

ISSN 2518-1726 (Online),  
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**6 (310)**

**ҚАРАША – ЖЕЛТОҚСАН 2016 Ж.  
НОЯБРЬ – ДЕКАБРЬ 2016 г.  
NOVEMBER – DECEMBER 2016**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы  
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

**Жұмаділдаев А.С.** проф., академик (Қазақстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Қазақстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Өмірбаев У.У.** проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Жүсіпов М.А.** проф. (Қазақстан)  
**Жұмабаев Д.С.** проф. (Қазақстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Қазақстан)  
**Бошқаев К.А.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Сұраған Д.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Қырғыстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Белорус)  
**Пашаев А.** проф., академик (Әзірбайжан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)  
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде  
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.  
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2016

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор  
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

**Джумадилаев А.С.** проф., академик (Казахстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Казахстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Умирбаев У.У.** проф. чл.-корр. (Казахстан)  
**Жусупов М.А.** проф. (Казахстан)  
**Джумабаев Д.С.** проф. (Казахстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Казахстан)  
**Бошкаев К.А.** доктор PhD (Казахстан)  
**Сураган Д.** доктор PhD (Казахстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Кыргызстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Беларусь)  
**Пашаев А.** проф., академик (Азербайджан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов  
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f  
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

**Dzhumadildayev A.S.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kalmenov T.Sh.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Zhantayev Zh.Sh.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Umirbayev U.U.** prof. corr. member. (Kazakhstan)  
**Zhusupov M.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Dzhumabayev D.S.** prof. (Kazakhstan)  
**Asanova A.T.** prof. (Kazakhstan)  
**Boshkayev K.A.** PhD (Kazakhstan)  
**Suragan D.** PhD (Kazakhstan)  
**Quevedo Hernando** prof. (Mexico),  
**Dzhunushaliyev V.D.** prof. (Kyrgyzstan)  
**Vishnevskiy I.N.** prof., academician (Ukraine)  
**Kovalev A.M.** prof., academician (Ukraine)  
**Mikhalevich A.A.** prof., academician (Belarus)  
**Pashayev A.** prof., academician (Azerbaijan)  
**Takibayev N.Zh.** prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.  
**Tiginyanu I.** prof., academician (Moldova)

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

**NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 6, Number 310 (2016), 96 – 103

**K.B.Jakupov**

Institute of mathematics and mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: [jakupovKB@mail.ru](mailto:jakupovKB@mail.ru)

**MODELING HOOKE'S LAW IN THE THEORY OF ELASTICITY.  
UNSYMMETRICAL STRESS TENSOR**

**Annotation.** Directly from Hooke's law derived stress tensor components of deformable body. A direct link, and tangent normal stresses with Hooke's law. asymmetrical stress tensor is proved of deformable body. We derive new equations of elasticity theory. It is shown that the Lamé hypothesis is only symmetrical half incompletely the offset differential, anti-symmetric half of which is discarded, resulting in a symmetric tensor Lamé stresses. For new equations constructed explicit scheme 2nd order accuracy with which the Numbers elastic state of a flat bar with the current in the middle of the upper verge of normal and tangential stresses. The same scheme is applied to the equation Lamé tions. These pictures demonstrate displacement distribution making a difference compared systems of equations of elasticity, as well as inadequate solutions of the Lamé equations of this deformable body.

**Keywords:** tensile, shear stress, normal stress, tensor, equations.

УДК 539.2/.6

**К.Б.Джакупов**

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПО ЗАКОНУ ГУКА В ТЕОРИИ УПРУГОСТИ.  
НЕСИММЕТРИЧНОСТЬ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ**

**Аннотация.** Непосредственно из закона Гука выведены компоненты тензора напряжений твердого деформируемого тела. Установлены прямые связи касательных и нормальных напряжений с законом Гука. Доказана *несимметричность* тензора напряжений твердого деформируемого тела. Выведены новые уравнения теории упругости.

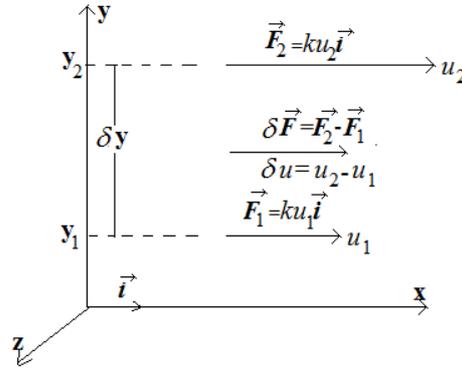
Показано, что в гипотезе Ламе используется только симметричная половина неполного дифференциала смещения, антисимметричная половина которого отбрасывается, следствием чего является симметричность тензора напряжений Ламе. Для новых уравнений построена явная схема 2-го порядка точности, с применением которой рассчитано упругое состояние плоского бруска при действующих в середине верхней грани нормальном и касательном напряжениях. Такая же схема применена для уравнений Ламе. Полученные картины распределения смещений наглядно демонстрируют различие решений сравниваемых систем уравнений упругости, а также неадекватность решения уравнений Ламе данному состоянию деформируемого тела.

**Ключевые слова:** растяжение, касательное напряжение, нормальное напряжение, тензор, уравнения.

**Связь касательных напряжений с законом Гука**

По закону Гука «*каково натяжение таково растяжение*» силы  $\vec{F} = k\vec{u}$ , действующие параллельно плоскости  $XZ$  в положительном направлении оси  $x$ , вызывают растяжения  $u$ , где

$k > 0$  - зависящий от свойств материала коэффициент. На слое  $y_1$  сила и растяжение равны  $\vec{F}_1 = ku_1\vec{i}$ , соответственно,  $\vec{F}_2 = ku_2\vec{i}$  на слое  $y_2 = y_1 + \delta y$ ,  $\delta y > 0$ .



Приращения: сил  $\delta \vec{F} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1 = k\delta u \vec{i}$  и растяжений  $\delta u = (u_2 - u_1) > 0$ . Пусть  $|\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$ , в этом случае  $\delta \vec{F} \uparrow\uparrow \vec{i}$ .

Вводится линейная плотность приращения  $\delta \vec{F}$  как отношение  $\vec{f} = \frac{\delta \vec{F}}{\delta y}$ ,  $\delta \vec{F} = \vec{f} \delta y$ . По определению вектор среднего касательного напряжения  $\vec{\pi}_{yxcp} = \delta \vec{F} / (\delta x \delta z)$  параллелен и одинаково направлен с силами, вызывающими данное напряжение,  $\vec{\pi}_{yxcp} \uparrow\uparrow \delta \vec{F}$ ,  $\vec{\pi}_{yxcp} \uparrow\uparrow \vec{f}$ . Через коэффициент пропорциональности образуется связь  $\vec{f} = k' \vec{\pi}_{yxcp}$ ,  $k' > 0$ ,  $\vec{\pi}_{yxcp} \uparrow\uparrow \vec{i}$ ,  $k' \vec{\pi}_{yxcp} \delta y = k \delta u \vec{i}$ . Данное выражение умножается скалярно на орт  $\vec{i}$ :  $(k' \vec{\pi}_{yxcp} \delta y, \vec{i}) = (k \delta u \vec{i}, \vec{i})$ .

В результате получаются необходимые соотношения

$$(k' \vec{\pi}_{yxcp} \delta y, \vec{i}) = k' \delta y |\vec{\pi}_{yxcp}| \cdot |\vec{i}| \cdot \cos 0 = k' \pi_{yxcp} \delta y, (k \delta u \vec{i}, \vec{i}) = k \delta u$$

Равенства  $k' \pi_{yxcp} \delta y = k \delta u$ ,  $\pi_{yxcp} = \frac{k \delta u}{k' \delta y}$  в пределе дают касательное напряжение

$\pi_{yx} = \lim_{\delta y \rightarrow 0} \frac{k \delta u}{k' \delta y} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ , где обозначено  $\mu = \frac{k}{k'}$ . Обобщения на другие направления образуют

соответствующие касательные напряжения

$$\pi_{xy} = \mu \frac{\partial v}{\partial x}, \pi_{zx} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}, \pi_{xz} = \mu \frac{\partial w}{\partial x}, \pi_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y}, \pi_{zy} = \mu \frac{\partial v}{\partial z}$$

### 1. Связь нормальных напряжений с законом Гука

Аналогичными рассуждениями устанавливается формула составляющей  $\vec{\pi}_{xx}^0$  нормального напряжения  $\vec{\pi}_{xx} = \lambda \text{div} \vec{u} \vec{i} + \vec{\pi}_{xx}^0$ . Пусть силы Гука равны:  $\vec{F}_1 = ku_1\vec{i}$  в точке  $x_1$  и  $\vec{F}_2 = ku_2\vec{i}$  в точке  $x_2 = x_1 + \delta x$ ,  $\delta \vec{F} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$ ,  $\delta u = (u_2 - u_1) > 0$ ,  $\delta \vec{F} = k \delta u \vec{i}$ . Имеет место параллельность  $\delta \vec{F} \uparrow\uparrow \vec{i}$  для случая когда модуль верхней силы больше  $|\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$ .

Через линейную плотность  $\delta\vec{F} = \vec{\varphi}\delta x$ ,  $\vec{\varphi} = k''\vec{\pi}_{xxcp}^o$  образуются равенства  $\delta F = k''\vec{\pi}_{xxcp}^o\delta x$ ,  $k''\vec{\pi}_{xxcp}^o\delta x = k\delta u\vec{i}$ . Данное выражение умножается скалярно на орт  $\vec{i}$ :  $(k''\vec{\pi}_{xxcp}^o\delta x, \vec{i}) = (k\delta u\vec{i}, \vec{i})$ . По определению  $\vec{\pi}_{xxcp}^o\delta x \uparrow\uparrow \vec{i}$ . В результате получается  $k''\vec{\pi}_{xxcp}^o\delta x = k\delta u$ , откуда следует  $\vec{\pi}_{xxcp}^o = \frac{k}{k''}\frac{\delta u}{\delta x}$ . В пределе вытекают формулы составляющих нормальных напряжений  $\pi_{xx}^o = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{k}{k''}\frac{\delta u}{\delta x} = \mu\frac{\partial u}{\partial x}$ , где введено естественным образом  $\mu = \frac{k}{k''}$ .

Аналогично выводятся составляющие нормальных напряжений и по другим направлениям:

$$\pi_{ii}^o = \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3; u_1 \equiv u, u_2 \equiv v, u_3 \equiv w, x_1 \equiv x, x_2 \equiv y, x_3 \equiv z.$$

Таким образом, закону Гука соответствует *несимметричный* тензор напряжений в твердом деформируемом теле:

$$\pi_{ji} = \lambda\delta_{ij}div\vec{u} + \mu\varepsilon_{ji}, \quad \varepsilon_{ji} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad \pi_{ji} \neq \pi_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2.1)$$

$\vec{u} = u_1\vec{i} + u_2\vec{j} + u_3\vec{k}$  – вектор перемещения. В нормальных напряжениях член  $\lambda\delta_{ij}div\vec{u}$ , установленный Ламе, сохраняется,  $\delta_{ij}$  – символ Кронеккера.

### 3. Уравнения теории упругости для несимметричного тензора напряжений в твердом деформируемом теле

Уравнения упругости твердого деформируемого тела [1], [2], [3]

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \rho_0 \vec{F} + (\lambda + \mu)graddiv\vec{u} + \mu\Delta\vec{u} \quad (3.1)$$

построены по гипотезе Ламе с *симметричным* тензором напряжений

$$\pi_{ji} = \lambda\delta_{ij}div\vec{u} + \mu\varepsilon_{ji}, \quad \varepsilon_{ji} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \quad \pi_{ji} = \pi_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3.2)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j, \end{cases} \quad \lambda, \mu - \text{коэффициенты Ламе, } \pi_{ij} = \pi_{ji}.$$

Подстановкой компонент *несимметричного* тензора  $\pi_{ji} = \lambda\delta_{ij}div\vec{u} + \mu\varepsilon_{ji}$ ,  $\varepsilon_{ji} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  в уравнения динамики сплошной среды в напряжениях

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \rho_0 F_i + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \pi_{ji}}{\partial x_j}, \quad i = 1, 2, 3$$

получается соответствующее скорректированное уравнение

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \rho_0 \vec{F} + \lambda graddiv\vec{u} + \mu\Delta\vec{u}, \quad (3.3)$$

значительно отличающееся от уравнения Ламе (3.1).

Проекция данного уравнения в декартовых координатах имеют вид:

$$\begin{aligned}\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \rho_0 F_x + \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \rho_0 F_y + \lambda \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \rho_0 F_z + \lambda \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)\end{aligned}$$

### 3. О гипотезе Ламе

Ламе, при выводе своего уравнения (3.1), исходил из гипотезы о том, что элементы  $\varepsilon_{ij}$  тензора напряжений

$$du_i = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] dx_j, \quad (4.1)$$

должны быть пропорциональны удвоенной первой половине формулы (4.1) [1] (вторая антисимметричная часть (4.1) игнорируется). Формула (4.1) искусственно образована из неполного дифференциала смещений

$$\tilde{d}u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dx_j, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.2)$$

Вытекающие из закона Гука *несимметричные* элементы (2.1)  $\varepsilon_{ji} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$

тензора напряжений пропорциональны коэффициентам неполного дифференциала (4.2).

### 5. Явная схема уравнений теории упругости

Рассматривается задача Коши-Дирихле для новых уравнений

$$\begin{aligned}\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \rho_0 F_x + \lambda \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \rho_0 F_y + \lambda \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \rho_0 F_z + \lambda \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \\ p &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\end{aligned}$$

с соответствующими начальными условиями в момент времени  $t = 0$  и краевыми условиями на границе  $S$ .

В области интегрирования задается равномерная сетка

$$\bar{\Omega}_h = \left\{ \begin{array}{l} (x_i = ih_x, y_j = jh_y, z_m = mh_z), \\ i = 0, \dots, N_x; j = 0, \dots, N_y; m = 0, \dots, N_z \end{array} \right\}$$

с внутренними узлами

$$\Omega_h = \left\{ (x_i = ih_x, y_j = jh_y, z_m = mh_z), \right. \\ \left. i = 1, \dots, N_x - 1; j = 1, \dots, N_y - 1; m = 1, \dots, N_z - 1 \right\}$$

и граничными узлами

$$S_h = \{i=0, i=N_x, j=0, N_y, m=0, N_z; j=0, j=N_y, i=0, N_x, \\ m=0, N_z; m=0, m=N_z, j=0, N_y, i=0, N_x\}, \bar{\Omega}_h = \Omega_h \cup S_h$$

Соответствующие начальные условия задаются на сетке  $\Omega_h$ , граничные условия в узлах сетки  $S_h$ .

Явная разностная схема имеет вид:

$$Q_{uijm}^n = \mu \left[ \frac{u_{i+1jm}^n - 2u_{ijm}^n + u_{i-1jm}^n}{h_x^2} + \frac{u_{ij+1m}^n - 2u_{ijm}^n + u_{ij-1m}^n}{h_y^2} + \right. \\ \left. + \frac{u_{ijm+1}^n - 2u_{ijm}^n + u_{ijm-1}^n}{h_z^2} \right] + \rho_0 F_{xijm},$$

$$Q_{vijm}^n = \mu \left[ \frac{v_{i+1jm}^n - 2v_{ijm}^n + v_{i-1jm}^n}{h_x^2} + \frac{v_{ij+1m}^n - 2v_{ijm}^n + v_{ij-1m}^n}{h_y^2} + \right. \\ \left. + \frac{v_{ijm+1}^n - 2v_{ijm}^n + v_{ijm-1}^n}{h_z^2} \right] + \rho_0 F_{yijm},$$

$$Q_{wijm}^n = \mu \left[ \frac{w_{i+1jm}^n - 2w_{ijm}^n + w_{i-1jm}^n}{h_x^2} + \frac{w_{ij+1m}^n - 2w_{ijm}^n + w_{ij-1m}^n}{h_y^2} + \right. \\ \left. + \frac{w_{ijm+1}^n - 2w_{ijm}^n + w_{ijm-1}^n}{h_z^2} \right] + \rho_0 F_{zijm},$$

$$\rho_0 \frac{u_{ijm}^{n+1} - 2u_{ijm}^n + u_{ijm}^{n-1}}{\tau^2} = Q_{uijm}^n + \lambda \frac{p_{i+1jm}^n - p_{i-1jm}^n}{2h_x},$$

$$\rho_0 \frac{v_{ijm}^{n+1} - 2v_{ijm}^n + v_{ijm}^{n-1}}{\tau^2} = Q_{vijm}^n + \lambda \frac{p_{ij+1m}^n - p_{ij-1m}^n}{2h_y},$$

$$\rho_0 \frac{w_{ijm}^{n+1} - 2w_{ijm}^n + w_{ijm}^{n-1}}{\tau^2} = Q_{wijm}^n + \lambda \frac{p_{ijm+1}^n - p_{ijm-1}^n}{2h_z},$$

$$p_{ijm}^n = \frac{u_{i+1jm}^n - u_{i-1jm}^n}{2h_x} + \frac{v_{ij+1m}^n - v_{ij-1m}^n}{2h_y} + \frac{w_{ijm+1}^n - w_{ijm-1}^n}{2h_z},$$

$$i = 1, \dots, N_x - 1, j = 1, \dots, N_y - 1, m = 1, \dots, N_m - 1,$$

в граничных узлах  $S_h$ :

$$i = 0, p_{0jm}^n = \frac{4u_{1jm}^n - 3u_{0jm}^n - u_{2jm}^n}{2h_x} + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{0jm}^n + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_{0jm}^n,$$

$$i = N_x, p_{N_x jm}^n = \frac{3u_{N_x jm}^n + u_{N_x - 2jm}^n - 4u_{N_x - 1jm}^n}{2h_x} + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{N_x jm}^n + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_{N_x jm}^n,$$

$$j = 0, p_{i0m}^n = \frac{4v_{i1m}^n - 3v_{i0m}^n - v_{i2m}^n}{2h_y} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i0m}^n + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_{i0m}^n,$$

$$j = N_y, p_{iN_y m}^n = \frac{3v_{iN_y m}^n + v_{iN_y - 2m}^n - 4v_{iN_y - 1m}^n}{2h_y} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{iN_y m}^n + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_{iN_y m}^n,$$

$$m = 0, p_{ij0}^n = \frac{4w_{ij1}^n - 3w_{ij0}^n - w_{ij2}^n}{2h_z} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ij0}^n + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{ij0}^n,$$

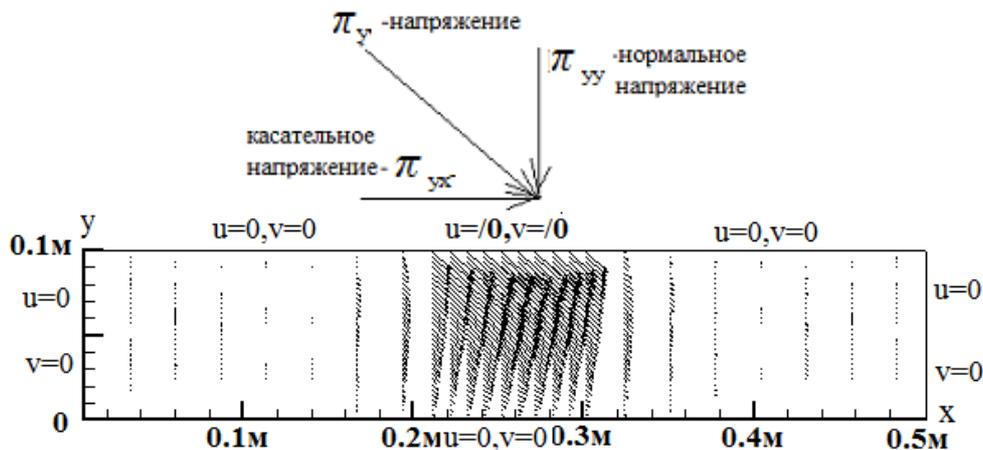
$$m = N_z, p_{ijN_z}^n = \frac{4w_{ijN_z - 1}^n - 3w_{ijN_z}^n - w_{ijN_z - 2}^n}{2h_z} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ijN_z}^n + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_{ijN_z}^n,$$

Данная явная схема имеет погрешность 2-го порядка по всем переменным  $O(\tau^2) + O(h_x^2) + O(h_y^2) + O(h_z^2)$ . Устойчивость счета по явной схеме обеспечивается выполнением условия Куранта:

$$\frac{\tau^2 \mu}{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2} \leq 1$$

## 6. Сравнение численного решения уравнений Ламе с численным решением новых уравнений

Для сравнения решений уравнения Ламе с решением уравнения с *несимметричным* тензором напряжений (3.3) выполнен расчет перемещений в плоском деформируемом бруске размером 0.5м на 0.1м.

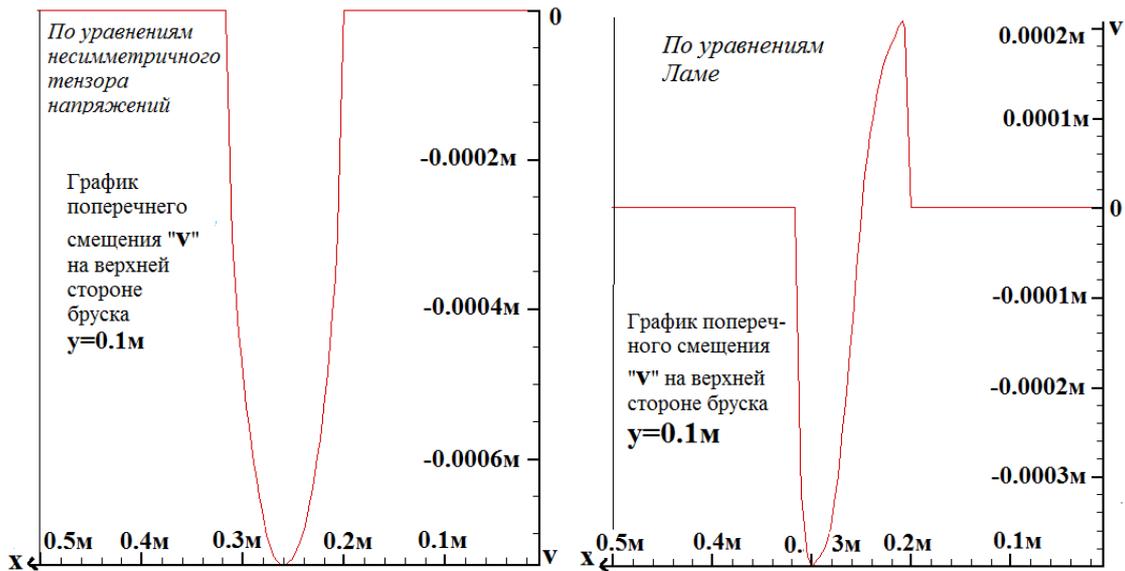
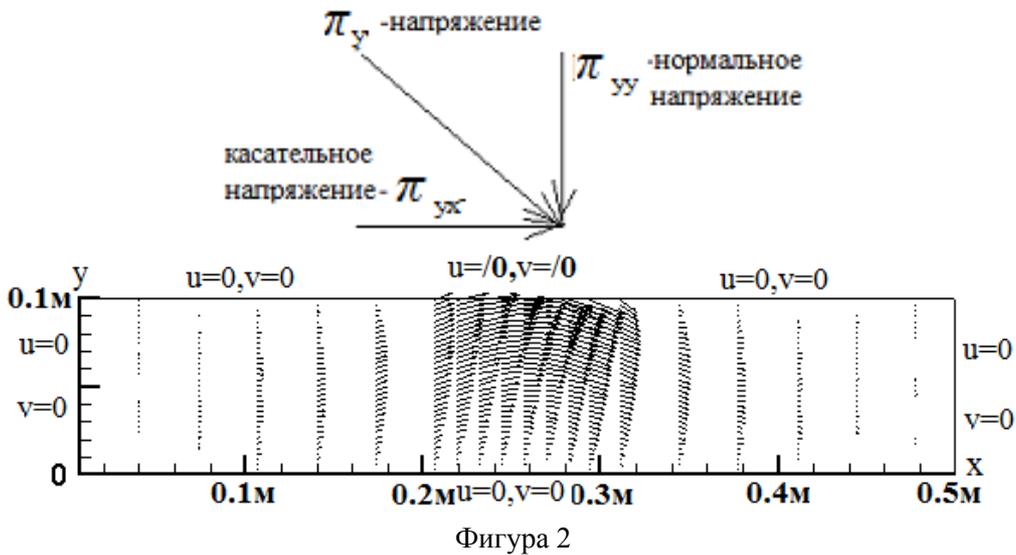


Фигура 1

Вектор внешней силы направлен перпендикулярно к плоскости бруска. На фиг. 1 и 2 представлены поля векторов перемещений  $\vec{u} = u\vec{i} + v\vec{j}$  в плоском бруске, на фиг. 3 и 4 эпюры поперечной скорости на верхней стороне бруска, всё на момент времени  $t=121.38$  с. Плотность тела  $\rho_0 = 7800 \text{ кг/м}^3$ . На верхней стороне бруска  $y=0.1\text{м}$  от  $0.2\text{м}$  до  $0.3\text{м}$  приложено напряжение  $\vec{\pi}_y = \pi_{yx}\vec{i} + \pi_{yy}\vec{j}$ . Конкретно положено  $\pi_{yy}=-1 \text{ Н/м}^2$ ,  $\pi_{yx}=1 \text{ Н/м}^2$ . Остальные грани бруска жестко закреплены, смещения на них равны нулю.

Коэффициенты Ламе выбраны равными  $\lambda = 1 \text{ кг/(с}^2\text{м)}$ ,  $\mu = 100 \text{ кг/(с}^2\text{м)}$ .

Обе системы уравнений реализованы по явным схемам [5] на сетке  $100 \times 100$  с шагом по времени равным  $0.00051\text{с}$ . Налицо явное различие между численными решениями, в особенности фиг. 3 и 4. На фиг. 4 замечено парадоксальное перемещение вверх: на участке  $[0.2\text{м}, 0.24\text{м}]$  имеются положительные значения поперечных перемещений  $v > 0$ , тогда как на фиг. 3 на данном участке перемещения отрицательные  $v < 0$ .



**Выводы**

Детальный вывод из закона Гука нормальных и касательных напряжений доказывают *несимметричность* тензора напряжений в твердом деформируемом теле. Конкретный пример численного расчета состояния упругого тела при наложенных напряжениях убедительно показывают неадекватность и несостоятельность гипотезы о *симметричности* тензора напряжений сплошной среды и соответственно уравнений теории упругости Ламе.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Мир, 1974г. 318с.
- [2] Седов Л.И. Механика сплошной среды, т.1. М.: «Наука»,1973г. 315с.
- [3] Лурье А.И. Теория упругости. М.: «Наука»,1970г. 984с.
- [4] Ильюшин А.А. Механика сплошной среды.М.: Изд-во МГУ, 1978г. 287с.
- [5] Джакупов К.Б. Коррекции теоретических парадоксов механики сплошной среды. - Алматы: Изд-во «Ғылым ордасы», 2015г. С.376.
- [6] Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термо-вязко-упругости. М.: «Наука»,1970г. 547с.
- [7] Ilyushin A.A., Lenski V.S. Strength of Materials. N.Y. Pergamon press, 1967.
- [8] Eringen A.C. Mechanics of Continua.N.Y. , Wiley, 1967.
- [9] Новацкий В. Теория упругости. М.: «Мир», 1975.
- [10] Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. М.: Изд-во МГУ, 1976.

#### REFERENCES

- [1] Mase G.E. Theory and Problems of Continuum Mechanics. M.: "Mir", 1974. P.318.
- [2] Sedov L.I. Continuum Mechanics , Vol.1 . M. : "Science", 1973 . P.315.
- [3] Lurie A.I. The theory of elasticity . M. : "Science" , 1970 . P.984 .
- [4] Ilyushin A.A. Continuum Mechanics sedy.M. : MGU , 1978 . P.287.
- [5] Jakupov K.B. Correction of continuum mechanics theoretical paradoxes – Almaty: publishing house «Ғылым ордасы», 2015г. P.376.
- [6] Ilyushin AA Pobedria BE Fundamentals of the mathematical theory of thermo – viscoelasticity. M. : "Science", 1970. 547s.
- [7] Ilyushin A.A., Lenski V.S. Strength of Materials. N.Y. Pergamon press, 1967 .
- [8] Eringen A.C. Mechanics of Continua.N.Y. , Wiley, 1967 .
- [9] Nowacki W. Theory of Elasticity . M. : "Mir" , 1975.
- [10] Lomakin V.A .Theory of elasticity of inhomogeneous bodies . M.: MGU , 1976.

#### К. Б. Жақып-тегі

ҚР БҒМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан

#### ГУКТЫҢ ЗАҢЫМЕН СЕРПІЛІМДІК ТЕОРИЯСЫНДА МОДЕЛДЕУ. КЕРНЕУЛЕР ТЕНЗОРЫНДА СИММЕТРИЯ ЖОҚТЫҒЫ

**Аннотация.** Тікелей Гук заңынан кернеулер тензорының компоненттері шығарылған және осыған сәйкес майысқақ қатты дененің серпілімдік теориясының теңдеулері жасалынған. Жанама кернеулердің және тік кернеулердің Гук заңымен тура байланыстар құрылған. Майысқақ қатты дененің серпілімдік теориясының кернеулер тензорының беттеспегендігі дәлелденген. Серпілімдік теориясының жаңа теңдеулері қорытылған.. Ламе гипотезасында толық емес жылжу дифференциалының беттескен жартысы қана пайдаланғаны көрсетілген, екінші антибеттескен жартысы лақтырылынған, соның салдарынан Ламе кернеулер тензорының беттескендігі шыққан. Жаңа теңдеулер үшін 2 ретті нақтылығы бар айқын схема жасалынған, соны пайдаланып жазық жолақтың серпілімдік күйі саналған, үстіңгі жақтауының ортасыны жанама кернеулер және тік кернеулер әсер еткенде. Дәл сондай схема Ламе теңдеулеріне де қолдалынған. Саналған жылжулардың үлестірулік суреттері салыстырынып жатқан теңдеулердің айырмашылықтарын бейнелейді және Ламе теңдеулерінің майысқақ қатты дененің күйіне сәйкес еместігін көрсетеді.

**Тірек сөздер.** созылу, жанама кернеу, тік кернеу, тензор, теңдеулер.

#### Сведения об авторе:

Джакупов Кенес Бажкенович – доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН

## МАЗМҰНЫ

|  |     |
|--|-----|
| <i>Бакранова Д.И., Кукушкин С.А., Бейсембетов И.К., Осипов А.В., Нусупов К.Х., Бейсенханов Н.Б., Кенжалиев Б.К., Сейтов Б.Ж.</i> Ақауы аз кремний матрицаларындағы атомдардың орнын басу әдісімен алынған эпитаксиалды SiC кабыршақтарын рентгендік талдау.....                                    | 5   |
| <i>Батрышев Д.Ф., Рамазанов Т.С., Досболаев М.К., Габдуллин М.Т., Ерланұлы Е.</i> Жоғары жиілікті сыйымдылық разрядында газдық фазадан плазмохимиялық әдісімен көміртек нанотүтікшелерін синтездеу.....  | 10  |
| <i>Демьянова А.С., Данилов А.Н., Буртебаев Н., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С.</i> <sup>13</sup> C ядросының экзотикалық күйлерінің радиустары.....   | 17  |
| <i>Сарсенгельдин М.М., Слямхан М.М., Бижигитова Н.Т.</i> Қозғалмалы шекарасы бар оське тимейтін жылуөткізгіштік тендеуінің жылу көпмүшелері арқылы аналитикалық шешімі.....  | 21  |
| <i>Бакранова Д.И., Кукушкин С.А., Бейсембетов И.К., Осипов А.В., Нусупов К.Х., Бейсенханов Н.Б., Кенжалиев Б.К., Сейтов Б.Ж.</i> Ақауы аз кремний матрицаларындағы атомдардың орнын басу әдісімен алынған эпитаксиалды SiC кабыршақтарын рентгендік талдау.....                                    | 25  |
| <i>Диханбаев К.К., Мусабек Г.К., Сиваков В.А., Ермухамед Д., Мейрам А.Т.</i> Кремний наноталшықтарының микрофотолюминесценциясы.....   | 32  |
| <i>Батрышев Д.Ф., Рамазанов Т.С., Досболаев М.К., Габдуллин М.Т., Ерланұлы Е.</i> Жоғары жиілікті сыйымдылық разрядында газдық фазадан плазмохимиялық әдісімен көміртек нанотүтікшелерін синтездеу.....  | 38  |
| <i>Демьянова А.С., Данилов А.Н., Буртебаев Н., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С.</i> <sup>13</sup> C ядросының экзотикалық күйлерінің радиустары.....   | 45  |
| <i>Сергеев Д.М., Шұңқеев Қ.Ш.</i> «Ниобий – көміртекті нанотүтікше (5,5) – ниобий» нанотүйіспесінің транспорттық сипаттамаларының компьютерлік модельдеуі.....   | 49  |
| <i>Досболаев М.К., Утегенов А.У., Тажен А.Б., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т.</i> Импульстік плазмалық ағынның динамикалық қасиеттері мен импульсті плазмалық деткіштегі тозаңның пайда болуы.....  | 59  |
| <i>Минглибаев М.Ж., Жұмабек Т.М.</i> Теңбүйірлі шектелген үш дене мәселесі .....   | 67  |
| <i>Оразбаев С.А., Өмірбеков Д.Б., Досболаев М.Қ., Габдуллин М.Т., Рамазанов Т.С.</i> Сынақта тозаңды-плазмалы шамның жарық беру қасиетін зерттеу.....  | 74  |
| <i>Жақып К.Б.</i> Сұйықтықтар мен газдардағы химиялық реакциялары бар термобародиффузияларды моделдеу.....   | 80  |
| <i>Оразбаев С.А., Өмірбеков Д.Б., Габдуллин М.Т., Досболаев М.Қ., Рамазанов Т.С.</i> Газ температурасының тозаңды нанобөлшектердің өлшемі мен құрылымына әсері.....  | 89  |
| <i>Жақып-тегі К. Б.</i> Гуктың заңымен серпілімдік теориясында моделдеу. Кернеулер тензорында симметрия жоқтығы.....   | 96  |
| <i>Буртебаев Н., Алимов Д., Зазулин Д.М., Керимкулов Ж.К., Юшков А.В., Джансейтов Д.М., Мухамеджанов Е., Насрулла М.</i> Төменгі энергиялы протондардың <sup>14</sup> N ядросымен әсерлесу потенциал параметрлерін анықтау.....  | 104 |
| <i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Амангелді Н., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М., Мауей Б., Аймаганбетов А., Қурахмедов А.Е., Бекбаев С.М., Мадиярова А.Ж.</i> 17,5 және 41 МэВ энергияларда <sup>11</sup> B ядроларынан <sup>14</sup> N иондарының серпімді шашырауын зерттеу..... | 109 |
| <i>Искакова У.А., Төрбек Б.Т.</i> Лаплас операторы үшін робен-коши қисынсыз есебін шешудің бір әдісі туралы.....   | 115 |
| <i>Шинибаев М.Д., Беков А.А., Даирбеков С.С., Жолдасов С.А., Мырзақасова Г.Е., Алиаскаров Д.Р., Шекербекова С.А., Садыбек А.Ж.</i> Екі жылжымайтын нүкте проблемасының жаңа нұсқасы.....   | 121 |
| <i>Сарсенбаев Х.А., Хамзина Б.С., Колдасова Г.А., Исаева Г.Б.</i> Модификацияланған алс лигносульфонатты реагентін (НПП «Азимут») зерттеу.....   | 126 |

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |     |
|--|-----|
| <i>Бакранова Д.И., Кукушкин С.А., Бейсембетов И.К., Осипов, А.В. Нусупов К.Х., Бейсенханов Н.Б., Кенжалиев Б.К., Сейтов Б.Ж.</i> Рентгеновский анализ эпитаксиальных пленок SiC, выращенных методом замещения атомов на подложках низкодефектного кремния.....                               | 5   |
| <i>Батрышев Д.Г., Рамазанов Т.С., Досболаев М.К., Габдуллин М.Т., Ерланулы Е.</i> Синтез углеродных нанотрубок плазмохимическим методом осаждения из газовой фазы в высокочастотном емкостном разряде.....   | 10  |
| <i>Демьянова А.С., Данилов А.Н., Буртебаев Н., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С.</i> Экзотические состояния ядра <sup>13</sup> C с аномальными радиусами.....   | 17  |
| <i>Сарсенгельдин М.М., Слямхан М.М., Бижигитова Н.Т.</i> Аналитическое решение уравнения теплопроводности с движущимися границами не касающимися оси тепловыми полиномами.....   | 21  |
| <i>Бакранова Д.И., Кукушкин С.А., Бейсембетов И.К., Осипов А.В., Нусупов К.Х., Бейсенханов Н.Б., Кенжалиев Б.К., Сейтов Б.Ж.</i> Рентгеновский анализ эпитаксиальных пленок SiC, выращенных методом замещения атомов на подложках низкодефектного кремния.....                               | 25  |
| <i>Диханбаев К.К., Мусабек Г.К., Сиваков В.А., Ермухамед Д., Мейрам А.Т.</i> Фотолюминесценция кремниевых нанонитей.....   | 32  |
| <i>Батрышев Д.Г., Рамазанов Т.С., Досболаев М.К., Габдуллин М.Т., Ерланулы Е.</i> Синтез углеродных нанотрубок плазмохимическим методом осаждения из газовой фазы в высокочастотном емкостном разряде.....   | 38  |
| <i>Демьянова А.С., Данилов А.Н., Буртебаев Н., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С.</i> Экзотические состояния ядра <sup>13</sup> C с аномальными радиусами.....   | 45  |
| <i>Сергеев Д.М., Шункеев К.Ш.</i> Компьютерное моделирование транспортных характеристик наноконтакта «Ниобий – углеродная нанотрубка (5,5) – ниобий».....  | 49  |
| <i>Досболаев М.К., Утегенов А.У., Тажен А.Б., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т.</i> Динамические свойства импульсного плазменного потока и пылеобразование в ИПУ.....   | 59  |
| <i>Минглибаев М.Дж., Жумабек Т.М.</i> К равнобедренной ограниченной задаче трех тел.....   | 67  |
| <i>Оразбаев С.А., Омирбеков Д.Б., Досболаев М.К., Габдуллин М.Т., Рамазанов Т.С.</i> Экспериментальное исследование свойства светоотдачи плазменно-пылевой лампы.....  | 74  |
| <i>Джакупов К.Б.</i> Моделирование термобародиффузий с химическими реакциями в жидкостях и газах.....  | 80  |
| <i>Оразбаев С.А., Омирбеков Д.Б., Габдуллин М.Т., Досболаев М.К., Рамазанов Т.С.</i> Влияние температуры газа на размеры и структуры пылевых наночастиц.....   | 89  |
| <i>Джакупов К.Б.</i> Моделирование по закону Гука в теории упругости. Несимметричность тензора напряжений.....   | 96  |
| <i>Буртебаев Н., Алимов Д., Зазулин Д.М., Керимкулов Ж.К., Юшков А.В., Джансейтов Д.М., Мухамеджанов Е., Насрулла М.</i> Определение параметров потенциала взаимодействия протона с <sup>14</sup> N при низких энергиях.....   | 104 |
| <i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Амангелді Н., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М., Мауей Б., Аймаганбетов А., Курахмедов А.Е., Бекбаев С.М., Мадиярова А.Ж.</i> Исследование упругого рассеяния ионов <sup>14</sup> N на ядрах <sup>11</sup> B при энергиях 17,5 и 41 МэВ..... | 109 |
| <i>Искакова У.А., Торбек Б.Т.</i> Об одном методе решения некорректной задачи робена-коши для оператора лапласа... ..  | 115 |
| <i>Шинибаев М.Д., Беков А.А., Даирбеков С.С., Жолдасов С.А., Мырзакасова Г.Е., Алиаскаров Д.Р., Шекербекова С.А., Садыбек А.Ж.</i> О новой версии задачи двух неподвижных центров.....   | 121 |
| <i>Сарсенбаев Х.А., Хамзина Б.С., Колдасова Г.А., Исаева Г.Б.</i> Исследование модифицированного реагента АЛС лигносульфонатная (НПП «Азимут»).....  | 126 |

## CONTENTS

|   |     |
|---|-----|
| <i>Bakranova D.I., Kukushkin S.A., Beisembetov I.K., Osipov A.V., Nussupov K.Kh., Beisenkhanov N.B., Kenzhaliev B.K., Seitov B.Zh.</i> X-Ray analysis of SiC epitaxial films grown by method of atom replacement on low dislocation silicon substrate.....                                | 5   |
| <i>Batryshev D.G., Ramazanov T.S., Dosbolayev M.K., Gabdullin M.T., Yerlanuly Ye.</i> Synthesis of carbon nanotubes by plasma chemical deposition method from vapour-phase in radio-frequency capacitive discharge.....   | 10  |
| <i>Demyanova A.S., Danilov A.N., Burtebayev N., Janseitov D.M., Kerimkulov Zh., Alimov D.K., Mukhamejanov Y.S.</i> Exotic states of <sup>13</sup> C nuclei with abnormal radii.....   | 17  |
| <i>Sarsengeldin M.M., Slyamkhan M.M., Bizhigitova N.T.</i> Analytical solution of heat equation with moving boundary tangent to axis by heat polynomials.....   | 21  |
| <i>Bakranova D.I., Kukushkin S.A., Beisembetov I.K., Osipov A.V., Nussupov K.Kh., Beisenkhanov N.B., Kenzhaliev B.K., Seitov B.Zh.</i> X-ray analysis of SiC epitaxial films grown by method of atom replacement on low dislocation silicon Substrate.....                                | 25  |
| <i>Dikhanbayev K.K., Mussabek G.K., Sivakov V.A., Yermukhamed D., Meiram A.T.</i> Micro-photoluminescence in silicon nano-wires.....  | 32  |
| <i>Batryshev D.G., Ramazanov T.S., Dosbolayev M.K., Gabdullin M.T., Yerlanuly Ye.</i> Synthesis of carbon nanotubes by plasma chemical deposition method from vapour-phase in radio-frequency capacitive discharge.....   | 38  |
| <i>Demyanova A.S., Danilov A.N., Burtebayev N., Janseitov D.M., Kerimkulov Zh., Alimov D.K., Mukhamejanov Y.S.</i> Exotic states of <sup>13</sup> C nuclei with abnormal radii.....   | 45  |
| <i>Sergeyev D.M., Shunkeyev K.Sh.</i> Computer simulation of transport properties of nanocontact "Niobium – carbon nanotubes (5.5) – niobium".....  | 49  |
| <i>Dosbolayev M.K., Utegenov A.U., Tazhen A.B., Ramazanov T.S., Gabdullin M.T.</i> Dynamic properties of pulse plasma flow and dust formation in the pulsed plasma accelerator.....   | 59  |
| <i>Minglibayev M.Zh., Zhumabek T.M.</i> On the isosceles restricted three-body problem.....   | 67  |
| <i>Orazbayev S.A., Omirbekov D.B., Dosbolayev M.K., Gabdullin M.T., Ramazanov T.S.</i> Experimental research of luminous efficiency of dusty plasma lamp.....   | 74  |
| <i>Zhakupov K.B.</i> Modeling thermal barodiffusion with chemical reactions in liquids and gases.....   | 80  |
| <i>Orazbayev S.A., Omirbekov D.B., Gabdullin M.T., Dosbolayev M.K., Ramazanov T.S.</i> The influence of gas temperature on size and structure of the dust nanoparticles.....  | 89  |
| <i>Jakupov K.B.</i> Modeling Hooke's law in the theory of elasticity. Unsymmetrical stress tensor.....  | 96  |
| <i>Burtebayev N., Alimov D.K., Zazulin D.M., Kerimkulov Zh.K., Yushkov A.V., Janseitov D.M., Mukhamejanov Y., Nassurulla M.</i> Determination of parameters of proton <sup>14</sup> N interaction potential at low energies.....  | 104 |
| <i>Burtebayev N., Kerimkulov Zh.K., Amangeldi N., Alimov D.K., Mukhamejanov Y.S., Janseitov D.M., Mauey B., Aymaganbetov A., Kurakhmedov A., Bekbaev S.M., Madiyarova A.Zh.</i> Study of elastic scattering of <sup>14</sup> N ions from <sup>16</sup> O at energies 17,5 and 41 MeV..... | 109 |
| <i>Iskakova U.A., Torebek B.T.</i> Certain method of solving ill-posed cauchy-robin problem for the laplace operator.....   | 115 |
| <i>Shinibaev M.D., Bekov A.A., Dairbekov S.S., Zholdasov S.A., Myrzakasova G.E., Aliaskarov D.R., Shekerbekova S.A., Sadybek A.G.</i> A new version of the problem of two fixed centers.....  | 121 |
| <i>Sarsenbayev Kh.A., Khamzina B.S., Koldassova G.A., Issayeva G.B.</i> Research of modified reagent ALS lignosulfonate (NPP «Azimut»).....   | 126 |

## **Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Редактор *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев*  
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 2016.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
4 п.л. Тираж 300. Заказ 6.