%$ ,  $c_{m6} = 39\%$ ,  $c_{m7} = 45\%$ ,  $c_{m8} = 52\%$ ,  $c_{m9} = 58\%$ ). На рис. 1 показаны полученные экспериментальные данные температурной зависимости вязкости  $\eta(T, c)$  для различных концентраций исследуемого двойного раствора в широком диапазоне температур. Эти исследования позволили впервые одновременно исследовать поведение вещества вдоль различных термодинамических критических направлений: границы раздела фаз (I), критической изотермы (II), критической изоконцентраты (III).

Анализ полученных данных  $\eta(T, c)$  показал, что при критических значениях концентрации  $c_m = c_{mk}$  и температуры  $T = T_k$ , вязкость принимает конечное значение  $\eta_k = \text{const}$ . Этот результат подтверждается анализом многих других экспериментальных данных температурного поведения вязкости различных растворов вблизи критической температуры расслоения [vi, vii, viii, ix, x, xi]. В связи с этим полученные нами экспериментальные данные  $\eta(T)$  (рис. 1) были проанализированы с помощью уравнения для критической вязкости [vi, viii], учитывающего пространственную дисперсию системы.

$$\eta(T) = \eta_r(T) + \eta_f(T) = A \exp \frac{B}{T} + \frac{CR_c(T, c)}{\left[1 + (q \cdot R_c(T, c))^2\right]^{1/2}} \quad (1)$$

Здесь  $\eta_r = A \exp B/T$  - регулярная часть вязкости;  $\eta_f(t, \Delta c)$  - флуктуационная часть вязкости, учитывающая пространственную дисперсию системы. Радиус корреляции вдоль двух ветвей границы раздела фаз и вдоль критической изоконцентраты соответственно имеет вид:

$R_{c1}(t) = r_1 \cdot t^{-\nu}$ ,  $R_{c2}(t) = r_2 \cdot t^{-\nu}$ ,  $R_{c3}(t) = r_3 \cdot t^{-\nu}$ ;  $t = (T - T_K)/T_K$ . Форма флуктуационной части вязкости (1) обеспечивает конечную вязкость системы  $\eta_K(t = 0, c = 0) = C/q$  в критическом состоянии при  $qR_c \Rightarrow \infty$ .

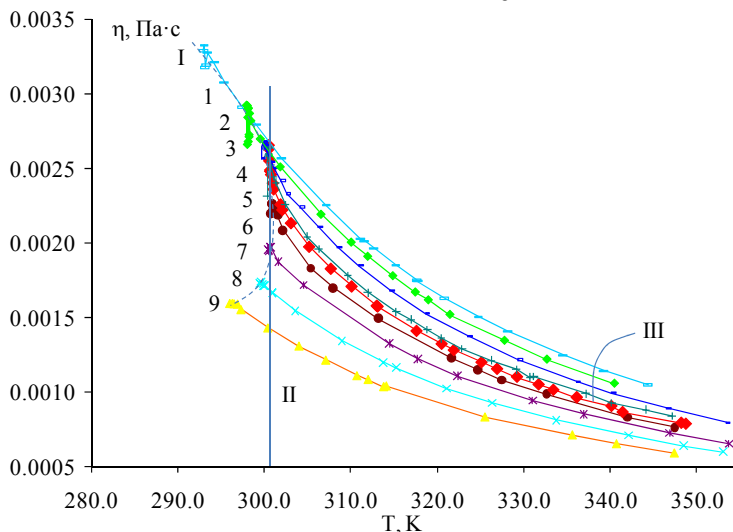
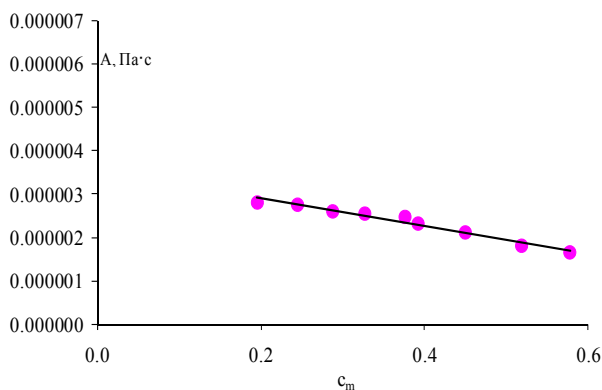
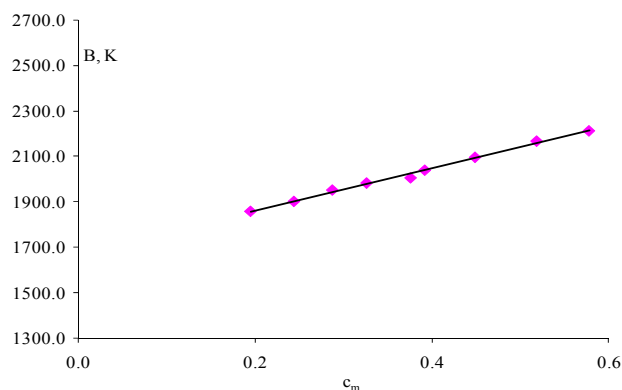
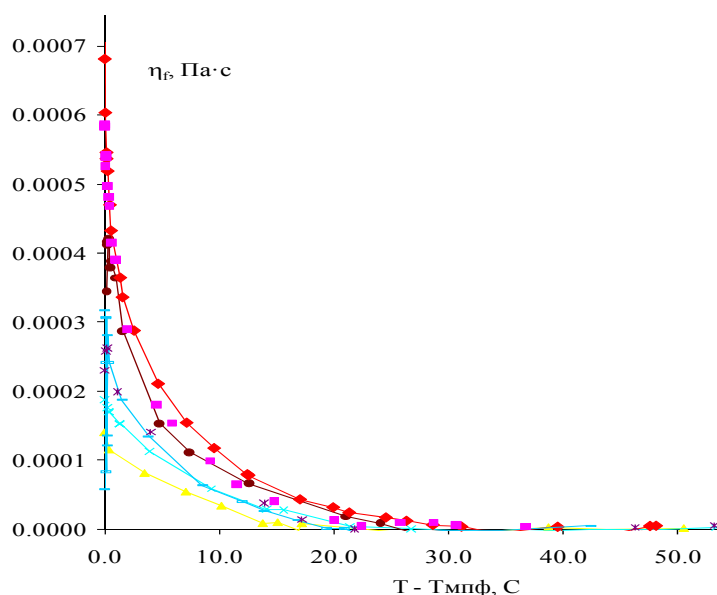


Рисунок 1-Температурная зависимость вязкости раствора изомасляная кислота-вода вблизи критической температуры расслоения для различных концентраций раствора

Для анализа полученных экспериментальных данных  $\eta(T, c)$  рис. 1., при помощи экспоненциальной формулы  $\eta_r(T) = A \exp B/T$  первоначально была исследована регулярная часть вязкости  $\eta_r(T, c) = A(T, c) \exp B(T, c)/T$ . Для этого исследования была использована область температур  $\Delta T = T - T_K \geq 10$  К, далеких от критической. В этом диапазоне температур исследованы концентрационные зависимости величин параметров  $A$  и  $B$  регулярной части вязкости.



Рисунок 2 -Зависимость коэффициентов  $A$  и  $B$  регулярной части вязкости от концентрации изомаляной кислоты в водеРисунок 3 -Температурные зависимости флуктуационной части вязкости для различных концентраций  $c$ 

Как показали проведенные расчеты (рис. 2.), вдоль термодинамического направления кривой сосуществования параметр  $A(c)$  линейно уменьшается при увеличении концентрации раствора  $c$ ; параметр  $B(c)$  наоборот, линейно увеличивается при увеличении концентрации раствора  $c$ .

Используя значения регулярной части вязкости  $\eta_r$  найдена флуктуационная часть вязкости  $\eta_f = \eta - \eta_r$  (1). Значения  $\eta_f$  для некоторых концентраций  $c \leq c_k$  и  $c \geq c_k$  приведены на рис. 3. Следует отметить, что наличие экспериментальных данных для температурных зависимостей регулярных частей вязкости при различных концентрациях, которые оканчиваются на кривой сосуществования (рис. 1.), позволило в работе впервые предложить метод определения вязкости на отдельных ветвях кривой сосуществования.

На основе полученных в работе экспериментальных данных (рис. 1, 3) были проведены исследования температурных зависимостей флуктуационной части вязкости  $\eta_f$  для критических направлений критической изоконцентраты и границы раздела фаз. Эти результаты показаны на рис. 4а. Для их анализа была исследована величина обратного значения флуктуационной части вязкости  $1/\eta_f$  (рис. 4б). Температурные зависимости обратных значений флуктуационных частей вязкости  $\eta_f$  вдоль направлений критической изоконцентраты и границы раздела фаз приведены на рис. 4б.

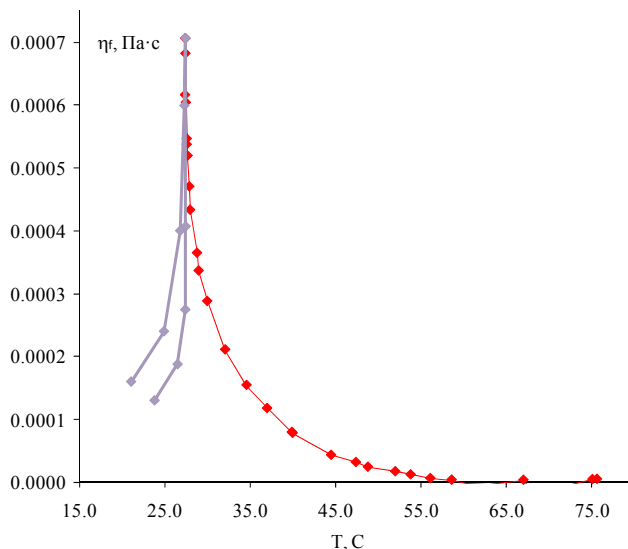


Рисунок 4а - Температурные зависимости флуктуационных частей вязкости для критических направлений критической изоконцентраты и границы раздела фаз

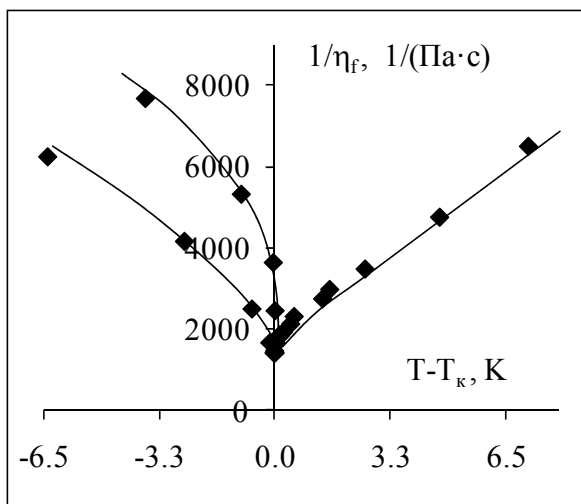


Рисунок 4б - Температурные зависимости обратных значений флуктуационной части вязкости для критических направлений критической изоконцентраты и границы раздела фаз

Как следует из рис. 4а, при приближении к критической температуре ( $t \rightarrow 0$ ) обратная величина  $\eta_f^{-1}(t)$  стремится к постоянному значению  $\eta_f^{-1}(t = 0) = \eta_{f\kappa}^{-1} = q r / \Delta\eta$ . Поэтому для анализа температурных зависимостей флуктуационной части вязкости  $\eta_f(t)$  непосредственно использована формула (1).

При обработке экспериментальных данных для температурных зависимостей обратного значения флуктуационной части вязкости для критической изоконцентраты и двух ветвей кривой сосуществования определены коэффициенты формулы (1), переписанной для обратного значения флуктуационной части вязкости в форме:

$$\eta_f^{-1} = \eta_{\kappa}^{-1} + q_0((1 + q_1|t|^{-2\nu}) / (q_2|t|^{-2\nu}))^{1/2} \quad (2)$$

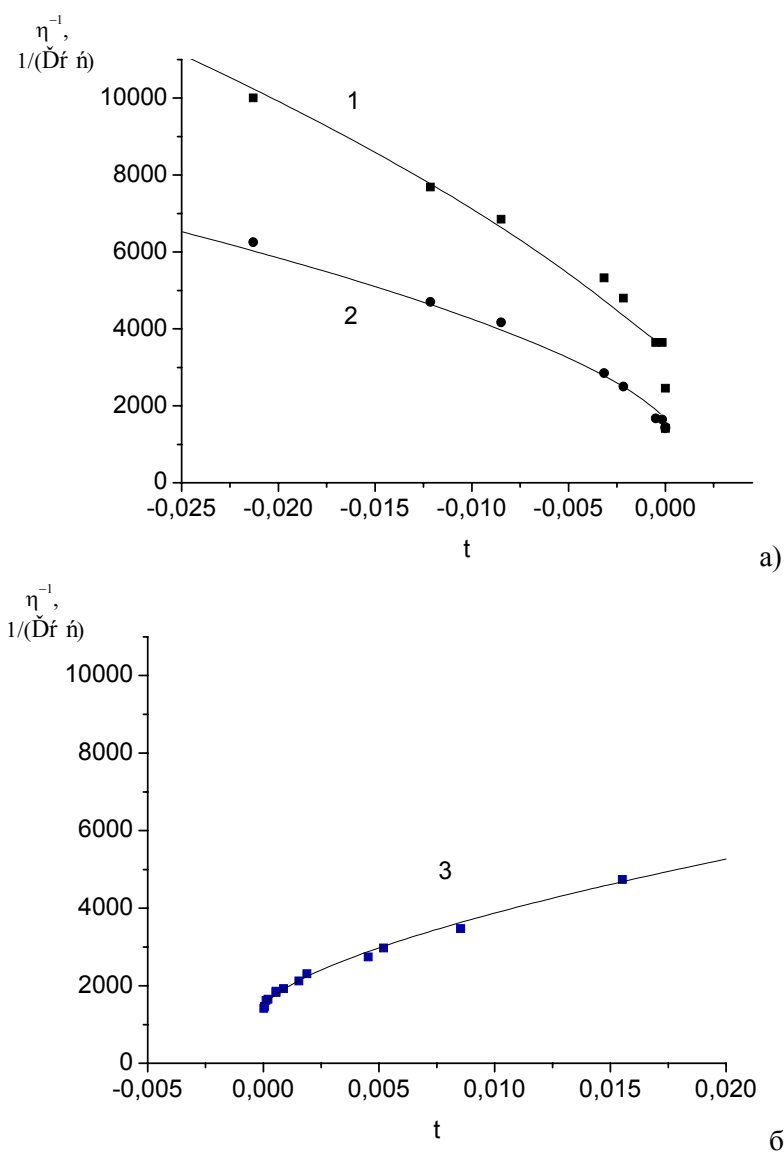


Рисунок 5- Температурная зависимость значения флуктуационной части вязкости для двух ветвей границы раздела фаз 1, 2 и для критической изоконцентраты 3.

В формуле (2)  $\eta_k^{-1} = 1350$ ,  $q_0=680$ . Для первой ветви границы раздела фаз  $q_1=0,0005$ ,  $q_2=0,000047$ ; для второй ветви границы раздела фаз  $q_1=0,00004$ ,  $q_2=0,00016$ ; для критической изоконцентраты  $q_1=0,00001$ ,  $q_2=0,00021$ .

Константа  $\eta_k^{-1}$  в формуле (2) имеет физический смысл значения обратного значения вязкости в самой критической точке. Таким образом, в работе предложен метод определения значения вязкости в критической точке на основе анализа температурных зависимостей флуктуационных частей вязкости вдоль термодинамических направлений критической изоконцентраты и границы раздела фаз.

В формуле (2) использован критический показатель  $2\nu \approx 1,27$  флуктуационной части вязкости от температуры для кривой сосуществования и критической изоконцентраты. Сделан вывод, что полученные критические показатели определяются критическим показателем радиуса корреляции  $\nu = 0,636$  в соответствии с выводами флуктуационной теории фазовых переходов [i].

Таким образом, в работе впервые проведено экспериментальные исследования температурных и концентрационных зависимостей вязкости  $\eta(t,c)$  двойного раствора изомасляная кислота-вода одновременно вдоль трех критических термодинамических направлений: границы раздела фаз, критической изотермы и критической изоконцентраты. Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

1. Показано, что вязкость в критической точке достигает конечного значения.



2. Предложен метод определения вязкости на отдельных ветвях кривой сосуществования.
3. Для анализа исследованных зависимостей  $\eta(t,c)$  учтена пространственная дисперсия системы во флуктуационной части вязкости вдоль критической изоконцентраты и двух ветвей кривой сосуществования.
4. Полученные экспериментальные данные подтверждают вид уравнения критической вязкости; на основе этих данных получены параметры уравнения критической вязкости для кривой сосуществования и критической изоконцентраты.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Паташинский А.З. Флуктуационная теория фазовых переходов. / А.З. Паташинский, В.Л. Покровский - М.: Наука, 1982. – 381 с
- 2 Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления: Пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 419 с.
- 3 Востриков А.А., Федяева О.Н., Фадеева И.И., Сокол М.Я. Образование наночастиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> при окислении алюминия водой при суб- и сверхкритических параметрах. // Сверхкритические флюиды. Теория и практика. Москва, 2010, Т.5, № 1. С. 12-25.
- 4 Залепугин Д.Ю., Тилькунова Н.А., Чернышова И.В., Поляков В.С. Развитие технологий, основанных на использовании сверхкритических флюидов // “Сверхкритические Флюиды: Теория и Практика”// 2006, том 1, № 1.
- 5 Горбатый Ю.Э., Бондаренко Г.В., Сверхкритическое состояние воды // Сверхкритические флюиды: Теория и Практика. 2007, Т.2, № 2, 5-19.
- 6 Alekhin A.D. Equations of Critical Viscosity and Limits of their Application // Ukr. J. Phys. 2004, Vol. 49, N 2, p.138-140.
- 7 Alekhin A.D., Spirkach V.S., Abdikarimov B.Zh., Bilous O.I. Viscosity of Liquid Crystal Pentylcyanbiphenyl Close to the Point of the Nematic - Dielectric Liquid Phase Transition // Ukr. J. Phys. 2000, Vol. 45, N 9, p.1067-1069.
- 8 Alekhin A.D., Bilous O.I. Behavior of the Viscosity of Liquid Systems near the Critical Temperature of Stratification // Ukr. J. Phys. 2007, Vol. 52, N 8, p.793-797.
- 9 Plevachuk Yu., Sklyarchuk V., Alekhin O., Bulavin L. Viscosity of liquid In-Se-Tl alloys in the miscibility gap region //Journal of Alloys and Compounds.– 2008.– V. 452.– P. 174-177.
- 10 Oleinikova A.V., Bulavin L.A., Pipich V., International Journal of Thermophysics 1999, 20(3), 870.
- 11 Wagner M., Stanga O., Schroer W., Phys. Chem. Chem. Phys. 2002, 4, 5300.

Абдикаримов Бахытхан Жунайдович  
доктор физ.-мат. наук, профессор

Кызылординский государственный университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан  
Туретаева Асылзат Ахметбековна  
магистрант

Кызылординский государственный университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан

Б.Ж.ӘБДІКӘРІМОВ, А.А.ТӨРЕТАЕВА

#### СЫНДЫҚ ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ БАҒЫТТАРДАҒЫ ИЗОМАЙ ҚЫШҚЫЛЫ-СУ ЕРІТІНДІСІНІҢ КОРРЕЛЯЦИЯЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

Жұмыста сындық температураға жақын изомай қышқылы-су ерітіндісінің ығысу тұтқырлығы үшін алынған тәжірибелік мәліметтер негізінде фазалар бөлігі шекарасы мен сындық изотерма термодинамикалық бағыттарындағы тұтқырлықтың флуктуациялық бөлігінің температуралық байланыстылығы зерттелінген. Алғаш рет бірге жасау қисығының жеке тармақтарындағы тұтқырлықты зерттеудің жаңа әдісі ұсынылды. Термодинамикалық бірге жасау қисығы мен сындық изоконцентрат бағыттарындағы зерттелінетін ерітіндінің тұтқырлығы жүйенің тікелей корреляциялық қасиетіне қатысты теңдеумен анықталынатыны көрсетілді. Бұл теңдеудегі жүйенің кеңістікті дисперсиялылығының ескерілуі сындық нүктедегі тұтқырлықтың шектеулілігін қамтамасыз етеді және ол тәжірибемен дәлелденген.

B.ZH. ABDIKARIMOV, A.A.TURETAEVA

#### THE CORRELATIONAL PROPERTIES OF DOUBLE SOLUTION OF THE ISOBUTYRIC ACID-WATER ALONG THE CRITICAL THERMODYNAMICAL DIRECTIONS

The temperature dependences of the fluctuation part of viscosity along the thermodynamic directions of critical isoconcentrate and phase interface have been studied in the work on the basis of experimental data of shear viscosity behavior of binary isobutyric acid-water solution near the critical consolute temperature. New method for studying the viscosity on separate branches of the coexistence curve as been proposed for the first time. It has been shown that the behavior of the viscosity of the studied solution along the thermodynamic directions of critical isoconcentrate and coexistence curve can be described by the equation, which is directly connected with the correlation properties of the system. Taking into account the spatial dispersion of the system in this equation guarantees the finiteness of the viscosity in critical point, which is confirmed experimentally.

Э.А. БАКИРОВА, Х.ДАЛЕЛХАН

## ИМПУЛЬС ӘСЕРІ БАР ЖҮКТЕЛГЕН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ ПЕРИОДТЫ ШЕШІМДЕРІ ТУРАЛЫ

Импульс әсері бар жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін сызықты периодты шеттік есебі параметрлеу әдісі көмегімен зерттелген. Қарастырылып отырған шеттік есептің біркәнді шешілімділігінің жеткілікті шарттары тағайындалған және оның жуық шешімдерін табудың алгоритмдері құрылған.

Импульс әсері бар жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін периодты шеттік есепті қарастырайық

$$\frac{dx}{dt} = B_0(t)x + B_1(t)x(\mu) + f(t), \quad t \in [0, T] \setminus \{\theta\}, \quad x \in R^n, \quad (1)$$

$$\lim_{t \rightarrow \theta-0} x(t) - \lim_{t \rightarrow \theta+0} x(t) = \varphi, \quad \varphi \in R^n, \quad (2)$$

$$x(0) = x(T), \quad (3)$$

мұндағы  $(n \times n)$  - өлшемді  $B_0(t), B_1(t)$  матрицалары және  $n$  - өлшемді  $f(t)$  вектор - функциясы  $[0, T]$  аралығында үзіліссіз,  $0 < \theta < \mu < T$ ,  $\|x\| = \max_{i=1, n} |x_i|$ ,

$$\|B_0(t)\| = \max_{i=1, n} \sum_{j=1}^n |b_{ij}^1(t)| \leq \beta_1, \quad \|B_1(t)\| = \max_{i=1, n} \sum_{j=1}^n |b_{ij}^2(t)| \leq \beta_2, \quad \beta_1, \beta_2 - const.$$

(1) - (3) есебінің шешімі деп  $t \in [0, T] \setminus \{\theta\}$  аралығында жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесін,  $\theta$  нүктесіндегі импульстік (2) шартын қанағаттандыратын және  $t = 0$  мен  $t = T$  нүктелеріндегі мәндері үшін (3) теңдігі орындалатын  $(0, T)$  аралығында бөлікті үзіліссіз дифференциалданатын  $x^*(t)$  вектор-функциясын айтамыз.

Жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептер әртүрлі әдістермен көптеген авторлардың жұмыстарында қарастырылған [1,2]. Мұндай теңдеулерді зерттеу жүктелген дифференциалдық теңдеудің қолданбалы математикадағы алатын орнымен маңызды. Мысалға, шоғырланған массалармен жүктелген шектің тербелісі туралы есеп, серпімді желіге ілінген жүктің ұзына бойғы қозғалысы туралы есеп, ұштарына масса ілінген желінің бұрамалы тербелістері есебі және т.т. жүктелген дифференциалдық теңдеулерге әкеледі.

$(0, T)$  интервалын бөліктеу және қосымша параметрлерді енгізу арқылы жүктелген дифференциалдық теңдеуі үшін екі нүктелі шеттік есепті шешудің әдісі [3] жұмысында ұсынылған болатын. Назарларыңызға ұсынылып отырған жұмыста осы әдіспен (1)-(3) импульс әсері бар жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін периодты шеттік есеп зерттелінеді.

$[0, T]$  аралығын жүктеу нүктесі мен импульс нүктесін ескере отырып үш аралыққа бөлейік:

$$[0, T] = \bigcup_{r=1}^3 [t_{r-1}, t_r), \quad \text{мұндағы } t_0 = 0, t_1 = \theta, t_2 = \mu, t_3 = T. \text{ Изделінді функцияның бөлінген}$$

аралықтарға сығылуын  $x_r(t) = x(t)$ ,  $t \in [t_{r-1}, t_r)$ ,  $r = \overline{1, 3}$  деп белгілейік,  $\lambda_r = x_r(t_{r-1})$ ,  $r = \overline{1, 3}$ , қосымша параметрлерін енгізіп және әрбір  $[t_{r-1}, t_r)$ ,  $r = \overline{1, 3}$ , интервалында

$u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$ ,  $r = \overline{1,3}$ , алмастыруларын жасайық. Соның нәтижесінде келесі параметрі бар шеттік есепті аламыз:

$$\frac{du_r}{dt} = B_0(t)u_r(t) + B_0(t)\lambda_r + B_1(t)\lambda_3 + f(t), \quad u_r(t_{r-1}) = 0, \quad t \in (t_{r-1}, t_r), \quad r = \overline{1,3}, \quad (4)$$

$$\lambda_2 + \lim_{t \rightarrow \mu-0} u_2(t) = \lambda_3, \quad (5)$$

$$\lambda_1 + \lim_{t \rightarrow \theta-0} u_1(t) - \lambda_2 = \varphi, \quad (6)$$

$$\lambda_1 = \lambda_3 + \lim_{t \rightarrow T-0} u_3(t). \quad (7)$$

(1) – (3) және (4) – (7) есептері пара-пар болады. Егер  $x(t)$  функциясы (1) – (3) есебінің шешімі болса, онда келесі  $(\lambda, u[t])$  жұбы, мұндағы  $\lambda = (x(0), x(\theta), x(\mu))$ ,  $u[t] = (x(t) - x(0), x(t) - x(\theta), x(t) - x(\mu))$  – (4) – (7) есебінің шешімі болады. Керісінше, егер  $(\tilde{\lambda}, \tilde{u}[t])$  жұбы, мұндағы  $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \tilde{\lambda}_3)$ ,  $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \tilde{u}_3(t))$  – (4) – (7) есебінің шешімі болса, онда  $\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_1 + \tilde{u}_1(t)$ ,  $t \in [0, \theta)$ ,  $\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_2 + \tilde{u}_2(t)$ ,  $t \in [\theta, \mu)$ ,  $\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_3 + \tilde{u}_3(t)$ ,  $t \in [\mu, T)$ ,  $\tilde{x}(T) = \tilde{\lambda}_3 + \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_3(t)$  теңдіктерімен анықталатын  $\tilde{x}(t)$  функциясы бастапқы (1) – (3) есебінің шешімі болады.

(4) Коши есебі келесі интегралдық теңдеуге пара-пар болады:

$$u_r(t) = \int_{t_{r-1}}^t [B_0(\tau)(u_r(\tau) + \lambda_r) + B_1(\tau)\lambda_3 + f(\tau)]d\tau, \quad t \in (t_{r-1}, t_r), \quad r = \overline{1,3}. \quad (8)$$

Енді интегралдың астындағы  $u_r(\tau)$ ,  $r = \overline{1,3}$ , функциясының орнына (8) теңдеуінің сәйкес оң жағын қойып, бұл үдерісті  $\nu$  ( $\nu = 1, 2, \dots$ ) рет қайталасақ, онда  $u_r(t)$ ,  $r = \overline{1,3}$ , функциясының келесі кейіптемесін аламыз

$$u_r(t) = \tilde{D}_{\nu,r}^0(t)\lambda_r + \tilde{D}_{\nu,r}^1(t)\lambda_3 + \tilde{G}_{\nu,r}(u, t) + \tilde{F}_{\nu,r}(t), \quad t \in (t_{r-1}, t_r), \quad r = \overline{1,3}, \quad (9)$$

мұндағы

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{\nu,r}^i(t) = & \int_{t_{r-1}}^t B_i(\tau_1)d\tau_1 + \int_{t_{r-1}}^t B_0(\tau_1) \int_{t_{r-1}}^{\tau_1} B_i(\tau_2)d\tau_2 d\tau_1 + \dots + \\ & + \int_{t_{r-1}}^t B_0(\tau_1) \dots \int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-2}} B_0(\tau_{\nu-1}) \int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-1}} B_i(\tau_\nu)d\tau_\nu d\tau_{\nu-1} \dots d\tau_1, \quad i = 0, 1, \quad r = \overline{1,3}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{v,r}(t) = & \int_{t_{r-1}}^t f(\tau_1) d\tau_1 + \int_{t_{r-1}}^t B_0(\tau_1) \int_{t_{r-1}}^{\tau_1} f(\tau_2) d\tau_2 d\tau_1 + \dots + \\ & + \int_{t_{r-1}}^t B_0(\tau_1) \dots \int_{t_{r-1}}^{\tau_{v-2}} B_0(\tau_{v-1}) \int_{t_{r-1}}^{\tau_{v-1}} f(\tau_v) d\tau_v d\tau_{v-1} \dots d\tau_1, \quad r = \overline{1,3}, \end{aligned}$$

$$\tilde{G}_{v,r}(u, t) = \int_{t_{r-1}}^t B_0(\tau_1) \dots \int_{t_{r-1}}^{\tau_{v-2}} B_0(\tau_{v-1}) \int_{t_{r-1}}^{\tau_{v-1}} B_0(\tau_v) \mu_1(\tau_v) d\tau_v d\tau_{v-1} \dots d\tau_1, \quad r = \overline{1,3}.$$

(9) теңдеуінен  $\lim_{t \rightarrow t_r - 0} u_r(t)$ ,  $r = \overline{1,3}$ , мәнін тауып, оны (5) – (7) шарттарына қойсақ,  $\lambda_r$ ,  $r = \overline{1,3}$ ,

параметрлеріне сәйкес теңдеулер жүйесін аламыз:

$$Q_v(\theta, \mu) \lambda = -F_v(\theta, \mu) - G_v(u, \theta, \mu), \quad \lambda \in R^{3n}, \quad (10)$$

мұндағы

$$Q(\theta, \mu) = \begin{pmatrix} 0 & I + \tilde{D}_{v,2}^0(\mu) & \tilde{D}_{v,2}^1(\mu) - I \\ I + \tilde{D}_{v,1}^0(\theta) & -I & \tilde{D}_{v,1}^1(\theta) \\ I & 0 & -I - \tilde{D}_{v,3}^0(T) - \tilde{D}_{v,3}^1(T) \end{pmatrix},$$

$$F_v(\theta, \mu) = (\tilde{F}_{v,2}(\mu), -\varphi + \tilde{F}_{v,1}(\theta), -\tilde{F}_{v,3}(T)),$$

$$G_v(u, \theta, \mu) = (\tilde{G}_{v,2}(u, \mu), \tilde{G}_{v,1}(u, \theta), -\tilde{G}_{v,3}(u, T)).$$

Енді (8), (10) есебінің шешімі болатын  $(\lambda, u[t])$  жұбы төмендегі алгоритм арқылы анықталатын  $(\lambda^{(k)}, u^{(k)}[t])$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  жұптар тізбегінің шегі ретінде ізделінеді:

**0-ші қадам:** а)  $Q_v(\theta, \mu)$  матрицасының кері матрицасы бар деп жорамалдап,  $\lambda$  параметрлерінің  $\lambda^{(0)} = (\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \lambda_3^{(0)})$  бастапқы жуықтауын  $Q_v(\theta, \mu) \lambda = -F_v(\theta, \mu)$  теңдеуінен табамыз, яғни  $\lambda^{(0)} = -[Q_v(\theta, \mu)]^{-1} F_v(\theta, \mu)$ . б)  $\lambda^{(0)} \in R^{3n}$  векторының компоненттерін қолданып және  $t \in [t_{r-1}, t_r)$ ,  $r = \overline{1,3}$ , аралықтарында  $\lambda = \lambda^{(0)}$  болғанда (8) Коши есебін шешіп  $u^{(0)}[t] = (u_1^{(0)}(t), u_2^{(0)}(t), u_3^{(0)}(t))$  функцияларын табамыз.

**1-ші қадам:** а) Табылған  $u^{(0)}[t] = (u_1^{(0)}(t), u_2^{(0)}(t), u_3^{(0)}(t))$  функцияларын (10) сызықты алгебралық теңдеулер жүйесінің оң жағына қойып,  $Q_v(\theta, \mu) \lambda = -F_v(\theta, \mu) - G_v(u^{(0)}, \theta, \mu)$  теңдеуінен  $\lambda^{(1)} = (\lambda_1^{(1)}, \lambda_2^{(1)}, \lambda_3^{(1)})$  параметрін табамыз. б)  $t \in [t_{r-1}, t_r)$ ,  $r = \overline{1,3}$ , аралықтарында  $\lambda = \lambda^{(1)}$  болғанда (8) Коши есебін шешіп  $u^{(1)}[t] = (u_1^{(1)}(t), u_2^{(1)}(t), u_3^{(1)}(t))$  функцияларын табамыз. Т.с.с.

Осы үдерісті қайталап отырып, алгоритмнің  $k$ -шы қадамында  $(\lambda^{(k)}, u^{(k)}[t])$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  жұптар жүйесін аламыз.

Ұсынылып отырған алгоритмнің жүзеге асуы мен жалғыз шешімге жинақталуының жеткілікті шарттары және (1) – (3) импульстік әсері бар шеттік есебінің жалғыз шешімі болатыны келесі теоремада келтірілген:

**Теорема 1.** Егер кез келген  $v \in \mathbb{N}$  үшін  $Q_v(\theta, \mu): R^{3n} \rightarrow R^{3n}$  матрицасының кері матрицасы бар болса және

$$\| [Q_\nu(\theta, \mu)]^{-1} \| \leq \gamma_\nu(\theta, \mu),$$

$$q_\nu(\theta, \mu) = \gamma_\nu(\theta, \mu) \left\{ e^{\beta_1 \bar{h}} - \sum_{j=0}^{\nu} \frac{(\beta_1 \bar{h})^j}{j!} + \beta_2 \bar{h} \left( e^{\beta_1 \bar{h}} - \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\beta_1 \bar{h})^j}{j!} \right) \right\} < 1,$$

мұндағы  $\bar{h} = \max(\theta, \mu - \theta, T - \mu)$ , теңсіздіктері орындалса, онда (1) – (3) есебінің жалғыз шешімі болады.

Теореманың дәлелі [4] теоремаға ұқсас дәлелденеді.

Мысал.  $[0, 1]$  кесіндісінде импульс әсері бар жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін төмендегідей периодты шеттік есебі қарастырылады

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \sin t & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} t & 0 \\ 4 & t \\ 0 & 16 \end{pmatrix} x \left( \frac{2}{3} \right) + \begin{pmatrix} f_1(x, t) \\ f_2(x, t) \end{pmatrix}, t \in [0, 1] \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}, \quad (11)$$

$$\lim_{t \rightarrow \frac{1}{3}-0} x(t) - \lim_{t \rightarrow \frac{1}{3}+0} x(t) = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$x(0) = x(1), \quad (13)$$

мұндағы  $B_0(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \sin t & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B_1(t) = \begin{pmatrix} t & 0 \\ 4 & t \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$ ,  $\theta = \frac{1}{3}$ ,  $\mu = \frac{2}{3}$ ,  $T = 1$ .

Параметрлеу әдісінің сұлбесін есере отырып  $[0, 1]$  аралығын үш аралыққа бөлейік:  $[0, 1] = \bigcup_{r=1}^3 [t_{r-1}, t_r)$ , мұндағы  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = \frac{1}{3}$ ,  $t_2 = \frac{2}{3}$ ,  $t_3 = 1$ . Ізделінді функцияның бөлінген аралықтарға сығылуын  $x_r(t) = x(t)$ ,  $t \in [t_{r-1}, t_r)$ ,  $r = \overline{1, 3}$  деп белгілейік,  $\lambda_r = x_r(t_{r-1})$ ,  $r = \overline{1, 3}$ , қосымша параметрлерін енгізіп және әрбір  $[t_{r-1}, t_r)$ ,  $r = \overline{1, 3}$ , интервалында  $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$ ,  $r = \overline{1, 3}$ , алмастыруларын жасайық. Соның нәтижесінде келесі параметрі бар шеттік есепті аламыз:

$$\frac{du_r}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \sin t & 0 \end{pmatrix} [u_r(t) + \lambda_r] + \begin{pmatrix} t & 0 \\ 4 & t \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \lambda_3 + \begin{pmatrix} f_1(x, t) \\ f_2(x, t) \end{pmatrix}, u_r(t_{r-1}) = 0, t \in (t_{r-1}, t_r), r = \overline{1, 3},$$

$$\lambda_2 + \lim_{t \rightarrow \frac{2}{3}-0} u_2(t) = \lambda_3,$$

$$\lambda_1 + \lim_{t \rightarrow \frac{1}{3}-0} u_1(t) - \lambda_2 = \varphi,$$

$$\lambda_1 = \lambda_3 + \lim_{t \rightarrow 1-0} u_3(t).$$

$\nu = 2$  болғанда  $Q_2 \left( \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$  матрицасы келесі түрде болады:

$$Q_2\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1.0238 & 0.3333 & -0.9583 & 0.0015 \\ 0 & 0 & -0.1591 & 1.0292 & 0.0033 & -0.9896 \\ 1.0061 & 0.3333 & -1 & 0 & 0.0139 & 0.0003 \\ 0.055 & 1.0122 & 0 & -1 & 0.0004 & 0.0035 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1.1083 & -0.336 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.254 & -1.0604 \end{pmatrix}.$$

Бұл матрицаның кері матрицасы бар. Ол келесі түрде болады:

$$\left[Q_2\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right]^{-1} = \begin{pmatrix} -0.211 & 2.2718 & 0.1454 & 2.2678 & 0.7289 & -2.344 \\ 1.0559 & -0.3019 & 1.033 & 0.0412 & -1.0416 & 0.6139 \\ 0.1327 & 2.2168 & -0.5115 & 2.3258 & 0.3866 & -2.1837 \\ 1.0609 & -0.1826 & 1.0571 & -0.8343 & -1.0177 & 0.4921 \\ -0.5308 & 2.3034 & -0.177 & 2.1938 & 0.0574 & -2.1615 \\ 1.1229 & -0.8364 & 1.0166 & -0.4865 & -0.9961 & 0.1536 \end{pmatrix}.$$

Теореманың шарттарының орындалуын тексерейік:

$$\left\| \left[Q_2\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right]^{-1} \right\| \leq 7.969,$$

$$q_2\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) = 7.969 \cdot \left[ \left( e^{\frac{1}{3}} - 1 - \frac{1}{3} - \frac{(1/3)^2}{2} \right) + 0.25 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left( e^{\frac{1}{3}} - 1 - \frac{1}{3} \right) \right] = 0.949 < 1.$$

Теореманың барлық шарттары орындалып тұр, онда (11) – (13) есебінің жалғыз шешімі бар болады.

#### LITERATURA

- 1 *Nakhushev A.M.* Uravneniya matematicheskoi biologii. -M: Vyshaya shkola, 1995. - 205 s.
- 2 *Abdullaev B.M., Aida-zade K.R.* O chislennom reshenii nagruzhennikh differentsial'nikhuravnenii //Zhurnal vichisl. matem. i matem. fiz. 2004. T. 44. №9. -S.1585-1595.
- 3 *Dzhumabaev D.S.* Priznaki odnoznachnoi razreshimosti lineinoi kraevoi zadachi dlya obiknovennogo differentsial'nogo uravneniya //Zhurnal vichisl. matem. i matem. fiziki. - 1989. - T.29, №1. -S. 50-66.
- 4 *Bakirova E.A.* O priznake odnoznachnoi razreshimosti dvukhtocheynoi kraevoi zadachi dlya systemi nagruzhennikh differentsial'nikhuravnenii //Izvestiya NAN RK. Ser. phyz-matem. - 2005. - №1. -S. 95-102.

Э.А. Бакирова<sup>1</sup>, Х. Далелхан<sup>2</sup>

#### О периодических решениях краевой задачи для нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием

##### Аннотация

Методом параметризации исследована линейная периодическая краевая задача для систем нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием. Получены достаточные условия однозначной разрешимости рассматриваемой краевой задачи и предложены алгоритмы нахождения ее приближенного решения.

**E.A. Bakirova, Kh. Dalelhan**

#### Solvability of linear boundary value problem with integral condition for loaded differential equations

##### Summary

The linear periodic boundary value problem for system of loaded differential equations with impulse effect was investigated by parametrization method. Sufficient conditions of unique solvability of considering problem are established and algorithms for finding its approximate solution are constructed.

Институт математики и математического моделирования МОН РК, ведущий сотрудник<sup>1</sup>  
Казахский государственный женский педагогический университет, магистрант<sup>2</sup>

Материалы международной конференции  
в честь 70-летия академика НАН РК

## ТАКИБАЕВА Нургали Жабагаевича

## «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ И НОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

## Теоретическая и ядерная физика

<i>Kiyoshi Kato, Yuma Kikuchi, Masayuki Aikawa, Meruert Takibayeva and Nurgali Takibayev. Resonance Structures in the <math>(\alpha, \alpha)+n</math> system</i> .....	4
<i>Арманова М.В., Дарзбек С.А., Желкобаев Ж. Лазерный интерферометрический измеритель наноперемещений на основе методики численного гетеродинамирования сигнала фотоприемника</i> .....	6
<i>Абишев М.Е., Токтарбай С., Жами Б.А. Об устойчивости круговых орбит пробного тела в ограниченной задаче трех тел в механике ОТО</i> .....	11
<i>Аргынова А.Х., Гайтинов А.Ш., Локтионов А.А. Сильные флуктуации в начальных условиях взаимодействий легких ядер при высоких энергиях</i> .....	14
<i>Гайтинов А.Ш., Ибраимова С.А., Лебедев И.А., Федосимова А.И. Параметры дискретизации каскадной кривой для минимизации числа слоев тонкого калориметра</i> .....	19
<i>Пеньков Ф.М., Красовицкий П.М. Диффузия молекулы бериллия при низких энергиях</i> .....	23
<i>Atamurotov F., Papnoi U. Silhouette of rotating black hole in myers-perry gravity</i> .....	29
<i>Hakimov A.A., Shaymatov S.R., Patil M. Particle acceleration in kerr-taub-nut naked singularities</i> .....	33
<i>Eshkuvatov H.E. Anomalous variation in GPS TEC prior to the 26 may 2013 bulung'ur, earthquake: kitab GPS station</i> .....	38
<i>Рахимов О.Г., Джанпарова Р.К. Гравитационный захват намагниченных частиц вокруг черной дыры Шварцшильда в однородном магнитном поле</i> .....	42
<i>Shaymatov S.R., Hakimov A.A., Patil M. Destroying a near-extremal Kerr black hole with a charged particle</i> .....	46
<i>Насирова Д.М., Такибаев Н.Ж., Курмангалиева В.О., Такибаева М.Н. Реакции обратного <math>\beta</math>-распада в оболочках нейтронных звезд</i> .....	50
<i>Toshmatov V.A., Mamatjanov A.I. Energy extraction from <math>d</math>-dimensional black hole</i> .....	53
<i>Таипулатов С.М. Спектральные свойства оператора энергии трехэлектронных систем в модели Хаббарда</i> .....	57
<i>Буртебаев Н., Дүйсебаев А., Глуценко Н.В., Керимкулов Ж.К., Насурлла М., Амар А., Сакута С.Б., Артемов С.В. Изучение реакции <math>{}^7\text{Li}(d,t){}^6\text{Li}</math> при энергии 25 МэВ</i> .....	61
<i>Кенжебаев Н., Курмангалиева В., Такибаева М., Нусипалиева М. Краткое описание статей скомпилированных в базу данных ядерных реакций EXFOR группой CANRDB</i> .....	65
<i>Оскомов В.В., Седов А.Н., Садуев Н.О., Каликулов О.А., Мендибаев К.О., Жумабаев А.И., Мухамеджанов Е.С., Искаков Б.А., Байгарашев Д.М., Таутаев Е.М., Кенжина И.Е. Микрометрические узлы радиоэлектронного тракта нейтронного детектора</i> .....	69
<i>Жумабекова В., Хасанов М. Моделирование рассеяния нейтронов при взаимодействии с металлическим бериллиевым материалом в области низких энергий</i> .....	74
<i>Abdykadyrov B. Density functional theory (DFT) investigation of the structure and electronic properties of <math>\text{ABO}_3</math>-type perovskites</i> .....	77
<i>Кунаков С.К., Кенжебаев Н.Б. Моделирование накопления трития в бериллиевом материале при нейтронном облучении</i> .....	82
<i>Жақсыбеков А.Т., Оразбеков Б.А., Сахиев С.К. <math>{}^9\text{Be}</math> ядросының кейбір электростатистикалық қасиеттері</i> .....	85
<i>Джансейтов Д.М. Оптимизация параметров массива детекторов на основе CsI(Tl) для регистрации заряженных частиц в эксперименте по определению <math>2\tau</math> распада в <math>{}^{17}\text{Ne}</math></i> .....	91
<i>Гриднев К.А., Дьячков В.В., Юшков А.В. Изучение явления подъема сечений в передней полусфере углов на основе мультикластерной структуры легких ядер</i> .....	95
<i>Мукашев К.М. О проблемах исследования лидирующих частиц</i> .....	101
<i>Темиралиев А.Т., Данлыбаева А.К. Формирование структур в нелинейной кварк-глюонной эволюции</i> .....	106
<i>Садыков Т.Х., Покровский Н.С., Застрожнова Н.Н., Таутаев Е.М., Жамауова Т.К. Изучение коэффициента неупругости во взаимодействиях космических частиц с мишенью при энергиях больше <math>10^{13}</math> эВ</i> .....	113
<i>Валиолда Д.С., Джансейтов Д.М., Исадыков А.Н. Исследование характеристик гамма спектрометров на пучках радиоактивных ядер</i> .....	117
<i>Садыков Т.Х., Покровский Н.С., Застрожнова Н.Н., Таутаев Е.М., Жамауова Т.К. Изучение угловых распределений во взаимодействиях космических частиц с плотной мишенью и сравнение с данными большого адронного коллайдера</i> .....	122

## Физика плазмы и компьютерная физика

<i>Архипов Ю.В., Аскарулы А., Ашикбаева А.Б., Сызганбаева С.А., Ткаченко И.М. Динамический структурный фактор модельной кулоновской системы</i> .....	128
---	-----

<i>Исмагамбетова Т.Н., Габдуллин М.Т.</i> Термодинамические свойства квазиклассической частично ионизированной водородной плазмы.....	133
<i>Бастыкова Н.Х., Рамазанов Т.С., Сухинин Г.И., Коданова С.К., Федосеев А.В.</i> Влияние смеси газов He-H <sub>2</sub> на распределение параметров плазмы в положительном столбе тлеющего разряда.....	136
<i>Коданова С.К., Кенжебекова А.И.</i> Расчет дрейфа электронов в переменном неоднородном электрическом поле для различных систем электродов в барьерном разряде.....	142
<i>Батрышев Д.Г., Рамазанов Т.С., Досболаев М.К., Габдуллин М.Т., Оразбаев С.А.</i> Сепарация полидисперсных пылевых частиц в плазме высокочастотного емкостного разряда.....	145

### Физика твердого тела и нелинейная физика

<i>Firsov A., Loechel B., Svintsov A., Zaitsev S.</i> Fabrication of rainbow holograms using SEM based e-beam lithography.....	149
<i>Snow W.M., Zhutabekova V.</i> Parity violating neutron spin rotation.....	155
<i>Молдабекова М.С., Асембаева М.Қ., Ержанқызы А.</i> Көпкомпонентті газ қоспаларындағы массатасымалдау процесін зерттеу.....	159
<i>Алтысбаева Б.Е., Абдуллин Х.А.</i> Изучение особенностей процесса формирования пленок анодного пористого алюминия.....	162
<i>Кумеков С.Е., Мартиросян К.С., Саухимов А.А.</i> Получение наночастиц Y <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub> методом solution combustion synthesis и изучение их магнитных свойств.....	168

### Теплофизика и техническая физика

<i>Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Федоренко О.В., Мукамеденқызы В., Исакова Я.В.</i> Многокомпонентная диффузия в системах с балластным газом.....	176
<i>Исмаилова Г.А., Яр-Мухамедова Г.Ш., Исембердиева Н.Б., Жусипбекова Ф.Б., Калиева А.Г., Нурғалиева А., Кошимова М., Мархабаева А.А.</i> Исследование морфологии поверхности «нанокристаллы A <sup>3</sup> B <sup>5</sup> + Si» методом сканирующей зондовой микроскопии.....	173
<i>Асқарова Ә.С., Бөлегенова С.Ә., Бекмұхамет А., Оспанова Ш.С., Ниетпаева А.А.</i> FLOREAN бағдарламалық құралы арқылы БКЗ-420-140-7С жану қазандығындағы жылумасса тасымалы процестерін зерттеу.....	182
<i>Асқарова А.С., Бөлегенова С.А., Бекетаева М.Т., Мукашева Г.К.</i> Анализ течения в циркуляционном контуре парового котла методом характеристик давления.....	188
<i>Исатаев С.И., Төлеуов Г., Исатаев М.С., Маймакова Н., Рысбаева Н., Турганбай А., Нурғалиева Д.</i> Экспериментальное исследование турбулентных свободных струй при наличии акустического воздействия.....	192
<i>Мажренова Н.Р., Нұғыманова А.О.</i> Нормирование качества воздушного бассейна г. Алматы и оценка комплексного показателя уровня загрязненности.....	196
<i>Манатбаев Р.К., Тулепбергенов А.К., Сатымбеков А.М., Шерниязов К.Е., Узакова Ж.И.</i> Об одном стационарном 2-d модели ветротурбины Дарье.....	201
<i>Елубаева Б.Т., Манатбаев Р.К., Тулепбергенов А.К., Уалиев Ж.Р.</i> О нестационарном режиме работы ветротурбины Дарье.....	207



МАЗМҰНЫ – II

**Теориялық астрофизика және Күн физикасы**

<i>Сәрсембаева А.Т., Сәрсембай А.Т.</i> Күн атмосферасындағы белсенді процестер.....	214
<i>Сәрсембаева А.Т., Рахменова Ж.С.</i> 2013 жылдың 1–10 қараша аралығындағы күн жарқылының бақылауы.....	219
<i>Бақтыбаев Қ., Дәлелханқызы А., Прочниак Л., Бақтыбаев М.Қ., Қойлық Н.О.</i> Атом ядросындағы коллективті козудағы қосарланған нуклонның рөлі.....	223

**Плазма, газдар және сұйықтар физикасы**

<i>Асқарұлы Ә., Ашықбаева Ә.Б., Паласи Д.</i> Идеал емес плазмадағы релятивистік иондардың энергетикалық шығындары.....	229
<i>Мұратов М.М., Рамазанов Т.С., Жұмағұлова Қ.Н., Гори Дж.А.</i> Күрделі құрамды плазманың тозаңды құраушысының қысымы.....	237
<i>Антонова В.П., Крюков С.В., Нұрғалиева Қ.Е., Оразымбетова Н.Т.</i> Биік таулы Тянь-Шань станциясында атмосфера қысымына күн қарқымдылығының кездейсоқ құбылыстарының әсері.....	241
<i>Дәулетов А.Е., Мұхаметкәрімов Е.С., Құдышев Ж.А., Ғабитов И.Р.</i> Диссипациясы бар метаматериалдардағы сызықты емес толқындық процестері.....	246

**Қатты дене физикасы және сызықты емес физика**

<i>Жаңабаев З.Ж., Нәлібаев Е.Д., Темірбаев А.А.</i> Тұтас байланысқан электрондық осцилляторлар ансамбліне шуыл сигналының әсерін эксперименттік зерттеу.....	252
---	-----

**Теориялық және тәжірибелік зерттеулер**

<i>Исмаилов Н.А.</i> Кейбір үштік операдтар.....	261
<i>Әмірғалиев Е.Н., Нүсіпбеков А.К.</i> Байестік жүйелермен дене күйін тану.....	264
<i>Баймұхаметов А.А., Мартынов Н.Н., Тәңірбергенов А.Г.</i> Астеносферлық диапиризманы сандық үлгілеу.....	267
<i>Жұмабаев Д.С., Глиясова Г.Б.</i> Жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін сызықты шеттік есепті шешудің параметрлеу әдісінің сандық жүзеге асырылуы.....	275
<i>Есқалиев М.Е., Ізбасарова Г.К., Чанбаева М.К.</i> Дара жүктелген әсерден болған элементтегі кернеулер мен жылжуларды жуықтап анықтаудың теориялық негіздері.....	281
<i>Қабылбеков К.А., Сайдахметов П.А., Тұрғанова Т.К., Нұруллаев М.А., Байдуллаева Л.Е.</i> Жинағыш және шашыратқыш линзаларды үлгілеу тақырыбына сабақ өткізу үлгісі.....	286
<i>Беков А.А., Шыныбаев М.Д., Дайырбеков С.С., Абжапбаров А., Акинбеков Е.К., Астемесова К.С.</i> Кобба квадратураларына типтес $A = B = 2C$ жағдайындағы квадратуралар.....	294
<i>Бараев А., Жұмабаев М.Ж., Төлеп А.С.</i> Қозғалмайтын қатты денелер жүйесінің беткі жағын айналдыра қоршап тұрған жіптің оң жақ шетіне берілетін.....	297
<i>Әбдікәрімов Б.Ж., Төретаева А.А.</i> Сындық термодинамикалық бағыттардағы изомай қышқылы-су ерітіндісінің корреляциялық қасиеттері.....	305
<i>Бакирова Э.А., Далелхан Х.</i> Импульс әсері бар жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есептің периодты шешімдері туралы.....	311

## СОДЕРЖАНИЕ – II

**Теоретическая астрофизика и физика Солнца**

<i>Сарсембаева А.Т., Сарсембай А.Т.</i> Активные процессы в атмосфере Солнца.....	214
<i>Сарсембаева А.Т., Рахменова Ж.С.</i> Мониторинг солнечных вспышек в период 1–10 ноября 2013 года.....	219
<i>Бактыбаев К., Далелханкызы А., Прочниак Л., Бактыбаев М.К., Койлык Н.О.</i> Роль нуклонных пар в образовании коллективных возбуждений в атомных ядрах.....	223

**Физика плазмы, газов и жидкостей**

<i>Аскарулы А., Ашикбаева А.Б., Паласи Д.</i> Энергетические потери релятивистских ионов в неидеальной плазме.....	229
<i>Муратов М.М., Рамазанов Т.С., Джумагулова К.Н., Гори Дж.А.</i> Давление пылевой компоненты плазмы сложного состава.....	237
<i>Антонова В.П., Крюков С.В., Нурғалиева Қ.Е., Оразымбетова Н.Т.</i> Влияние спорадических проявлений солнечной активности на атмосферное давление на высокогорной Тянь-Шаньской станции.....	241
<i>Давлетов А.Е., Мухаметкаримов Е.С., Кудышев Ж.А., Габитов И.Р.</i> Нелинейные волновые процессы в диссипативных метаматериалах.....	246

**Физика твердого тела и нелинейная физика**

<i>Жанабаев З.Ж., Налибаев Е.Д., Темирбаев А.А.</i> Исследование воздействия шумового сигнала на ансамбль глобально связанных электронных осцилляторов.....	252
---	-----

**Теоретические и экспериментальные исследования**

<i>Исмаилов Н.А.</i> Некоторая тройка операдов.....	261
<i>Амиргалиев Е.Н., Нусипбеков А.К.</i> Байесовские сети в распознавании поз.....	264
<i>Баймухаметов А.А., Мартынов Н.Н., Танирбергенев А.Г.</i> Численное моделирование астеноферного диапиризма.....	267
<i>Джумабаев Д.С., Илиясова Г.Б.</i> Об одной численной реализации метода параметризации решения линейной краевой задачи для нагруженного дифференциального уравнения.....	275
<i>Ескалиев М.Е., Чанбаева М.К., Избасарова Г.К.</i> Теоретические основы приближенного определение напряжений и перемещений вызванных действием одиночного нагруженного элемента.....	281
<i>Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Турганова Т.К., Нуруллаев М.А., Байдуллаева Л.Е.</i> Модель проведения урока на тему моделирование собирающей и рассеивающей линзы.....	286
<i>Беков А.А., Шинибаев М.Д., Даиырбеков С.С., Абжапбаров А., Акинбеков Е.К., Астемесова К.С.</i> О квадратурах типа Кобба в случае $A = B = 2C$ .....	294
<i>Бараев А., Жумабаев М.Ж., Тулеп А.С.</i> Удар по правому концу нити, огибающей поверхности системы неподвижных твердых тел.....	297
<i>Абдикаримов Б.Ж., Туретаева А.А.</i> Корреляционные свойства двойного раствора изомасляная кислота-вода вдоль критических термодинамических направлений.....	305
<i>Бакирова Э.А., Далелхан Х.</i> О периодических решениях краевой задачи для нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием.....	311

CONTENTS – II

**Theoretical astrophysics and solar physics**

<i>Sarsembayeva A.T., Sarsembay A.T.</i> Active processes on the Sun's atmosphere.....	214
<i>Sarsembayeva A.T., Rahmenova Zh.S.</i> Monitoring solar flares in the during of 1–10 November 2013.....	219
<i>Baktybaev K., Dalelkhankyzy A., Prochniak L., Baktybaev M.K., Koilyk N.O.</i> Role in education nucleon pairs of collective excitations in atomic nuclei.....	223

**Physics of plasma, gases and liquids**

<i>Askaruly A., Ashikbayeva A.B., Palaci D.</i> Energy loss of relativistic ions in nonideal plasmas.....	229
<i>Muratov M.M., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Goree Jh.A.</i> Pressure of the dust component of complex plasma....	237
<i>Antonova V.P., Kriukov S.V., Nurgalieva K.E., Orazymbetova N.T.</i> Impact of sporadic events of solar activity on the atmospheric pressure at high-altitude Tien-Shan station.....	241
<i>Davletov A., Mukhametkarimov Ye., Kudyshev Zh., Gabitov I.</i> Nonlinear wave processes in dissipative metamaterials.....	246

**Solid-state physics and nonlinear physics**

<i>Zhanabaev Z.Zh., Nalibayev E.D., Temirbayev A.A.</i> Investigation of influence of common external noise on an ensemble of globally coupled electronic oscillators.....	252
--	-----

**Theoretical and experimental researches**

<i>Ismailov N.A.</i> Some triple operads.....	261
<i>Amirgaliyev Y.N., Nussipbekov A.K.</i> Bayesian networks in pose recognition.....	264
<i>Baimukhametov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G.</i> Numeral design of astenosfernogo diapirizma.....	267
<i>Dzhumabaev D.S., Iliyassova G.B.</i> On one numerical implementation of the parameterization method for solving of linear boundary value problem for loaded differential equations.....	275
<i>Yeskaliyev M.Ey., Chanbayeva M.K., Izbassarova G.K.</i> Theoretical basis of the approximate determination of stresses and displacements caused by the action of a single element loaded.....	281
<i>Kabyzbekov K.A., Caidahmetov P.A., Turganova T.K., Nurullaev M.A., Baidullayeva L.Ye.</i> The model of carrying out the lesson on theme modeling of collecting and disseminating lenses.....	286
<i>Bekov A.A., Shynybayev M.D., Da'yrbekov S.S., Abzhapbarov A., Akinbekov I.K., Astemesova K.S.</i> About quadrature type Cobb in the case $A = B = 2C$ .....	294
<i>Barayev A., Zhumabayev M.Zh., Tulep A.S.</i> Blow on the right end of the yarn, envelope surface of fixed solids.....	297
<i>Abdikarimov B.ZH., Turetaeva A.A.</i> The correlational properties of double solution of the isobutyric acid-water along the critical thermodynamical directions.....	305
<i>Bakirova E.A., Dalelhan Kh.</i> Solvability of linear boundary value problem with integral condition for loaded differential equations.....	311

Редактор *М. С. Ахметова, Ж. М. Нургожина*  
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 14.04.2014.  
Формат 60x88<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
20,0 п.л. Тираж 3000. Заказ 2.





