ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

♦

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

♦

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

2 (300)

НАУРЫЗ – СӘУІР 2015 ж.
МАРТ – АПРЕЛЬ 2015 г.
MARCH – APRIL 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 2, Number 300 (2015), 50 – 55

ON THE SOLVABILITY OF A THREE-POINT BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A DIFFERENTIAL EQUATION OF SECOND ORDER

A. T. Asanova, A. E. Imanchiev

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling MES RK, Almaty, Kazakhstan,
Aktobe Regional State University after K. Zhubanov MES RK, Aktobe, Kazakhstan.
E-mail: anarasanova@list.ru, imanchiev_ae@mail.ru

Key words: differential equation, three-point boundary condition, solvability, parameterization method, algorithm.

Abstract. A three-point boundary value problem for a differential equation of second order is considered. The questions of the existence unique solution of the considering problem are researched and the approaches of it construction are studied. The conditions of the unique solvability of the three-point boundary value problem for the differential equation of second order are established and the algorithms for finding their solutions are proposed.

УДК 517.927

О РАЗРЕШИМОСТИ ТРЕХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

А. Т. Асанова, А. Е. Иманчиев

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан,
Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова МОН РК, Актобе, Казахстан

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, трехточечное краевое условие, разрешимость, метод параметризации, алгоритм.

Аннотация. Рассматривается трехточечная краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Исследуются вопросы существования единственного решения рассматриваемой задачи и способы его построения. Установлены условия однозначной разрешимости и предложены алгоритмы нахождения решения трехточечной краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.

Рассматривается трехточечная краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a(t)\frac{dx}{dt} + b(t)x + f(t), \ 0 < t < 1, \tag{1}$$

с условиями следующего вида

$$\alpha_{11}x(0) + \alpha_{12}x'(0) + \delta_{11}x(\eta) + \delta_{12}x'(\eta) + \beta_{11}x(1) + \beta_{12}x'(1) = b_1, \tag{2}$$

$$\alpha_{21}x(0) + \alpha_{22}x'(0) + \delta_{21}x(\eta) + \delta_{22}x'(\eta) + \beta_{21}x(1) + \beta_{22}x'(1) = b_2, \tag{3}$$

где $a(t)$, $b(t)$, $f(t)$ - непрерывные на $[0,1]$ функции, $x'(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$, α_{ij}, δ_{ij}, β_{ij}, b_k - постоянные, $i, j, k = 1,2$, $0 < \eta < 1$.

Многоточечные краевые задачи для дифференциальных уравнений высоких порядков с переменными коэффициентами возникают при математическом моделировании различных процессов физики, химии, биологии, техники, экологии, экономики и др. В связи с многочисленными приложениями, например, в теории изгибов балок, в транспортировке грузов, наибольший интерес представляют трехточечные краевые задачи для дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами. Частные случаи задачи (1)-(3) рассматривались в работах многих авторов. Для нахождения условий существования решения трехточечных краевых задач типа (1)-(3) использовались метод неподвижных точек, метод верхних и нижних решений, монотонный итерационный метод и др. [1. 2].

Несмотря на большое количество работ, посвященных трехточечным краевым задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений высоких порядков с переменными коэффициентами, остается много вопросов. Это, в первую очередь, вопросы нахождения эффективных признаков разрешимости исследуемой задачи, изучение качественных свойств решений, способов построения решений и др. Решение указанных вопросов можно достичь развивая конструктивные методы исследования трехточечных краевых задач для линейных и нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений высоких порядков, а также построением алгоритмов нахождения их решений.

В предлагаемой работе исследуются вопросы существования решения трехточечной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (1)-(3) и способы нахождения ее решений. Для этой цели используется метод параметризации [3]. Ранее в работах [4, 5] указанный метод был применен к многоточечным краевым задачам для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Были установлены необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости линейной многоточечной краевой задачи, существования изолированного решения многоточечной краевой задачи для нелинейного уравнения. Результаты данной работы демонстрируют эффективную применимость метода параметризации к исследуемой трехточечной краевой задаче для дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и дополняют результаты работ [4, 5]. Получены достаточные условия разрешимости в терминах коэффициентов дифференциального уравнения и данных граничных условий и построены алгоритмы нахождения решений. Результаты по исследованию частных случаев трехточечных условий (2), (3) для нелинейного дифференциального уравнения второго порядка анонсированы в [6-8].

Приведем схему метода параметризации. Пусть $x(0)=\lambda$, $x'(0)=\mu$. В задаче (1)-(3) произведем замену: $u(t)=x(t)-\lambda-\mu t$, $u'(t)=x'(t)-\mu$

$$\frac{d^2u}{dt^2}=a(t)\frac{du}{dt}+b(t)u+a(t)\mu+b(t)\lambda+b(t)t\mu+f(t),\ 0<t<1, \tag{4}$$

$$u(0)=0,\ u'(0)=0, \tag{5}$$

$$\begin{aligned}&[\alpha_{11}+\delta_{11}+\beta_{11}]\lambda+[\alpha_{12}+\delta_{11}\eta+\delta_{12}+\beta_{11}+\beta_{12}]\mu+\\&+\delta_{11}u(\eta)+\delta_{12}u'(\eta)+\beta_{11}u(1)+\beta_{12}u'(1)=b_1,\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}&[\alpha_{21}+\delta_{21}+\beta_{21}]\lambda+[\alpha_{22}+\delta_{21}\eta+\delta_{22}+\beta_{21}+\beta_{22}]\mu+\\&+\delta_{21}u(\eta)+\delta_{22}u'(\eta)+\beta_{21}u(1)+\beta_{22}u'(1)=b_2.\end{aligned} \tag{7}$$

Задачи (1)-(3) и (4)-(7) эквивалентны. Если функция $x(t)$ - решение задачи (1)-(3), то тройка $(\lambda,\mu,u(t))$, где $\lambda=x(0)$, $\mu=x'(0)$, $u(t)=x(t)-x(0)-x'(0)t$, будет решением задачи (4)-(7). И наоборот, если тройка $(\widetilde{\lambda},\widetilde{\mu},\widetilde{u}(t))$ - решение задачи (4)-(7), то функция $\widetilde{x}(t)=\widetilde{u}(t)+\widetilde{\lambda}+\widetilde{\mu}t$ будет решением исходной задачи (1)-(3).

Задача (4), (5) при фиксированных значениях параметров λ, μ является задачей Коши для дифференциального уравнения второго порядка, а соотношения (6), (7) связывают значения функции $u(t)$ с неизвестными параметрами λ, μ.

Представим функцию $u'(t)$ как решение задачи Коши

$$u'(t)=e^{A(t)}\int\limits_0^t e^{-A(\tau)}\left[b(\tau)u(\tau)+(a(\tau)+b(\tau)\tau)\mu+b(\tau)\lambda+f(\tau)\right]d\tau\,, \tag{8}$$

где $A(t)=\int\limits_0^t a(s)ds$.

Тогда функция $u(t)$ как решение задачи Коши для дифференциального уравнения второго порядка, содержащего параметры λ, μ, эквивалентна интегральному уравнению Вольтерра

$$u(t)=\int\limits_0^t\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}\cdot\left[b(\tau_1)u(\tau_1)+[a(\tau_1)+b(\tau_1)\tau_1]\mu+b(\tau_1)\lambda+f(\tau_1)\right]d\tau_1 d\tau\,. \tag{9}$$

Определим значения функций $u'(t)$, $u(t)$ при $t=\eta$, $t=1$ из выражений (8), (9), соответственно. Подставим найденные выражения в соотношения (6), (7) и получим

$$A_1\lambda+B_1\mu=b_1-G_1(u)-F_1\,, \tag{10}$$

$$A_2\lambda+B_2\mu=b_2-G_2(u)-F_2\,, \tag{11}$$

где

$$A_1=\alpha_{11}+\delta_{11}+\beta_{11}+\delta_{11}\int\limits_0^\eta\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}b(\tau_1)d\tau_1 d\tau+\delta_{12}e^{A(\eta)}\int\limits_0^\eta e^{-A(\tau)}b(\tau)d\tau+$$

$$+\beta_{11}\int\limits_0^1\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}b(\tau_1)d\tau_1 d\tau+\beta_{12}e^{A(\eta)}\int\limits_0^\eta e^{-A(\tau)}b(\tau)d\tau\,,$$

$$B_1=\alpha_{12}+\delta_{11}\left\{\eta+\int\limits_0^\eta\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}[a(\tau_1)+b(\tau_1)\tau_1]d\tau_1 d\tau\right\}+\delta_{12}\left\{1+e^{A(\eta)}\int\limits_0^\eta e^{-A(\tau)}[a(\tau)+b(\tau)\tau]d\tau\right\}+$$

$$+\beta_{11}\left\{1+\int\limits_0^1\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}[a(\tau_1)+b(\tau_1)\tau_1]d\tau_1 d\tau\right\}+\beta_{12}\left\{1+e^{A(1)}\int\limits_0^1 e^{-A(\tau)}[a(\tau)+b(\tau)\tau]d\tau\right\},$$

$$A_2=\alpha_{21}+\delta_{21}+\beta_{21}+\delta_{21}\int\limits_0^\eta\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}b(\tau_1)d\tau_1 d\tau+\delta_{22}e^{A(\eta)}\int\limits_0^\eta e^{-A(\tau)}b(\tau)d\tau+$$

$$+\beta_{21}\int\limits_0^1\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}b(\tau_1)d\tau_1 d\tau+\beta_{22}e^{A(\eta)}\int\limits_0^\eta e^{-A(\tau)}b(\tau)d\tau\,,$$

$$B_2=\alpha_{22}+\delta_{21}\left\{\eta+\int\limits_0^\eta\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}[a(\tau_1)+b(\tau_1)\tau_1]d\tau_1 d\tau\right\}+\delta_{22}\left\{1+e^{A(\eta)}\int\limits_0^\eta e^{-A(\tau)}[a(\tau)+b(\tau)\tau]d\tau\right\}+$$

$$+\beta_{21}\left\{1+\int\limits_0^1\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}[a(\tau_1)+b(\tau_1)\tau_1]d\tau_1 d\tau\right\}+\beta_{22}\left\{1+e^{A(1)}\int\limits_0^1 e^{-A(\tau)}[a(\tau)+b(\tau)\tau]d\tau\right\},$$

$$G_1(u)=\delta_{11}\int\limits_0^\eta\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}b(\tau_1)u(\tau_1)d\tau_1 d\tau+\delta_{12}e^{A(\eta)}\int\limits_0^\eta e^{-A(\tau)}b(\tau)u(\tau)d\tau+$$

$$+\beta_{11}\int\limits_0^1\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}b(\tau_1)u(\tau_1)d\tau_1 d\tau+\beta_{12}e^{A(1)}\int\limits_0^1 e^{-A(\tau_1)}b(\tau)u(\tau)d\tau\,,$$

$$G_2(u)=\delta_{21}\int\limits_0^\eta\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}b(\tau_1)u(\tau_1)d\tau_1 d\tau+\delta_{22}e^{A(\eta)}\int\limits_0^\eta e^{-A(\tau)}b(\tau)u(\tau)d\tau+$$

$$+\beta_{21}\int\limits_0^1\int\limits_0^\tau e^{A(\tau)-A(\tau_1)}b(\tau_1)u(\tau_1)d\tau_1 d\tau+\beta_{22}e^{A(1)}\int\limits_0^1 e^{-A(\tau_1)}b(\tau)u(\tau)d\tau\,,$$

$$F_1=\delta_{11}\int_0^{\eta}\int_0^{\tau}e^{A(\tau)-A(\tau_1)}f(\tau_1)d\tau_1d\tau+$$

$$+\delta_{12}e^{A(\eta)}\int_0^{\eta}e^{-A(\tau)}f(\tau)d\tau+\beta_{11}\int_0^{1}\int_0^{\tau}e^{A(\tau)-A(\tau_1)}f(\tau_1)d\tau_1d\tau+\beta_{12}e^{A(1)}\int_0^{1}e^{-A(\tau_1)}f(\tau)d\tau,$$

$$F_2=\delta_{21}\int_0^{\eta}\int_0^{\tau}e^{A(\tau)-A(\tau_1)}f(\tau_1)d\tau_1d\tau+$$

$$+\delta_{22}e^{A(\eta)}\int_0^{\eta}e^{-A(\tau)}f(\tau)d\tau+\beta_{21}\int_0^{1}\int_0^{\tau}e^{A(\tau)-A(\tau_1)}f(\tau_1)d\tau_1d\tau+\beta_{22}e^{A(1)}\int_0^{1}e^{-A(\tau_1)}f(\tau)d\tau.$$

Соотношения (10), (11) являются линейной системой алгебраических уравнений относительно неизвестных параметров λ, μ.

Если известна функция $u(t)$, то из соотношений (10), (11) можно определить параметры λ и μ. Если известны параметры λ, μ, то из задачи Коши для дифференциального уравнения (4), (5) можно найти функцию $u(t)$. В данном случае неизвестными являются и функция $u(t)$, и параметры λ, μ. Поэтому применяется итерационный метод и решение краевой задачи с параметрами (4)-(7) найдем по следующему алгоритму:

1-шаг. Предположим, что выражение $A_1B_2-B_1A_2$ отлично от нуля. Используем начальные условия (5): полагая в правых частях уравнений (10), (11) $u=0$ определим параметры $\lambda^{(0)}$, $\mu^{(0)}$. Из задачи Коши (4), (5) при $\lambda=\lambda^{(0)}$, $\mu=\mu^{(0)}$ находим функцию $u^{(0)}(t)$, $t\in[0,1]$.

2-шаг. Пусть выполняется условие: $A_1B_2-B_1A_2\neq 0$. Предполагая в правых частях уравнений (10), (11) $u(t)=u^{(0)}(t)$ для всех $t\in[0,1]$, определим параметры $\lambda^{(1)}$, $\mu^{(1)}$. Из задачи Коши (4), (5) при $\lambda=\lambda^{(1)}$, $\mu=\mu^{(1)}$ находим функцию $u^{(1)}(t)$, $t\in[0,1]$.

И т.д.

m-шаг. Пусть справедливо условие: $A_1B_2-B_1A_2\neq 0$. Полагая в правых частях уравнений (10), (11) $u(t)=u^{(m-2)}(t)$ для всех $t\in[0,1]$, определим параметры $\lambda^{(m-1)}$, $\mu^{(m-1)}$. Из задачи Коши (4), (5) при $\lambda=\lambda^{(m-1)}$, $\mu=\mu^{(m-1)}$ находим функцию $u^{(m-1)}(t)$, $t\in[0,1]$.

$(m+1)$-шаг. Пусть выполнено неравенство $A_1B_2-B_1A_2\neq 0$. Предполагая в правых частях уравнений (10), (11) $u(t)=u^{(m-1)}(t)$ для всех $t\in[0,1]$, определим параметры $\lambda^{(m)}$, $\mu^{(m)}$. Из задачи Коши (4), (5) при $\lambda=\lambda^{(m)}$, $\mu=\mu^{(m)}$ находим функцию $u^{(m)}(t)$, $t\in[0,1]$, $m=1,2,...$

Введем обозначения: $d=|A_1B_2-A_2B_1|$, $a_0=\max\limits_{t\in[0,1]}|a(\tau)|$, $b_0=\max\limits_{t\in[0,1]}|b(\tau)|$, $\theta=e^{a_0}b_0$,

$$a_1=\max_{t\in[0,1]}\int_0^{\tau}e^{a_0(\tau-\tau_1)}|a(\tau_1)+b(\tau_1)\tau_1|d\tau_1d\tau,\ a_2=\max_{t\in[0,1]}\int_0^{\tau}e^{a_0(\tau-\tau_1)}|b(\tau_1)|d\tau_1d\tau.$$

Условия реализуемости и сходимости предложенного алгоритма, а также существования единственного решения задачи (1)-(3) приведены в следующем утверждении.

Теорема. *Пусть* $a(t)$, $b(t)$ *- непрерывные на* $[0,1]$ *функции и выполняются неравенства:*

а) $A_1B_2-B_1A_2\neq 0$;

б) $q=\dfrac{1}{d}\max(|A_1|+|A_2|,|B_1|+|B_2|)\cdot\{a_1+a_2\}\times$

$$\times\{\max(|\delta_{11}|\cdot\eta+|\delta_{12}|,|\delta_{21}|\cdot\eta+|\delta_{22}|)[e^{\theta\eta}-1]+\max(|\beta_{11}|+|\beta_{12}|,|\beta_{21}|+|\beta_{22}|)[e^{\theta}-1]\}<1.$$

Тогда трехточечная краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка (1)-(3) имеет единственное решение.

Доказательство. Из интегрального уравнения (9) при фиксированных λ, μ получим

$$|u(t)| \le \int_0^t \int_0^\tau e^{a_0(\tau-\tau_1)} |b(\tau_1)| \cdot |u(\tau_1)| d\tau_1 d\tau + \int_0^t \int_0^\tau e^{a_0(\tau-\tau_1)} |a(\tau_1) + b(\tau_1)\tau_1| d\tau_1 d\tau |\mu| +$$

$$+ \int_0^t \int_0^\tau e^{a_0(\tau-\tau_1)} |b(\tau_1)| d\tau_1 d\tau \cdot |\lambda| + \int_0^t \int_0^\tau e^{a_0(\tau-\tau_1)} |f(\tau_1)| d\tau_1 d\tau .$$

Используя обобщенное неравенство Гронуола-Беллмана отсюда находим

$$|u(t)| \le \{a_1 |\mu| + a_2 |\lambda| + f_0\} \exp\left\{ \int_0^t \int_0^\tau e^{a_0(\tau-\tau_1)} |b(\tau_1)| d\tau_1 d\tau \right\},$$

где $f_0 = \max\limits_{t\in[0,1]} \int_0^\tau e^{a_0(\tau-\tau_1)} |f(\tau_1)| d\tau_1 d\tau$.

Из системы алгебраических уравнений (10), (11) получим

$$\max(|\lambda|,|\mu|) \le$$

$$\le \frac{1}{d} \max(|A_1| + |A_2|, |B_1| + |B_2|) \max(|b_1| + |G_1(u)| + |F_1|, |b_2| + |G_2(u)| + |F_2|).$$

Тогда для разностей последовательных приближений аналогично находим

$$|u^{(m)}(t) - u^{(m-1)}(t)| \le$$

$$\le (a_1 + a_2) \exp\left\{ \int_0^t \int_0^\tau e^{a_0(\tau-\tau_1)} |b(\tau_1)| d\tau_1 d\tau \right\} \max\left\{ |\lambda^{(m)} - \lambda^{(m-1)}|, |\mu^{(m)} - \mu^{(m-1)}| \right\}, \qquad (11)$$

$$\max\left\{ |\lambda^{(m+1)} - \lambda^{(m)}|, |\mu^{(m+1)} - \mu^{(m)}| \right\} \le q \cdot \max\left\{ |\lambda^{(m)} - \lambda^{(m-1)}|, |\mu^{(m)} - \mu^{(m-1)}| \right\}.$$

Условие б) теоремы обеспечивает сходимость последовательностей $\{\lambda^{(m)}\}$, $\{\mu^{(m)}\}$ при $m \to \infty$ к λ^*, μ^*, соответственно. Из неравенства (11) вытекает равномерная сходимость последовательности $\{u^{(m)}(t)\}$ при $m \to \infty$ к функции $u^\circ(t)$ для всех $t \in [0,1]$. Единственность решения доказывается методом от противного. Теорема доказана.

Таким образом, теорема дает достаточные условия существования единственного решения трехточечной краевой задачи (1)-(3) в терминах данных задачи: коэффициентов $a(t)$, $b(t)$ дифференциального уравнения (1) и коэффициентов граничных условий (2), (3).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Kwong M.K., Wong J.S.W. Solvability of second-order nonlinear three-point boundary value problems // Nonlinear Analysis. 2010. Vol. 73. P. 2343-2352.

[2] Li F., Sun J., Jia M. Monotone iterative method for the second-order three-point boundary value problem with upper and lower solutions in the reversed order // Applied Mathematics and Computation. 2011. Vol. 217. P.4840-4847.

[3] Dzhumabayev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary-value problem for an ordinary differential equation // USSR Computational mathematics and mathematical Physics. 1989. Vol. 29. No 1. P.34-46.

[4] Джумабаев Д.С., Иманчиев А.Е. Корректная разрешимость линейной многоточечной краевой задачи // Матем. журнал. 2005. Т. 5. No 1(15).

[5] С. 30-38.

[6] Джумабаев Д.С., Иманчиев А.Е. Критерий существования изолированного решения многоточечной краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений // Известия НАН РК. Серия физ.-матем. 2010. No 3. С.117-121.

[7] Imanchiev A. Parameterization method for the second-order nonlinear three-point boundary value problem // Second International Conference on Analysis and Applied mathematics. Abstract book. September 11-13, 2014, Shymkent, Kazakhstan, P. 70.

[8] Imanchiev A. E. Method of parameterization for solve a three-point boundary value problem for a second-order nonlinear differential equation // Materials of the International scientific conference “Function theory, functional analysis and their applications” devoted to the 80-year anniversary of professor K.Zh. Nauryzbaev, Desember 9-10, 2014, Almaty, Kazakhstan, P. 96-97.

REFERENCES

[1] Kwong M.K., Wong J.S.W. Solvability of second-order nonlinear three-point boundary value problems // Nonlinear Analysis. 2010. Vol. 73. P. 2343-2352.

[2] Li F., Sun J., Jia M. Monotone iterative method for the second-order three-point boundary value problem with upper and lower solutions in the reversed order // Applied Mathematics and Computation. 2011. Vol. 217. P.4840-4847.

[3] Dzhumabayev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary-value problem for an ordinary differential equation // USSR Computational mathematics and mathematical Physics. 1989. Vol. 29. No 1. P.34-46.

[4] Dzhumabaev D.S., Imanchiev A.E. Korrektnayia razreshimost' lineinoi mnogotochechnoi kraevoi zadachi // Matem. journal. 2005. T. 5. No 1(15). S. 30-38.

[5] Dzhumabaev D.S., Imanchiev A.E. Kriterii sushestvovania izolirovannogo reshenia mnogotochechnoi kraevoi zadachi dlia sistemy obyknovennyh differentcial'nyh uravnenii // Izvestia NAN RK. Seria fiz.-matem. 2010. No 3. S.117-121.

[6] Imanchiev A. Parameterization method for the second-order nonlinear three-point boundary value problem // Second International Conference on Analysis and Applied mathematics. Abstract book. September 11-13, 2014, Shymkent, Kazakhstan, P. 70.

[7] Imanchiev A. E. Method of parameterization for solve a three-point boundary value problem for a second-order nonlinear differential equation // Materials of the International scientific conference "Function theory, functional analysis and their applications" devoted to the 80-year anniversary of professor K.Zh. Nauryzbaev, Desember 9-10, 2014, Almaty, Kazakhstan, P. 96-97.

ЕКІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ҮШНҮКТЕЛІ ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ ШЕШІЛІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

А. Т. Асанова, А. Е. Иманчиев

ҚР БҒМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан,
ҚР БҒМ Қ.Жұбанов ат. Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

Тірек сөздер: дифференциалдық теңдеу, үшнүктелі шеттік шарт, шешілімділік, параметрлеу әдісі, алгоритм.

Аннотация. Екінші ретті дифференциалдық теңдеу үшін үшнүктелі шеттік есеп қарастырылады. Қарастырылып отырған есептің жалғыз шешімінің бар болуы мәселелері мен оны тұрғызу тәсілдері зерттеледі. Екінші ретті дифференциалдық теңдеу үшін үшнүктелі шеттік есептің бірмәнді шешілімділігі шарттары тағайындалған және шешімін табу алгоритмдері ұсынылған.

Поступила 17.03.2015 г.

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 20.03.2015.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
10,5 п.л. Тираж 300. Заказ 2.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19