

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

3 (301)

МАМЫР – МАУСЫМ 2015 ж.

МАЙ – ИЮНЬ 2015 г.

MAY – JUNE 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчекөв Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 120 – 125

DESCRIPTION OF ULTRACOLD ATOMS
IN A HARMONIC TRAP

S. A. Zhaugasheva¹, I. S. Ishmukhamedov², D. S. Valiolda¹, N. K. Zhussupova¹

¹Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Kazakhstan,

²Joint institute for nuclear research, Dubna, Russia.

E-mail: sazh_74@mail.ru, www.nazym.kaznu@mail.ru

Key words: energy spectrum, quantum oscillator, anharmonic oscillator, optical traps, ultracold atoms.

Abstract. We compute the ground state energy of two atoms in a one-dimensional geometry of a harmonic optical trap. We obtain a dependence of the energy on a one-dimensional scattering length, which corresponds to various strengths of the interaction potential $V_{\text{int}}(x) = V_0 \exp\{-2cx^2\}$ of a Gaussian type. The calculation is performed by numerical and analytical methods. For the analytical method we choose the oscillator representation method (OR), which has been successfully applied to computations of bound states of various few-body systems.

The main results of this paper are:

- 1) numerical investigation of the validity range of the previously used pseudopotential method;
- 2) investigation of the validity range of the OR for potential

$$V(x) = V_{\text{conf}}(x) + V_{\text{int}}(x) = \frac{x^2}{2} + V_0 \exp\{-2cx^2\}.$$

УДК 539.1.074.3

УЛЬТРАСУЫҚ АТОМДАРДЫҢ
ГАРМОНИКАЛЫҚ ТҰЗАҚТА БЕЙНЕЛЕНУІ

С. А. Жауғашева¹, И. С. Ишмұхамедов², Д. С. Валиолда¹, Н. Жүсіпова¹

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,

²Ядролық зерттеулердің біріккен институты, Дубна, Ресей

Тірек сөздер: энергиялық спектр, кванттық осциллятор, ангармоникалық осциллятор, оптикалық тұзақ, ультрасуық атомдар.

Аннотация. Жұмыста гармоникалық оптикалық тұзақтың бір өлшемді геометриясындағы екі атомның негізгі күйлерінің энергиялары есептелді. Энергияның атомаралық әсерлесу потенциалының әртүрлі $V_{\text{int}}(x) = V_0 \exp\{-2cx^2\}$ интенсивтіліктеріне жауап беретін біртекті шашырау ұзындығынан тәуелділігі алынды. Есептеулер сандық және аналитикалық әдістермен жүргізілді. Аналитикалық әдіс ретінде осцилляторда өрнектеу (ОӨ) әдісі таңдалып алынды, ол әртүрлі азбөлшекті жүйелердің байланысқан күйлерін есептеу үшін қолданылады.

Бұл жұмыстың негізгі нәтижелері:

1) бұл есептеулер үшін бұрын қолданылған нөлдік радиус потенциалын жуықтаудың қолданылу аймағын сандық зерттеу;

2) $V(x) = V_{\text{conf}}(x) + V_{\text{int}}(x) = \frac{x^2}{2} + V_0 \exp\{-2cx^2\}$ потенциалы үшін ОӨ әдісінің қолданылу шекарасын

зерттеу болып табылады.

Ультрасуық атомдар бойынша зерттеулер жүргізу асқын өткізгіштік, асқын аққыштық [1], кванттық компьютер элементтері үшін қолданылатын молекулалар пайда болатын химиялық реакциялар [1, 2], сондай-ақ Үлкен Жарылыс кезінде алғаш пайда болған кварк-глюонды плазма [1, 3] сияқты физикалық құбылыстарды басқару және модельдеу мүмкіндігін тудырады.

Бұл тәжірибелерде атомдар атомдардың сыртқы оптикалық потенциалмен әсерлесуінің нәтижесінде пайда болған шектеулі геометрияда болады [4, 5]. Мысал ретінде квазібірөлшемді және квазиөкіөлшемді оптикалық тұзақ геометриялары алынады [6]. Бірінші жағдайда (тұзақтың сигара типтес түріне сәйкес келетін) атомдар өстердің біреуінің бағытымен бойлай еркін қозғалады, ал олардың көлденең қозғалысы шектелген және квантталған. Екінші жағдайда ("құймақ" түріндегі тұзақ жағдайында) айнымалылардың біреуі бойынша қозғалысы квантталған болып табылады.

Оптикалық тұзақ тіке қойылатын оптикалық толқын болып табылады, оны нөлдік жуықтауда гармоникалық потенциалмен бейнелеуге болады. Ультрасуық атомдармен жүргізілген әртүрлі тәжірибелерде тұзақ потенциалы үшін гармоникалық жуықтауға негізделген теорияға қарсы келетін резонанстар анықталды [7]. Келесі жұмыс [7] авторларының айтуы бойынша мұндай теорияның тәжірибеден ауытқуы ангармоникалық түзетулермен шартталған. Алайда, бұл жұмыста орындалған, бірінші ретгі ауытқу теориясындағы ангармоникалық түзетулерді есептеуді қанағаттанарлық деп есептеуге болмайды [8].

Бұл жұмыс ауытқу теориясы аясынан тыс ангармонизмді бейнелеу жолындағы бірінші қадам болып табылады, мұнда біз біртекті жағдайдағы атомдардың негізгі күйлерінің энергияларын есептейміз, яғни атомаралық әсерлесу потенциалы мен тұзақ потенциалы біртекті болған жағдайда, соңғысы параболалық функциямен жуықталады. Дельта-функция түріндегі атомаралық әсерлесу жағдайы үшін мұндай есептеулер (нөлдік радиус псевдопотенциалы) [9] жұмыста келтірілген. Біздің жағдай Гаусстың реалистік потенциалын қолданумен ерекшеленеді. Осы жұмыстан айтарлықтай ауытқу байқалды (1, 2-сурет). Сондай-ақ атомаралық әсерлесудің шынайы үшөлшемді потенциалы үшін және тұзақтың екіөлшемді осцилляторлық потенциалы үшін спектрлер есептелді [10], мұнда псевдопотенциалды әдісте алынған нәтижеден ауытқу байқалды.

Қойылған есепті шешу үшін сандық әдісті де және аналитикалық әдісті де қолданамыз. Сандық есептеуде кері шашырау ұзындығының әсерлесу потенциалы параметрлерінен тәуелділігі есептелді. Энергияны есептеу екінші ретті ақырғы-айырмалы жуықтауды және кері итерация әдісін қолдану арқылы жүргізіледі. Энергияны есептеудің аналитикалық әдісі - осцилляторда өрнектеу (ОӨ) әдісі арқылы жүзеге асырылады. ОӨ әдісі өрістің скалярлық кванттық теориясы әдістері және идеяларына негізделген және оның эффективтілігі әртүрлі азбөлшекті жүйелердің байланысқан күйлерін есептеу кезінде көрінеді [8].

Негізгі күй энергиясы. Жұмыстың мақсаты біртекті гармоникалық тұзақты екі бозонды атомдардың сәйкес Ψ толқындық функциялары (ТФ) және E негізгі деңгей энергияларының атомаралық әсерлесу интенсивтілігінен тәуелділіктерін зерттеу болып табылады. Бұл есеп

$V_{\text{conf}}(x) = \frac{x^2}{2}$ гармоникалық потенциалдағы атомдардың салыстырмалы қозғалысының ТФ үшін

нөлдік шекаралық шарттары $\Psi(|x| \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ болатын Шредингердің біртекті теңдеуін (ШТ) шешуге келтіріледі:

$$\left\{ -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{x^2}{2} V_0 \exp\{-2cx^2\} \right\} \Psi(x) = E\Psi(x) \quad (1)$$

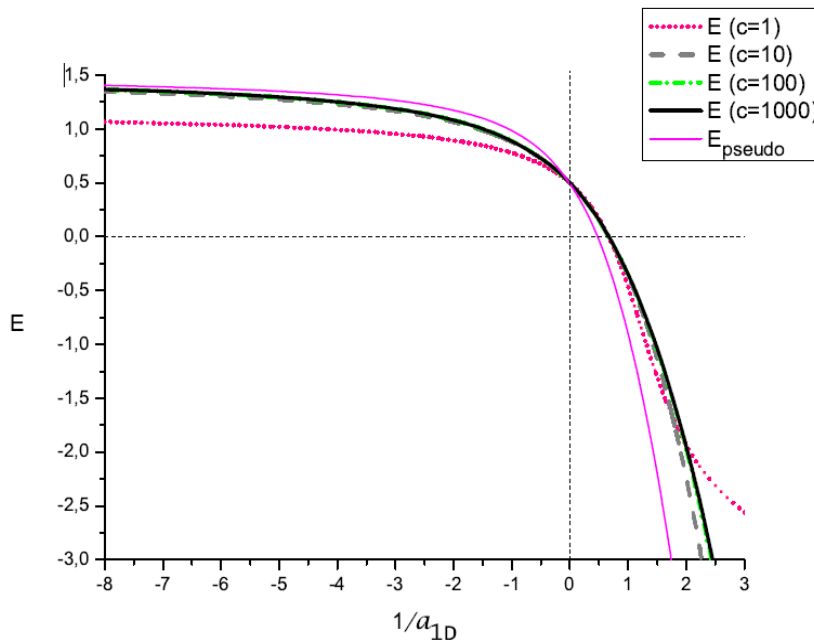
Осцилляторлық бірліктер жүйесін қолданамыз, онда энергиялар $\hbar\omega$ бірлігінде, ал ұзындықтар $\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ бірлігінде өлшенеді. Атомаралық әсерлесу $V_{\text{int}}(x) = V_0 \exp\{-2cx^2\}$ екіпараметрлік гаусстық потенциалмен модельденеді, мұндағы V_0 параметрі тереңдікті, ал c - потенциал енін анықтайды. Біз E және $\Psi(x)$ шамаларының V_{conf} тұзақтың ұстап тұру потенциалы болмаған кездегі $V_0 \exp\{-2cx^2\}$ біртекті гаусстық потенциалдағы $a_{1D}^{-1}(V_0)$ кері шашырау ұзындығынан тәуелділігін зерттедік. Алғашында $a_{1D}^{-1}(V_0)$ тәуелділігі $V_{\text{conf}} = 0$ жағдайында (1) ШТ сандық шешу кезінде $E > 0$ үздіксіз спектр үшін мынадай толқындық функцияға арналған шекаралық шарттармен есептелді:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \Psi(x) \approx \cos(k|x| + \delta(k)) \quad (2)$$

мұндағы $k = \sqrt{2E}$, ал $\delta(k)$ - шашырау фазасы. Сонымен қатар біртекті шашырау ұзындығы былай анықталады:

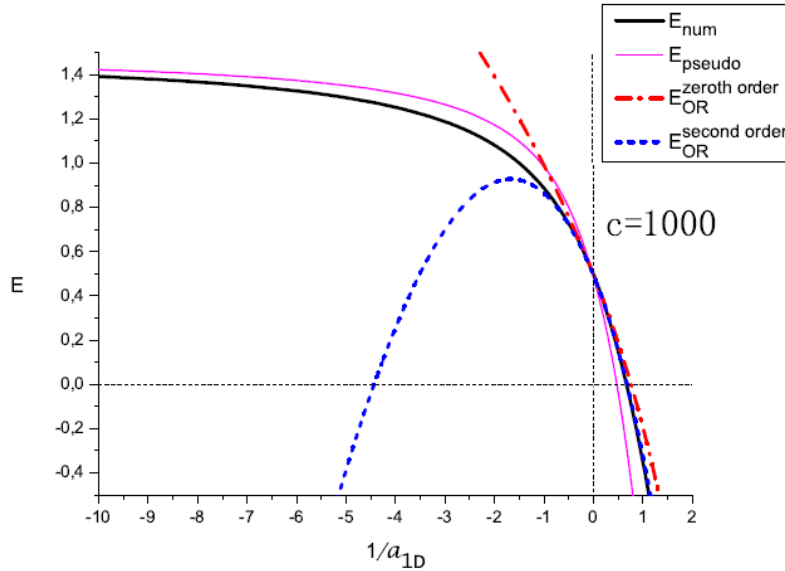
$$a_{1D} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\text{ctg}(\delta(k))}{k} \quad (3)$$

Есептің сандық шешімі үшін (1) меншікті мәндеріне кері итерация әдісі қолданылды. ШТ (1) кіретін туындыларды жуықтау үшін дәлдіктің екінші ретті ақырғы-айырмалы жуықтаулары қолданылды, олар \hbar^2 ретті қателікті қамтамасыз етеді, мұндағы \hbar - айырмалы тордың қадамы. Есептеу нәтижелері 1, 2-суретте көрсетілген.

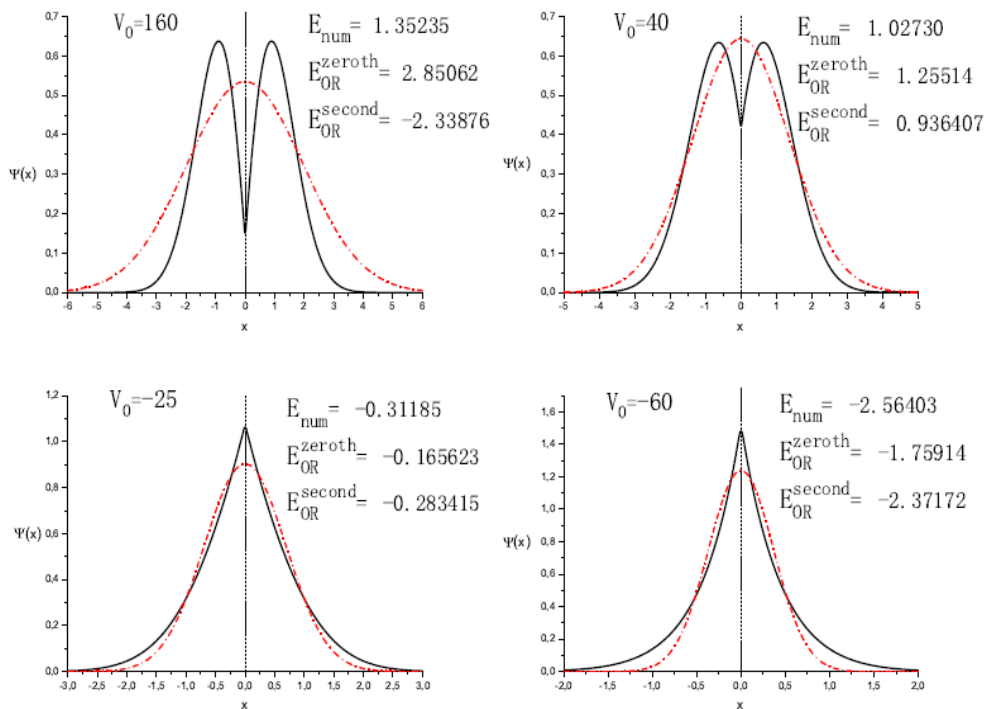


1-сурет – Өртүрлі c кезіндегі негізгі күй энергиялары;
 E_{pseudo} – [8]-де есептелген дельта-функция түріндегі жанасқан әсерлесу жағдайындағы энергия

Графиктен (1-сурет) көрініп тұрғандай, екі атомның әсерлесу потенциалының ($c, V_0 \rightarrow \infty$) бір уақытта тарылуы мен тереңдеуі кезінде, яғни графикте көрсетілген $1/a_{1D}$ диапозонда қысқа әрекетті әсерлесуге ауысу кезінде, біз ұқсас нәтиже аламыз. Осы нәтижені [8] жұмыстағы нәтижемен салыстырған кезде $1/a_{1D}$ оң мәндерінің аймағында өсетін қисықтардың сәйкес келмейтінін анықтаймыз. $c \rightarrow \infty$ шегінде Гаусс потенциалы сапалы түрде [8] жұмыста қолданылған нөлдік радиустағы потенциалға (псевдопотенциалға) ұмтылады. Алайда, жалпы түсініктен, атомдардың құрылымы болатыны белгілі, сондықтан потенциалдың ақырғы әсер радиусы болуы керек.



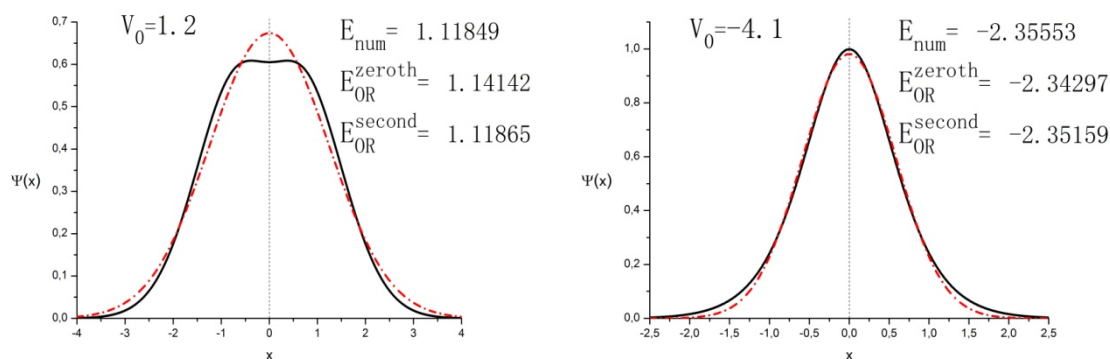
2-сурет – Әртүрлі әдістер есептеулерін салыстыру; E_{num} – энергияның сандық есептелуі, E_{pseudo} – [8]-де есептелген дельта-функция түрінде жанасқан әсерлесу жағдайындағы энергия, $E_{OR}^{zeroth\ order}$ – ОӨ нөлдік жуықтаудағы энергия, $E_{OR}^{second\ order}$ – ОӨ екінші жуықтаудағы энергия



3-сурет – Сандық есептеудегі ТФ мен ОӨ әдісіндегі ТФ $c = 1000$ үшін әртүрлі V_0 кезінде салыстыру. Тұтас сызық–сандық есептеудегі ТФ. Штрихталған сызықтар–нөлдік ретті ОӨ әдісіндегі ТФ. E_{num} – энергияның сандық есептелуі, E_{OR}^{zeroth} – ОӨ нөлдік жуықтаудағы энергия, E_{OR}^{second} – ОӨ екінші ретті жуықтаудағы энергия

ОӨ әдісінің ауытқу себебі осцилляторлық толқындық функцияның гаусстық көрінісінің шынайы ТФ көрінісінен ауытқуына байланысты, оны 3-суреттен көруге болады.

Осцилляторда өрнектеу әдісі (ОӨ). ОӨ әдісі көмегімен Шредингер теңдеуін (1) шешуге кірісейік. Бұл әдіс өрістің скалярлы кванттық теориясының идеялары мен әдістеріне негізделген. Әдістің толық сипаттамасы [9] жұмысында бейнеленген. Әдістің артықшылығы, оның аумағында потенциалдардың кең түрі үшін ауытқу теориясы қатары өте тез ұқсастырылатынында. Нөлдік жуықтауда байланысқан күйдің гамильтонианның негізгі күйі кейбір эффективті жиілігі Ω болатын осцилляторлық толқындық функциямен бейнеленеді деп болжанады. Ω жиілігі байланысқан күй болдыратын потенциалдан негізгі кванттық үлесті ескере алатындай етіп таңдалады. Ол үшін бастапқы гамильтонианда әзірге белгісіз Ω жиілігі бар осцилляторлық бөлігі бөлініп шығарылады, ал каноникалық айнымалыларды, координата мен импульсті a^+ туу және a жою операторлары арқылы өрнектейді, ал одан кейін оларды дұрыс формада реттейді. Ары қарай мұндай түрленген гамильтонианда каноникалық айнымалылар бойынша сызықты және квадраттық қосылғыштардың болмауы талап етіледі. Бұл шарт Ω –осциллятор жиілігін анықтайды және осцилляторлық көрініс шарты деп аталады. Осылайша, алынған ауытқу теориясының қатары эффективті қосылады.



4-сурет – Сандық есептеудегі ТФ мен ОӨ әдісіндегі ТФ $c = 1$ үшін әртүрлі V_0 кезінде салыстыру. Тұтас сызық – сандық есептеудегі ТФ. Штрихталған сызықтар – нөлдік ретті ОӨ әдісіндегі ТФ. E_{num} – энергияның сандық есептелуі, $E_{\text{OR}}^{\text{zeroth}}$ – ОӨ нөлдік жуықтаудағы энергия, $E_{\text{OR}}^{\text{second}}$ – ОӨ екінші ретті жуықтаудағы энергия

ӘДЕБИЕТ

- [1] Chin C., Grimm R., Julienne P.S., Tiesinga E. *Feshbach Resonances in Ultracold Gases*, Rev. Mod. Phys., **2010**, 82, 1225.
- [2] Ni K.-K., Ospelkaus S., Wang D., Quemener G., Neyenhuis B., de Miranda M.H.G., Bohn J.L., Ye J., Jin D.S. *Dipolar Collisions of Polar Molecules in the Quantum Regime*, Nature, **2010**, 464, 1324-1328.
- [3] Турлапов А.В., *Экспериментальное исследование ультрахолодного газа ферми-атомов*: Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. – Нижний Новгород, **2012**.
- [4] Пятаевский Л.П., *Конденсаты Бозе-Эйнштейна в поле лазерного излучения*, УФН, т. 176, **2006**, 345-364, №4.
- [5] Zurn G., Serwane F., Lompe T., Wenz A.N., Ries M.G., Bohn J.E., Jochim S. *Fermionization of Two Distinguishable Fermions*, Phys. Rev. Lett. **2012**, 108, 075303.
- [6] Haller E., Mark M.J., Hart R., Danzl J.G., Reichsollner L., Melezhik V., Schmelcherand P., Nagerl H.-C. *Confinement-Induced Resonances in Low-Dimensional Quantum Systems*, Phys. Rev. Lett. **2010**, 104, 153203.
- [7] Peng S.-G., Hu H., Liu X.-J., Drummond P.D. *Confinement-Induced Resonances in Anharmonic Waveguides*, Phys. Rev A, **2011**, 84, 043619
- [8] Dineykhаn M., Efimov G.V., Ganbold G., Nedelko S.N. *Oscillator Representation in Quantum Physics*. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, **1995**, V. 26.
- [9] Busch T., Englert B.-G., Rzazewski K., Wilkens M. *Two Cold Atoms in a Harmonic Trap*, Found. Phys. 28, **1998**, № 4, 549.
- [10] Bergeman T., Moore M.G., Olshani M. *Atom-Atom Scattering in the Presence of a Cylindrical Harmonic Potential: Numerical Results and an Extended Analytic Theory*, Phys. Rev. Lett., **2003**, 91, 163201.

REFERENCES

- [1] Chin C., Grimm R., Julienne P.S., Tiesinga E. *Feshbach Resonances in Ultracold Gases*, Rev. Mod. Phys., **2010**, 82, 1225.
- [2] Ni K.-K., Ospelkaus S., Wang D., Quemener G., Neyenhuis B., de Miranda M.H.G., Bohn J.L., Ye J., Jin D.S. *Dipolar Collisions of Polar Molecules in the Quantum Regime*, Nature, **2010**, 464, 1324-1328.
- [3] Турлапов А.В., *Экспериментальное исследование ультрахолодного газа ферми-атомов*: Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. – Нижний Новгород, **2012**.

- [4] Питаевский Л.П., *Конденсаты Бозе-Эйнштейна в поле лазерного излучения*, УФН, т. 176, **2006**, 345-364, №4.
- [5] Zurn G., Serwane F., Lompe T., Wenz A.N., Ries M.G., Bohn J.E., Jochim S. *Fermionization of Two Distinguishable Fermions*, Phys. Rev. Lett. **2012**, 108, 075303.
- [6] Haller E., Mark M.J., Hart R., Danzl J.G., Reichsollner L., Melezhik V., Schmelcherand P., Nagerl H.-C. *Confinement-Induced Resonances in Low-Dimensional Quantum Systems*, Phys. Rev. Lett. **2010**, 104, 153203.
- [7] Peng S.-G., Hu H., Liu X.-J., Drummond P.D. *Confinement-Induced Resonances in Anharmonic Waveguides*, Phys. Rev A, **2011**, 84, 043619
- [8] Dineykhon M., Efimov G.V., Ganbold G., Nedelko S.N. *Oscillator Representation in Quantum Physics*. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, **1995**, V. 26.
- [9] Busch T., Englert B.-G., Rzazewski K., Wilkens M. *Two Cold Atoms in a Harmonic Trap*, Found. Phys. 28, **1998**, № 4, 549.
- [10] Bergeman T., Moore M.G., Olshanii M. *Atom-Atom Scattering in the Presence of a Cylindrical Harmonic Potential: Numerical Results and an Extended Analytic Theory*, Phys. Rev. Lett., **2003**, 91, 163201.

ОПИСАНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ АТОМОВ В ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛОВУШКЕ

С. А. Жаугашева¹, И. С. Ишмухамедов², Д. С. Валиолда¹, Н. К. Жусупова¹

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

Ключевые слова: энергетический спектр, квантовый осциллятор, ангармонический осциллятор, оптическая ловушка, ультрахолодные атомы.

Аннотация. В работе выполнен расчет энергии основного состояния двух атомов в одномерной геометрии гармонической оптической ловушки. Получена зависимость энергии от одномерной длины рассеяния, отвечающей различным интенсивностям потенциала межатомного взаимодействия $V_{\text{int}}(x) = V_0 \exp\{-2cx^2\}$. Расчет произведен численным и аналитическим методами. В качестве аналитического метода выбран метод осцилляторного представления (ОП), успешно применяемый для расчета связанных состояний различных малочастичных систем.

Основными результатами данной работы являются:

- 1) численное исследование области применимости в этой задаче ранее использованного приближения потенциала нулевого радиуса;
- 2) исследование границы применимости метода ОП для потенциала

$$V(x) = V_{\text{conf}}(x) + V_{\text{int}}(x) = \frac{x^2}{2} + V_0 \exp\{-2cx^2\}$$

Поступила 25.02.2015 г.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*

Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 9.06.2015.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

15,7 п.л. Тираж 300. Заказ 3.