ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ
♦
СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
♦
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

2 (300)

НАУРЫЗ – СӘУІР 2015 ж.
МАРТ – АПРЕЛЬ 2015 г.
MARCH – APRIL 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 2, Number 300 (2015), 83 – 88

SOLVABILITY OF LINEAR BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION SECOND ORDER

E. A. Bakirova, N. B. Iskakova, T. Armya

Institute of mathematics and mathematical modeling MES RK, Almaty, Kazakhstan,
Kazakh National Pedagogical University named after Abai, Almaty, Kazakhstan,
Kazakh state women's pedagogical university, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: bakirova1974@mail.ru, narkesh@mail.ru, turar@mail.ru

Keywords: differential equations, boundary value problem, solvability.
Abstract. Criterion of solvability of linear boundary value problem for ordinary differential equation is received by parametrization method. An algorithm for finding solution of considering problem is offered.

УДК 517.927

ЕКІНШІ РЕТТІ ЖӘЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН СЫЗЫҚТЫ ШЕТТІК ЕСЕБІНІҢ ШЕШІЛІМДІЛІГІ

Э. А. Бакирова, Н. Б. Искакова, Т. Армия

ҚР БҒМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан,
Абай атындағы қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан,
Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: дифференциалдық теңдеу, шеттік есеп, шешілімділік.
Аннотация. Параметрлеу әдісі негізінде екінші ретті жәй дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есептің бірмәнді шешілімділігінің қажетті және жеткілікті шарттары алынған. Қарастырылып отырған есептің шешімін табудың алгоритмі ұсынылған.

$[0,T]$ кесіндісінде екінші ретті жәй дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есеп қарастырылады

$$\frac{d^2z}{dt^2} = q_1(t)\frac{dz}{dt} + q_2(t)z + f(t), \quad t \in (0,T), \; x \in R, \tag{1}$$

$$z(0) = z_0, \; z(T) = z_1, \tag{2}$$

мұндағы $q_1(t), q_2(t), f(t)$ функциялары $[0,T]$ кесіндісінде үзіліссіз, z_0, z_1- берілген сандар, $\|x\| = \max\limits_{i=1,n}|x_i|, \quad \|q_1(t)\| \le \delta_1, \; \|q_2(t)\| \le \delta_2, \; \delta_1, \delta_2 - const.$

Нормасы $\|z\|_1 = \max\limits_{t\in[0,T]}\|z(t)\|$ болатын үзіліссіз функциялар $z:[0,T] \to R$ кеңістігін $C([0,T],R)$ деп белгілейміз.

(1), (2) есебінің шешімі деп (1) екінші ретті жәй дифференциалдық теңдеуін қанағаттандыратын және $t = 0$, $t = T$ нүктелеріндегі мәндері үшін (2) теңдіктері орындалатын $[0,T]$ кесіндісінде екі рет дифференциалданатын үзіліссіз $z(t)$ функциясын айтамыз.

Шеттік есептер теориясы дифференциалдық теңдеулердің көкейкесті және белсенді дамып келе жатқан бөлімдердің бірі болып табылады, себебі шеттік есептер тербелістер теориясында, математикалық физикада, вариациялық есептеулерде, тиімді басқаруда және басқа қолданбалы есептерде мейлінше көп түрде қолданысы бар [1-3]. Ол екінші ретті теңдеулер үшін жан-жақты дамытылған және Штурмның осцилляциялық теориясынан кері есептердің заманауи теориясына дейінгі нәтижелерді қамтиды.

Екінші ретті жәй дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есептер әртүрлі әдістермен көптеген авторлардың жұмыстарында қарастырылған [4-10].

[11] жұмысында жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есепті зерттеуге және шешуге арналған параметрлеу әдісі ұсынылған болатын.

Ұсынылып отырған мақаланың мақсаты - параметрлеу әдісі негізінде (1), (2) есебінің бірмәнді шешілімділігінің қажетті және жеткілікті шарттарын тағайындау және шешімін табудың алгоритмдерін құру болып табылады.

Параметрлеу әдісінің схемасын пайдаланып, $[0,T]$ кесіндісін келесі бөліктерге бөлейік: $[0,T)=\bigcup_{r=1}^{N}[(r-1)h,rh)$. Ізделінді функцияның бөлінген аралықтарға сығылуын $z_r(t)$ деп белгілейік.

$\lambda_r = z_r((r-1)h),\quad \mu_r=\dot z_r((r-1)h)$ қосымша параметрлерін енгізіп және де әрбір $[(r-1)h,rh)$ аралықтарында $y_r(t)=z_r(t)-\lambda_r-\mu_r(t-(r-1)h),\quad r=\overline{1,N}$ алмастыруларын жасасақ, онда (1), (2) есебі келесі параметрі бар шеттік есебіне келтіріледі

$$\frac{d^2y_r}{dt^2}=q_1(t)\frac{dy}{dt}+q_2(t)y_r+q_1(t)\mu_r+q_2(t)\lambda_r+q_2(t)\mu_r\cdot(t-(r-1)h)+f(t),$$
$$t\in[(r-1)h,rh),\quad r=\overline{1,N}, \tag{3}$$

$$y_r((r-1)h)=0,\qquad \dot y((r-1)h)=0, \tag{4}$$

$$\lambda_1=z_0,\qquad \lambda_N+\mu_N h+\lim_{t\to T-0}y_N(t)=z_T, \tag{5}$$

$$\lambda_s+\mu_s h+\lim_{t\to sh-0}y_s(t)-\lambda_{s+1}=0,\qquad s=\overline{1,N-1}, \tag{6}$$

$$\mu_s+\lim_{t\to sh-0}\dot y_s(t)-\mu_{s+1}=0,\qquad s=\overline{1,N-1}. \tag{7}$$

(1), (2) және $(3)-(7)$ есептері пара-пар болады. Егер $z(t)$ функциясы (1), (2) есебінің шешімі болса, онда келесі $(\lambda,\mu,y[t])$ үштігі, мұндағы

$$\lambda=(\lambda_1,\ldots,\lambda_N),\ \lambda_r=z[(r-1)h],\ \mu=(\mu_1,\ldots,\mu_N),\ \mu_r=\dot z[(r-1)h],$$
$$y[t]=(y_1(t),...,y_N(t)),\ y_r(t)=z(t)-z((r-1)h)-\mu(t-(r-1)h),\quad r=\overline{1,N},$$

$(3)-(7)$ есебінің шешімі болады. Керісінше, егер $(\widetilde\lambda,\widetilde\mu,\widetilde y[t])$ үштігі, мұндағы $\widetilde\lambda=(\widetilde\lambda_1,\ldots,\widetilde\lambda_N),\ \widetilde\mu=(\widetilde\mu_1,\ldots,\widetilde\mu_N),\ \widetilde y[t]=(\widetilde y_1(t),\ldots,\widetilde y_N(t))$, $(3)-(7)$ есебінің шешімі болса, онда $\widetilde z(t)=\widetilde y_r(t)+\widetilde\lambda_r+\widetilde\mu_r(t-(r-1)h),\quad t\in[(r-1)h,rh),\quad r=\overline{1,N},$ $\widetilde z(T)=\lim_{t\to T-0}\widetilde y_N(t)+\widetilde\lambda_N+\widetilde\mu_N h$, теңдіктерімен анықталатын $\widetilde z(t)$ функциясы (1),(2) есебінің шешімі болады.

(3), (4) Коши есептері келесі екінші текті Вольтерра интегралдық теңдеулер жүйесіне пара пар болады

$$\dot{y}_r(t)=\int\limits_{(r-1)h}^{t}q_1(\tau)\dot{y}_r(\tau)d\tau+\int\limits_{(r-1)h}^{t}q_1(\tau)y_r(\tau)d\tau+\int\limits_{(r-1)h}^{t}q_1(\tau)d\tau\cdot\mu_r+\int\limits_{(r-1)h}^{t}q_2(\tau)d\tau\cdot\lambda_r+$$

$$+\int\limits_{(r-1)h}^{t}q_2(\tau)(\tau-(r-1)h)d\tau\cdot\mu_r+\int\limits_{(r-1)h}^{t}f(\tau)d\tau,\ \ t\in[(r-1)h,rh),\, r=\overline{1,N}, \tag{8}$$

$$y_r(t)=\int\limits_{(r-1)h}^{t}\dot{y}_r(\tau)d\tau,\ \ r=\overline{1,N}. \tag{9}$$

p(*t*) функциясы [(*r*–1)*h*, *rh*) аралықтарында үзіліссіз және солжақты ақырлы $\lim\limits_{t\to rh-0}p(t),\ r=\overline{1,N}$ шегі бар делік. ν натурал санын алып $E_{\nu r}(q(\cdot),p(\cdot),t)$ деп келесі қосындыны белгілейміз

$$\int\limits_{(r-1)h}^{t}p(\tau_1)d\tau_1+\int\limits_{(r-1)h}^{t}q(\tau_1)\int\limits_{(r-1)h}^{\tau_1}p(\tau_2)d\tau_2d\tau_1+\int\limits_{(r-1)h}^{t}q(\tau_1)...\int\limits_{(r-1)h}^{\tau_{\nu-2}}q(\tau_{\nu-1})\int\limits_{(r-1)h}^{\tau_{\nu-1}}p(\tau_\nu)d\tau_\nu d\tau_{\nu-1}...d\tau_1.$$

Енді (8) интегралдық теңдеуінің оң жағындағы бірінші қосылғышта интегралдың астындағы $\dot{y}_r(\tau)$ функциясының орнына сәйкесінше оң жақтарын қойып, бұл үдерісті ν $(\nu=1,2,\ldots)$ рет қайталасақ, онда $\dot{y}(t)$ және $y(t)$ функцияларының кейіптемелерін аламыз

$$\begin{gathered}\dot{y}_r(t)=G_{\nu r}(\dot{y}_r(\cdot),t)+E_{\nu r}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_r(\cdot),t)+E_{\nu r}(q_1(\cdot),q_1(\cdot),t)\mu_r+\\+E_{\nu r}(q_1(\cdot),q_2(\cdot),t)\lambda_r+E_{\nu r}(q_1(\cdot),\widetilde{q}_2(\cdot),t)\mu_r+E_{\nu r}(q_1(\cdot),f(\cdot),t),\ \ r=\overline{1,N},\end{gathered} \tag{10}$$

$$\begin{gathered}y_r(t)=\int\limits_{(r-1)h}^{t}G_{\nu r}(\dot{y}_r(\cdot),\tau)d\tau+\int\limits_{(r-1)h}^{t}E_{\nu r}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_r(\cdot),\tau)d\tau+\\+\int\limits_{(r-1)h}^{t}E_{\nu r}(q_1(\cdot),q_1(\cdot),\tau)d\tau\cdot\mu_r+\int\limits_{(r-1)h}^{t}E_{\nu r}(q_1(\cdot),q_2(\cdot),\tau)d\tau\cdot\lambda_r+\\+\int\limits_{(r-1)h}^{t}E_{\nu r}(q_1(\cdot),\widetilde{q}_2(\cdot),\tau)d\tau\cdot\mu_r+\int\limits_{(r-1)h}^{t}E_{\nu r}(q_1(\cdot),f(\cdot),\tau)d\tau,\quad r=\overline{1,N},\end{gathered} \tag{11}$$

мұндағы

$$\widetilde{q}_2(t)=q_2(t)\cdot(t-(r-1)h),$$

$$G_{\nu r}(\dot{y}_r(\cdot),t)=\int\limits_{(r-1)h}^{t}q_1(\tau_1)...\int\limits_{(r-1)h}^{\tau_{\nu-2}}q_1(\tau_{\nu-1})\int\limits_{(r-1)h}^{\tau_{\nu-1}}\dot{y}_r(\tau_\nu)d\tau_\nu d\tau_{\nu-1}...d\tau_1\,,\quad r=\overline{1,N}.$$

(10), (11) теңдеулерінен $\lim\limits_{t\to rh-0}\dot{y}_r(t),\ \lim\limits_{t\to rh-0}y_r(t),\ r=\overline{1,N}$ мәндерін тауып, оларды (5), (6), (7) шарттарына қойсақ, λ_r, μ_r, $r=\overline{1,N}$ параметрлері үшін келесі теңдеулер жүйесін аламыз

$$\lambda_1=z_0, \tag{12}$$

$$\begin{gathered}\lambda_N+\mu_Nh+\int\limits_{(N-1)h}^{T}E_{\nu N}(q_1(\cdot),q_2(\cdot),\tau)d\tau\cdot\lambda_N+\int\limits_{(N-1)h}^{T}E_{\nu N}(q_1(\cdot),q_1(\cdot),\tau)d\tau\cdot\mu_N+\\+\int\limits_{(N-1)h}^{T}E_{\nu N}(q_1(\cdot),\widetilde{q}_2(\cdot),\tau)d\tau\cdot\mu_N=z_T-\int\limits_{(N-1)h}^{T}E_{\nu N}(q_1(\cdot),f(\cdot),\tau)d\tau-\\-\int\limits_{(N-1)h}^{T}G_{\nu N}(\dot{y}_N(\cdot),\tau)d\tau-\int\limits_{(N-1)h}^{T}E_{\nu N}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_N(\cdot),\tau)d\tau,\end{gathered} \tag{13}$$

$$\lambda_s + \mu_s h + \int\limits_{(s-1)h}^{sh} E_{\nu s}(q_1(\cdot),q_2(\cdot),\tau)d\tau \cdot \lambda_s + \int\limits_{(s-1)h}^{sh} E_{\nu s}(q_1(\cdot),q_1(\cdot),\tau)d\tau \cdot \mu_s +$$
$$+ \int\limits_{(s-1)h}^{sh} E_{\nu s}(q_1(\cdot),\widetilde{q}_2(\cdot),\tau)d\tau \cdot \mu_s - \lambda_{s+1} = - \int\limits_{(s-1)h}^{sh} E_{\nu s}(q_1(\cdot),f(\cdot),\tau)d\tau - \qquad (14)$$
$$- \int\limits_{(s-1)h}^{sh} E_{\nu s}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_s(\cdot),\tau)d\tau - \int\limits_{(s-1)h}^{sh} G_{\nu s}(\dot{y}_s(\cdot),\tau)d\tau, \quad s=\overline{1,N-1},$$

$$\mu_s + E_{\nu s}(q_1(\cdot),q_2(\cdot),sh)\lambda_s + E_{\nu s}(q_1(\cdot),q_1(\cdot),sh)\mu_s + E_{\nu s}(q_1(\cdot),\widetilde{q}_2(\cdot),sh)\mu_s - \mu_{s+1} =$$
$$= -E_{\nu s}(q_1(\cdot)f(\cdot),sh) - E_{\nu s}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_s(\cdot),sh) - G_{\nu s}(\dot{y}_r(\cdot),sh), \ s=\overline{1,N-1}. \quad (15)$$

Сызықты теңдеулер жүйесінің сол жағына сәйкес келетін $(2N \times 2N)$- өлшемді матрицаны $Q_\nu(h)$ деп белгілейміз. Онда (12)-(15) сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін векторлық түрде жазуға болады

$$Q_\nu(h)\Lambda = -F_\nu(h) - G_\nu(y,\dot{y},h), \ \Lambda \in R^{2N} \qquad (16)$$

мұндағы

$$\Lambda = (\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_N,\mu_1,\mu_2,\ldots,\mu_N),$$

$$F_\nu(h) = \Bigg(-h^2 z_0, h^2(-z_T + \int\limits_{(N-1)h}^{T} E_{\nu N}(q_1(\cdot),f(\cdot),t)dt),$$
$$\int\limits_0^h E_{\nu,1}(q_1(\cdot),f(\cdot),t)dt, \int\limits_h^{2h} E_{\nu,2}(q_1(\cdot),f(\cdot),t)dt, \ldots, \int\limits_{(N-2)h}^{(N-1)h} E_{\nu,N-1}(q_1(\cdot),f(\cdot),t)dt,$$
$$E_{\nu,1}(q_1(\cdot),f(\cdot),h), E_{\nu,2}(q_1(\cdot),f(\cdot),2h),\ldots,E_{\nu,N-1}(q_1(\cdot),f(\cdot),(N-1)h) \Bigg),$$

$$G_\nu(y,\dot{y},h) = \Bigg(0, \ h^2 \cdot \int\limits_{(N-1)h}^{T} (G_{\nu,N}(\dot{y}_N(\cdot),t) + E_{\nu,N}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_N(\cdot),t))dt,$$
$$\int\limits_0^h (G_{\nu,1}(\dot{y}_1(\cdot),t) + E_{\nu,1}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_1(\cdot),t))dt,\ldots$$
$$\ldots, \int\limits_{(N-2)h}^{(N-1)h} (G_{\nu,N-1}(\dot{y}_{N-1}(\cdot),t) + E_{\nu,N-1}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_{N-1}(\cdot),t))dt,$$
$$G_{\nu,1}(\dot{y}_1(\cdot),h) + E_{\nu,1}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_1(\cdot),h),...$$
$$\ldots, G_{\nu,N-1}(\dot{y}_{N-1}(\cdot),(N-1)h) + E_{\nu,N-1}(q_1(\cdot),q_2(\cdot)y_{N-1}(\cdot),(N-1)h \Bigg).$$

Сонымен, белгісіз $\Lambda = (\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_N,\mu_1,\mu_2,\ldots,\mu_N)$ параметрлерін табу үшін (16) сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін алдық, ал белгісіз $\dot{y}(t) = (\dot{y}_1(t),\dot{y}_2(t),\ldots,\dot{y}_N(t))$ функциясын (3), (4) Коши есебінен табамыз. Енді (3)-(7) есебінің шешімі төмендегі алгоритм арқылы анықталатын $(\lambda^{(k)},\mu^{(k)},y^{(k)}[t]),$ $k = 0,1,2,...$, ұштік тізбегінің шегі ретінде ізделінеді.

0-ші қадам: а) $Q_\nu(h)$ матрицасының кері матрицасы бар деп жорамалдап, Λ параметрінің $\Lambda^{(0)} = (\lambda_1^{(0)},\lambda_2^{(0)},\ldots,\lambda_N^{(0)},\mu_1^{(0)},\mu_2^{(0)},\ldots,\mu_N^{(0)})$ бастапқы жуықтауын $Q_\nu(h)\Lambda = -F_\nu(h)$ теңдеуі-нен табамыз;

б) $\Lambda^{(0)} \in R$ векторының компоненттерін қолданып және $[(r-1)h, rh)$ аралықтарында $\lambda_r = \lambda_r^{(0)}, \quad \mu_r = \mu_r^{(0)}, \quad r = \overline{1,N}$ болғанда (3), (4) Коши есебін шешіп, $\dot{y}_r^{(0)}(t), \quad r = \overline{1,N},$ функциясын тауып, оны (9) теңдеуінің оң жағына қойып $y_r^{(0)}(t), r = \overline{1,N},$ функциясың табамыз.

1-ші қадам: а) Табылған $\dot{y}^{(0)}[t] = (\dot{y}_1^{(0)}(t), \dot{y}_2^{(0)}(t), \ldots, \dot{y}_N^{(0)}(t))$, $y^{(0)}[t] = (y_1^{(0)}(t), y_2^{(0)}(t), \ldots, y_N^{(0)}(t))$ функцияларын (11) сызықты алгебралық теңдеулер жүйесінің оң жағына қойып,

$$Q_\nu(h)\Lambda = -F_\nu(h) - G_\nu(y^{(0)}, \dot{y}^{(0)}, h)$$

теңдеуінен $\Lambda^{(1)} = (\lambda_1^{(1)}, \lambda_2^{(1)}, \ldots, \lambda_N^{(1)}, \mu_1^{(1)}, \mu_2^{(1)}, \ldots, \mu_N^{(1)})$ параметрін табамыз.

б) $[(r-1)h, rh)$ аралықтарында $\lambda_r = \lambda_r^{(1)}, \quad \mu_r = \mu_r^{(1)}$, $r = \overline{1,N}$ болғанда (3), (4) Коши есебін шешіп, $\dot{y}_r^{(1)}(t), \quad r = \overline{1,N}$, функциясын тауып, оны (9) теңдеуінің оң жағына қойып $y_r^{(1)}(t), \quad r = \overline{1,N}$ функциясың табамыз. Т.с.с.

Осы үдерісті қайталап, алгоритмнің $k-$шы қадамында ($k = 0,1,2,...$) $(\lambda^{(k)}, \mu^{(k)}, y^{(k)}[t])$ ұштік тізбегін аламыз.

Ұсынылып отырған алгоритмнің жүзеге асуы мен жалғыз шешімге жинақталуының жеткілікті шарттары және (1), (2) шеттік есебінің жалғыз шешімі болатыны келесі теоремада келтірілген

Теорема 1. Егер $h > 0 : Nh = T, \quad \nu \in \mathrm{N}$ үшін $Q_\nu(h) : R^{2N} \to R^{2N}$ матрицасының кері матрицасы бар болса және

а) $\left\| [Q_\nu(h)]^{-1} \right\| \le \gamma_\nu(h),$

б) $\xi_\nu(h) = \gamma_\nu(h) \max(1, h^3) \left(\dfrac{(\delta_1 h)^\nu}{\nu!} + \sum\limits_{j=0}^{\nu-1} \dfrac{(\delta_1 h)^j}{j!} \delta_2 h^2 \right) \times$

$$\times \left(\delta_1 h + \delta_2 h + \delta_2 \frac{h^2}{2!} \right) \exp\left(\delta_1 h + \frac{\delta_2 h^2}{2!} \right) < 1$$

теңсіздіктері орындалса, онда (1),(2) есебі бірмәнді шешілімді болады.

Теорема 2. (1),(2) есебі бірмәнді шешілімді сонда тек қана сонда, егер кезкелген $h > 0 : Nh = T$ үшін $\nu \in \mathrm{N}$ саны табылып, $Q_\nu(h) : R^{2N} \to R^{2N}$ матрицасының кері матрицасы бар болса және а), б) теңсіздіктері орындалса.

Келтірілген тұжырымдардың дәлелдеуі [11] жұмыстағы сәйкес тұжырымдардың дәлелдеуіне ұқсас жүргізіледі.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. - М.: Наука. 1981. - 918 с.

[2] Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука. 1969. -528 с.

[3] Самойленко А.М., Ронто Н.И. Численно-аналитические методы исследования решения краевых задач. Киев: Наук. думка. 1985. - 224 с.

[4] Крейн С.Г., Лаптев Г.И. Граничные задачи для дифференциальных уравнений второго порядка в банаховом пространстве. // Дифференц. уравнения. 1966. 2(3), С. 382 - 390.

[5] Крейн С.Г., Лаптев Г.И. Корректность граничных задач для дифференциального уравнения в банаховом пространстве. // Дифференц. уравнения. 1966. 2(7), С. 910- 926.

[6] Ермаков В.А. Дифференциальные уравнения второго порядка. Условия интегрируемости в конечном виде. Киев // Университетские известия. 1980. С.1-25.

[7] Елыиин М.И. Качественные проблемы линейного дифференциального уравнения второго порядка. // ДАН СССР. 1948. Т.68 (2). С.221-224.

[8] Neuman F. Linear differential equations of the second order and their applications. //Rend, di Mat. 1971. V .1,3, 4. – P. 559-617.

[9] Фомин В.И. О решении задачи Коши для линейного дифференциального уравнения второго порядка в банаховом пространстве // Дифференц. уравнения. - 2002. - Т. 38, № 8. - С. 1140-1141.

[10] Roberts S.M. Boundary conditions of the second-order differential equations and the Riccati equations // Optimiz. Theory and Appl. 1983. Vol. 40. №3. P. 397-403.

[11] Dzhumabayev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary- value problem for an ordinary differential equation // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. 1989. Vol. 29. No 1. P. 34-46.

[12] Треногин В.А. Функциональный анализ. –М.: Наука, 1980. -496 с.

REFERENCES

[1] Andronov A.A., Vitt A.A., Khaikin S.E. Teoriya kolebanii. -M.: Nauka. 1981. - 918 p.

[2] Naimark M.A. Lineinie diiferencialnie operatori. M.: Nauka. 1969. -528 p.

[3] Samoilenko A.M., Ronto N.I. Chislenno-analiticheskie metody issledovaniya resheniya kraevikh zadach. Kiev: Nauk. dumka. 1985. - 224 p.

[4] Krein S.G., Laptev G.I. Granichnie zadachi dlya diffentialnich uravnenii vtorogo poryadka v banachovom prostranstve. // Differencialnie uravneniya. 1966. 2(3), P. 382 - 390.

[5] Krein S.G., Laptev G.I. Korrectnost granichnikh zadach dlya diffencialnogo uravneniya v banachovom prostranstve. // Differencialnie uravneniya. 1966. 2(7), P. 910- 926.

[6] Ermakov V.A. Differencialnie uravneniya vtorogo poriadka. Usloviya integriruemosti v konechnom vide. Kiev. // Universitetskie izvestiya. 1980. P.1-25.

[7] Elyiin M.I. Kachestvenii problemy lineinogo diffencialnogo uravneniya vtorogo poriyadka. //DAN SSSR. 1948. T.68 (2). P.221-224.

[8] Neuman F. Linear differential equations of the second order and their applications. //Rend, di Mat. 1971. V .1,3, 4. – P. 559-617.

[9] Fomin V.I. O reshenii zadachi Koshi dliya lineinogo diffenencialnogo uravneniya vtorogo poriyadka v banakhovom prostranstve //Differencialnie uravneniya. - 2002. - T. 38, № 8. - P. 1140-1141.

[10] Roberts S.M. Boundary conditions of the second-order differential equations and the Riccati equations // Optimiz. Theory and Appl. 1983. Vol. 40. №3. P. 397-403.

[11] Dzhumabayev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary- value problem for an ordinary differential equation // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. 1989. Vol. 29. No 1. P. 34-46.

[12] Trenogin B.A. Funkcionalnyi analiz. – M.: Nauka, 1980. -496 s.

О РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Э. А. Бакирова, Н. Б. Искакова, Т. Армия

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан,
Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан,
Казахский национальный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, краевая задача, разрешимость.

Аннотация. На основе метода параметризации получены необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Построены алгоритмы нахождения решения рассматриваемой задачи.

Поступила 17.03.2015 г.

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 20.03.2015.
Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
10,5 п.л. Тираж 300. Заказ 2.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19