ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

♦

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

♦

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

1 (305)

ҚАНТАР – АҚПАН 2016 ж.
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2016 г.
JANUARY – FEBRUARY 2016

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 1, Number 305 (2016), 14 – 25

ON THE UNIQUE SOLVABILITY OF A NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITION FOR AN ONE CLASS OF A HYBRID SYSTEMS

A. T. Assanova[1], A. P. Sabalakhova[2] , N. Z. Baigulova[2]

[1]Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan,
[2]South-Kazakhstan State University named after M. O. Auezov, Shymkent, Kazakhstan.
E-mail: assanova@math.kz, sabalahova@mai.ru, nazgul_baygulova@mail.ru

Key words: equation, problem, integral, algorithm, solvability.

Abstract. The nonlocal boundary value problem with integral condition for the class of the hybrid systems is considered. The hybrid system consists of an ordinary differential equation depending on a parameter, and partial differential equations of hyperbolic type second order. Each equation also includes unknown solution of the other equation. For the ordinary differential equation is put boundary condition, which is the sum of a linear combination of values of the unknown function at the endpoints interval of the time variable and the integral term of the required function. For the partial differential equation of hyperbolic type is put nonlocal problem including the conditions on the characteristics of the spatial variable and the condition, which is the sum of a linear combination of values of the unknown function on the characteristics of the time variable and the integral term of the required function. The researched is reduced to an equivalent problem, consisting of a boundary value problem with integral condition for the system of two differential equations first order depending on a parameter and integral relations problem by the method of introducing of the functional parameters. An algorithm for finding of approximate solutions to the family of boundary value problems with integral condition for the system of two differential equations and integral equations is constructed. The conditions of feasibility and the convergence of the offered algorithm in the terms of the coefficients of the system and the boundary functions are established. The theorem of the unique solvability to the family boundary value problems with integral condition for the system of two differential equations and integral equations is proved. The conditions of the existence and uniqueness of the solution to the nonlocal boundary value problem with integral condition for the hybrid system are obtained in the terms of initial data.

УДК 517.956

ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ГИБРИДНЫХ СИСТЕМ

А. Т. Асанова[1], А. П. Сабалахова[2], Н. З. Байгулова[2]

[1]Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан,
[2]Южно-Казахстанский государственный университет им. М. О. Ауезова, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: уравнение, задача, интеграл, алгоритм, разрешимость.

Аннотация. Рассматривается нелокальная краевая задача с интегральным условием для одного класса гибридных систем. Гибридная система состоит из обыкновенного дифференциального уравнения, зависящего от параметра, и уравнения в частных производных гиперболического типа второго порядка. Каждое уравнение включает также неизвестное решение другого уравнения. Для обыкновенного дифференциального уравнения ставится краевое условие, являющееся суммой линейной комбинации значений искомой

функции на концах отрезка по временной переменной и интегрального слагаемого от искомой функции. Для дифференциального уравнения в частных производных гиперболического типа ставится нелокальная задача, содержащее условие на характеристике по пространственной переменной и условие, являющееся суммой линейной комбинации значений искомой функции на характеристиках по временной переменной и интегрального слагаемого от искомой функции. Методом введения функциональных параметров исследуемая задача сводится к эквивалентной задаче, состоящей из краевой задачи с интегральным условием для системы из двух дифференциальных уравнений первого порядка, зависящих от параметра и интегральных соотношений. Построен алгоритм нахождения приближенных решений семейства краевых задач с интегральным условием для системы двух дифференциальных уравнений и интегральных соотношений. Установлены условия осуществимости и сходимости предложенного алгоритма в терминах коэффициентов системы и граничных функций. Доказана теорема об однозначной разрешимости семейства краевых задач с интегральным условием для системы двух дифференциальных уравнений и интегральных соотношений. Получены условия существования и единственности решения нелокальной краевой задачи с интегральным условием для гибридной системы в терминах исходных данных.

Рассматривается нелокальная краевая задача с интегральным условием для гибридной системы в прямоугольнике $\Omega = [0,T] \times [0,\omega]$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial t} = A_1(t,x)v + B_1(t,x)u + f_1(t,x) \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = A_2(t,x)\dfrac{\partial u}{\partial x} + B_2(t,x)\dfrac{\partial u}{\partial t} + C(t,x)u + D(t,x)v + f_2(t,x) \end{cases} \tag{1}$$

с условиями

$$P_1(x)v(0,x) + S_1(x)v(T,x) + \int_0^T K_1(\tau,x)v(\tau,x)d\tau = \varphi_1(x),\ x \in [0,\omega], \tag{2}$$

$$u(t,0) = \psi(t),\ t \in [0,T], \tag{3}$$

$$P_2(x)u(0,x) + S_2(x)u(T,x) + \int_0^T K_2(\tau,x)u(\tau,x)d\tau = \varphi_2(x),\ x \in [0,\omega], \tag{4}$$

где функции $A_i(t,x)$, $B_i(t,x)$, $C(t,x)$, $D(t,x)$, $f_i(t,x)$ непрерывны на Ω, $i=1,2$, функции $P_1(x)$, $S_1(x)$, $\varphi_1(x)$ непрерывны на $[0,\omega]$, функция $K_1(t,x)$ непрерывна на Ω, функция $\psi(t)$ непрерывно дифференцируема на $[0,T]$, функции $P_2(x)$, $S_2(x)$, $\varphi_2(x)$ непрерывно дифференцируемы на $[0,\omega]$, функция $K_2(t,x)$ непрерывна и непрерывно дифференцируема по переменной x на Ω, граничные функции $\psi(t)$, $\varphi_2(x)$ удовлетворяют условию согласования данные задачи: $P_2(0)\psi(0) + S_2(0)\psi(T) + \int_0^T K(\tau,0)\psi(\tau)d\tau = \varphi_2(0)$.

Системы составного типа или гибридные системы часто возникают при математическом моделировании многочисленных процессов в автомобилестроении, авиастроении, робототехнике, электроэнергетике и др. [1-4]. Гибридные системы могут сочетать непрерывные и дискретные уравнения различных типов в соответствии с описываемыми прикладными задачами. Кроме того, линеаризация нелинейных задач для дифференциальных уравнений и систем уравнений в частных производных часто приводит к аппроксимирующим линейным задачам для гибридных систем соответствующего вида [5, 6]. Гибридные системы вида (1) встречаются при исследовании волновых процессов в различных средах, в теории популяции, в теории адсорбируемых смесей, в технологии очистки металлов и др. [7]. Интерес к гибридным системам, состоящим из уравнений различных типов, связан как с их большим прикладным значением, так и в неклассическом характере получаемых задач.

Особое место в теории краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных занимают задачи с интегральным условием, обзор и библиографию можно посмотреть в [8-19]. Вопросы существования, единственности решения, а также построения приближенных решений нелокальных задач с интегральным условием для гибридных систем дифференциальных уравнений составного типа остаются актуальной проблемой теории краевых задач для дифференциальных уравнений.

В настоящей статье рассматривается нелокальная краевая задача с интегральным условием для гибридной системы специального вида. Система уравнений (1) состоит из дифференциального уравнения первого порядка, зависящего от параметра, и уравнения в частных производных гиперболического типа второго порядка, которые связаны между собой через искомые функции. Для дифференциального уравнения первого порядка, зависящего от параметра, задается интегральное условие (2), а для гиперболического уравнения со смешанной производной задаются краевое условие (3), нелокальное интегральное условие (4).

Решением нелокальной краевой задачи с интегральным условием для гибридной системы (1)-(4) называется пара функций $(v(t,x),u(t,x))$, где $v:\Omega\to R$, $u:\Omega\to R$ непрерывные на Ω функции, имеющие непрерывные частные производные $\dfrac{\partial v(t,x)}{\partial t}$, $\dfrac{\partial u(t,x)}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u(t,x)}{\partial t}$, $\dfrac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x\partial t}$ на Ω, удовлетворяющие системе уравнений (1) и краевым условиям (2), (3), (4).

Цель работы – исследование вопросов существования, единственности решения нелокальной краевой задачи с интегральным условием для гибридной системы (1)-(4), а также построение алгоритмов нахождения ее приближенных решений. Основной метод, применяемый для решения указанных вопросов, является метод введения функциональных параметров [20]. Данный метод был разработан в работах одного из авторов для решения нелокальных краевых задач для системы гиперболических уравнений со смешанными производными. Были предложены алгоритмы нахождения приближенных решений и условия однозначной разрешимости исследуемых нелокальных краевых задач [21-27].

Рассматриваемая задача с помощью новых неизвестных функций сводится к семейству краевых задач с интегральным условием для уравнений в частных производных первого порядка и интегральным соотношениям. Построены алгоритмы нахождения решения полученной эквивалентной задачи. Установлены условия существования единственного решения нелокальной краевой задачи с интегральным условием для гибридной системы (1)-(4) в терминах коэффициентов уравнений и граничных функций.

Сведение к эквивалентной задаче методом введения функциональных параметров**.** Пусть $V(t,x)=\dfrac{\partial u(t,x)}{\partial x}$, $W(t,x)=\dfrac{\partial u(t,x)}{\partial t}$. Вводя эти новые функции в нелокальной краевой задаче (1)-(4), переходим к эквивалентной задаче

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial t}=A_1(t,x)v+B_1(t,x)u+f_1(t,x) \\ \dfrac{\partial V}{\partial t}=A_2(t,x)V+B_2(t,x)W(t,x)+C(t,x)u+D(t,x)v+f_2(t,x) \end{cases} \tag{5}$$

$$P_1(x)v(0,x)+S_1(x)v(T,x)+\int_0^T K_1(\tau,x)v(\tau,x)d\tau=\varphi_1(x),\ x\in[0,\omega], \tag{6}$$

$$P_2(x)V(0,x)+S_2(x)V(T,x)+\int_0^T K_2(\tau,x)V(\tau,x)d\tau=\varphi_2'(x)-$$

$$-P_2'(x)u(0,x)-S_2'(x)u(T,x)-\int_0^T\frac{\partial K_2(\tau,x)}{\partial x}u(\tau,x)d\tau,\ x\in[0,\omega], \tag{7}$$

$$u(t,x)=\psi(t)+\int_0^x V(t,\xi)d\xi,\ W(t,x)=\dot\psi(t)+\int_0^x\frac{\partial V(t,\xi)}{\partial t}d\xi,\ (t,x)\in\Omega, \tag{8}$$

где $\varphi_2'(x)=\dfrac{d\varphi_2(x)}{dx}$, $P_2'(x)=\dfrac{dP_2(x)}{dx}$, $S_2'(x)=\dfrac{dS_2(x)}{dx}$.

Здесь условие (3) относительно значения функции $u(t,x)$ на линии $x=0$, учтено в интегральных соотношениях (8).

Задача (5)--(8) состоит из системы дифференциальных уравнений, зависящих от параметра x (5) с интегральными условиями (6), (7) и интегральных соотношений (8).

Решением задачи (5)–(8) является четверка функций $(v(t,x),V(t,x),u(t,x),W(t,x))$, где непрерывные на Ω функции $v(t,x)$, $V(t,x)$, $u(t,x)$, $W(t,x)$ удовлетворяют системе уравнений (5), интегральным условиям (6)-(7), а функция $V(t,x)$ связана интегральными соотношениями (8) с функциями $u(t,x)$, $W(t,x)$.

Если пара функций $(v^*(t,x),u^*(t,x))$ является решением задачи (1)—(4), то четверка функций $(v^*(t,x),V^*(t,x),u^*(t,x),W^*(t,x))$, где $V^*(t,x)=\dfrac{\partial u^*(t,x)}{\partial x}$, $W^*(t,x)=\dfrac{\partial u^*(t,x)}{\partial t}$ будет решением задачи (5)-(8). И наоборот, если четверка функций $(\widetilde{v}(t,x),\widetilde{V}(t,x),\widetilde{u}(t,x),\widetilde{W}(t,x))$ является решением задачи (5)-(8), то пара функций $(\widetilde{v}(t,x),\widetilde{u}(t,x))$ будет решением исходной задачи (1)—(4).

Алгоритм нахождения решения задачи (5)-(8). При фиксированных $u(t,x)$, $W(t,x)$, задача (5)-(7) является семейством краевых задач с интегральным условием для системы уравнений в частных производных первого порядка относительно функций $v(t,x)$, $V(t,x)$, где переменная x является параметром и непрерывно изменяется на отрезке $[0,\omega]$.

Если известны функции $u(t,x)$, $W(t,x)$, из семейства краевых задач с интегральным условием (5)-(7) можно определить решение – пару функций $(v(t,x),V(t,x))$, а если известна функция $V(t,x)$, из интегральных соотношений (8) через нее можно найти функции $u(t,x)$, $W(t,x)$.

Так как неизвестными являются и функции $v(t,x)$, $V(t,x)$, и функции $u(t,x)$, $W(t,x)$, то применяется итерационный процесс. Для определения последовательных приближений решений задачи (5)-(8) – четверки функций $(v^{(k)}(t,x),V^{(k)}(t,x),u^{(k)}(t,x),W^{(k)}(t,x))$ предлагается следующий алгоритм:

0-шаг. 1) Считая $u(t,x)=\psi(t)$, $W(t,x)=\dot{\psi}(t)$, из семейства краевых задач с интегральным условием для системы уравнений в частных производных первого порядка (5)-(7) находим $v^{(0)}(t,x)$, $V^{(0)}(t,x)$, $(t,x)\in\Omega$; 2) Из интегральных соотношений (8) при $V(t,x)=V^{(0)}(t,x)$, $\dfrac{\partial V(t,x)}{\partial t}=\dfrac{\partial V^{(0)}(t,x)}{\partial t}$ находим $u^{(0)}(t,x)$, $W^{(0)}(t,x)$, $(t,x)\in\Omega$.

1-шаг. 1) Считая $u(t,x)=u^{(0)}(t,x)$, $W(t,x)=W^{(0)}(t,x)$, из семейства краевых задач с интегральным условием для системы уравнений в частных производных (5)-(7) находим $v^{(1)}(t,x)$, $V^{(1)}(t,x)$, $(t,x)\in\Omega$; 2) Из интегральных соотношений (8) при $V(t,x)=V^{(1)}(t,x)$, $\dfrac{\partial V(t,x)}{\partial t}=\dfrac{\partial V^{(1)}(t,x)}{\partial t}$, находим $u^{(1)}(t,x)$, $W^{(1)}(t,x)$, $(t,x)\in\Omega$.

И т.д.

k-шаг. 1) Считая $u(t,x)=u^{(k-1)}(t,x)$, $W(t,x)=W^{(k-1)}(t,x)$, из семейства краевых задач с интегральным условием для системы уравнений (5)-(7) находим $v^{(k)}(t,x)$, $V^{(k)}(t,x)$, $(t,x)\in\Omega$; 2)

Из функциональных соотношений (8) при $V(t,x)=V^{(k)}(t,x)$, $\dfrac{\partial V(t,x)}{\partial t}=\dfrac{\partial V^{(k)}(t,x)}{\partial t}$, находим $u^{(k)}(t,x)$, $W^{(k)}(t,x)$, $(t,x)\in\Omega$, $k=0,1,2,...$.

Основные утверждения**.** Теперь важной проблемой становятся вопросы осуществимости и сходимости построенного алгоритма нахождения приближенного решения задачи (5)-(8).

Утверждение следующей теоремы дает ответы на эти вопросы при выполнении определенных предположений относительно исходных данных.

Теорема 1. *Пусть*

i) функции $A_i(t,x)$, $B_i(t,x)$, $C(t,x)$, $D(t,x)$, $f_i(t,x)$ непрерывны на Ω, $i=1,2$;

ii) функции $P_1(x)$, $S_1(x)$, $\varphi_1(x)$ непрерывны на $[0,\omega]$, функция $K_1(t,x)$ непрерывна на Ω;

iii) функция $\psi(t)$ непрерывно дифференцируема на $[0,T]$, функции $P_2(x)$, $S_2(x)$, $\varphi_2(x)$ непрерывно дифференцируемы на $[0,\omega]$, функция $K_2(t,x)$ непрерывна и непрерывно дифференцируема по переменной x на Ω;

iv) выполняются неравенства

$$P_1(x)+S_1(x)\exp\left\{\int_0^T A_1(\tau,x)d\tau\right\}+\int_0^T K_1(\tau,x)\exp\left\{\int_0^\tau A_1(\tau_1,x)d\tau_1\right\}d\tau\neq 0,$$

$$P_2(x)+S_2(x)\exp\left\{\int_0^T A_2(\tau,x)d\tau\right\}+\int_0^T K_2(\tau,x)\exp\left\{\int_0^\tau A_2(\tau_1,x)d\tau_1\right\}d\tau\neq 0 \text{ для всех } x\in[0,\omega].$$

Тогда последовательность четверок $(v^{(k)}(t,x),V^{(k)}(t,x),u^{(k)}(t,x),W^{(k)}(t,x))$, $k=0,1,2,...$, определяемая по алгоритму, равномерно сходится к четверке функций $(v^*(t,x),V^*(t,x),u^*(t,x),W^*(t,x))$ – единственному решению задачи (5)--(8) для всех $(t,x)\in\Omega$.

Доказательство. Воспользуемся 0-шагом построенного алгоритма.

Рассмотрим семейства краевых задач с интегральным условием

$$\frac{\partial v}{\partial t}=A_1(t,x)v+B_1(t,x)\psi(t)+f_1(t,x), \tag{9}$$

$$P_1(x)v(0,x)+S_1(x)v(T,x)+\int_0^T K_1(\tau,x)v(\tau,x)d\tau=\varphi_1(x),\ x\in[0,\omega], \tag{10}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}=A_2(t,x)V+B_2(t,x)\dot\psi(t)+C(t,x)\psi(t)+D(t,x)v+f_2(t,x), \tag{11}$$

$$P_2(x)V(0,x)+S_2(x)V(T,x)+\int_0^T K_2(\tau,x)V(\tau,x)d\tau=\varphi_2'(x)-$$
$$-P_2'(x)\psi(0)-S_2'(x)\psi(T)-\int_0^T\frac{\partial K_2(\tau,x)}{\partial x}\psi(\tau)d\tau,\ x\in[0,\omega]. \tag{12}$$

При выполнении условий теоремы, т.е. если функции

$$Q_1(x)=P_1(x)+S_1(x)\exp\left\{\int_0^T A_1(\tau,x)d\tau\right\}+\int_0^T K_1(\tau,x)\exp\left\{\int_0^\tau A_1(\tau_1,x)d\tau_1\right\}d\tau,$$

$$Q_2(x)=P_2(x)+S_2(x)\exp\left\{\int_0^T A_2(\tau,x)d\tau\right\}+\int_0^T K_2(\tau,x)\exp\left\{\int_0^\tau A_2(\tau_1,x)d\tau_1\right\}d\tau$$ отличны от нуля

для всех $x\in[0,\omega]$**,** то решения задач (9), (10) и (11), (12) будут иметь следующий вид

$$v^{(0)}(t,x)=\int_0^t \exp\left\{\int_s^t A_1(\tau,x)d\tau\right\}\big(B_1(s,x)\psi(s)+f_1(s,x)\big)ds+$$

$$+\exp\left\{\int_0^t A_1(\tau,x)d\tau\right\}\cdot\frac{1}{Q_1(x)}\left[\varphi_1(x)-S_1(x)\int_0^T \exp\left\{\int_s^T A_1(\tau,x)d\tau\right\}\big(B_1(s,x)\psi(s)+f_1(s,x)\big)ds-\right.$$

$$\left.-\int_0^T K_1(\tau,x)\int_0^\tau \exp\left\{\int_s^\tau A_1(\tau_1,x)d\tau_1\right\}\big(B_1(s,x)\psi(s)+f_1(s,x)\big)ds\,d\tau\right],$$

$$V^{(0)}(t,x)=\int_0^t \exp\left\{\int_s^t A_2(\tau,x)d\tau\right\}\big(B_2(s,x)\dot\psi(s)+C(s,x)\psi(s)+D(s,x)v^{(0)}(s,x)+f_2(s,x)\big)ds+$$

$$+\exp\left\{\int_0^t A_2(\tau,x)d\tau\right\}\cdot\frac{1}{Q_2(x)}\left[\varphi_2(x)-P_2'(x)\psi(0)-S_2'(x)\psi(T)-\int_0^T\frac{\partial K_2(\tau,x)}{\partial x}\psi(\tau)d\tau-\right.$$

$$-S_2(x)\int_0^T \exp\left\{\int_s^T A_2(\tau,x)d\tau\right\}\big(B_2(s,x)\dot\psi(s)+C(s,x)\psi(s)+D(s,x)v^{(0)}(s,x)+f_2(s,x)\big)ds-$$

$$\left.-\int_0^T K_2(\tau,x)\int_0^\tau \exp\left\{\int_s^\tau A_2(\tau_1,x)d\tau_1\right\}\big(B_2(s,x)\dot\psi(s)+C(s,x)\psi(s)+D(s,x)v^{(0)}(s,x)+f_2(s,x)\big)ds\,d\tau\right].$$

Начальные приближения функций $u(t,x)$, $W(t,x)$ определим из интегральных соотношений $u^{(0)}(t,x)=\psi(t)+\int_0^x V^{(0)}(t,\xi)d\xi$, $W^{(0)}(t,x)=\dot\psi(t)+\int_0^x\frac{\partial V^{(0)}(t,\xi)}{\partial t}d\xi$ для всех $(t,x)\in\Omega$.

На 1-ом шаге алгоритма решение задачи (5)—(8) будет в виде

$$v^{(1)}(t,x)=\int_0^t \exp\left\{\int_s^t A_1(\tau,x)d\tau\right\}\big(B_1(s,x)u^{(0)}(s,x)+f_1(s,x)\big)ds+$$

$$+\exp\left\{\int_0^t A_1(\tau,x)d\tau\right\}\cdot\frac{1}{Q_1(x)}\left[\varphi_1(x)-S_1(x)\int_0^T \exp\left\{\int_s^T A_1(\tau,x)d\tau\right\}\big(B_1(s,x)u^{(0)}(s,x)+f_1(s,x)\big)ds-\right.$$

$$\left.-\int_0^T K_1(\tau,x)\int_0^\tau \exp\left\{\int_s^\tau A_1(\tau_1,x)d\tau_1\right\}\big(B_1(s,x)u^{(0)}(s,x)+f_1(s,x)\big)ds\,d\tau\right],$$

$$V^{(1)}(t,x)=$$

$$=\int_0^t \exp\left\{\int_s^t A_2(\tau,x)d\tau\right\}(B_2(s,x)W^{(0)}(s,x)+C(s,x)u^{(0)}(s,x)+D(s,x)v^{(1)}(s,x)+f_2(s,x))ds+$$

$$+\exp\left\{\int_0^t A_2(\tau,x)d\tau\right\}\cdot\frac{1}{Q_2(x)}\left[\varphi_2(x)-P_2'(x)u^{(0)}(0,x)-S_2'(x)u^{(0)}(T,x)-\int_0^T\frac{\partial K_2(\tau,x)}{\partial x}u^{(0)}(\tau,x)d\tau-\right.$$

$$-S_2(x)\int_0^T \exp\left\{\int_s^T A_2(\tau,x)d\tau\right\}\big(B_2(s,x)W^{(0)}(s,x)+C(s,x)u^{(0)}(s,x)+D(s,x)v^{(1)}(s,x)+f_2(s,x)\big)ds-$$

$$-\int_0^T K_2(\tau,x)\int_0^\tau \exp\left\{\int_s^\tau A_2(\tau_1,x)d\tau_1\right\}\big(B_2(s,x)W^{(0)}(s,x)+C(s,x)u^{(0)}(s,x)+$$

$$\left.+D(s,x)v^{(1)}(s,x)+f_2(s,x)\big)ds\,d\tau\right],$$

$$u^{(1)}(t,x)=\psi(t)+\int_0^x V^{(1)}(t,\xi)d\xi\,,\ W^{(1)}(t,x)=\dot{\psi}(t)+\int_0^x \frac{\partial V^{(1)}(t,\xi)}{\partial t}d\xi\,.$$

Продолжая процесс, на k -ом шаге алгоритма получим

$$v^{(k)}(t,x)=\int_0^t \exp\left\{\int_s^t A_1(\tau,x)d\tau\right\}\left(B_1(s,x)u^{(k-1)}(s,x)+f_1(s,x)\right)ds+$$

$$+\exp\left\{\int_0^t A_1(\tau,x)d\tau\right\}\cdot\frac{1}{Q_1(x)}\left[\varphi_1(x)-S_1(x)\int_0^T \exp\left\{\int_s^T A_1(\tau,x)d\tau\right\}\left(B_1(s,x)u^{(k-1)}(s,x)+f_1(s,x)\right)ds-\right.$$

$$\left.-\int_0^T K_1(\tau,x)\int_0^\tau \exp\left\{\int_s^\tau A_1(\tau_1,x)d\tau_1\right\}\left(B_1(s,x)u^{(k-1)}(s,x)+f_1(s,x)\right)ds\,d\tau\right],$$

$$V^{(k)}(t,x)=\int_0^t \exp\left\{\int_s^t A_2(\tau,x)d\tau\right\}(F^{(k-1)}(s,x)+D(s,x)v^{(k)}(s,x)+f_2(s,x))ds+$$

$$+\exp\left\{\int_0^t A_2(\tau,x)d\tau\right\}\cdot\frac{1}{Q_2(x)}\left[\varphi_2(x)-\Phi^{(k-1)}(x)-\right.$$

$$-S_2(x)\int_0^T \exp\left\{\int_s^T A_2(\tau,x)d\tau\right\}\left(F^{(k-1)}(s,x)+D(s,x)v^{(k)}(s,x)+f_2(s,x)\right)ds-$$

$$\left.-\int_0^T K_2(\tau,x)\int_0^\tau \exp\left\{\int_s^\tau A_2(\tau_1,x)d\tau_1\right\}\left(F^{(k-1)}(s,x)+D(s,x)v^{(k)}(s,x)+f_2(s,x)\right)ds\,d\tau\right],$$

где $F^{(k-1)}(s,x)=B_2(s,x)W^{(k-1)}(s,x)+C(s,x)u^{(k-1)}(s,x)$,

$$\Phi^{(k-1)}(x)=P_2'(x)u^{(k-1)}(0,x)-S_2'(x)u^{(k-1)}(T,x)-\int_0^T \frac{\partial K_2(\tau,x)}{\partial x}u^{(k-1)}(\tau,x)d\tau\,,\ k=1,2,\dots.$$

k -е приближения функций $u(t,x)$, $W(t,x)$ определим из интегральных соотношений

$$u^{(k)}(t,x)=\psi(t)+\int_0^x V^{(k)}(t,\xi)d\xi\,,\ W^{(k)}(t,x)=\dot{\psi}(t)+\int_0^x \frac{\partial V^{(k)}(t,\xi)}{\partial t}d\xi$$

для всех $(t,x)\in\Omega$.

Пусть

$$\alpha_1(x)=\max_{t\in[0,T]}|A_1(t,x)|,\ \beta_1(x)=\max_{t\in[0,T]}|B_1(t,x)|,\ \kappa_1(x)=\max_{t\in[0,T]}|K_1(t,x)|,$$

$$\alpha_2(x)=\max_{t\in[0,T]}|A_2(t,x)|,\ \beta_2(x)=\max_{t\in[0,T]}|B_2(t,x)|,\ \gamma(x)=\max_{t\in[0,T]}|C(t,x)|,\ \delta(x)=\max_{t\in[0,T]}|D(t,x)|,$$

$$\kappa_2(x)=\max_{t\in[0,T]}|K_2(t,x)|\ ,\ p_1(x)=|P_2'(x)|,\ p_2(x)=|S_2'(x)|,\ \kappa(x)=\max_{t\in[0,T]}\left|\frac{\partial K_2(t,x)}{\partial x}\right|.$$

Тогда для разностей последовательных приближений справедливы оценки

$$\max_{t\in[0,T]}\left|v^{(k+1)}(t,x)-v^{(k)}(t,x)\right|\le$$

$$\le\left[1+e^{\alpha_1(x)T}\cdot\frac{1}{|Q_1(x)|}\cdot\left[|S_1(x)|+T\kappa_1(x)\right]\right]e^{\alpha_1(x)T}\cdot T\cdot\beta_1(x)\cdot\max_{t\in[0,T]}|u^{(k)}(t,x)-u^{(k-1)}(t,x)|, \qquad (13)$$

$$\max_{t\in[0,T]}\left|V^{(k+1)}(t,x)-V^{(k)}(t,x)\right|\le$$

$$\le\left[1+e^{\alpha_2(x)T}\cdot\frac{1}{|Q_2(x)|}\cdot\left[|S_2(x)|+T\kappa_2(x)\right]\right]e^{\alpha_2(x)T}\cdot T\cdot\left[\beta_2(x)\cdot\max_{t\in[0,T]}|W^{(k)}(t,x)-W^{(k-1)}(t,x)|+\right.$$

$$\left.+\gamma(x)\cdot\max_{t\in[0,T]}|u^{(k)}(t,x)-u^{(k-1)}(t,x)|+\delta(x)\cdot\max_{t\in[0,T]}|v^{(k+1)}(t,x)-v^{(k)}(t,x)|\right]+$$

$$+e^{\alpha_2(x)T}\cdot\frac{1}{|Q_2(x)|}\left[p_1(x)+p_2(x)+T\kappa(x)\right]\max_{t\in[0,T]}|u^{(k)}(t,x)-u^{(k-1)}(t,x)|, \qquad (14)$$

$$\max_{t\in[0,T]}|u^{(k+1)}(t,x)-u^{(k)}(t,x)|\le\int_0^x\max_{t\in[0,T]}|V^{(k+1)}(t,\xi)-V^{(k)}(t,\xi)|\,d\xi, \qquad (15)$$

$$\max_{t\in[0,T]}|W^{(k+1)}(t,x)-W^{(k)}(t,x)|\le\int_0^x\max_{t\in[0,T]}\left|\frac{\partial V^{(k+1)}(t,\xi)}{\partial t}-\frac{\partial V^{(k)}(t,\xi)}{\partial t}\right|d\xi, \qquad (16)$$

$$k=1,2,\dots\ .$$

Используя неравенства (15), (16) и дифференциальное уравнение относительно V, из оценок (13) , (14) получим

$$\max_{t\in[0,T]}\left|v^{(k+1)}(t,x)-v^{(k)}(t,x)\right|\le a_1(x)\cdot\beta_1(x)\cdot\int_0^x\max_{t\in[0,T]}\left|V^{(k)}(t,\xi)-V^{(k-1)}(t,\xi)\right|d\xi, \qquad (17)$$

$$\max_{t\in[0,T]}\left|V^{(k+1)}(t,x)-V^{(k)}(t,x)\right|\le a_2(x)\cdot\beta_2(x)\cdot\int_0^x\max_{t\in[0,T]}\left|\frac{\partial V^{(k)}(t,\xi)}{\partial t}-\frac{\partial V^{(k-1)}(t,\xi)}{\partial t}\right|d\xi+$$

$$+a_2(x)\cdot\left[\gamma(x)+\delta(x)\cdot a_1(x)\cdot\beta_1(x)+a_3(x)\right]\cdot\int_0^x\max_{t\in[0,T]}\left|V^{(k)}(t,\xi)-V^{(k-1)}(t,\xi)\right|d\xi, \qquad (18)$$

$$\max_{t\in[0,T]}\left|\frac{\partial V^{(k+1)}(t,x)}{\partial t}-\frac{\partial V^{(k)}(t,x)}{\partial t}\right|\le\alpha_2(x)\max_{t\in[0,T]}\left|V^{(k+1)}(t,x)-V^{(k)}(t,x)\right|+$$

$$+\beta_2(x)\max_{t\in[0,T]}\left|W^{(k)}(t,x)-W^{(k-1)}(t,x)\right|+\gamma(x)\max_{t\in[0,T]}\left|u^{(k)}(t,x)-u^{(k-1)}(t,x)\right|+$$

$$+\delta(x)\max_{t\in[0,T]}\left|v^{(k+1)}(t,x)-v^{(k)}(t,x)\right|, \qquad (19)$$

где

$$a_1(x)=\left[1+e^{\alpha_1(x)T}\cdot\frac{1}{|Q_1(x)|}\cdot\left[|S_1(x)|+T\kappa_1(x)\right]\right]e^{\alpha_1(x)T}\cdot T,$$

$$a_2(x)=\left[1+e^{\alpha_2(x)T}\cdot\frac{1}{|Q_2(x)|}\cdot\left[|S_2(x)|+T\kappa_2(x)\right]\right]e^{\alpha_2(x)T}\cdot T,$$

$$a_3(x)=e^{\alpha_2(x)T}\cdot\frac{1}{|Q_2(x)|}\left[p_1(x)+p_2(x)+T\kappa(x)\right].$$

Введем обозначения

$$\Delta^{(k)}(x)=$$

$$=\max\left(\max_{t\in[0,T]}\left|v^{(k+1)}(t,x)-v^{(k)}(t,x)\right|,\max_{t\in[0,T]}\left|V^{(k+1)}(t,x)-V^{(k)}(t,x)\right|,\max_{t\in[0,T]}\left|\frac{\partial V^{(k+1)}(t,x)}{\partial t}-\frac{\partial V^{(k)}(t,x)}{\partial t}\right|\right),$$

$$b_1(x)=a_2(x)\cdot\left[\gamma(x)+\delta(x)\cdot a_1(x)\cdot\beta_1(x)+a_3(x)\right]+a_2(x)\beta_2(x),$$

$$b_2(x)=\alpha_2(x)b_1(x)+\beta_2(x)+\gamma(x)+\delta(x)a_1(x)\cdot\beta_1(x).$$

Тогда из неравенств (15)-(19) вытекает основное неравенство

$$\Delta^{(k)}(x) \le \max\left(a_1(x)\beta_1(x), b_1(x), b_2(x)\right)\int_0^x \Delta^{(k-1)}(\xi)d\xi\,,\; k = 1,2,\ldots\,. \tag{20}$$

Из оценки (20) вытекает равномерная относительно $(t,x)\in\Omega$ сходимость последовательностей $\left\{v^{(k)}(t,x)\right\}$, $\left\{V^{(k)}(t,x)\right\}$, $\left\{\dfrac{\partial V^{(k)}(t,x)}{\partial t}\right\}$ при $k\to\infty$ к функциям $v^*(t,x)$, $V^*(t,x)$, $\dfrac{\partial V^*(t,x)}{\partial t}$, соответственно. Неравенства (15), (16) обеспечивают равномерную относительно $(t,x)\in\Omega$ сходимость последовательностей $\left\{u^{(k)}(t,x)\right\}$, $\left\{W^{(k)}(t,x)\right\}$ при $k\to\infty$ к функциям $u^*(t,x)$, $W^*(t,x)$, соответственно.

Таким образом, существует решение задачи (5)–(8).

Докажем единственность решения. Предположим противное. Пусть существует два решения задачи (5)–(8) – четверки функций $(v^*(t,x),V^*(t,x),u^*(t,x),W^*(t,x))$ и $(\tilde{v}(t,x),\tilde{V}(t,x),\tilde{u}(t,x),\tilde{W}(t,x))$.

Аналогично оценкам (15)—(19) получим

$$\max_{t\in[0,T]}|u^*(t,x)-\tilde{u}(t,x)| \le \int_0^x \max_{t\in[0,T]}|V^*(t,\xi)-\tilde{V}(t,\xi)|\,d\xi\,, \tag{21}$$

$$\max_{t\in[0,T]}|W^*(t,x)-\tilde{W}(t,x)| \le \int_0^x \max_{t\in[0,T]}\left|\frac{\partial V^*(t,\xi)}{\partial t}-\frac{\partial \tilde{V}(t,\xi)}{\partial t}\right|d\xi\,, \tag{22}$$

$$\max_{t\in[0,T]}\left|v^*(t,x)-\tilde{v}(t,x)\right| \le a_1(x)\cdot\beta_1(x)\cdot\int_0^x \max_{t\in[0,T]}\left|V^*(t,\xi)-\tilde{V}(t,\xi)\right|d\xi\,, \tag{23}$$

$$\max_{t\in[0,T]}\left|V^*(t,x)-\tilde{V}(t,x)\right| \le a_2(x)\cdot\left[\gamma(x)+\delta(x)\cdot a_1(x)\cdot\beta_1(x)+a_3(x)\right]\cdot\int_0^x \max_{t\in[0,T]}\left|V^*(t,\xi)-\tilde{V}(t,\xi)\right|d\xi +$$

$$+a_2(x)\cdot\beta_2(x)\cdot\int_0^x \max_{t\in[0,T]}\left|\frac{\partial V^*(t,\xi)}{\partial t}-\frac{\partial \tilde{V}(t,\xi)}{\partial t}\right|d\xi\,, \tag{24}$$

$$\max_{t\in[0,T]}\left|\frac{\partial V^*(t,x)}{\partial t}-\frac{\partial \tilde{V}(t,x)}{\partial t}\right| \le \alpha_2(x)\max_{t\in[0,T]}\left|V^*(t,x)-\tilde{V}(t,x)\right| +$$

$$+\beta_2(x)\max_{t\in[0,T]}\left|W^*(t,x)-\tilde{W}(t,x)\right|+\gamma(x)\max_{t\in[0,T]}\left|u^*(t,x)-\tilde{u}(t,x)\right|+$$

$$+\delta(x)\max_{t\in[0,T]}\left|v^*(t,x)-\tilde{v}(t,x)\right|. \tag{25}$$

Пусть $\overline{\Delta}(x)=\max\left(\max_{t\in[0,T]}\left|v^*(t,x)-\tilde{v}(t,x)\right|,\max_{t\in[0,T]}\left|V^*(t,x)-\tilde{V}(t,x)\right|,\max_{t\in[0,T]}\left|\dfrac{\partial V^*(t,x)}{\partial t}-\dfrac{\partial \tilde{V}(t,x)}{\partial t}\right|\right)$.

Тогда аналогично оценке (20) получим основное неравенство

$$\overline{\Delta}(x) \le \max\left(a_1(x)\beta_1(x), b_1(x), b_2(x)\right)\int_0^x \overline{\Delta}(\xi)d\xi\,. \tag{26}$$

Применяя неравенство Беллмана-Гронуолла к оценке (26), находим, что $\overline{\Delta}(x)=0$. Отсюда вытекает, что $v^*(t,x)=\tilde{v}(t,x)$, $V^*(t,x)=\tilde{V}(t,x)$, $\dfrac{\partial V^*(t,x)}{\partial t}=\dfrac{\partial \tilde{V}(t,x)}{\partial t}$. Тогда из неравенств (21),

(22) следует $u^*(t,x) = \tilde{u}(t,x)$, $W^*(t,x) = \widetilde{W}(t,x)$. Наше предположение неверно. Решение задачи (5)—(8) единственное. Теорема 1 доказана.

Из эквивалентности задач (1)-(4) и (5)-(8) вытекает

Теорема 2. *Пусть*

i) функции $A_i(t,x)$, $B_i(t,x)$, $C(t,x)$, $D(t,x)$, $f_i(t,x)$ *непрерывны на* Ω, $i = 1,2$;

ii) функции $P_1(x)$, $S_1(x)$, $\varphi_1(x)$ *непрерывны на* $[0,\omega]$, *функция* $K_1(t,x)$ *непрерывна на* Ω;

iii) функция $\psi(t)$ *непрерывно дифференцируема на* $[0,T]$, *функции* $P_2(x)$, $S_2(x)$, $\varphi_2(x)$ *непрерывно дифференцируемы на* $[0,\omega]$, *функция* $K_2(t,x)$ *непрерывна и непрерывно дифференцируема по переменной* x *на* Ω;

iv) выполняются неравенства

$$P_1(x) + S_1(x)\exp\left\{\int_0^T A_1(\tau,x)d\tau\right\} + \int_0^T K_1(\tau,x)\exp\left\{\int_0^\tau A_1(\tau_1,x)d\tau_1\right\}d\tau \neq 0,$$

$$P_2(x) + S_2(x)\exp\left\{\int_0^T A_2(\tau,x)d\tau\right\} + \int_0^T K_2(\tau,x)\exp\left\{\int_0^\tau A_2(\tau_1,x)d\tau_1\right\}d\tau \neq 0 \text{ для всех } x \in [0,\omega].$$

Тогда нелокальная краевая задача для гибридной системы (1)--(4) имеет единственное решение $(v^*(t,x), u^*(t,x))$.

Таким образом, исследована нелокальная краевая задача для одного класса гибридной системы, включающей обыкновенное дифференциальное уравнение и гиперболическое уравнение со смешанной производной. Путем введения новых неизвестных функций рассматриваемая задача сведена к эквивалентной задаче, состоящей из семейств краевых задач с интегральным условием для системы дифференциальных уравнений и интегральных соотношений. Предложен алгоритм нахождения приближенного решения полученной задачи. Доказана сходимость предложенного алгоритма к решению рассматриваемой задачи. Установлены коэффициентные условия существования единственного решения нелокальной краевой задачи для гибридной системы. Кроме того, для нахождения численных значений приближенных решений можно использовать численные методы и математические пакеты программ MathCad, MatLab и др. Результаты данной работы могут быть применены при исследовании нелокальных краевых задач с интегральным условием для нелинейных гибридных систем. Линеаризация указанной задачи приводит к объекту исследования данной работы.

Работа выполнена в рамках проекта № 0822/ГФ4 по грантовому финансированию Министерства образования и науки Республики Казахстан.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Branicky M.S., Hebbar R. Fast marching for hybrid control // Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control. 1999.

[2] Lygeros J., Tomlin C., Sastry S. Controllers for reachability specifications for hybrid systems // Automatika. 1999. Vol. 35. P.349-370.

[3] Santis E., Benedetto M.D., Pola G. Digital idle speed control of automotive engines: a safety problem for hybrid systems // Nonlinear Analysis. 2006. Vol. 65. N 9. P.1705-1724.

[4] Santis E., Benedetto M.D., Gennaro S., Innocenzo A., Pola G. Critical observability of a class of hybrid systems and application to air traffic management // Lecture Notes in Control and Information sciences. N 337. Springer. 2006.

[5] Точилин П.А. Анализ гибридной системы второго порядка с линейной структурой // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2008. № 1. P. 26-33.

[6] Evans L. Partial Differential Equations. American Mathematical Society, providence, RI, 1998.

[7] Рахматулин Х.А., Демьянов Ю.А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. – М.: Логос. 2009. – 512с.

[8] Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math. 1963. Vol. 217. P.155-160.

[9] Самарский А.А. О некоторых проблемах современной теории дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1980. Т. 16, № 11. С. 1221-1228.

[10] Нахушев А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги и грунтовых вод // Дифференц. уравнения. 1982. Т. 18, № 1. С. 72-81.

[11] Пташник Б.И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – Киев: Наук. думка, 1984. - 264 с.

[12] Kiguradze T. Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type // Mem. Differential Equations and Math. Phys. 1994. Vol. 1. P. 1-144.

[13] Голубева Н.Д., Пулькина Л.С. Об одной нелокальной задаче с интегральными условиями // Матем. заметки. 1996. Т. 59, вып. 3. С. 171-174.

[14] Bouziani A. Solution forte d'un probleme mixte avec conditions non locales pour une classe d'equations hyperboliques // Bull. CI. Sci. Acad. Roy. Belg. 1997. Vol. 8. P. 53-70.

[15] Гордезиани Д.Г., Авалишвили Г.А. Решения нелокальных задач для одномерных колебаний среды // Матем. моделирование. 2000. Т. 12, № 1. С. 94-103.

[16] Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. – М.: Наука, 2006. – 287 с.

[17] Ткач Б.П., Урманчева Л.Б. Численно-аналитический метод отыскания решений систем с распределенными параметрами с интегральным условием // Нелинейные колебания. 2009. Т. 12, № 1. С. 110-119.

[18] Абрамов А. А., Юхно Л. Ф. Нелинейная спектральная задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с нелокальным условием // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2012. Т. 52, № 2. С. 231-236.

[19] Абрамов А. А., Юхно Л. Ф. Метод решения нелокальной задачи для системы линейных дифференциальных уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2014. Т. 54, № 11. С. 1752–1755.

[20] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique Solvability of the Boundary Value Problem for Systems of Hyperbolic Equations with Data on the Characteristics // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2002. Vol. 42б N 11. P. 1609-1621.

[21] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Criteria of well-posed solvability of boundary value problem for system of hyperbolic equations (Russian) // Izvestia NAN RK. Ser. phyz.-mathem. – 2002. –N 3. P. 20-26.

[22] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique Solvability of Nonlocal Boundary Value Problems for Systems of Hyperbolic Equations // Differential Equations. 2003. Vol. 39, N 10. P. 1414-1427.

[23] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Correct Solvability of a Nonlocal Boundary Value Problem for Systems of Hyperbolic Equations // Doklady Mathematics. 2003. Vol. 68, N 1. P. 46-49.

[24] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-Posed Solvability of Nonlocal Boundary Value Problems for Systems of Hyperbolic Equations // Differential Equations. 2005. Vol. 41, N 3. P. 352-363.

[25] Асанова А.Т. О нелокальной задаче с интегральным смещением для систем гиперболических уравнений со смешанной производной // Математический журнал. – 2008. – Т. 8, № 1. – С. 9-16.

[26] Asanova A.T. On the unique solvability of a nonlocal boundary value problem with data on intersecting lines for systems of hyperbolic equations // Differential equations. 2009. Vol. 45, N 3. P. 385-394.

[27] Asanova A.T. On a boundary-value problem with data on non-characteristic intersecting lines for a system of hyperbolic equations with mixed derivative // Journal of Mathematical Sciences (United States). 2012. Vol. 187, N 4. P. 375-386.

[28] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2013. Vol. 402б N 1. P. 167-178.

REFERENCES

[1] Branicky M.S., Hebbar R., Fast marching for hybrid control // Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control. 1999.

[2] Lygeros J., Tomlin C., Sastry S., Controllers for reachability specifications for hybrid systems // Automatika. 1999. Vol. 35. P. 349-370.

[3] Santis E., Benedetto M.D., Pola G. Digital idle speed control of automotive engines: a safety problem for hybrid systems // Nonlinear Analysis. 2006. Vol. 65, N 9. P. 1705-1724.

[4] Santis E., Benedetto M.D., Gennaro S., Innocenzo A., Pola G. Critical observability of a class of hybrid systems and application to air traffic management // Lecture Notes in Control and Information sciences. N 337. Springer. 2006.

[5] Tochilin P.A. Analysis of the hybrid system of the second order with a linear structure // Vestnik Moskovskogo universiteta. Seria 15: Vychislitel’naiya matematika i kibernetika. 2008. N 1. P. 26-33. (in Russ.)

[6] Evans L., Partial Differential Equations. American Mathematical Society, providence, RI, 1998.

[7] Rakhmatullin Kh.A., Dem’iyanov Yu.A. Strength under intensive short-term loads. M.: Logos. 2009. 512 p. (in Russ.)

[8] Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math. 1963. Vol. 217. P. 155-160.

[9] Samarskii A.A. On some problems of the modern theory of differential equations // Differents. uravneniya. 1980. Vol. 16, N 11. P.1221-1228. (in Russ.)

[10] Nakhushev A.M. On an approximate method of solving boundary value problems for differential equations and its applications to the dynamics of soil moisture and groundwater // Differents. uravneniya. 1982. Vol. 18, N 1. P. 72-81. (in Russ.)

[11] Ptachnyck B.I. Incorrect boundary value problems for differential equations with partial derivatives. Kiev: Nauk. dumka, 1984. 264 p. (in Russ.)

[12] Kiguradze T. Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type // Mem. Differential Equations and Math. Phys. 1994. Vol. 1. P. 1-144.

[13] Golubeva N.D., Pulkina L.S. A nonlocal problem with integral conditions // Matem. zametki. 1996. Vol. 59, vyp. 3. P. 171-174. (in Russ.)

[14] Bouziani A. Solution forte d'un probleme mixte avec conditions non locales pour une classe d'equations hyperboliques // Bull. CI. Sci. Acad. Roy. Belg. 1997. Vol. 8. P. 53-70.

[15] Gordeziani D.G., Avalisvili G.A. Solution of a nonlocal problems for one-dimensional medium oscillation // Matem. modelirovanie. 2000. Vol. 12. No 1. P. 94-103. (in Russ.)

[16] Nakhushev A.M. Problems with shifts for the partial differential equations. M.: Nauka. 2006. 287 p. (in Russ.)

[17] Tkach B.P., Urmancheva L.B. Numerical-analytical method for finding solutions of systems with distributed parameters with an integral condition // Nelineinye kolebaniya. 2009. Vol. 12, N 1. P. 110-119. (in Russ.)

[18] Abramov A. A., Yukhno L.F. A nonlinear singular eigenvalue problem for a system of ordinary differential equations subject to a nonlocal condition // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2012. Vol. 52, N 2. P. 213-218.

[19] Abramov A. A., Yukhno L.F. A solution method for a nonlocal problem for a system of linear differential equations // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2014. Vol. 54, N 11. P. 1686–1689.

[20] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique Solvability of the Boundary Value Problem for Systems of Hyperbolic Equations with Data on the Characteristics // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2002. Vol. 42, N 11. P. 1609-1621.

[21] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Criteria of well-posed solvability of boundary value problem for system of hyperbolic equations (Russian) // Izvestiya NAN RK. Ser. phyz.-math. 2002. N 3. P. 20-26. (in Russ.)

[22] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Unique Solvability of Nonlocal Boundary Value Problems for Systems of Hyperbolic Equations // Differential Equations. 2003. Vol. 39, N 10. P.1414-1427.

[23] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Correct Solvability of a Nonlocal Boundary Value Problem for Systems of Hyperbolic Equations // Doklady Mathematics. 2003. Vol. 68, N 1. P. 46-49.

[24] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-Posed Solvability of Nonlocal Boundary Value Problems for Systems of Hyperbolic Equations // Differential Equations. 2005. Vol. 41, N 3. P. 352-363.

[25] Asanova A.T. On a nonlocal problem with integral shift for a systems of hyperbolic equations with mixed derivative // Matematicheskii journal. 2008. Vol. 8, N 1. P. 9-16. (in Russ.)

[26] Asanova A.T. On the unique solvability of a nonlocal boundary value problem with data on intersecting lines for systems of hyperbolic equations // Differential equations. 2009. Vol. 45, N 3. P. 385-394.

[27] Asanova A.T. On a boundary-value problem with data on non-characteristic intersecting lines for a system of hyperbolic equations with mixed derivative // Journal of Mathematical Sciences (United States). 2012. Vol. 187, N 4. P. 375-386.

[28] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2013. Vol. 402, N 1. P. 167-178.

ГИБРИДТІ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ БІР КЛАСЫ ҮШІН ИНТЕГРАЛДЫҚ ШАРТЫ БАР БЕЙЛОКАЛ ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ БІРМӘНДІ ШЕШІЛІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

А. Т. Асанова[1], А. П. Сабалахова[2], Н. З. Байгулова[2]

[1]Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан,
[2]М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік-Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер: теңдеу, есеп, интеграл, алгоритм, шешілімділік.

Аннотация. Гибридті жүйелердің бір классы үшін интегралдық шарты бар бейлокал шеттік есеп қарастырылады. Гибридті жүйе параметрінен тәуелді жәй дифференциалдық теңдеуден және екінші ретті дербес туындылы гиперболалық тектес теңдеуден тұрады. Әрбір теңдеу оған қоса екінші теңдеудің белгісіз шешімін қамтиды. Жәй дифференциалдық теңдеу үшін ізделінді функцияның уақыт айнымалысы бойынша аралықтың ұштарындағы мәндерінің сызықтық комбинациясы мен ізделінді функция бойынша интегралдық қосылғыштың қосындысы болып табылатын шеттік шарт қойылады. Дербес туындылы гиперболалық тектес теңдеу үшін кеңістіктік айнымалы бойынша сипаттамасындағы шартты және ізделінді функцияның уақыт айнымалысы бойынша сипаттамалардағы мәндерінің сызықтық комбинациясы мен ізделінді функция бойынша интегралдық қосылғыштың қосындысы болып табылатын шартты қамтитын бейлокал есеп қойылады. Функционалдық параметрлер енгізу әдісі арқылы зерттелініп отырған есеп бірінші рет параметрден тәуелді екі дифференциалдық теңдеуден тұратын жүйе үшін интегралдық шарты бар шеттік есеп және интегралдық қатынастардан тұратын пара-пар есепке келтіріледі. Екі дифференциалдық теңдеуден тұратын жүйе үшін интегралдық шарты бар шеттік есептер әулеті мен интегралдық қатынастардың жуық шешімдерін табу алгоритмі тұрғызылған. Ұсынылған алгоритмнің жүзеге асырылымдығы мен жинақтылығының шарттары жүйенің коэффициенттерінің және шекаралық функциялардың терминдерінде тағайындалған. Екі дифференциалдық теңдеуден тұратын жүйе үшін интегралдық шарты бар шеттік есептер әулеті мен интегралдық қатынастардың бірмәнді шешілімділігі туралы теорема дәлелденген. Гибридті жүйе үшін интегралдық шарты бар бейлокал шеттік есептің шешімінің бар болуы мен жалғыздығының шарттары бастапқы берілімдер терминінде алынған.

Поступила 13.01.2016 г.

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

http://www.physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 16.01.2016.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
10,7 п.л. Тираж 300. Заказ 1.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19