

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

2 (300)

НАУРЫЗ – СӘУІР 2015 ж.

МАРТ – АПРЕЛЬ 2015 г.

MARCH – APRIL 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 300 (2015), 73 – 77

**ABOUT THE EIGEN VALUE PROBLEM
OF CAUCHY-RIEMANN OPERATOR WITH HOMOGENEOUS
BOUNDARY CONDITIONS OF DIRICHLET TASK TYPE****N. S. Imanbayev**

A. Yasawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan, Kazakhstan,
Institute of Mathematics and Mathematical Modelling MES RK, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: imanbaevnur@mail.ru

Keywords: Cauchy-Riemann operator, space of continuous functions, Fredholm property, resolvent set, Dirichlet problem type, kernel, Fredholm determinant.

Abstract. In this paper we consider the problem on the Eigen values of the Cauchy-Riemann equations with homogeneous boundary conditions of the Dirichlet problem, where the quasi-singular integral equation is reduced, and the index is computed and neter set conditions.

УДК 517.945

**О ЗАДАЧЕ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
ОПЕРАТОРА КОШИ-РИМАНА С ОДНОРОДНЫМИ
КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ ТИПА ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ****Н. С. Иманбаев**

Международный Казахско-Турецкий университет им. А. Ясауи, Туркестан, Казахстан,
Институт математики и математического моделирования КН МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: оператор Коши-Римана, пространство непрерывных функций, фредгольмовость, резольвентное множество, задача типа Дирихле, ядро, детерминант Фредгольма.

Аннотация. В настоящей статье рассмотрена задача на собственные значения оператора Коши-Римана с однородными краевыми условиями типа задачи Дирихле, где редуцирована квазисингулярному интегральному уравнению, и вычислен индекс, а также установлена условие нетеровости.

Краевые условия, представляющие собой соотношения между значениями искомых функций, вычисленными в различных (переменных) точках, лежащих на границе, или внутри рассматриваемой области, возникающие в теплопроводности, были сформулированы В.А.Стекловым [1], а в газовой динамике – Ф.И. Франклем [2]. А.М. Нахушевым [3, 5] были поставлены и изучены сразу несколько задач данного типа, а для их названия предложен термин «со смещением». В статье А.В.Бицадзе и А.А.Самарского [4] впервые исследована задача «со смещением внутрь области». Содержание последних публикаций привело к осознанию качественной новизны краевых задач со смещениями для теории дифференциальных уравнений в частных производных. В последних публикациях [6] для уравнений Бицадзе-Лыкова поставлена задача со смещением с операторами Кобера-Эрдейи и М. Сайго в краевом условии, а также исследованы вопросы единственности и не единственности решения задачи при различных функциях и значениях констант, входящих в краевые условия. В работах [5] исследованосостояние краевых задач со смещением для основных

типов уравнений в частных производных. Краевая задача со смещением для уравнения Карлемана-Векуа с сингулярной точкой изучалась в работах [7]. Обилие публикаций, где изучаются все более общие ситуации, производит иногда впечатление, что теория краевых задач «со смещением» уже завершена. Здесь, однако, имеется ряд менее изученных, но важных вопросов, в частности, задача о собственных значениях или об их аналитическом описании с помощью, например, асимптотических разложений. Применяемые сейчас методы функционального анализа и метод сведения к модельным уравнениям путем интегральных преобразований недостаточны для того, чтобы получить такую детальную информацию. С другой стороны, вряд ли можно надеяться получить, например, решение задачи на собственные значения для дифференциальных уравнений с частными производными в столь же явном виде, как это было сделано в аналогичной ситуации для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Общность перечисленных выше вопросов для уравнений с частными производными вынуждает в дальнейшем наложить на изучаемые операторы ряд весьма жестких ограничений. Выяснение правильных постановок задач и исследование специфических свойств решений для «неклассических» уравнений удобно начинать с рассмотрения идеализированных моделей, например, с рассмотрения уравнений с постоянными коэффициентами.

В связи с вышеизложенным, целью настоящей работы является:

- Исследование задачи на собственные значения для оператора Коши-Римана с однородными краевыми условиями типа задачи Дирихле

$$\frac{\partial \omega(z)}{\partial \bar{z}} = \lambda \omega(z) + f(z), \quad |z| < 1, \quad (1)$$

$$\operatorname{Re} \omega(z) = 0, \quad |z| = 1, \quad (2)$$

$$\operatorname{Im} \omega(0) = 0, \quad z = 0, \quad (3)$$

где λ - спектральный параметр.

Описание общих регулярных краевых задач для дифференциального выражения Коши-Римана, разработаны Дж.Ф. Нейманом, М.И. Вишиком, А.А. Дезиным и в 1982 году М. Отелбаевым, А.Н. Шыныбековым [8].

С другой точки зрения вопросы разрешимости и поведения решения краевой задачи для обобщенного уравнения Коши-Римана глубоко изучались в работах [9-11]. Краевые задачи для обобщенной системы Коши-Римана с негладкими коэффициентами исследовались в работах [12].

В функциональном пространстве $C(|z| \leq 1)$ рассмотрим операторы K , порождаемые дифференциальной операцией Коши-Римана

$$K \omega(z) = \frac{\partial \omega(z)}{\partial \bar{z}} \quad (4)$$

где $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$, $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)$ на множестве

$$D(K) \subset \left\{ \omega(z) \in C(|z| \leq 1), \frac{\partial \omega}{\partial \bar{z}} \in C(|z| < 1) \right\}.$$

Считаем, что оператор K имеет непустое резольвентное множество $\rho(K)$. Не умоляя общности, предполагаем, что

$$0 \in \rho(K) \quad (5)$$

т.е. существует ограниченный оператор K^{-1} . В работе [8] описано множество операторов $\{K\}$ со свойством (5).

Наиболее глубокие результаты при исследовании спектра эллиптических операторов имеются в работах [13]. В общем случае спектр эллиптического оператора существенно определяется спектральными свойствами граничного оператора. Однако выяснение зависимости спектра оператора Коши-Римана в исходных терминах граничных условий представляет актуальную (нерешенную) проблему. В работах [14, 15] исследована задача на собственные значения для оператора Коши-Римана с нелокальными краевыми условиями, в [16] с краевыми условиями типа

Бицадзе-Самарского, где спектральная задача редуцирована к квазисингулярному интегральному уравнению с непрерывным ядром. Основным результатом работы являются следующие

Теорема 1. Решение спектральной задачи (1)-(3) определяется по формуле

$$\omega(z) = \frac{e^{\lambda\bar{z}}}{2\pi i} \oint_{|\xi|=1} u(\xi) \frac{\xi+z}{\xi-z} \cdot \frac{d\xi}{\xi} + iCe^{\lambda\bar{z}} + u(z)e^{\lambda\bar{z}}, \tag{6}$$

причем для вещественной функции $u(z)$ на окружности $|z|=1$ справедливо следующее квазисингулярное интегральное уравнение

$$a(z)u(z) + \frac{b(z)}{2\pi i} \oint_{|\xi|=1} \frac{u(\xi)}{\xi-z} d\xi + \oint_{|\xi|=1} H(z, \xi, \lambda)u(\xi)d\xi = 0, \quad |z|=1, \tag{7}$$

где $a(z) = e^{\lambda\bar{z}} + e^{\bar{\lambda}z}$, $b(z) = e^{\lambda\bar{z}} - e^{\bar{\lambda}z}$, $H(z, \xi, \lambda) = \frac{e^{\lambda\bar{z}} - e^{\bar{\lambda}z}}{2\pi i} \cdot \frac{z}{\xi} \cdot \frac{1}{\xi-z}$ – непрерывное ядро.

Константа C из общего решения (6) представима в виде

$$\text{Im } \omega(0) = \text{Im} \left(\frac{1}{2\pi i} \oint_{|\xi|=1} u(\xi) \cdot \frac{d\xi}{\xi} + iC + u(0) \right),$$

$$\text{Im } \omega(0) = C = 0.$$

Доказательство. Для доказательства теоремы общее решение уравнения (1), т.е. (6) подставляем в граничное условие (2). Тогда

$$\text{Re}(\omega(z)) = \text{Re} \left(\frac{e^{\lambda\bar{z}}}{2\pi i} \oint_{|\xi|=1} u(\xi) \frac{\xi+z}{\xi-z} \cdot \frac{d\xi}{\xi} + iCe^{\lambda\bar{z}} + u(z)e^{\lambda\bar{z}} \right) = 0, \quad |z|=1.$$

Распишем вещественную часть комплексного числа в виде полусуммы комплексного числа и сопряженного, тогда приходим к соотношению при $|z|=1$

$$\frac{e^{\lambda\bar{z}}}{2\pi i} \oint_{|\xi|=1} u(\xi) \frac{\xi+z}{\xi-z} \cdot \frac{d\xi}{\xi} + iCe^{\lambda\bar{z}} + u(z)e^{\lambda\bar{z}} + \left(\frac{-e^{\bar{\lambda}z}}{2\pi i} \oint_{|\xi|=1} \overline{u(\xi)} \frac{\xi+z}{z-\xi} \cdot \frac{d\xi}{\xi} - iCe^{\bar{\lambda}z} + \overline{u(z)}e^{\bar{\lambda}z} \right) =$$

$$= \left(e^{\lambda\bar{z}} + e^{\bar{\lambda}z} \right) u(z) + \frac{e^{\lambda\bar{z}} - e^{\bar{\lambda}z}}{2\pi i} \oint_{|\xi|=1} u(\xi) \frac{\xi+z}{\xi-z} \cdot \frac{d\xi}{\xi} + iC \left(e^{\lambda\bar{z}} + e^{\bar{\lambda}z} \right) = 0 \tag{8}$$

Использував условие (3), исключим вещественную константу C из последнего равенства. Так как $\frac{d\xi}{\xi}$ чисто мнимое число, учитывая, что $u(\xi)$ - вещественная функция, получим

$$\text{Im} \left(\frac{1}{2\pi i} \oint_{|\xi|=1} u(\xi) \cdot \frac{d\xi}{\xi} + iC + u(0) \right) = 0,$$

при $z = 0$. Отсюда имеем $C = 0$. Обозначая через $a(z) = e^{\lambda\bar{z}} + e^{\bar{\lambda}z}$, $b(z) = e^{\lambda\bar{z}} - e^{\bar{\lambda}z}$,

$H(z, \xi, \lambda) = \frac{e^{\lambda\bar{z}} - e^{\bar{\lambda}z}}{2\pi i} \cdot \frac{z}{\xi} \cdot \frac{1}{\xi-z}$ в равенстве (8), приходим к (7).

Итак, спектральная задача (1) – (3) редуцирована квазисингулярному интегральному уравнению (7). Теорема 1 доказана.

Теорема 2. Квазисингулярное интегральное уравнение (7) для $u(\xi)$ нётерово при условии, когда $e^{\bar{\lambda}z} \neq 0$. Больше того, индекс нётера $\aleph = \frac{1}{\pi i} \left[\ln(a(z) + b(z)) \right] \Big|_{|z|=1}$ равен нулю при $e^{\bar{\lambda}z} \neq 0$,

где $\left[\bullet \right]_{|z|=1}$ - означает приращение функции, заключенной в квадратные скобки, при обходе $|z|=1$ в положительном направлении [17].

Доказательство. Поскольку выражения $a(z) + b(z)$ и $a(z) - b(z)$ комплексно сопряжены, следовательно, индекс \aleph выражается формулой $\aleph = \frac{1}{\pi i} \Delta_{|z|=1} \arg(a(z) + b(z))$, здесь $\Delta_{|z|=1}$, $\arg(a(z) + b(z))$ - приращение $\arg(a(z) + b(z))$ вдоль $|z|=1$, пробегаемом в положительном направлении.

Нётеровость уравнения (7) определяется неравенствами $a(z) \neq 0$ или $b(z) \neq 0$ при всех $|z|=1$. Следовательно, нётеровость нарушается при выполнении

$$\begin{cases} e^{\lambda \bar{z}} + e^{\bar{\lambda} z} = 0 \\ e^{\lambda \bar{z}} - e^{\bar{\lambda} z} = 0 \end{cases} \Rightarrow e^{\lambda \bar{z}} = e^{\bar{\lambda} z}.$$

Таким образом, нётеровость гарантируется при $2e^{\bar{\lambda} z} \neq 0$.

Известно ([17], стр. 126), что $\arg(a(z) + b(z)) = \text{Arg}(2e^{\bar{\lambda} z}) = \text{Im}(\bar{\lambda} z)$. Здесь учтено, что $b(z)$ - чисто мнимая, $a(z)$ - вещественная функция. Пусть окружность $|z|=1$ обходится против часовой стрелки. Найдем индекс $\aleph = \frac{1}{\pi} \Delta_{|z|=1} \text{Im}(\bar{\lambda} z)$. Для вычисления приращения мнимой части $\bar{\lambda} z$ заметим, что когда z делает один оборот против часовой стрелки вдоль единичной окружности, величина $\bar{\lambda} z$ совершает такой же оборот вдоль окружности радиуса $|\lambda|$. При этом мнимая часть $\bar{\lambda} z$ изменяется на вертикальном отрезке от $-|\lambda|$ до $|\lambda|$ дважды: один раз проходит от $-|\lambda|$ до $|\lambda|$ вверх, а затем совершает тот же путь в обратном направлении. Итак, приращение мнимой части величины $\bar{\lambda} z$ равно нулю, когда z делает один оборот вдоль единичной окружности. Следовательно, индекс \aleph квазисингулярного интегрального уравнения (7) равен нулю. Теорема 2 доказана.

В заключении автор выражает благодарность академику НАН РК М. Отелбаеву и д.ф.-м.н., профессору Б.Е. Кангужину за плодотворное обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Стеклов В.А. Основные задачи математической физики. Т. I, II, Петроград: Петроградский университет, 1922.
- [2] Франкль Ф.И. Обтекание профилей газом с местной сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения// Прикладная математика и механика. 1956. Т. 20, №2. С.196-202.
- [3] Нахушев А.М. Новая краевая задача для одного вырождающегося гиперболического уравнения// Доклады АН СССР, 1969. Т.187, №4. С. 736-739.
- [4] Бицадзе А.В., Самарский А.А. О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач// Доклады АН СССР, 1969. Т.185, №4. С. 739-740.
- [5] Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: «Наука», 2006. 287 с.
- [6] Арланова Е.Ю. Задача со смещением для уравнения Бицадзе-Лькова// Вестник Самарского Гос. техн. университета. Сер. Физ.-мат. науки. 2012.- выпуск 4(29).- С. 26-36.
- [7] Касимова Д.Е., Тунгатаров А.Б. Об одной краевой задаче со смещением для уравнения Карлемана-Векуа с сингулярной точкой// Межвузовский сборник научных трудов: «Обобщенные аналитические функции и их приложения».- Караганда: КарГУ, 1997.-С. 48-53.
- [8] Отелбаев М., Шыныбеков А.Н. О корректных задачах типа Бицадзе-Самарского // Доклады АН СССР.-1982.- Т.265, №4.-С.815-819.
- [9] Ying Wang, Yufeng Wang Two Boundary-Value Problems for the Cauchy-Riemann Equation in a Sector// Complex Analysis and Operator Theory. 2012, Volume 6, issue 6, pp 1121-1138.
- [10] Тимофеев А.Ю. Краевая задача для обобщенного уравнения Коши-Римана в пространствах, описываемых модулем непрерывности// Уфимский матем. журнал. Том 4, №1 (2012). – С. 146-152.
- [11] Ильчуков А.С. О поведении решения краевой задачи для обобщенного уравнения Коши-Римана// Вестник Удмуртского университета. Сер. Матем. Мех. Компьютерные науки. 2013. Вып. 2.

- [12] Оспанов К.Н., Отелбаев М. Краевые задачи для обобщенной системы Коши-Римана с негладкими коэффициентами // Доклады АН СССР. -1985. -Т.283.-№1. С.46-49.
- [13] Михайлец В.А. Спектральные задачи с общими краевыми условиями: Автореф. дис... д.ф.-м.н.-Киев, 1989.-29 с.
- [14] Иманбаев Н.С. О приближенном решении уравнений Коши-Римана и об определении их собственных значений. Автореф. дисс...к.ф.-м.н. –Алматы, КазНУ им. аль-Фараби. 1997. 21 с.
- [15] Иманбаев Н.С. Задача о собственных значениях дифференциального оператора Коши-Римана с нелокальными краевыми условиями // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «физико-математические науки», №1(34)-2014.- С.25-36.
- [16] Amanzholova A.B., Imanbaev N.S., Niyazymbetov A.D. On an inhomogeneous boundary value problem with shift into the region for the Cauchy-Riemann equations with spectral parameter // International Journal of Pure and Applied Mathematics. – V. 93, - №3, - 2014, P. 449-461.
- [17] Титчмарш Е. Теория функций. – М.:Наука, 1980. – 463 с.

REFERENCES

- [1] Steklov V.A. The main problems of mathematical physics. V.I, II, Petrograd: Petrograd University, 1922. (in Russ.).
- [2] Frankl F.I. Airfoil gas with local supersonic zone, ending the direct shock wave. Applied Mathematics and Mechanics. 1956. V. 20, №2. p.196-202. (in Russ.).
- [3] Nakhushev A.M. The new boundary value problem for a degenerate hyperbolic equation. Reports of the Academy of Sciences of the USSR, 1969. V.187, №4. p. 736-739. (in Russ.).
- [4] Bitsadze A.V., Samarsky A.A. On some simple generalizations of linear elliptic boundary value problems. Reports of the USSR Academy of Sciences, 1969 V.185, №4. p. 739-740. (in Russ.).
- [5] Nakhushev A.M. Problem with shift for partial differential equations. М.: "Наука", 2006. 287 p. (in Russ.).
- [6] Arlanova E.Yu. Problem with shift for Bitsadze-Lykov equation. Bulletin of the Samara State. tehn. University. Ser. phys.-math. 2012.- Issue 4 (29).- p. 26-36. (in Russ.).
- [7] Kasymova D.E., Tungatarov A.B. A boundary value problem with shift for the Carleman-Vekua equation with a singular point. Interuniversity collection of scientific papers: "Generalized analytic functions and their applications" .- Karaganda: KarSU, 1997-p 48-53. (in Russ.).
- [8] Otelbaev M., Shynybekov A.N. Well-posedness of Bitsadze-Samarsky. Reports of Akad 1982-V.265, №4.-p.815-819. (in Russ.).
- [9] Ying Wang, Yufeng Wang Two Boundary-Value Problems for the Cauchy-Riemann Equation in a Sector. Complex Analysis and Operator Theory. 2012, Volume 6, issue 6, pp 1121-1138.
- [10] Timofeev A.Yu. Boundary value problem for the generalized Cauchy-Riemann equations in spaces described by modulus of continuity // Ufa Mat. magazine. Volume 4, №1 (2012). - p. 146-152. (in Russ.).
- [11] Il'chuk A.S. On the behavior of solutions of boundary value problems for the generalized Cauchy-Riemann equations. Bulletin of Udmurt University. Ser. Mat. mech. Computer Science. 2013. Issue 2. (in Russ.).
- [12] Ospanov K.N., Otelbaev M. Boundary problem for generalized Cauchy-Riemann system with nonsmooth coefficients. Reports of Akad, 1985. V.283.-№1. p.46-49. (in Russ.).
- [13] Mikhailets V.A. Spectral problems with general boundary conditions: Author. dis ... D.Sc., Kiev, 1989.-29. (in Russ.).
- [14] Imanbaev N.S. The approximate solution of Cauchy-Riemann equations and determination of their own values. Abstract. Diss ... Cand. Mathematical Sciences. Almaty, KazNU named after Al-Farabi. 1997. 21 pp. (in Russ.).
- [15] Imanbaev N.S. The problem of the eigenvalues of differential Cauchy-Riemann operator with nonlocal boundary conditions. Bulletin of the Samara State Technical University. A series of "physical and mathematical sciences», №1 (34) -2014.- p.25-36. (in Russ.).
- [16] Amanzholova A.B., Imanbaev N.S., Niyazymbetov A.D. On an inhomogeneous boundary value problem with shift into the region for the Cauchy-Riemann equations with spectral parameter. International Journal of Pure and Applied Mathematics. - V. 93, - №3, - 2014, P. 449-461. (in Russ.).
- [17] Titchmarsh E. Theory of functions. - Moscow: Nauka, 1980. - 463 p. (in Russ.).

ДИРИХЛЕ ЕСЕБІ ТЕКТЕС БІРТЕКТІ ШЕТТІК ШАРТТАРМЕН БЕРІЛГЕН КОШИ-РИМАН ОПЕРАТОРЫНЫҢ МЕНШІКТІ МӘНДЕРІН ЗЕРТТЕУГЕ БЕРІЛГЕН ЕСЕП ТУРАЛЫ

Н. С. Иманбаев

Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан, Қазақстан,
ҚР БжҒМ ҒК Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: Коши-Риманоператоры, үзіліссіз функциялардың кеністігі, фредгольмдік, резольвенттік жиын, Дирихле тектес есебі, ядро, Фредгольманықтаушы.

Аннотация. Дирихле тектес есебі түріндегі біртекті шекаралық шарттармен берілген, Коши-Риман дифференциалдық амалынан туындайтын оператордың меншікті мәндерін зерттеуге арналған есептің үзіліссіз ядролы квазисингулярлық интегралдық теңдеумен эквиваленттілігі дәлелденген, нетерлік шарты айқындалып, индексінің нөлге тең екендігі көрсетілген.

Поступила 17.03.2015 г.

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 20.03.2015.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
10,5 п.л. Тираж 300. Заказ 2.