

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

3 (301)

МАМЫР – МАУСЫМ 2015 ж.

МАЙ – ИЮНЬ 2015 г.

MAY – JUNE 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 301 (2015), 37 – 42

**COMPARATIVE ANALYSIS OF NUMERICAL METHODS
FOR MODELLING OF DRILL STRING NONLINEAR DYNAMICS****A. Kudaibergenov, Ask. Kudaibergenov**

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: as5kar@mail.ru, ask7hat@mail.ru

Keywords: drill string, nonlinear model, numerical methods, lateral vibrations, gas flow.

Abstract. In this work the analysis of nonlinear lateral vibrations of a drill string with the use of various numerical methods is carried out. As known, oil and gas industry is one of the most intensively developing industries in Kazakhstan. At the same time lateral vibrations are the main reasons of the drilling equipment failures. Therefore, this problem is of great practical importance and is to be studied in detail.

A mathematical model of the drill string vibrations is based on the nonlinear theory of elasticity. Also, the hypothesis of plane sections is applied. The drill string is considered as a one-dimensional rotating rod of symmetric cross-section. To include rotation two coordinate systems: the global (static) coordinate system $Oxyz$ and the local one $Ox'y'z'$ rotating along with the drill string are introduced. The rod is supposed to be isotropic, and the strain components to be infinitesimal. The flat bending of the rod is examined, that is the axis of the drill string is bent only in one Cartesian plane Oyz . Boundary conditions for the rod with pinned ends are considered. The drill string is compressed by an axial force $N(z,t)$ applied at the top end of the drill string. Likewise, the influence of a supersonic gas flow on the drill string motion is taken into account. The nonlinear model of the drill string vibrations is obtained

using the Hamilton principle. The Bubnov-Galerkin method in the second approximation is utilized to receiving a system of ordinary differential equations. Numerical solution to the system is found by explicit and implicit Runge-Kutta methods, two variations of the stiffness switching method and the multistep backward differentiation formula (BDF). To estimate the efficiency of these methods their comparative analysis is conducted. The change in speed of the gas flow and its impact on the lateral vibrations of the drill string is also investigated.

The results show advantages of application of the methods combining explicit and implicit schemes when modelling the nonlinear dynamics of drill strings in a supersonic gas flow.

УДК 539.3:622.24

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ БУРОВЫХ ШТАНГ

А. К. Кудайбергенов, Аск. К. Кудайбергенов

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: буровая штанга, нелинейная модель, численные методы, поперечные колебания, поток газа.

Аннотация. В работе проводится анализ нелинейных поперечных колебаний буровой штанги с использованием различных численных методов. Математическая модель колебаний основывается на нелинейной теории упругости В. В. Новожилова. Учитываются вращение штанги, действие продольной сжимающей нагрузки и влияние сверхзвукового потока газа. Для получения системы обыкновенных дифференциальных уравнений применяется метод Бубнова-Галеркина. Численное решение системы находится явным и неявным методами Рунге-Кутты, двумя вариациями метода с переключением жесткости и многошаговым методом дифференцирования назад. Для оценки эффективности данных методов проводится их сравнительный анализ. Полученные результаты показывают преимущества применения методов, сочетающих в себе явную и неявную схемы, при моделировании нелинейной динамики буровых штанг в потоке газа.

Введение. Нефте- и газодобывающая отрасль является одной из наиболее бурно развивающихся отраслей промышленности в Казахстане. В процессе бурения нефтяных и газовых скважин буровые штанги подвергаются поперечным, продольным и крутильным колебаниям, среди которых поперечные колебания являются наиболее опасными и чаще остальных приводят к поломкам бурового оборудования и разрушению стенок скважин. Ввиду этого возникает необходимость в эффективном проведении геологоразведочных работ, что в свою очередь требует качественного анализа самого процесса бурения.

Линейные математические модели, описывающие движение буровых штанг, были подробно изучены в работах [1-4]. В. И. Гуляевым и О. И. Борщом [1] были построены моды колебаний буровых штанг, заранее нагруженных неравномерной силой, вычислены их частоты и проведен численный анализ с применением метода Эверхарта. В работе И. А. Кулиева и др. [2] исследована динамическая модель буровой штанги, имеющей сложную конфигурацию. При решении модели использовался метод конечных элементов. В [3] авторы моделируют устойчивость нижнего пролета буровой колонны, используя метод конечных разностей для интегрирования исходной системы уравнений. Динамическое поведение буровой штанги с учетом влияния промывочной жидкости, скорости вращения штанги, стабилизаторов, продольной силы и крутящего момента описывают линейными уравнениями типа Матье, которые решаются многошаговым методом [4]. Нелинейные колебания сжато-скрученной буровой штанги под действием переменных во времени осевой нагрузки и крутящего момента были изучены в работе Л. А. Хаджиевой и А. Б. Умбеткуловой [5]. Для численного решения модели применялся пакет символьных вычислений Wolfram Mathematica.

Основной целью данной работы является проведение сравнительного анализа применения различных численных методов для моделирования нелинейных поперечных колебаний буровой штанги с учетом сверхзвукового потока газа. Модели, описывающие данные режимы колебаний, в

настоящее время являются недостаточно изученными и представляют большой практический интерес.

Математическая модель. Рассмотрим глобальную правую декартовую систему координат $Oxyz$ и локальную систему координат $Ox'y'z'$, чтобы учесть вращение штанги. Пусть оси Oz и Oz' направлены вдоль оси штанги. Компоненты перемещения по осям x, y, z обозначим соответственно через $U(x, y, z)$, $V(x, y, z)$ и $W(x, y, z)$.

Ввиду большой длины буровой штанги представим ее как одномерный стержень симметричного поперечного сечения длины l . Будем основываться на нелинейной теории упругости В. В. Новожилова [6].

Применим гипотезу плоских сечений. Будем предполагать, что стержень является изотропным и компоненты деформации бесконечно малы. Условие малости накладываем на удлинения и сдвиги, а также на углы поворота; перемещения не ограничиваются.

Предположим, что ось штанги изгибается только в одной плоскости Oyz . Пренебрегая поступательным смещением вдоль оси Oz и кручением стержня, выражения для перемещений принимают вид:

$$\begin{cases} V(x, y, z, t) = v(z, t), \\ W(x, y, z, t) = -\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} y, \end{cases} \quad (1)$$

где $v(z, t)$ - перемещение центра изгиба поперечного сечения вдоль оси Oy вследствие изгиба; $-\frac{\partial v(z, t)}{\partial z}$ - угол поворота сечения вокруг оси Oy при изгибе.

Тогда положение любой точки стержня в локальной системе координат относительно глобальной системы координат можно определить следующим образом:

$$\begin{cases} x' = (x + U) \cos \phi + (y + V) \sin \phi \\ y' = -(x + U) \sin \phi + (y + V) \cos \phi \\ z' = z + W. \end{cases} \quad (2)$$

где $\phi = \omega t$ - угол, на который поворачивается штанга при вращении; ω - угловая скорость вращения штанги.

Пусть на верхний конец буровой штанги действует продольная сила $N(z, t)$, равная реакции опирания нижнего конца штанги на дно скважины. Будем считать приложенную сжимающую силу положительной. Также будем полагать, что сжимающая нагрузка является постоянной и распределенной по длине стержня $N(z, t) = N$.

Для получения уравнений колебаний буровой штанги применяем вариационный принцип Остроградского-Гамильтона.

Чтобы учесть воздействие сверхзвукового потока газа P на буровую штангу, воспользуемся формулой [7], основанной на гипотезе плоских сечений:

$$P = P_0 \left(1 - \frac{\kappa - 1}{2} \cdot \frac{U_n}{C_0} \right)^{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}}, \quad (3)$$

где $U_n = V_g \frac{\partial v}{\partial z}$ - нормальная составляющая скорости потока газа на поверхности штанги; V_g - скорость невозмущенного потока газа; C_0 - скорость звука для невозмущенного потока; P_0 - давление невозмущенного потока; κ - показатель политропы.

Считаем, что газ движется в направлении, противоположном направлению движения буровой штанги.

Раскладывая (3) в степенной ряд и удерживая первое и третье слагаемые в разложении, получим нелинейную модель поперечных колебаний буровой штанги, сжатой продольной силой N , в сверхзвуковом потоке газа:

$$\rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + EI_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - \rho I_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^2 \partial t^2} + N \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{EF}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^3 - \rho F \omega^2 v - P_0 \kappa \left(M \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\kappa+1}{12} M^3 \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^3 \right) = 0, \quad (4)$$

где ρ - плотность, E - модуль Юнга, I_x - осевой момент инерции поперечного сечения штанги, F - площадь поперечного сечения, ν - коэффициент Пуассона, $M = \frac{V_g}{C_0}$ - число Маха.

Граничные условия для шарнирного закрепления стержня по концам представляются в виде:

$$\begin{aligned} v(z,t) &= 0 & (z=0, z=l) \\ EI_x \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial z^2} &= 0 & (z=0, z=l). \end{aligned} \quad (5)$$

Для нахождения решения уравнения (4) с граничными условиями (5) применим метод Бубнова-Галеркина в двухмодовом приближении. Согласно данному методу разложим перемещение $v(z,t)$ в синусоидальный ряд по базисной функции:

$$v(z,t) = \sum_{i=1}^n f_i(t) \sin\left(\frac{i\pi z}{l}\right), \quad n=2. \quad (6)$$

Применяя процедуру Бубнова-Галеркина, приходим к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно временных составляющих перемещения $f_1(t), f_2(t)$, которую далее можно интегрировать, используя известные численные методы.

Результаты и обсуждение. В работе [5] было установлено, что буровые штанги, изготовленные из дюралюминия подвержены меньшим изгибным деформациям, чем стальные штанги при воздействии на них равных по величинам внешних нагрузок. Поэтому в данной статье численные расчеты проводятся для буровых штанг из дюралюминия. Для проведения вычислений применяется универсальная математическая среда Wolfram Mathematica.

Используем следующие значения параметров системы и внешних нагрузок: внешний диаметр буровой штанги $D = 0.2\text{ м}$, внутренний диаметр $d = 0.12\text{ м}$, $N = 2.2 \times 10^3\text{ Н}$, $E = 0.7 \times 10^5\text{ МПа}$, $\rho = 2700\text{ кг/м}^3$, $P_0 = 1.013 \times 10^3\text{ Па}$, $\nu = 0.34$, $\kappa = 1.4$.

Применяя явный метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности, было получено численное решение исследуемой системы поперечных колебаний буровой штанги.

Было изучено влияние сверхзвукового потока газа на нелинейные колебания буровой штанги при изменении скорости потока. Рисунки 1, 2 показывают, что увеличение числа Маха приводит к возрастанию амплитуды и интенсивности поперечных колебаний штанги. При этом вторая мода в разложении (6) вносит существенный вклад в общий колебательный процесс, в определенные моменты времени превосходя вклад основной моды колебаний.

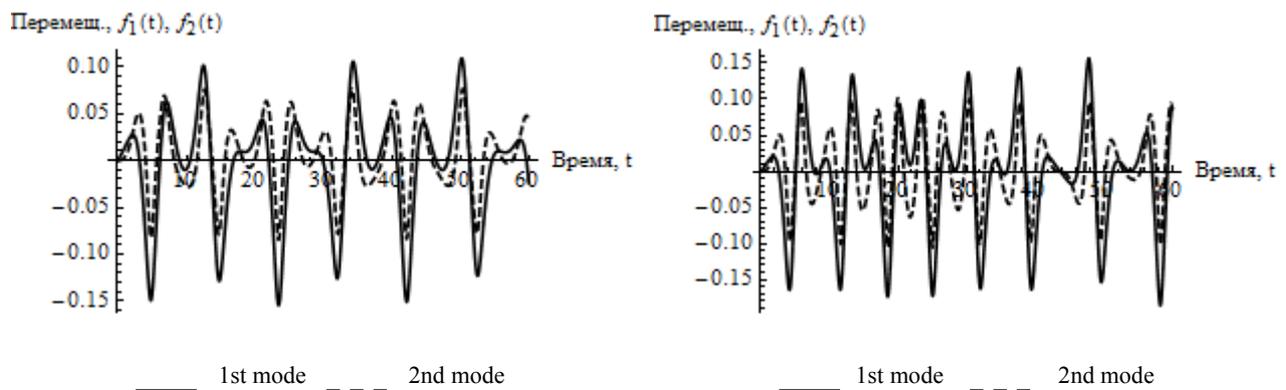


Рисунок 1 – Влияние скорости потока газа на колебания штанги, $M = 2.2$

Рисунок 2 – Влияние скорости потока газа на колебания штанги, $M = 3$

Как известно, при определенных шагах по времени использование явной схемы приводит к резкому увеличению числа вычислений или возрастанию погрешности. Это показывает, что система уравнений является жесткой и явный метод становится численно неустойчивым.

Изучаемая в статье нелинейная модель колебаний при увеличении значений параметров внешних нагрузок и потока газа оказывается жесткой, что требует применения либо неявных схем, либо методов с переключением жесткости. Чтобы оценить эффективность данных методов, проведем их сравнительный анализ с явным методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности (Explicit Runge-Kutta) при таких параметрах системы, когда жесткость системы еще не проявляется. Для этого рассмотрим неявный метод Рунге-Кутты (Implicit Runge-Kutta), два метода с переключением жесткости и метод дифференцирования назад (BDF).

Первый метод с переключением жесткости (Stiffness switching 1) использует для численного решения два экстраполяционных метода: явный метод «чехарда» и линейный неявный метод Эйлера. Во втором методе с переключением жесткости (Stiffness switching 2) вместо метода «чехарда» используется явный метод Рунге-Кутты восьмого порядка.

Таблица 1 – Сравнение численных методов, $t = 50$ с

Метод	Количество шагов	Количество операций	Ошибка
Explicit Runge-Kutta	2751	11006	0
Stiffness Switching 1	112	5233	9.58384×10^{-6}
Stiffness Switching 2	276	3576	1.70795×10^{-6}
BDF	2166	2631	6.22935×10^{-4}
Implicit Runge-Kutta	23053	115261	1.45612×10^{-5}

Таблица 2 – Сравнение численных методов, $t = 50$ с

Метод	Количество шагов	Количество операций	Ошибка
Explicit Runge-Kutta	8355	33422	0
Stiffness Switching 1	318	14848	0.272509
Stiffness Switching 2	843	10920	0.046584
BDF	6448	7786	0.254955
Implicit Runge-Kutta	67879	339391	0.040081

Таблица 3 – Затраты машинного времени для получения численного решения

Метод	Время на вычисления, с.		
	$t = 50$ с	$t = 100$ с	$t = 200$ с
Explicit Runge-Kutta	0.500	0.968	2.308
Stiffness Switching 1	0.187	0.343	0.905
Stiffness Switching 2	0.141	0.266	0.640
BDF	0.187	0.359	0.890
Implicit Runge-Kutta	5.772	11.123	22.574

Как видно из таблиц 1, 2 методы с переключением жесткости требуют меньшего количества шагов по времени по сравнению с остальными методами и относительно малого количества арифметических операций для получения численного решения. Более того данные методы, также как и метод BDF, являются наименее затратными в плане машинного времени (таблица 3). Неявный метод Рунге-Кутты четвертого порядка показывает наименьшую эффективность среди исследуемых методов, которую, однако, можно значительно повысить путем увеличения порядка метода.

Заклучение. В работе было изучено влияние сверхзвукового потока газа на нелинейные поперечные колебания буровой штанги, а также проведен сравнительный анализ применения различных численных методов для решения системы. Было установлено, что возрастание скорости потока газа, движущегося против направления движения буровой штанги, ведет к более частым и большим по амплитуде колебаниям штанги. Сравнение явного и неявного методов Рунге-Кутты, методов с переключением жесткости и метода дифференцирования назад показало хорошую согласованность численных результатов, полученных данными методами. В жестких системах метод с переключением жесткости, включающий явный метод Рунге-Кутта и линейный неявный метод Эйлера, позволяет получить достаточно точные результаты при меньшем количестве затрачиваемых шагов и времени вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Gulyayev V.I., Borshch O.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells // J. Petroleum Science Eng., 2011, vol. 78. – pp. 759–764.
- [2] Khulief Y.A., Al-Sulaiman F.A., Bashmal S. Vibration analysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations // J. Sound Vib., 2007, vol. 29. – pp. 540–558.
- [3] Gulyaev V.I., Khudolii S.N., Borshch E.I. Wirl vibrations of the drillstring bottom hole assembly // Strength of Materials, 2010, vol. 42 (6). – pp. 637-646.
- [4] Berlioz A., Der Hagopian J., Dufour R., Draoui E. Dynamic behavior of a drill-string: experimental investigation of lateral instabilities // Transactions of the ASME, 1996, vol. 118. – pp. 292-298.
- [5] Хаджиева Л.А., Умбеткулова А.Б. Об аппроксимации нелинейных колебаний сжато-скрученной буровой штанги при конечных деформациях // Известия НАН РК, 2014, №1(293). – С. 69-76.
- [6] Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. – М.-Л.: ОГИЗ, 1948. – 211 с.
- [7] Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.

REFERENCES

- [1] Gulyayev V.I., Borshch O.I. *Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells*, J. Petroleum Science and Engineering, **2011**, vol. 78, pp. 759–764.
- [2] Khulief Y.A., Al-Sulaiman F.A., Bashmal S. *Vibration analysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations*, J. Sound and Vibration, **2007**, vol. 299, pp. 540–558.
- [3] Gulyaev V.I., Khudolii S.N., Borshch E.I. *Wirl vibrations of the drillstring bottom hole assembly*, Strength of Materials, **2010**, vol. 42 (6), pp. 637-646.
- [4] Berlioz A., Der Hagopian J., Dufour R., Draoui E. *Dynamic behavior of a drill-string: experimental investigation of lateral instabilities*, Transactions of the ASME, **1996**, vol. 118, pp. 292-298.
- [5] Khajiyeva L.A., Umbetkulova A.B. *About the approximation of nonlinear fluctuations of compressed and twisted drilling rods at the finite deformation*, News NAS RK, **2014**, vol. 1(293), pp. 69-76 (in Russ.).
- [6] Novozhilov V.V. *Foundations of the nonlinear theory of elasticity*. M.-L.: OGIZ, 1948. 211 p. (in Russ.).
- [7] Volmir A.S. *Stability of deforming systems*. M.: Nauka, **1967**. 984 p. (in Russ.).

БҰРҒЫЛАУ ҚАРНАҒЫ СЫЗЫҚСЫЗ ДИНАМИКАСЫНЫҢ МОДЕЛЬДЕУДЕ САНДЫҚ ӘДІСТЕРДІҢ САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУЫ

А. Қ. Құдайбергенов, Аск. Қ. Құдайбергенов

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: бұрғылау қарнағы, сызықсыз үлгі, сандық әдістер, көлденең тербелістер, газ ағыны.

Аннотация. Берілген жұмыста түрлі сандық әдістерін қолдануымен бұрғылау қарнағы сызықсыз көлденең тербелістерінің салыстырмалы талдауы жүргізіледі. Тербелістердің математикалық үлгісі негізінде В. В. Новожиловтың сызықсыз серпімділік теориясы болып жатады. Қарнағының айналуы, білікке түсетін бойлық жүк-салмақтың әрекеті және дыбыстан газ ағыны есепке алынады. Жай дифференциалдық теңдеулердің жүйесі алу үшін Бубнов-Галеркин әдісі қолданылады. Анық мен анық емес Рунге-Кутта әдістері, қаттылықтың ауыстыруымен әдістің екі вариациясы және көп аралық артқа дифференциалдау әдісі қолданып, жүйенің сандық шешімі табылады. Бұл әдістердің тиімділігін бағалау үшін салыстырмалы талдауы өткізіледі. Алынған нәтижелер анық мен анық емес сызбаларды байланыстырған әдістерді қолданудың артықшылығын көрсетеді.

Поступила 25.02.2015 г.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*

Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 9.06.2015.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

15,7 п.л. Тираж 300. Заказ 3.