

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

3 (301)

МАМЫР – МАУСЫМ 2015 ж.

МАЙ – ИЮНЬ 2015 г.

MAY – JUNE 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ

ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 15 – 20

**ABOUT AN ANALYTIC SOLUTION
TO THE EQUATION DESCRIBING
THE PROCESS OF SECOND HARMONIC GENERATION
IN TRANSITION METAMATERIALS****Zh. A. Kudyshev¹, A. E. Davletov¹, I. R. Gabitov², A. Kisan¹, Ye. S. Mukhametkarimov¹**¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,²Arizona University, Tucson, USA.

E-mail: askar@physics.kz, ildar.gabitov@gmail.com, z.kudyshev@gmail.com

Key words: metamaterial with zero refractive index, second harmonic generation, FDTD method.

Abstract. On the basis of the classical Maxwell's equations the corresponding wave equations are derived for description of multiwave interactions in transition metamaterials whose refractive index varies along the sample from positive to negative values. The phenomenon of second harmonic generation is predicted in the transition layer near the point at which the refractive index turns zero, even at low intensities of the fundamental pumping wave. An analytical solution of the corresponding equations are found and specific recommendations are developed for the construction of a compact second harmonic generator based on transition metamaterials. Second harmonic generation process was investigated in metamaterials, refractive index, which varies from negative to positive values. Shows that zero-point refractive index increases dramatically the amount field of the fundamental wave pumping, resulting in non-linear effects even for the weak intensity falling on the pattern of the waves.

When the wavelength of characteristic size of structures in the metamaterials a record of non-local effects. In this regard, it should be noted that there is some optimal thickness of transition layer in which the efficient conversion of energy into a second harmonics will construct an efficient generator.

УДК 535:530.182

**ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ,
ОПИСЫВАЮЩЕГО ПРОЦЕСС ГЕНЕРАЦИИ
ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ****Ж. А. Кудышев¹, А. Е. Давлетов¹, И. Р. Габитов², А. Кисан¹, Е. С. Мухаметкаримов¹**¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан,²Университет Аризоны, г. Тусон, штат Аризона, США**Ключевые слова:** метаматериал с нулевым показателем преломления, генерация второй гармоники, метод FDTD.

Аннотация. На основе классических уравнений Максвелла выведены уравнения, описывающие многоволновое взаимодействие в переходных метаматериалах, показатель преломления которых меняется вдоль образца от положительных до отрицательных значений. Предсказано явление генерации второй гармоники в переходном слое, вблизи которого коэффициент преломления обращается в нуль, даже при слабых интенсивностях фундаментальной волны накачки. Получены аналитические решения соответствующих уравнений и разработаны конкретные рекомендации для создания компактного генератора второй гармоники на переходном метаматериале.

Введение. В 2001 Роджер Валсер из Университета Остин в Техасе ввел в употребление термин метаматериалы [1]. Этим термином обозначались структурированные композиты, свойства и предельные характеристики которых существенно отличались от характеристик обычных материалов, встречающихся в природе. Позже этот термин был подхвачен и введен в широкое употребление Американским Оборонным Агентством Перспективных Исследований (DARPA) в контексте программы «DARPA Metamaterials», стартовавшей в 2001 году.

С 2001 года интерес научной общественности к метаматериалам демонстрирует только устойчивый рост, о чем свидетельствует экспоненциальное увеличение числа публикаций. Этот интерес подогревается большими перспективами приложений метаматериалов в фотонике [2-5], информационных технологиях [6], нанoeлектронике [7], биомедицине [8-9] и т.д. В настоящее время продемонстрированы уникальные возможности для манипулирования световыми потоками, что привело к значительному прогрессу в области трансформационной оптики [10]. В частности, большую известность получили эксперименты с невидимостью [11-13], оптическими иллюзиями, световыми переключателями, а также эксперименты по созданию материалов с заданным пространственным распределением оптических характеристик. Большие успехи достигнуты в технологии сенсоров сверхвысокой чувствительности, обеспечивающих регистрацию всего лишь нескольких молекул [14]. Другим примером является использование метаматериалов для создания оптических приборов с разрешающей способностью выше дифракционного предела [15, 16]. Впечатляющие возможности метаматериалов были продемонстрированы на примере создания нанолазера [17] (известного в литературе как спазер [18]), размер которого много меньше длины излучаемой волны.

Генерация второй гармоники в переходном слое метаматериала. Физика явления резонансного усиления поля в переходных метаматериалах может быть описана следующим образом. Для падающих поперечных магнитных волн (так называемые ТМ-волны) тонкий слой, вблизи которого показатель преломления близок к нулю, может быть рассмотрен как очень тонкий конденсатор, способный накапливать значительную энергию электрического поля, которая ограничена на практике диссипативными явлениями и дисперсией волн. При этом особо следует подчеркнуть, что накопление энергии возможно только при касательном падении света на слой с нулевым показателем преломления, так как в этом случае электрическое поле волны имеет компоненту, совпадающую с направлением преимущественного распространения волны. В силу того, что вектор электрического смещения должен оставаться непрерывным электрическое поле должно неограниченно возрастать, так как диэлектрическая проницаемость стремится к нулю. Это и приводит к возможности сильного увеличения напряженности электрического поля и проявлению нелинейных эффектов даже при слабых интенсивностях падающих волн.

Изучим резонансное усиление поля в переходных метаматериалах с квадратичной нелинейностью, которое способно привести к созданию очень компактных генераторов второй гармоники при слабых интенсивностях падающих волн. На рисунке 1(а) схематически показано касательное падение электромагнитной волны на переходный слой метаматериала. На частоте фундаментальной волны ω_1 реальная часть линейного коэффициента преломления $n(\omega_1, x) = \varepsilon_1(\omega_1, x)\mu_1(\omega_1, x)$ постепенно меняется от положительного до отрицательного значения, как показано на рисунке 1(б), в то время как мнимая часть возрастает с координатой, как показано на рисунке 1(с). Для волны второй гармоники $\omega_2 = 2\omega_1$ считается, что знак реальной части коэффициента преломления остается положительным вдоль всего образца. Вдоль оси y переходный слой считается однородным. Отметим, что отрицательность показателя преломления обычно достигается использованием плазмонного резонанса в металлических наноструктурах, а значит распространение волн должно сопровождаться значительными потерями энергии. Поэтому мы считаем, что потери энергии на фундаментальной частоте существенно выше, чем на частоте волны второй гармоники, как показано на рисунке 1(с). Нелинейная компонента коэффициента преломления предполагается пространственно однородной и определяется нелинейной восприимчивостью второго порядка $\chi^{(2)}$.

В дальнейшем считается, что волна накачки и генерируемая ей волна второй гармоники представляют собой ТМ-поляризованные волны со следующими компонентами: $\vec{H}^{(j)} = \{0, 0, H_x^{(j)}\}$ и $\vec{E}^{(j)} = \{E_x^{(j)}, E_y^{(j)}, 0\}$, где индексы $j = 1, 2$ соответствуют фундаментальной волне и второй гармонике

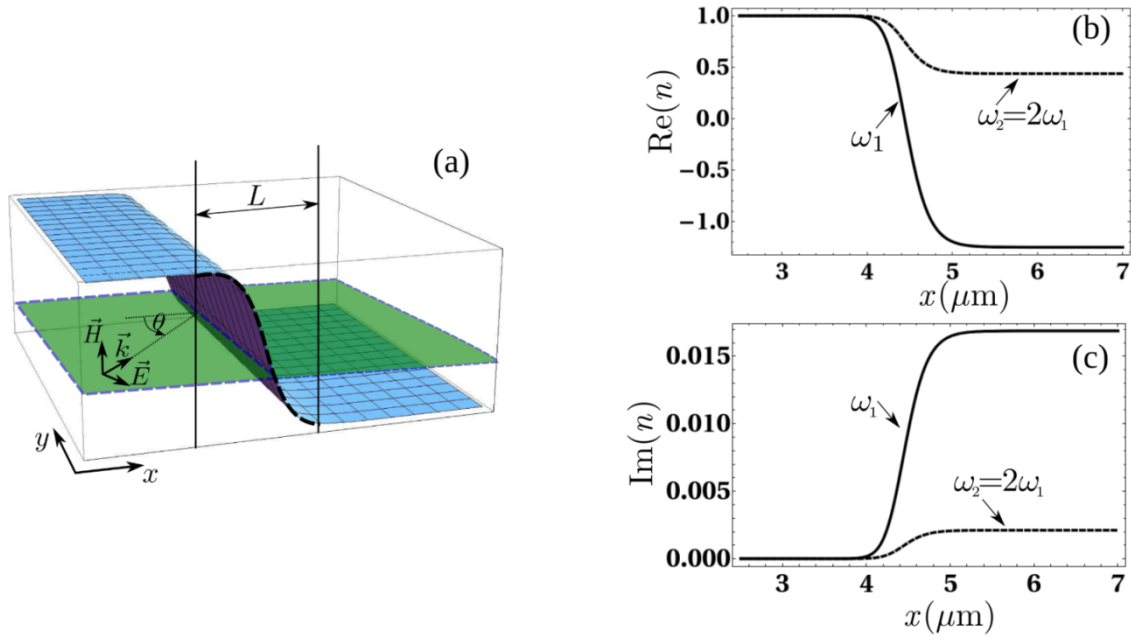


Рисунок 1 – (а) Схема падения ТМ-поляризованной волны внутри переходного слоя толщиной L ;
 (б) Пространственное распределение реальной части коэффициента преломления $n_j(x) = \sqrt{\varepsilon_j(x)\mu_j(x)}$ на фундаментальной частоте (сплошная линия) и частоте волны второй гармоники (штриховая линия);
 (с) Пространственное распределение мнимой части коэффициента преломления на фундаментальной частоте (сплошная линия) и частоте волны второй гармоники (штриховая линия)

соответственно. В этом случае система волновых уравнений, описывающих данный процесс, принимает вид:

$$\varepsilon_1(x) \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\varepsilon_1(x)} \frac{d\tilde{H}_z^{(1)}}{dx} \right] + \frac{d^2\tilde{H}_z^{(1)}}{dy^2} + \frac{\omega_1^2}{c^2} \varepsilon_1(x) \mu_1(x) \tilde{H}_z^{(1)} = 4\pi \frac{i\omega_1}{c} \left[\varepsilon_1(x) \frac{d}{dx} \left(\frac{\tilde{P}_y^{(1)}}{\varepsilon_1(x)} \right) - \frac{d\tilde{P}_x^{(1)}}{dy} \right], \quad (1)$$

$$\frac{d^2\tilde{H}_z^{(2)}}{dx^2} + \frac{d^2\tilde{H}_z^{(2)}}{dy^2} + \frac{\omega_2^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_2 \tilde{H}_z^{(2)} = 4\pi \frac{i\omega_2}{c} \left[\frac{d\tilde{P}_y^{(2)}}{dx} - \frac{d\tilde{P}_x^{(2)}}{dy} \right]. \quad (2)$$

Здесь $\tilde{P}^{(j)}$ – нелинейная поляризация фундаментального поля $\tilde{P}^{(1)} = \chi^{(2)}(\tilde{E}^{(1)})^*$ и поля волны второй гармоники $\tilde{P}^{(2)} = \chi^{(2)}(\tilde{E}^{(1)})^2$, c – скорость света в вакууме.

Так как среда является однородной вдоль оси y , то магнитные компоненты полей волн могут быть записаны в виде $\tilde{H}_z^{(j)} = \Phi_j(x) \exp(ik_y^{(j)}y)$. Тогда уравнения (1) и (2) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi_1}{dx^2} - \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{d\varepsilon_1}{dx} \frac{d\Phi_1}{dx} + \frac{\omega_1^2}{c^2} (\varepsilon_1 \mu_1 - \sin^2(\theta_0)) \Phi_1 = \\ = 4\pi \frac{i\omega_1}{c} \left[\varepsilon_1 \frac{d}{dx} \left(\frac{\tilde{P}_y^{(1)}}{\varepsilon_1} \right) - \frac{d\tilde{P}_x^{(1)}}{dy} \right] e^{-ik_y^{(j)}y}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{d^2\Phi_2}{dx^2} + \left(\frac{\omega_2^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_2 - (k_y^{(2)})^2 \right) \Phi_2 = 4\pi \frac{i\omega_2}{c} \left[\frac{d\tilde{P}_y^{(2)}}{dx} - \frac{d\tilde{P}_x^{(2)}}{dy} \right] e^{-ik_y^{(j)}y}. \quad (4)$$

Если волна накачки падает продолжительное время, а нелинейные эффекты малы, то правую часть уравнения (3) можно положить равной нулю и оно становится независимым от уравнения (4). Следует отметить, что в этом случае дифференциальное уравнение (3) описывает распространение электромагнитной волны через переходным слой, которое было рассмотрено в [19].

Уравнение (4) для волны второй гармоники может быть приведено к следующему виду:

$$\frac{d^2\Phi_2}{d\zeta^2} + \kappa^2\Phi_2 = F(\zeta), \quad (5)$$

где $\kappa^2 = \frac{\omega_2^2}{c^2}\varepsilon_2\mu_2 - (k_y^{(2)})^2$, $\zeta = x/L$ – безразмерная координата, а L – эффективная толщина переходного слоя.

Это известное дифференциальное уравнение, описывающее вынужденные колебания осциллятора под действием внешней силы $F(\zeta)$, которая в данном случае определяется фундаментальной волной накачки. Правую часть уравнения (5) можно переписать как:

$$F(\zeta) = 8\pi\chi^{(2)}\frac{i\omega_2}{c}\left[\tilde{E}_y^{(1)}\frac{d\tilde{E}_y^{(1)}}{d\zeta} - i\beta_0\sin(\theta_0)(\tilde{E}_y^{(1)})^2\right]\exp(-i\Delta k_y y), \quad (6)$$

где $\Delta k_y = k_y^{(2)} - 2k_y^1 = k_y^{(2)} - 2k_0\sin(\theta_0)$ – фазовая расстройка между y -компонентами волновых векторов фундаментальной волны и волны второй гармоники, а $\beta_0 = k_0L$ – безразмерный волновой вектор k_0 . Здесь мы предположили, что $\Delta k_y = 0$, а соответствующее пространственное распределение $F(\zeta)$ показано на рисунке 2(а).

Общее решение уравнения (5) может быть получено в следующей форме:

$$\Phi_2(\zeta) = \Phi_2^+ + \Phi_2^- = C_+(\zeta)\exp(ik\zeta) + C_-(\zeta)\exp(-ik\zeta), \quad (7)$$

где
$$C_+(\zeta) = \frac{1}{2ik}\int_{E_{min}}^{\zeta} F(\eta)\exp(-ik\eta)d\eta, \quad C_-(\zeta) = -\frac{1}{2ik}\int_{E_{min}}^{\zeta} F(\eta)\exp(ik\eta)d\eta.$$

Это решение показывает, что порождаемая волна второй гармоники представляет собой суперпозицию волн, сгенерированных в прямом и обратном направлениях с амплитудами $C_+(\zeta)$ и $C_-(\zeta)$ соответственно. Пространственные распределения реальных частей поля волн второй гармоники $\tilde{H}_z^{(2)}$, порожденных в прямом и обратном направлениях, показаны на рисунке 2 (b).

Используя материальные уравнения для волны второй гармоники, электрические компоненты могут быть найдены в виде:

$$E_x^{(2)} = \frac{1}{\varepsilon_2}\left[\frac{ic}{\omega_2 L}\frac{\partial\tilde{H}_z^{(2)}}{\partial\xi} - 4\pi\chi^{(2)}(\tilde{E}_x^{(1)})^2\right], \quad (8)$$

$$E_y^{(2)} = -\frac{1}{\varepsilon_2}\left[\frac{ic}{\omega_2 L}\frac{\partial\tilde{H}_z^{(2)}}{\partial\xi} + 4\pi\chi^{(2)}(\tilde{E}_y^{(1)})^2\right], \quad (9)$$

где $\xi = y/L$ – безразмерная координата.

Как видно из полученных выше выражений, в случае наклонного падения волн в области «нулевой» точки ζ_0 второй член, пропорциональный $(\tilde{E}_x^{(1)})^2$, дает главный вклад в x -компоненту поля волны второй гармоники. Пространственное распределение абсолютной величины $E_x^{(2)}$ показано на рисунке 2(с). Поэтому можно сделать вывод, что при непрерывной накачке взаимодействие фундаментальных волн приводит к сильному усилению волны второй гармоники вблизи «нулевой» точки.

Заключения и выводы. В данной работе исследовался процесс генерации второй гармоники в метаматериалах, коэффициент преломления которых меняется от отрицательных до положительных значений. Показано, что вблизи точки с нулевым показателем преломления резко возрастает величина поля фундаментальной волны накачки, что приводит к появлению нелинейных эффектов даже для слабых интенсивностей падающих на образец волн.

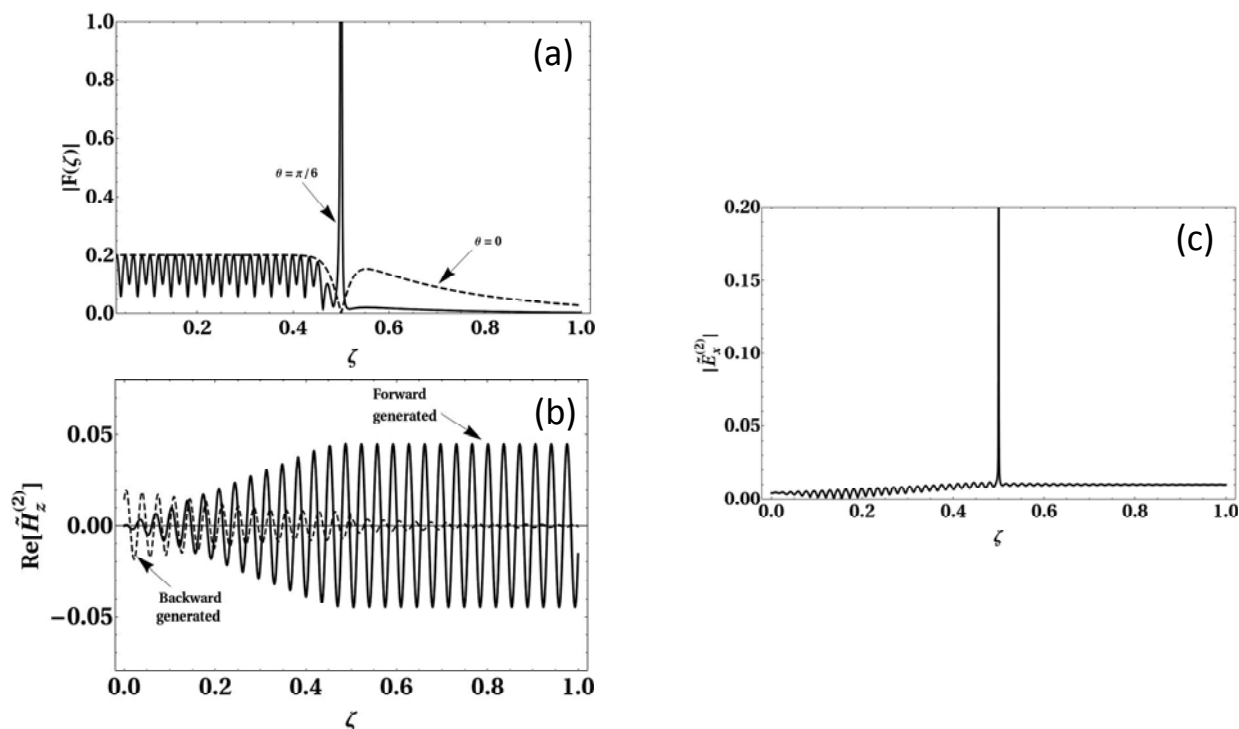


Рисунок 2 – (а) Зависимость абсолютной величины внешнего $|F(\zeta)|$ от ζ при фиксированной величине $\chi^{(2)} = 0.001$ и различных значений углов падения: сплошная линия – $\theta = 30^\circ$; штриховая линия – $\theta = 0$;

(б) Пространственное распределение реальной части $\tilde{H}_z^{(2)}$ волны второй гармоники, сгенерированной в прямом (сплошная линия) и обратном (штриховая линия) направлениях при фиксированном угле падения $\theta = 30^\circ$;

(с) Пространственное распределения абсолютной величины электрического поля $E_x^{(2)}$ волны второй гармоники от ζ при фиксированном угле падения $\theta = 30^\circ$

С практической точки зрения эффективная генерация второй гармоники достигается при неколлинеарном взаимодействии волн, а с увеличением толщины переходного слоя соответствующие интенсивности должны уменьшаться вследствие потерь энергии. Поэтому чем тоньше слой, тем лучше будет построенный генератор. Однако, создание очень тонких метаматериальных слоев с высоким градиентом оптических свойств является нетривиальной технической задачей. Кроме этого, при достижении длиной волны характерных размеров структур в метаматериале необходим учет нелокальных эффектов. В связи с этим следует отметить, что существует некоторая оптимальная толщина переходного слоя, при которой эффективное преобразование энергии во вторую гармонику позволит сконструировать соответствующий эффективный генератор.

REFERENCES

- [1] Walser R.M. Electromagnetic metamaterials, in Proc. SPIE 4467 Complex Mediums II: Beyond Linear Isotropic Dielectrics, **2001**, Vol. 1, 1–15 (in Eng.).
- [2] Streekanth K.V. et. al. Excitation of surface electromagnetic waves in a graphene-based Bragg grating, *Nature Scientific Reports*, **2012**, Vol. 2, id. 737 (in Eng.).
- [3] Linden S., Enkrich C., Dolling G., Matthias W. Klein, Zhou Ji., Koschny T., Soukoulis Costas M., Burger S., Schmidt F., and Martin Wegener. Photonic Metamaterials: Magnetism at Optical Frequencies, *IEEE journal of selected topics in quantum electronics*, **2006**, Vol. 12(6) (in Eng.).
- [4] Photonic Metamaterials, Encyclopedia of Laser Physics and Technology, I and II Wiley, **2008**, 18, P. 1 (in Eng.).
- [5] Capolino F. Applications of Metamaterials, Taylor & Francis, **2009**, pp. 29-1, 25-1. ISBN 978-1-4200-5423-1 (in Eng.).
- [6] Shigeki T. Left-Handed Metamaterial Technologies Significant for Information and Communication Devices, *Science & Technology trends* 3, P. 36-50 (in Eng.).
- [7] Nader E., Alessandro S., Andrea Alu. Circuit Elements at Optical Frequencies: Nanoinductors, Nanocapacitors, and Nanoresistor, *Physical Review Letters*, **2009**, Vol. 95, Issue 9. 095504., pp.4 (in Eng.).
- [8] La Spada L., Bilotti F., Vegni L. Metamaterial biosensor for cancer detection, *IEEE Sensors*, **2001**, P. 627–630 (in Eng.).
- [9] Melik R., Unal E., Puttlitz C., Demir H. V. Wireless metamaterial RF-MEMS strain sensors, *Appl. Phys. Lett*, **2009**, Vol. 95 (in Eng.).
- [10] Shalaev V.M. PHYSICS: Transforming light, *Science*, **2008**, Vol. 322(5900), P. 384-386 (in Eng.).

- [11] Schurig D., Mock J. J., Justice B. J., Cummer S. A., Pendry J. B., Starr A. F., and Smith D. R. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, *Science*, **2006**, Vol. 314, P.977 (in Eng.).
- [12] Cai W., Chettiar U. K., Kildishev A. V., and Shalaev V. M. Optical cloaking with metamaterials, *Nature Photonics*, **2007**, Vol.1, P.224(in Eng.).
- [13] Valentine J., Li J., Zentgraf T., Bartal G., and Zhang X. An optical cloak made of dielectrics, *Nature Materials*, **2009**, Vol.8, P.568 (in Eng.).
- [14] Kabashin A.V., Evans P., Pastkovsky S., Hendren W., Wurtz G.A., Atkinson R., Pollard R., Podolskiy V.A., Zayats A.V. Plasmonic nanorod metamaterials for biosensing, *Nat Mater*, **2009**, Vol. 8(11)867-71 (in Eng.).
- [15] Pendry J. B., Schurig D., and Smith D. R. Controlling Electromagnetic Fields, *Science*, **2006**, Vol. 23, P. 1780-1782 (in Eng.).
- [16] Grbic A. and Eleftheriades G. V. Overcoming the diffraction limit with a planar left-handed transmission-line lens, *Phys. Rev. Lett.*, **2004**, Vol.92,117403 (in Eng.).
- [17] Noginov M.A., Zhu G., Belgrave A.M., Bakker R., Shalaev V.M., Narimanov E.E., Stout S., Herz E., Suteewong T., Wiesner U. Demonstration of a spaser-based nanolaser, *Nature*, **2009**, Vol. 460, P. 1110-1112 (in Eng.).
- [18] David J. Bergman and Mark I. Stockman. Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation: Quantum Generation of Coherent Surface Plasmons in Nanosystems, *Phys. Rev. Lett.*, **2003**, Vol. 90. (027402) (in Eng.).
- [19] Litchinitser N. M., Maimistov A. I., Gabitov I. R., Sagdeev R. Z., and Shalaev V. M. Metamaterials: electromagnetic enhancement at zero-index transition, *Opt. Lett.*, **2008**, Vol. 33, P. 2350-2352(in Eng.).

**АУЫСПАЛЫ МЕТАМАТЕРИАЛДАРДАҒЫ ЕКІНШІ РЕТТІ ГАРМОНИКАНЫҢ
ГЕНЕРАЦИЯСЫ ПРОЦЕССИН СИПАТТАЙТЫН ТЕНДЕУЛЕРДІҢ
АНАЛИТИКАЛЫҚ ШЕШІМДЕРІ**

Ж. А. Кудышев¹, А. Е. Давлетов¹, И. Р. Габитов², А. Кисан¹, Е. С. Мухаметкаримов¹

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан,
²Аризона Университеті, Тусон, Аризона, США

Тірек сөздер: сыну көрсеткіші нөлге тең метаматериал, екінші ретті гармониканың генерациясы, FDTD әдісі.

Аннотация. Классикалық Максвелл теңдеулерінің негізінде, сыну көрсеткіші оң мәннен теріс мәнге дейін өзгертін ауыспалы метаматериалдардағы көптолқындардың әсерлесуін сипаттайтын теңдеулер қорытылып шығарылды. Түскен толқынның аз интенсивтілігінде де байқалатын, сыну көрсеткіші нөлге ұмтылатын шекаралық қабаттағы екінші ретті гармониканың генерациясы құбылысын байқау мүмкіндіктері қарастырылды. Алынған теңдеулердің аналитикалық шешімдері анықталып, ауыспалы метаматериалдардың негізінде екінші ретті гармониканың шағын генераторын жасау нұсқаулары келтірілді.

Поступила 25.02.2015 г.

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.