ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

♦

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

♦

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

1 (299)

ҚАҢТАР – АҚПАН 2015 ж.
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2015 г.
JANUARY – FEBRUARY 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 1, Number 299 (2015), 49 – 52

WAYS APPROXIMATE SOLUTIONS OF DIFFERENTIAL EGUATIONS SOME APPLIED PROBLEMS

M. Yeskaliyev[1], K. Abylbekova[2], Zh. Yessimbekova[2]

[1]Kazakh State women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,
[2]Grammar school №139 named A. Baitursynov, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: Yeskaliyev@mail.ru, sholl_139@mail.ru

Key words: contour, vibration, model., the differential, method, the parameter, amplituda.
Abstract. The article discussesthe algorithm and methods for the approximate solution of ordinary differential eguatons closed oscillating circuit and some t8pes of partial differential eguations of second order.

УДК 517.946

КЕЙБІР ҚОЛДАНБАЛЫ ЕСЕПТЕРДЕГІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ЖУЫҚТАП ШЕШУ ЖОЛДАРЫ

М. Е. Есқалиев[1], К. Абылбекова[2], Ж. И. Есимбекова[2]

[1]Казақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан,
[2]А. Байтұрсынов атындағы № 139 мектеп-гимназия, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: пішін, тербеліс, модель, дифференциал, тәсіл, параметр, амплитуда.
Аннотация. Мақалада тұйық контур тербелісінің қарапайым дифференциалдық теңдеулері мен кейбір кездесетін екінші ретті дербес туындылы теңдеулерді жуықтап шешудің алгритмі және тәсілдері қарастырылған.

Математика физиктерді қызықтырып қана коймай, сонымен қатар оны физикалық есептеді шешудегі негізгі құрал деп санаған. Есептерді шешудің бірінші тәсілі – эксперимент болса, екінші тәсілі математикалық талдау немесе модельдеу. Мұндай талдау нақты құбылысқа емес, осы құбылыстың кейбір математикалық моделіне пайдаланылады. Физикалық процесстердегі модель, осы процесстерді сипаттайтын коэффициенттері бар теңдеулерден тқрады. Жоғары дәлдіктегі және күрделі модельдер үшін аналитикалық шешуді алу салыстырмалы түрде аз кездеседі.

Математикалық есептерді шешуде дәстүрлі әдістердің көп жағдайда шектеліп қалуы мүмкін. Мұндай жағдайда есептеулер жуықтама сандық әдістерге жүктеледі [1, 2].

Жақсы жағдайда бастапқы модельге қысқарту енгізе отырып, жуықтама шешімін табуға болады. Екі әдістің маңыздылығы: олар бірін-бірі толықтырып, нәтижелер алуда көп жеңілдіктер туғызады.

1. *Тербелмелі тұйық контур есебі*. .Қарапайым жағдайда тербелмелі контур екпінді жоғалтуды санай отырып өзіне конденсаторды, қарсыласты(кедергі) және индуктивті катушканы қосады.

Контурдың сыртқы тізбесінде

$$i = i_C + i_R + i_L \quad , \tag{1}$$

мұндағы $i_C = C\dfrac{du}{dt}$, $i_R = \dfrac{u}{R}$, $i_L = \dfrac{1}{L}\int udt,\ u = L\dfrac{di}{dt}.$

(1) теңдігінен тұйықталған сыртқы тезбек (i=0) кезінде дифференциаланғаннан кейін:

$$LC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = 0. \qquad (2)$$

(2) теңдеуіндегі i_L- тоғын x-қорытынды параметрге ауыстырып, оңаша контурдағы тербелісті сипаттайтын дифференциалдық теңдеу аламыз.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + bx = 0, \qquad (3)$$

Осындағы $a = \dfrac{\omega_p}{Q},\ b = \omega_p^2,$ мұндағы $Q = \dfrac{R}{L\omega_p}$ добротность; $\omega_p = \sqrt{LC}$ - Q>>1 кезіндегі әртүрлі контурдың жиілігі. (3) сызықты дифференциалдық теңдеуінің аналитикалық шешімі бар. Дербес түрде Q>>1 кезінде, шешімінің бір түрі бар:

$$x(t) = A\exp(-0.5at)\cos(\omega_p t), \qquad (4)$$

мұндағы A $t=0$ кезіндегі тербеліс амплитудасы.

Бастапқы кездегідей (3) дифференциалды теңдеуінің шешімін сандық әдіспен тапқан кездегі әдіске сүйене отырып Mathcad – тілінде программасын құруға түсініктеме береміз.

Программада келесі белгілеулерді қолданамыз:

$T= Z^{<0>}$ - уақыт, ***с;*** $\boldsymbol{x=y_1}$$= Z^{<1>}$-тербелістің бірден мәні;

$DY=y_2= Z^{<1>}$, $x(t)$ функциясының бірінші туындысы.

Программада бастапқы шарттары **y**-векторында көрсетілген. Графиктерден $a>0$ үлкен болған кезінде тербеліс контуры (4) теңдеуіне сәйкес өшеді, $a=0$ кезінде – тербеліс амплитудасы тұрақты, $a<0$ кезінде – тербеліс амплитудасы шексіз өседі.

Rkadapt функциясының көмегімен сандық есептеулер нәтижесін (4)-формуласындағы жүргізілген есептеулер нәтижелерімен салыстыруға болады. [программада Y1(t) функциясы түрінде берілген] және олардың дәл сәйкес келетіндіктеріне көз жеткізуге болады.

$a<0$ кезіндегі өшу жағдайы Герц осцилляторындағы тербеліспен тура келеді. R – кері қарсыласына сәйкес, $a<0$ жағдайы тербеліс амплитудасының шектеусіз жоғарлауына және соңғы нәтижеде тербелмелі жүйенің бұзылуына әкеліп соғады. $a=0$ мәніне сәйкес, тербелістің амплитудасын тұрақты алып отыру үшін, тербелмелі контурдағы жоғалтуды міндетті түрде нөлге теңестіру қажет, $R=\infty$ болуы керек. Бұл шешімге қалыпты кері байланыс тізбегінің көмегімен жетуге болады, осының көмегімен контурға қосымша энергия енгізіледі, осыда өзіндік жоғалтуының шығынын өтейді.

Транзистордың сипаттамасы сызықсыз функциясымен анықталады. (3) сызықты теңдеуінің нәтижесінде сызықсыз теңдеуге түрленеді. Осы теңдеудің бірінші жақын аймағында, Ван-дер-Поль[3, 4] деп аталатын теңдеу, мына түрге келеді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1-ax^2)\frac{dx}{dt} + bx = 0. \qquad (5)$$

(5) теңдеуіндегі сызықсыз мүше **x(t)** – тербелісінің кіші амплитудасында кері мәнге ие болады, олардың өсуін уақытқа байланысты қадағалайды және қалыпты - жоғары кезіндегі олардың шексіз өсуіне кедергі келтіреді. (3) теңдеуінің ең қиын сұлбасы келесі түрге ие болады:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} - \mu(1 - a_1x^2 - a_2x^4)\frac{dx}{dt} + a_3x + a_4x^3 = 0. \qquad (6)$$

(5) мен (6) теңдеулерінің нақты аналитикалық шешімдері жоқ. (5) теңдеуі аналитикалық әдіспен шешілуі мүмкін, мысалы $\mu << 1$ кіші өлшемде жай өзгеретін амплитуда. (5) және (6) теңдеулерінің шешімдерін сандық әдіспен табуда ешқандай шектеу қойылмайды.

1.1. *Дербес туындылы диффереciалды теңдеулерді ақырлы-айырымдық әдіспен шешу.* Техника мен табиғатта жүретін процесстерге байланысты есептеулердің көбі дербес туындылы теңдеулермен сипатталады.

Дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерде екі және оданда көп айнымалылы, сызықты мен сызықсыз және әртүрлі ретті болуы мүмкін. Біз екі ғана айнымалымен шектелеміз, екіші реттен аспайтын, сызықты мен сызықсызға, бір айнымалысы *t*- уақыт, ал екіншісі *x*-координатасы болады.

$$\frac{\partial y}{\partial t} = c \frac{\partial^2 y}{\partial x}, \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \qquad (1.2)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = b\ F(y) \frac{\partial y}{\partial x}, \qquad (1.3)$$

мұндағы *a, b, c* – тұрақты коэффициенттер, *F(y)*- сызықсыз функция. *(1.1)-(1.3)* қанағаттандыратын y(t,x**)** – функциясы осы теңдеулердің *шешімі немесе интегралы* деп аталады. Теңдеулерді шешу үшін оның бастапқы және шекті шарттарын білуіміз керек.

(1.1) және (1.2) сызықты теңдеулерде аналитикалық әдіспен алынған шешім бар, (1.3) сызықсыз – жалпы жағдайда осындай шешімі жоқ. Дербес туындылы дифференциялды теңдеулерді жалпы әдіспен шешу, сандық әдіске жақын келеді. (1.1)-(1.3) теңдеулерді шешу әдісін қарастырамыз.

Толығымен тоқталайық, сандық әдісте бірінші ретті дифференциалды теңдеулерді шешу мына формулада жатыр:

$$y = \frac{\partial y}{\partial x} = F(x, y),$$

$\Delta x, \Delta y$ - кіші өсімшелерді мына түрде береміз:

$$\Delta y = F(x, y)\ \Delta x\ ,$$

Соңғы жазбаны пайдаланып, алдыңғы *i* - қадамдағы функция мәні белгілі, функциялардың мәндерін *(i+1)*-қадамда есептей алатын келесі рекурентті формуланы аламыз:

$$y_{i+1} = y_i + F(x_i\ , y_i)\ \Delta x\ , \qquad (1.4)$$

мұндағы Δx – аргументінің өзгеру қадамы.

Функцияның бастапқы қадамы $\mathbf{y_i}$ – деп берілуі керек.

Одан кейін (1.4) сәйкес, біріншіден екіншіге, екіншіден үшінші қадамға өтіп және т.с.с. - үлкен аргументтің мәнімен кез келген *n* - қадам саны арқылы $\mathbf{y_i}$ –функциясын есептеуге болады және $x_i = (\Delta x) n$ -аргунемттің мәні үлкен болған кездеде.

Осы әдіспен берілген шешімнің қатесі Δx - қадамның өлшеміне байланысты, ол жеткілікті аз болуы тиіс.

x_i – нүктесіндегі ***y(x)*** – функциясының бірінші туындысы үшін, берілген нүктеде бір қадам төмен және жоғары қарай шегіне отырып, жазуға болады:

$$y^{/}(x_i) = F(x_i, y_i) = \frac{y(x_{i+1}) - y(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}} = \frac{y(x_{i+1}) - y(x_{i-1})}{2\Delta x}, \qquad (1.5)$$

екі функцияның мәнімен оның туындысын есептеуге болады.

(1.5) теңдеуіндегі ұқсас функцияның екінші ретті тундысы бойынша алатынымыз:

$$y^{//}(x_i) = F^{/}(x_i\ , y_i) = \frac{y^{/}(x_{i+1}) - y^{/}(x_{i-1})}{2\Delta x}\ , \qquad (1.6)$$

мұндағы

$$y^{/}(x_{i+1}) = \frac{y\ (x_{i+2}) - y(x_{i-2})}{2\Delta x}\ , \qquad (1.7)$$

$$y^{/}(x_{i-1}) = \frac{y\ \ (x_i) - y(x_i)}{2\Delta x}, \qquad (1.8)$$

(1.7) пен (1.8)–ді (1.6)-ға қойып, *y(x)*- функциясының екінші ретті туындысын аламыз:

$$\frac{d^2 y(x_i)}{dx^2} = y^{//}(x_i) = \frac{y(x_{i+2}) - 2y(x_i) + y(x_{i-2})}{4\Delta x^2}, \qquad (1.9)$$

осы үш функцияның мәндерінен олардың екінші туындысын есептеуге болады.

Әрбір интервалды тең ортасынан бөле отырып, $2\Delta x$ -ті өзгертіп, 1 және 2 туындылары үшін (1.5) пен (1.9) теңдеулерін түрлендіріп, мына түрге келтіреміз:

$$\frac{dy(x_i)}{dx^2} = y^{/}(x_i) = \frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{\Delta x}, \qquad (1.10)$$

$$\frac{d^2 y(x_i)}{dx^2} = y^{//}(x_i) = \frac{y(x_{i+1}) - 2y(x_i) + y(x_{i-1})}{\Delta x^2}, \qquad (1.11)$$

(1.10) және (1.11) формулаларындағы төменгі функциялардың туындыларын есептеу қарапайым ақырлы-айырымдық әдіске жатады.

Бұл атау x_i – нүктесінің маңайындағы функцияның туындысын, оның мәндерінің арасындағы айырмашылығын есептейді.

y(t,x) – функциясы екі аргументтен тәуелді. Сол үшін, осыларды табу үшін екі координата бойынша қадам жасау керек, Δt - қадамдағы **t**-уақытпен және Δx - қадамдағы х- координатамен белгілейміз Бұл әдісте *y(t,x)* – функциясын шешуде екі индексі болуы керек. $y_{i,j}$. *Mathcad* тілінде құрастырған программаларға осы сипаттамаларды қолданамыз және екі координата бойынша есептеу жүргіземіз.

ӘДЕБИЕТ

[1] Демидович В.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1966.
[2] Есқалиев М.Е. Сандық әдістерді техникалық есептерге пайдалану. – Алматы: Бастау, 2001.
[3] Милн В.Э. Численный анализ. – М.: ИЛ, 1951. – М.: Наука, 1974.
[4] Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. – Ч. II. – Физматгиз, 1962.

REFERENCES

[1] Demidovich V.P., Maron I.A. Osnovy vychislitel'noj matematiki. M.: Nauka, 1966.
[2] Esқaliev M.E. Sandyқ ədisterdi tehnikalyқ esepterge pajdalanu. Almaty: Bastau, 2001.
[3] Miln V.Je. Chislennyj analiz. M.: IL, 1951; M.: Nauka, 1974.
[4] Berezin I.S., Zhidkov N.P. Metody vychislenij. Ch. II. Fizmatgiz, 1962.

ПУТИ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕКОТОРЫХ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

М. Е. Ескалиев[1], К. Абылбекова[2], Ж. И. Есимбекова[2]

[1]Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан,
[2]№ 139 школа-гимназия им. А. Байтурсынова, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: контур, колебания, модель, дифференциал, способ, параметр, амплитуда.

Аннотация. В статье рассматривается алгоритм и способы приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений замкнутого колебательного контура и некоторые виды уравнений в частных производных второго порядка.

Поступила 27.01.2015 г.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 10.02.2015.
Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
4,7 п.л. Тираж 300. Заказ 1.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19