

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Қазақстанның ұлттық ғылым академиясының
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

NEWS

OF THE ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
Al-Farabi Kazakh
National University

SERIES
PHYSICO-MATHEMATICAL

3 (337)

MAY – JUNE 2021

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series physico-mathematical journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of chemistry and technologies in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of chemical sciences to our community.

Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы «ҚР ҰҒА Хабарлары. Физикалық-математикалық сериясы» ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Химия және технология сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді химиялық ғылымдар бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.

НАНПК сообщает, что научный журнал «Известия НАНПК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАНПК в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по химическим наукам для нашего сообщества.

Бас редактор:

МҰТАНОВ Ғалымқайыр Мұтанұлы, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының м.а. (Алматы, Қазақстан) Н-5

Редакция алқасы:

ҚАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нұрәділұлы (бас редактордың орынбасары), физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының кеңесшісі, зертхана меңгерушісі (Алматы, Қазақстан) Н-7

БАЙГУНЧЕКОВ Жұмаділ Жаңабайұлы (бас редактордың орынбасары), техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Кибернетика және ақпараттық технологиялар институты, Сатпаев университетінің Қолданбалы механика және инженерлік графика кафедрасы, (Алматы, Қазақстан) Н-3

ВОЙЧИК Вальдемар, техника ғылымдарының докторы (физика), Люблин технологиялық университетінің профессоры (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н-10

QUEVEDO Hernando, профессор, Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика) Н-28

ЖҮСПОВ Марат Абжанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н-7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина) Н-5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, техника ғылымдарының докторы, профессор, Беларусь ҰҒА академигі (Минск, Беларусь) Н-2

РАМАЗАНОВ Тілекқабұл Сәбитұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің ғылыми-инновациялық қызмет жөніндегі проректоры, (Алматы, Қазақстан) Н-26

ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағаұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н-5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова) Н-42

ХАРИН Станислав Николаевич, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Қазақстан-Британ техникалық университеті (Алматы, Қазақстан) Н-10

ДАВЛЕТОВ Асқар Ербуланович, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н – 12

КАЛАНДРА Пьетро, Ph.D (физика), Наноқұрылымды материалдарды зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия) Н = 26

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 2224-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.).

Қазақстан Республикасының Ақпарат және қоғамдық даму министрлігінің Ақпарат комитетінде 14.02.2018 ж. берілген № 16906-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік.

Тақырыптық бағыты: *физика-математика ғылымдары және ақпараттық техникалар саласындағы басым ғылыми зерттеулерді жариялау.*

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 300

Редакцияның мекен-жайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., тел.: 272-13-19, 272-13-18
<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2021

Типографияның мекен-жайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор:

МУТАНОВ Галимкаир Мутанович, доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, и.о. генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК (Алматы, Казахстан) Н - 5

Редакционная коллегия:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, советник генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК, заведующий лабораторией (Алматы, Казахстан) Н - 7

БАЙГУНЧЕКОВ Жумадил Жанабаевич, (заместитель главного редактора), доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, Институт кибернетики и информационных технологий, кафедра прикладной механики и инженерной графики, университет Сатпаева (Алматы, Казахстан) Н - 3

ВОЙЧИК Вальдемар, доктор технических наук (физ.-мат.), профессор Люблинского технологического университета (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Куантай Авгазыевич, доктор Ph.D, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н - 10

QUEVEDO Nemando, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика) Н - 28

ЖУСУПОВ Марат Абжанович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н - 7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина) Н - 5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, академик НАН Беларуси (Минск, Беларусь) Н - 2

РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, проректор по научно-инновационной деятельности, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н – 26

ТАКИБАЕВ Нургали Жабагаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н - 5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова) Н - 42

ХАРИН Станислав Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахстанско-Британский технический университет (Алматы, Казахстан) Н – 10

ДАВЛЕТОВ Аскар Ербуланович, доктор физико-математических наук, профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н – 12

КАЛАНДРА Пьетро, доктор философии (Ph.D, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия) Н = 26

«Известия НАН РК. Серия физика-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 2224-346X (Print)

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации Министерства информации и общественного развития Республики Казахстан № 16906-Ж выданное 14.02.2018 г.

Тематическая направленность: *публикация статей по геологии и техническим наукам.*

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, оф. 219, тел.: 272-13-19, 272-13-18

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2021

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

MUTANOV Galimkair Mutanovich, doctor of technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, acting director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK (Almaty, Kazakhstan) H - 5

Editorial board:

KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich (Deputy Editor-in-Chief), doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Advisor to the General Director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK, Head of the Laboratory (Almaty, Kazakhstan) H - 7

BAYGUNCHEKOV Zhumadil Zhanabayevich, (Deputy Editor-in-Chief), doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Institute of Cybernetics and Information Technologies, Department of Applied Mechanics and Engineering Graphics, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan) H - 3

WOICIK Waldemar, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Lublin University of Technology (Lublin, Poland) H=23

BOSHKAYEV Kuantai Avgazievich, PhD, Lecturer, Associate Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H - 10

QUEVEDO Hemando, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico) H - 28

ZHUSSUPOV Marat Abzhanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H - 7

KOVALEV Alexander Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician of NAS of Ukraine, Director of the State Institution «Institute of Applied Mathematics and Mechanics» DPR (Donetsk, Ukraine) H - 5

MIKHALEVICH Alexander Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS of Belarus (Minsk, Belarus) H - 2

RAMAZANOV Tlekkabul Sabitovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Vice-Rector for Scientific and Innovative Activity, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H – 26

TAKIBAYEV Nurgali Zhabagaevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H - 5

TIGHINEANU Ion Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician, Full Member of the Academy of Sciences of Moldova, President of the AS of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova) H - 42

KHARIN Stanislav Nikolayevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan) H – 10

DAVLETOV Askar Erbulanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H - 12

CALANDRA Pietro, PhD in Physics, Professor at the Institute of Nanostructured Materials (Monterotondo Station Rome, Italy)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 2224-346X (Print)

Owner: RPA «National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan» (Almaty).

The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan No. 16906-Ж, issued 14.02.2018

Thematic scope: *publication of papers on geology and technical sciences.*

Periodicity: 6 times a year.

Circulation: 300

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2021

Address of printing house: ST «Aruna», 75, Muratbayev str, Almaty.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 337 (2021), 106 – 112

<https://doi.org/10.32014/2020.2518-1726.52>

ӘОЖ 521.1.

МРНТИ 41.03.15

М.Дж. Минглибаев^{1,2}, А.Ә. Мырзабаева¹

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, Қазақстан

²В.Г.Фесенков атындағы Астрофизика институты, Алматы, Қазақстан

E-mail: minglibayev@gmail.com, myrzabaevaaruzhan2@gmail.com

ЕКІ БЕЙСТАЦИОНАР ДЕНЕНІҢ ІЛГЕРІЛМЕЛІ-АЙНАЛМАЛЫ ҚОЗҒАЛЫСЫ

Аңдатпа. Бұл жұмыста тұрақты динамикалық пішіні және массасы өзгермелі үш осьті бейстационар дененің Ньютондық центрлік гравитациялық өрісіндегі ілгерілмелі-айналмалы қозғалысы зерттелді. Координаттар басы сфералық дене центрінде жататын салыстырмалы координата жүйесіндегі үш осьті бейстационар дененің ілгерілмелі-айналмалы қозғалысы қарастырылған. Бірінші дене сфералық-симметриялы массасы бар шар болып табылады, оның таралу массасы және радиусы мен негізгі центрлік инерция моменттері уақытқа тәуелді функциялар болып табылады. Екінші дене - динамикалық құрылымы өзара перпендикуляр және массалар центрі арқылы өтетін үш жазықтыққа симметриялы, өзгермелі массалы дене. Екінші дененің бас инерция моменттері және үш ось бойындағы сығылу коэффициенттері әртүрлі, уақытқа тәуелді функциялар болып табылады. Екінші дененің динамикалық формасы үш осьті. Оның бас инерция моменттері әртүрлі жылдамдықпен өзгереді және де сығылу коэффициенттері де әртүрлі мәнге ие. Екінші денемен қатаң байланысқан өзіндік координата осьтері өзара перпендикуляр үш симметрия жазықтығының қиылысуынан туындайтын осьпен бағытталады. Екінші дене массасы және өлшемдері өзгеруіне байланысты туындайтын реактивті күштер нөлге тең емес, оның модулі мен бағыты өзгермелі. Екінші денеге реактивті күштер мен массалар геометриясының өзгеруінен туындайтын қосымша айналмалы моменттер әсер етеді. Бейстационар үш осьті дене эволюция барысында өзара перпендикуляр үш жазықтыққа байланысты әрқашанда симметриялы болады. Осы өзара перпендикуляр үш жазықтық қиылысу түзулері оның бас инерция осьтерін анықтайды. Өзіндік координаттар жүйесінің осьтері дененің бас инерция осьтері бойымен бағытталған және эволюция барысында бағдары өзгеріссіз қалады деп қабылдаймыз. Үш осьті бейстационар дененің массасы мен өлшемі өзгеру салдарынан туындайтын реактивті күштер мен моменттер денеге әсер етеді, және олар нөлге тең емес. Салыстырмалы координата жүйесінде үш осьті бейстационар дененің ілгерілмелі-айналмалы қозғалысының дифференциалдық теңдеулері алынды.

Түйін сөздер: салыстырмалы координаталар жүйесі, бейстационар дене, айналмалы ілгерілмелі қозғалыс.

1. Кіріспе. Екі дененің классикалық мәселесінде белгілі, екі нүктелі денелер бір-біріне тартылған кезде Ньютонның тартылыс заңына сәйкес, жалпы массалар центрі маңайындағы дененің эллиптикалық орбита бойымен қозғалысының нақты шешемі болады. Егер кем дегенде бір нүкте қатты денемен ауыстырылса тапсырма әлдеқайда күрделенеді және оның жалпы шешімін аналитикалық түрде табу мүмкін емес [1-5]. Мұның себептерінің бірі - екі қатты денелер жүйесіндегі күш функциясы денелердің массаның таралуына, формасына және олардың өзара бағдарына байланысты. Сонымен қатар, ілгерілмелі және айналмалы қозғалыс кезіндегі еркіндік дәрежелері өзара байланысты және қозғалыстың дифференциалдық теңдеулері сәйкесінше шешіледі. Екінші жағынан, нақты аспан денелері стационар емес және де эволюциялық процесс барысында олардың

массалары, өлшемдері, пішіндері мен құрылымдары өзгереді [6-10]. Мұндай массасы, мөлшері, пішіні өзгермелі аспан денелерінің қозғалысы мен құрылымын сипаттайтын теңдеулерді жазу үшін өзгерістерді ескере отырып қозғалыс теңдеулерінің модификацияларын және жаңа математикалық модельдерді әзірлеу керек. Бұл жұмыста екі стационар емес денелер жүйесі қарастырылады, бірінші дене массасы сфералық түрде таралатын сипатқа ие, ал екінші дене үш осьті айнымалы масса мен тұрақты динамикалық құрылымға ие қатты дене. Біздің негізгі мақсатымыз- екінші дененің бірінші денеге қатысты салыстырмалы айналмалы-ілгерілмелі қозғалысты сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер мен жүйенің ұзақ мерзімді әрекетін анықтайтын эволюциялық теңдеулерін алу.

2. Мәселенің физикалық қойылымы және болжамдар.

1. Бірінші дене сфералық-симметриялы массасы бар шар болып табылады, оның таралу массасы $m_1(t) = m_1(t)$, радиус $l_1^* = l_1^*(t)$ және негізгі центрлік инерция моменттері $A_1(t) = B_1(t) = C_1(t)$ уақытқа тәуелді функциялар болып табылады.

2. Екінші дене - өзгермелі массалы $m_2 = m_2(t) = m_2(t_0)m(t)$ динамикалық құрылымы өзара перпендикуляр және массалар центрі арқылы өтетін үш жазықтыққа симметриялы дене. Екінші дененің бас инерция моменттері және үш ось бойындағы сығылу коэффициенттері әртүрлі, уақытқа тәуелді функциялар болып табылады

$$A_2 = A_2(t), \quad B_2 = B_2(t), \quad C_2 = C_2(t), \quad A_2 \geq B_2 \geq C_2, \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_A = \frac{A-B}{A} = \varepsilon_A(t); \quad \varepsilon_B = \frac{B-C}{B} = \varepsilon_B(t); \quad \varepsilon_C = \frac{C-A}{C} = \varepsilon_C(t). \quad (2.2)$$

$$l_A = l_A(t), \quad l_B = l_B(t), \quad l_C = l_C(t), \quad (2.3)$$

мұндағы $l_A = l_A(t)$, $l_B = l_B(t)$, $l_C = l_C(t)$, сәйкес сызықты сипаттамалар

3. Екінші дененің динамикалық формасы үш осьті. Оның бас инерция моменттері әртүрлі жылдамдықпен өзгереді және де сығылу коэффициенттері де әртүрлі мәнге ие.

$$\frac{\dot{A}(t)}{A_2(t)} \neq \frac{\dot{B}(t)}{B_2(t)} \neq \frac{\dot{C}(t)}{C_2(t)} \quad (2.4)$$

4. Екінші денемен қатаң байланысқан өзіндік координата осьтері өзара перпендикуляр үш симметрия жазықтығының қиылысуынан туындайтын осьпен бағытталады.

5. Денелердің массасы мен сипаттамалық өлшемдері әртүрлі жылдамдықпен өзгереді.

$$\frac{\dot{m}_1(t)}{m_1(t)} \neq \frac{\dot{m}_2(t)}{m_2(t)}, \quad \frac{\dot{l}_1(t)}{l_1(t)} \neq \frac{\dot{l}_A(t)}{l_A(t)} \neq \frac{\dot{l}_B(t)}{l_B(t)} \neq \frac{\dot{l}_C(t)}{l_C(t)} \quad (2.5)$$

6. Екінші дене массасы және өлшемдері өзгеруіне байланысты туындайтын реактивті күштер нөлге тең емес [8], оның модулі мен бағыты өзгермелі

$$\vec{F} \neq 0, \quad u_\xi - \dot{\xi} \neq 0, \quad u_\eta - \dot{\eta} \neq 0, \quad u_\zeta - \dot{\zeta} \neq 0. \quad (2.6)$$

7. Екінші денеге реактивті күштер мен массалар геометриясының өзгеруінен туындайтын қосымша айналмалы моменттер әсер етеді [8,11]

$$\overline{M}_{O_2}^{(кос)} = \overline{M}_{O_2}^{(реакт)} + \frac{dJ}{dt} \vec{\omega} \neq 0 \quad (2.7)$$

(2.7)-ші формуладағы бірінші мүше реактивті күштердің әсерінен пайда болады және $\overline{M}_{O_2}^{(реакт)}$ негізгі моментін O_2 - үш осьті дененің инерция центрі нүктесіне әсер ететін реактивті күштерге қатысты салыстырмалы сипаттайды. Үш осьті дененің массалар геометриясының өзгеретіндігіне байланысты (2.7) формуланың екінші мүшесі, жалпы жағдайда, оның массалар таралымының өзгеруінен туындайтын реактивті моменті сипаттайды. Мұнда J - O_2 нүктесінің маңайындағы дененің инерция

тензорының матрицасы. (2.7) теңдеу А.П.Маркеев шығарған айнымалы құрамдағы дененің қозғалыс теңдеулерін қолдана отырып шығарылды [11].

8. Денелердің ньютондық күштік функциясының екінші зональдік гармоникасын қоса жуық өрнегін қолданамыз [8] :

$$U \approx U_1 + U_2. \quad (2.8)$$

3. Абсолют координата жүйесіндегі қозғалыс теңдеулері

Қабылданған 1-8 болжамдарын ескере отырып, абсолют координаттар жүйесіндегі екі дененің ілгерілмелі-айналмалы қозғалыс теңдеулерін келесідей түрде жазуға болады [8,11,12]

$$m_1 \ddot{\xi}_1 = \frac{\partial U}{\partial \xi_1}, \quad m_1 \ddot{\eta}_1 = \frac{\partial U}{\partial \eta_1}, \quad m_1 \ddot{\zeta}_1 = \frac{\partial U}{\partial \zeta_1} \quad (3.1)$$

$$\frac{d}{dt}(A_1 p_1) = 0, \quad \frac{d}{dt}(B_1 q_1) = 0, \quad \frac{d}{dt}(C_1 r_1) = 0, \quad A_1 = B_1 = C_1. \quad (3.2)$$

$$m_2 \ddot{\xi}_2 = \frac{\partial U}{\partial \xi_2} + F_{\xi_{реакт}}, \quad m_2 \ddot{\eta}_2 = \frac{\partial U}{\partial \eta_2} + F_{\eta_{реакт}}, \quad m_2 \ddot{\zeta}_2 = \frac{\partial U}{\partial \zeta_2} + F_{\zeta_{реакт}}, \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(A_2 p_2) - (B_2 - C_2) q_2 r_2 &= M_{x_2} + M_{x_2}^{(кос)} \\ \frac{d}{dt}(B_2 q_2) - (C_2 - A_2) r_2 p_2 &= M_{y_2} + M_{y_2}^{(кос)} \\ \frac{d}{dt}(C_2 r_2) - (A_2 - B_2) p_2 q_2 &= M_{z_2} + M_{z_2}^{(кос)}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$M_{x_2} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \theta_2} \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_2} - \cos \theta_2 \frac{\partial U}{\partial \varphi_2} \right] + \cos \varphi_2 \frac{\partial U}{\partial \theta_2}, \quad (3.5)$$

$$M_{y_2} = \frac{\cos \varphi_2}{\sin \theta_2} \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_2} - \cos \theta_2 \frac{\partial U}{\partial \varphi_2} \right] - \sin \varphi_2 \frac{\partial U}{\partial \theta_2}, \quad M_{z_2} = \frac{\partial U}{\partial \theta_2}. \quad (3.6)$$

Сәйкесінше (2.6) - (2.7) шарттан мына теңдеулер туындайды

$$M_{x_2}^{(кос)} = M_{x_2}^{(реакт)} + \dot{A}_2 p_2 \quad (3.7)$$

$$M_{y_2}^{(кос)} = M_{y_2}^{(реакт)} + \dot{B}_2 q_2 \quad (3.8)$$

$$M_{z_2}^{(кос)} = M_{z_2}^{(реакт)} + \dot{C}_2 r_2 \quad (3.9)$$

Мұндағы $A_2 = J_{x_2}$, $B_2 = J_{y_2}$, $C_2 = J_{z_2}$ - екінші ретті инерцияның бас моменттері және p_1, q_1, r_1 және p_2, q_2, r_2 - Эйлердің кинематикалық теңдеулерімен анықталатын, байланысқан координаттар жүйесінің осіне қатысты дененің бұрыштық жылдамдықтарының проекциясы .

$$\begin{aligned} p_i &= \dot{\psi}_i \sin \theta_i + \dot{\theta}_i \cos \varphi_i, \\ q_i &= \dot{\psi}_i \sin \theta_i \cos \varphi_i - \dot{\theta}_i \sin \varphi_i, \\ r_i &= \dot{\psi}_i \cos \theta_i + \dot{\varphi}_i, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

мұндағы $\psi_i, \varphi_i, \theta_i$ - Эйлер бұрыштары.

Реактивті күштер мен қосымша айналмалы моменттер жалпы жағдай үшін жазылған. Кейбір дербес жағдайларда олар нөлге тең болуы мүмкін. Жоғарыда айтылғандай, қосымша айналмалы моменттердің бірінші мүшесі реактивті күштердің әсерінен пайда болады. Екінші мүшесі үшосытты дененің массалар геометриясының өзгергіштігіне және айнымалы құрамды дене болуына байланысты пайда болады.

4. Салыстырмалы координата жүйесіндегі қозғалыс теңдеулері

Координаталар басы сфералық дене центрінде орналасқан O_1 хүз салыстырмалы координаталар жүйесін қарастырамыз. Салыстырмалы координата жүйесінің осьтері абсолют координата жүйесінің осьтерімен параллель деп қарастырамыз.

$$x = \xi_2 - \xi_1, \quad y = \eta_2 - \eta_1, \quad z = \zeta_2 - \zeta_1. \quad (4.1)$$

Сонда (2.8), (3.1)-(3.9) қозғалыс теңдеулеріне сүйене отырып, O_1 хүз салыстырмалы координата жүйесінде үш осьті стационар емес дененің ілгерілмелі-айналмалы қозғалысының теңдеулерін аламыз

$$\mu(t)\ddot{x} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\mu}{m_2} F_{x_2, \text{реакт}}, \quad \mu(t)\ddot{y} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\mu}{m_2} F_{y_2, \text{реакт}}, \quad \mu(t)\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\mu}{m_2} F_{z_2, \text{реакт}}, \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(A(t)p) - (B(t) - C(t))qr &= M_x + M_x^{(\text{кoc})} \\ \frac{d}{dt}(B(t)q) - (C(t) - A(t))rp &= M_y + M_y^{(\text{кoc})} \\ \frac{d}{dt}(C(t)r) - (A(t) - B(t))pq &= M_z + M_z^{(\text{кoc})} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Мұндағы $\mu = \mu(t) = m_1(t)m_2(t)/(m_1(t) + m_2(t))$ - келтірілген масса, $M_x^{(\text{кoc})} = M_{x_2}^{(\text{кoc})}$, $M_y^{(\text{кoc})} = M_{y_2}^{(\text{кoc})}$, $M_z^{(\text{кoc})} = M_{z_2}^{(\text{кoc})}$

$$M_x^{(\text{кoc})} = M_x^{(\text{реакт})} + \dot{A}p \quad (4.4)$$

$$M_y^{(\text{кoc})} = M_y^{(\text{реакт})} + \dot{B}q \quad (4.5)$$

$$M_z^{(\text{кoc})} = M_z^{(\text{реакт})} + \dot{C}r \quad (4.6)$$

$$U \approx U_1 + U_2, \quad U_1 = \frac{fm_1m_2}{R}, \quad R^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad (4.7)$$

$$U_2 = fm_1 \frac{A + B + C - 3I}{2R^3}, \quad A = A_2, \quad B = B_2, \quad C = C_2, \quad (4.8)$$

$$I = A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2, \quad (4.9)$$

f - гравитациялық тұрақты, I - екі дененің массалар центрін қосатын $\overline{O_1O_2} = \overline{R}$ векторына қатысты бейстационар үш осьтік дененің инерция моменті, α, β, γ - үш осьті бейстационар дененің центрлік инерция осьтері арқылы пайда болған бұрыштың косинустары:

$$\alpha = \cos(\overline{R} \wedge \overline{O_2x_2}), \quad \beta = \cos(\overline{R} \wedge \overline{O_2y_2}), \quad \gamma = \cos(\overline{R} \wedge \overline{O_2z_2}), \quad (4.10)$$

$p = p_2, q = q_2, r = r_2$ - екінші дененің өзіндік координаттар жүйесінің осьтеріне түсірілген бұрыштық жылдамдықтарының проекциялары. Сәйкесінше, Эйлердің кинематикалық теңдеуін келесі түрде жазамыз

$$p = \dot{\psi} \sin \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi, \quad q = \dot{\psi} \sin \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi, \quad r = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi}, \quad (4.11)$$

$\varphi = \varphi_2, \psi = \psi_2, \theta = \theta_2$ - Эйлер бұрыштары [1-3].

Алынған (4.1) - (4.11) теңдеулер гравитациялық өрістегі стационар емес үш осьті сфералық дененің салыстырмалы координата жүйесіндегі ілгерілмелі-айналмалы қозғалыс теңдеуін толығымен сипаттайды.

5. Ұйытқу теориясын пайдалану сұлбасы

Жалпы жағдайда мәселенің қозғалыс теңдеулері өте күрделі. Сондықтанда мәселені ұйытқу теориясын пайдаланып зерттейміз. Қозғалыстың (4.2) теңдеулерді келесі түрде қайта жазамыз

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -f \frac{m_1 + m_2}{R^3} x + bx + \frac{\partial V}{\partial x}, \\ \ddot{y} &= -f \frac{m_1 + m_2}{R^3} y + by + \frac{\partial V}{\partial y},\end{aligned}\quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}\ddot{z} &= -f \frac{m_1 + m_2}{R^3} z + bz + \frac{\partial V}{\partial z}, \\ V &= \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} U_2 + \frac{1}{m_2} U_{реакт} - \frac{1}{2} b R^2, \quad b = (m_1 + m_2) \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{1}{m_1 + m_2} \right),\end{aligned}\quad (5.2)$$

$$U_{реакт} = F_x x + F_y y + F_z z, \quad (5.3)$$

Ал (4.3) теңдеулер өзгеріссіз қалады

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} (A(t)p) - (B(t) - C(t))qr &= M_x^{уіыт}, \\ \frac{d}{dt} (B(t)q) - (C(t) - A(t))rp &= M_y^{уіыт}, \\ \frac{d}{dt} (C(t)r) - (A(t) - B(t))pq &= M_z^{уіыт},\end{aligned}\quad (5.4)$$

Мұндағы

$$\overline{M}^{уіыт} (M_x^{уіыт}, M_y^{уіыт}, M_z^{уіыт}) \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned}M_x^{уіыт} &= M_x + M_x^{(реакт)} + \dot{A}p, \\ M_y^{уіыт} &= M_y + M_y^{(реакт)} + \dot{B}q, \\ M_z^{уіыт} &= M_z + M_z^{(реакт)} + \dot{C}r,\end{aligned}\quad (5.6)$$

Жазылған (5.1), (5.4) теңдеулерінде ұйытқушы функция (5.2) және ұйытқушы момент (5.5) нөлге тең болса, онда сол теңдеулер ілгерілемелі-айналмалы қозғалыстың ұйытқымаған теңдеулерін сипаттайды [8]. Ал ұйытқымаған қозғалыс теңдеулерін сәйкес оскуляциялаушы айнымалылар арқылы жазып, мәселені ұйытқу теориясымен зерттеуге болады.

6. Қорытынды

Жұмыста екі бейстационар дененің айналмалы-ілгерілемелі қозғалысының дербес жағдайы қарастырылған. Бірінші дене сфералық симметриялы бейстационар дене. Салыстырмалы координаталар жүйесінде үш осьті бейстационар дененің айналмалы-ілгерілемелі қозғалысын зерттейтін аспан механикасындағы жаңа математикалық моделі ұсынылған. Ұйытқу теориясын пайдалану сұлбесі келтірілген. Болашақта ұйытқу теориясын пайдаланып мәселені оскуляциялаушы элементтерде зерттеу жоспарлануда.

Аталған жұмыс ҚР БҒМ қаржыландырған № BR05336383 бағдарламасы аясында орындалды.

УДК 521.1
МРНТИ 41.03.15

М.Дж. Минглибаев^{1,2}, А.Э. Мырзабаева¹

¹КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

²Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова, Алматы, Казахстан

E-mail: minglibayev@gmail.com, myrzabaevaaruzhan2@gmail.com

ПОСТУПАТЕЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ДВУХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЛ

Аннотация. В данной работе исследовано поступательно-вращательное движение трехосного нестационарного тела с постоянной динамической формой и массой в центральном ньютоновском гравитационном поле. Рассмотрено поступательно-вращательное движение трехосного нестационарного тела в относительной системе координат, начало координат которого лежит в центре сферического тела. Первое тело представляет собой шар со сферически-симметричной массой, его распределение массы и радиус а также основные центральные моменты инерции являются функциями, зависящими от времени. Второе тело-тело с переменной массой, динамическая структура которого взаимно перпендикулярна и симметрична трем плоскостям, проходящим через центр масс. Главные моменты инерции второго тела и коэффициенты сжатия вдоль трех осей являются различными, зависящими от времени функциями. Динамическая форма второго тела трехосная. Главные моменты инерции изменяются с разной скоростью и коэффициенты сжатия также имеют разные значения. Собственные оси координат, твердо связанные со вторым телом, направлены осью, возникающей от пересечения трех взаимно перпендикулярных плоскостей симметрии. Реактивные силы, возникающие из-за изменения массы и размеров второго тела, не равны нулю, его модуль и направление изменчивы. На второе тело действуют дополнительные вращательные моменты, возникающие из-за реактивных сил и изменения геометрии масс. Нестационарное трехосное тело в ходе эволюции всегда симметрично в зависимости от трех взаимно перпендикулярных плоскостей. Прямые пересечения этих взаимно перпендикулярных трех плоскостей определяют его главные оси инерции. Принимаем, что оси собственной системы координат направлены вдоль осей главной инерции тела и в ходе эволюции ориентация остается неизменной. Реактивные силы и моменты, возникающие в результате изменения массы и размера трехосного неподвижного тела, действуют на тело, и они не равны нулю. Получены дифференциальные уравнения поступательно-вращательного движения трехосного нестационарного тела в относительной системе координат.

Ключевые слова: относительная система координат, нестационарное тело, вращательно-поступательное движение.

UDC 521.1
MRNTI 41.03.15

M.Zh. Minglibayev^{1,2}, A.A. Myrzabayeva¹

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

²Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: minglibayev@gmail.com, myrzabaevaaruzhan2@gmail.com

TRANSLATIONAL-ROTATIONAL MOTION OF TWO NON-STATIONARY BODIES

Abstract. In this paper we study the translational-rotational motion of a three-axis nonstationary body with a constant dynamic form and mass in a central Newtonian gravitational field. We consider the translational-rotational motion of a three-axis nonstationary body in a relative coordinate system with the origin of coordinates at the center of a spherical body. The first body is a ball with a spherical symmetric mass, its mass distribution and radius as well as the main central moments of inertia are time-dependent

functions. The second body is a body with a variable mass which dynamic structure is mutually perpendicular and symmetric to the three planes passing through the center of mass. The principal moments of inertia of the second body and the compression coefficients along the three axes are different, time-dependent functions. The dynamic form of the second body is triaxial. The principal moments of inertia change with different velocities and the compression coefficients also have different values. The self axes of coordinates firmly connected with the second body are directed by the axis originating from the crossing of three mutually perpendicular symmetry planes. The reactive forces caused by changes in the mass and dimensions of the second body are not equal to zero, its modulus and direction are variable. There are additional rotational moments acting on the second body due to reactive forces and changes in the geometry of the masses. An nonstationary triaxial body is always symmetric in the evolutionary course depending on three mutually perpendicular planes. The direct crossings of these mutually perpendicular three planes determine its main axes of inertia. We assume that the axes of its own coordinate system are directed along the axes of the body's main inertia and that the orientation remains unchanged in the course of evolution. Reactive forces and moments resulting from changes in the mass and size of a three-axis stationary body act on the body, and they are not equal to zero. The differential equations for translational and rotational motion of a three-axis unsteady body in the relative coordinate system are obtained.

Key words: relative coordinate system, nonstationary body, translational-rotational motion.

Information about authors

Minglibayev Mukhtar Zhumabekovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of al-Farabi Kazakh National University, Chief Researcher of Fesenkov Astrophysical Institute. E-mail: minglibayev@gmail.com , <https://orcid.org/0000-0002-8724-2648>

Myrzabayeva Aruzhan Amirbekkyzy, Bachelor of Natural Sciences, Master's student of Al-Farabi Kazakh National University. E-mail: myrzabaevaaruzhan2@gmail, <https://orcid.org/0000-0002-6648-4816>

Пайдаланылган әдебиеттер

- [1] Дубошин Г.Н. Небесная механика, Основные задачи и методы, 1969.
- [2] Белецкий В. Ориентационное движение спутника в гравитационном поле. Издательство МГУ, Москва 1975
- [3] Архангельский А. Аналитическая динамика твердого тела. Наука, Москва 1977
- [4] Баркин Ю. В., Демин В. Г. Поступательно-вращательное движение небесных тел // Итоги науки и техники. ВИНТИ, Москва 1982 115–134 с.
- [5] Видякин В. Поступательно-вращательное движение двух твердых тел: Учебное пособие. ДКПО "Норд", Архангельск (1996)
- [6] Omarov T.B. Non-Stationary Dynamical Problems in Astronomy. Nova Science Publ., New York 2002
- [7] Bekov A.A., Omarov T.B. The theory of orbits in non-stationary stellar systems. *Astronomical and Astrophysical Transactions* 22(2) 2003 145– 153
- [8] Минглибаев М.Дж. Динамика гравитирующих тел с переменными массами и размерами. Поступательное и поступательно-вращательное движение, Lambert Academic Publishing, Saarbrucken (2012)
- [9] Eggleton P. Evolutionary processes in binary and multiple stars. Cambridge University Press, Cambridge (2006) 218
- [10] Черепашук А.М. Тесные двойные звезды. Часть 2. – М: ФИЗМАТЛИТ. 2013. – 572 с.
- [11] Маркеев А. Теоретическая механика. РХД, Москва-Ижевск (2007)
- [12] Minglibayev M.Zh., Prokopenya A.N., Baisbayeva O.B. Evolution equations of translational-rotational motion of a non-stationary triaxial body in a central gravitational field, *Theoretical and Applied Mechanics*, V. 47 (2020), Issue 1, 63-80. SJR 0.295. IF 0.831.

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

(Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы: *М.С. Ахметова, Р.Ж. Мрзабаева, Д.С. Аленов*
Верстка на компьютере *В.С. Зикирбаева*

Подписано в печать 12.06.2021.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
11 п.л. Тираж 300. Заказ 3.