

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

3 (301)

МАМЫР – МАУСЫМ 2015 ж.

МАЙ – ИЮНЬ 2015 г.

MAY – JUNE 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 204 – 207

UDC 517.957.6

**ANALYTICAL SOLUTION OF THE HEAT EQUATION
WITH DISCONTINUOUS COEFFICIENTS
AND BOUNDARY FLUX CONDITION**

M. M. Sarsengeldin, N. T. Bizhigitova

Suleyman Demirel University, Almaty, Qaskelen, Kazakhstan.

E-mail: merey@mail.ru

Key words: Integral Error Functions, heat polynomials, moving boundaries.

Abstract. This paper is a continuation of study on analytical solution of heat equation with third type boundary conditions where initial conditions were not considered. Solution of the problem was found analytically.

Introduction. A lengthy paper [1] by D. V. Widder devoted to properties of heat polynomials. Classical methods represented in [2] and [3] are inapplicable for degenerate domains. In this paper we consider analytical solution of the heat equation with discontinuous coefficients in domain with moving boundary which degenerate at the initial time. We follow the method represented in [4] and utilize heat polynomials and integral error functions to solve the problem.

Problem statement. It is required to find the solution of the Heat Equation

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \alpha(t), \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}, \quad \alpha(t) < x < \infty \quad (1)$$

with the boundary and initial conditions:

$$-\lambda_1 \frac{\partial u_1(0,t)}{\partial x} = f(t) \quad (2)$$

$$u_2(x, 0) = \varphi(x), \quad (3)$$

the conditions of conjugations of temperature and heat flux on a free boundary are

$$u_2(\infty, t) = 0 \quad (4)$$

$$x = \alpha(t): \quad u_1(\alpha(t), t) = u_2(\alpha(t), t) = U_m \quad (5)$$

$$\alpha(0) = 0, \quad u_2(\infty, t) = 0 \quad (6)$$

Problem solution. We represent the solution in the following form:

$$u_1(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} (2a_1 t)^n \left[i^{2n} \operatorname{erfc} \frac{-x}{2a_1 \sqrt{t}} + i^{2n} \operatorname{erfc} \frac{x}{2a_1 \sqrt{t}} \right] + \quad (7)$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} (2a_1 t)^{\frac{2n+1}{2}} \left[i^{2n+1} \operatorname{erfc} \frac{-x}{2a_1 \sqrt{t}} - i^{2n+1} \operatorname{erfc} \frac{x}{2a_1 \sqrt{t}} \right]$$

$$u_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n (2a_2 t)^{n/2} \left[i^n \operatorname{erfc} \frac{-x}{2a_2 \sqrt{t}} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} C_n (2a_2 t)^{n/2} \left[i^n \operatorname{erfc} \frac{x}{2a_2 \sqrt{t}} \right] \quad (8)$$

where coefficients $A_{2n}, A_{2n+1}, B_n, C_n$ have to be found. Using Hermite polynomials we represent (7) in the form of Heat polynomials:

$$u_1(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m} t^m \beta_{2n,m} + A_{2n+1} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m+1} t^m \beta_{2n+1,m} \tag{9}$$

Making substitution $\sqrt{t} = \tau$

$$u_1(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m} \tau^{2m} \beta_{2n,m} + A_{2n+1} \sum_{m=0}^n x^{2n-2m+1} \tau^{2m} \beta_{2n+1,m} \tag{10}$$

From (5) for $x = 0$

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{1}{-\lambda_1} P(t)$$

Using above expression we have

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} t^n \beta_{2n+1,n} = \frac{1}{-\lambda_1} P(t)$$

$$A_{2n+1} = -\frac{1}{\lambda_1 \beta_{2n+1,n}} \cdot \frac{P^{(n)}(0)}{n!} \tag{11}$$

To find A_{2n} we use multinomial coefficients of Newton's Polynomials.

It is known that

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=n} \binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} \prod_{1 \leq i \leq m} x_i^{k_i}$$

where $\binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_m} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!}$ is a *multinomial coefficient*

for

$$\beta(t) = \alpha_1 t^{1/2} + \alpha_2 t^1 + \alpha_{n+1} t^{3/2} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{n+1} t^{\frac{n+1}{2}} \tag{12}$$

after making substitution $\tau = \sqrt{t}$ we have

$$(\alpha_1 \tau + \alpha_2 \tau^2 + \dots + \alpha_{m+1} \tau^{m+1})^n = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_{m+1}=n} \binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_{m+1}} \cdot \alpha_1^{k_1} \alpha_2^{k_2} \dots \alpha_{m+1}^{k_{m+1}} \tau^{k_1+2k_2+\dots+(m+1)k_{m+1}} \tag{13}$$

where

$$\binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_{m+1}} \alpha_1^{k_1} \alpha_2^{k_2} \dots \alpha_{m+1}^{k_{m+1}} \tag{14}$$

is a multinomial coefficient in our case

Thus to derive recurrent formula for A_{2n} , we take both sides of (5), $2k -$ times derivatives at $\tau = 0$, we use multinomial coefficients and get following expressions.

$$0 \equiv 0^{(4l)} = \sum_{n=1}^l A_{2n} \sum_{m=0}^{n-1} C_{2n,m} [4l] + \sum_{n=l+1}^{2l-1} A_{2n} \sum_{m=0}^{2l-n-1} C_{2n,m+2(n-l)} [4l] \beta_{2n,m+2(n-l)} + A_{4l} \beta_{4l,2l} +$$

$$+ \sum_{n=1}^l A_{2n-1} \sum_{m=0}^{n-1} C_{2n-1,m} [4l] \beta_{2n-1,m} + \sum_{n=l+1}^{2l} A_{2n-1} \sum_{m=0}^{2l-n} C_{2n-1,m+2(n-l)-1} [4l] \beta_{2n-1,m+2(n-l)-1} \tag{15}$$

where $l=1,2,\dots$ and

$$\begin{aligned}
 0 \equiv 0^{(2(2l-1))} &= \sum_{n=l}^{l-1} A_{2n} \sum_{m=0}^{n-1} C_{2n,m} [2(2l-1)] \beta_{2n,m} + \sum_{n=l}^{2l-2} A_{2n} \sum_{m=1}^{2l-n-1} C_{2n,m+2(n-l)} [2(2l-1)] \beta_{2n,m+2(n-l)} + \\
 &+ A_{4l-2} \beta_{4l-2,2l-1} [2(2l-1)] + \sum_{n=0}^{l-1} A_{2n+1} \sum_{m=0}^n C_{2n+1,m} [2(2l-1)] \beta_{2n+1,m} + \\
 &+ \sum_{n=l}^{2l-2} A_{2n+1} \sum_{m=1}^{2l-n-1} C_{2n+1,m+2(n-l)+1} [2(2l-1)] \beta_{2n+1,m+2(n-l)+1} \\
 A_0 &= 0
 \end{aligned} \tag{16}$$

Thus A_{2n} , coefficients are found explicitly and can be calculated from (15) and (16) where $C_{i,j}[4l]$ or $C_{i,j}[4l-2]$ multinomial coefficients or sums of coefficients at $\beta_{i,j}$.

B_n coefficients can be found from (3).

$$B_n = \frac{1}{2} \cdot \varphi^{(n)}(0) \tag{17}$$

To calculate C_n we apply Leibniz, Faa Di Bruno's formulas and Bell polynomials

Using Leibniz formula we have

$$\frac{\partial^k [2^{n/2} \tau^n \cdot i^n \operatorname{erfc} \beta]}{\partial \tau^k} \Big|_{\tau=0} = \begin{cases} 0, & \text{for } k < n \\ \frac{2^{n/2} k!}{(k-n)!} \cdot [i^n \operatorname{erfc} \beta]^{(k-n)}, & \text{for } k \geq n \end{cases} \tag{18}$$

Using Faa Di Bruno's formula and Bell polynomials for a derivative of a composite function we have

$$\frac{\partial^{k-n} [i^n \operatorname{erfc}(\pm \beta)]}{\partial \tau^{k-n}} \Big|_{\tau=0} = \sum_{m=1}^{k-n} (i^n \operatorname{erfc}(\pm \beta))^{(m)} \Big|_{\beta=0} \cdot B_{k-n,m}(\beta'(\tau), \beta''(\tau), \dots, \beta^{(k-n-m+1)}(\tau)) \Big|_{\tau=0} \tag{19}$$

where

$$B_{k-n,m} = \sum \frac{(k-n)!}{j_1! j_2! \dots j_{k-n-m+1}!} \cdot \beta_1^{j_1} \beta_2^{j_2} \beta_3^{j_3} \dots \beta_{k-n-m+1}^{j_{k-n-m+1}} \tag{20}$$

and j_1, j_2, \dots satisfy following equations

$$\begin{aligned}
 j_1 + j_2 + \dots + j_{k-n-m+1} &= m \\
 j_1 + 2j_2 + \dots + (k-n-m+1)j_{k-n-m+1} &= k-n \\
 [i^n \operatorname{erfc}(\pm \beta)]^{(m)} \Big|_{\beta=0} &= (-1)^m i^{n-m} \operatorname{erfc} 0 = (\mp 1)^m \frac{\Gamma(\frac{n-m+1}{2})}{(n-m)! \sqrt{\pi}}
 \end{aligned} \tag{21}$$

From $x = \beta(\tau)$ we have

$$\sum_{n=0}^k \frac{g^{(n)}(0)}{n!} \cdot \mu + \sum_{n=0}^k C_n \cdot \mu = 0 \tag{22}$$

where

$$\mu = (2)^{\frac{1}{2}} \frac{k!}{(k-n)!} \sum_{m=1}^{k-n} (-1)^m \frac{\Gamma(\frac{n-m+1}{2})}{(n-m)! \sqrt{\pi}} \cdot \sum \frac{(k-n)!}{j_1! j_2! \dots j_{k-n-m+1}!} \cdot \beta_1^{j_1} \beta_2^{j_2} \beta_3^{j_3} \dots \beta_{k-n-m+1}^{j_{k-n-m+1}}$$

Thus analytical solution of problem (1)-(6) is found, coefficients $A_{2n}, A_{2n+1}, B_n, C_n$ of (7) and (8) can be calculated from (11), (15), (16), (17), (22).

Convergence can be proved following the proof analogy of represented in [4]

REFERENCES

- [1] Widder D.V. *Analytic solutions of the heat equation*, Duke Math. J. 29 (1962), 4 97-503.13.
[2] Tikhonov A.N., Samarski A.A. *Equations of Mathematical Physics*. Gostechteorizdat, 1951. (in Russ.).
[3] Friedman A. *Free boundary problems for parabolic equations I. Melting of solids*, J. Math. Mech., 8 (1959), pp. 499–517.
[4] Kharin S.N. *The analytical solution of the two-phase Stefan problem with boundary flux condition*, Mathematical journal, Vol.14, № 1 (51), 2014, pp. 55–76.

**ЖЫЛУӨТКІЗГІШТІК ТЕНДЕУІНІҢ
ЖЫЛЖЫМАЛЫ АЙМАҚТАРДА АНАЛИТИКАЛЫҚ ШЕШІМІ**

М. М. Сарсенгельдин, Н. Т. Бижигитова

Сүлеймен Демирел атындағы университет, Қаскелен, Қазақстан

Тірек сөздер: интегралды Қателіктер Функциясы, жылу полиномдары, жылжымалы аймақтар.

Аннотация. Жылуөткізгіштік тендеуінің интегралды қателіктер функциялары және жылу полиномдары арқылы аналитикалық шешімі табылған.

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ**

М. М. Сарсенгельдин, Н. Т. Бижигитова

Университет им. Сулеймана Демиреля, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: Интегральная Функция Ошибок, тепловые полиномы, подвижные границы.

Аннотация. Найдено аналитическое решение уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами методом интегральных функций ошибок и тепловых полиномов.

Поступила 25.02.2015 г.

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

3 (301)

МАМЫР – МАУСЫМ 2015 ж.

МАЙ – ИЮНЬ 2015 г.

MAY – JUNE 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)