ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

ХАБАРЛАРЫ

ИЗВЕСТИЯ

NEWS

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

◆ СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

1 (305)

ҚАНТАР – АҚПАН 2016 ж. ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2016 г. JANUARY – FEBRUARY 2016

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

> ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

> > АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА АЛМАТЫ, НАН РК ALMATY, NAS RK

Бас редактор

ҚР ҰҒА академигі, Мұтанов Г. М.

Редакция алқасы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Әшімов А.А.; техн. ғ.докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Байғұнчеков Ж.Ж.; физ.-мат. ғ.докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Жұмаділдаев А.С.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Қалменов Т.Ш.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Мұқашев Б.Н.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Тәкібаев Н.Ж.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Харин С.Н.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Харин С.Н.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Тәкібаев Н.Ж.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі Харин С.Н.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Әбішев М.Е.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Жантаев Ж.Ш.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Косов В.Н.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Юйнаров Р.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Ойнаров Р.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Темірбеков Н.М.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Темірбеков Н.М.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Темірбеков Н.М.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Темірбеков Н.М.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Темірбеков Н.М.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Темірбеков Н.М.; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі Темірбеков Н.М.;

Редакция кеңесі:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК А.А. Ашимов; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК Ж.Ж. Байгунчеков; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК А.С. Джумадильдаев; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК Т.Ш. Кальменов; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК Б.Н. Мукашев; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК М.О. Отелбаев; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК Н.Ж. Такибаев; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК С.Н. Харин; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК К.Ш. Жантаев; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК Ж.Ш. Жантаев; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК М.Н. Калимолдаев; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК Р. Ойнаров; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК Р. Ойнаров; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК К.С. Рамазанов (заместитель главного редактора): доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК К.И. Темирбеков; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК У.У. Умирбаев

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы) Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год. Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18, www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

_____ 3 _____

Editor in chief

G. M. Mutanov, academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; Zh.Zh. Baigunchekov, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; A.S. Dzhumadildayev, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK;
T.S. Kalmenov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; B.N. Mukhashev, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; M.O. Otelbayev, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK;
N.Zh. Takibayev, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; S.N. Kharin, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; M.Ye. Abishev, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK;
Zh.Sh. Zhantayev, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; M.N. Kalimoldayev, dr. physmath. sc., prof., corr. member. of NAS RK; V.N. Kosov, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK;
T.A. Mussabayev, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; R. Oinarov, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; T.S. Ramazanov, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK;
U.U. Umirbayev, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK;

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series. ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty) The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18, www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

_____ 4 _____

N E W S OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES ISSN 1991-346X Volume 1, Number 305 (2016), 46 – 58

INVESTIGATION OF THE TRANSVERSE JET INTERACTION SUPERSONIC FLOW FIELD DEPENDING ON THE PRESSURE RATIO

A. O. Beketaeva

Institute of Mathematics and mathematical modeling MES RK, Almaty, Kazakhstan. E-mail: azimaras@mail.ru

Keywords: numerical modeling, supersonic flow, perfect gas, boundary layer, Navier-Stokes equations, pressure ratio, the shock wave.

Abstract. The three-dimensional supersonic turbulent flow with a symmetrical circular transverse jets injection to the channel is numerically simulated. The Favre averaged Navier-Stokes equations, closed by turbulence model, are solved by the algorithm, based on ENO-scheme. The supersonic turbulent flow with parameters Re= $1.87*10^7$, Pr=0.9, M_{∞} =3, with transverse jet injection from a hole in the wall with a diameter d=1.4cm is investigated. On the wall the boundary layer is defined, the longitudinal component of the velocity is approximated by a power law. The mechanism of occurrence of vortex structures in the interaction of the jet with the flow field, depending on the parameters of moderate to high pressure ratio (parameter ranged $3 \le n \le 50$) is studied. The numerical expe-

riments are revealed that under pressure ratio parameter of greater than 10, in addition to the four known vortex structures the new vortices are formed. It is known that two pairs of vortices are formed in the mixing zone, one pair of vortices is formed due to the interaction of the jet passing through the Mach disk with the high-velocity incoming flow. A satisfactory agreement the pressure distribution on the wall with experimental data is obtained.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУИ СО СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРА НЕРАСЧЕТНОСТИ

А. О. Бекетаева

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: численное моделирование, сверхзвуковое течение, совершенный газ, пограничный слой, уравнения Навье-Стокса, параметр нерасчетности, ударная волна.

Аннотация. Численно моделируется трехмерное сверхзвуковое турбулентное течение с симметричным перпендикулярным вдувом круглых струй со стенок канала. Решение исходных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса, замкнутых $k-\omega$ моделью турбулентности, осуществляется с помощью алгоритма, построенного на основе ENO-схемы. Исследуется сверхзвуковое турбулентное течение с параметрами Re=1.87*10⁷, Pr=0.9, M_{∞} =3 с поперечным вдувом звуковой струи совершенного газа из отверстия на стенке с диаметром d=1.4cm. На стенке задается пограничный слой, продольная составляющая скорости аппроксимируется степенным законом. Изучен механизм возникновения вихревых структур при взаимодействии струи с набегающим потоком, в зависимости от умеренных до больших параметров нерасчетности (параметр варьировался в диапазоне $3 \le n \le 50$). В результате численных экспериментов было выявлено, что с увеличением нерасчетности, в частности при параметре нерасчетности больше 10, формируются дополнительные вихри, помимо известных четырех вихревых структур. Известно, что две пары вихрей форми-

нительные вихри, помимо известных четырех вихревых структур. Известно, что две пары вихрей формируются в зоне смешения, одна пара вихрей возникает за счет взаимодействия струи, проходящей через диск Маха со скоростным набегающим потоком, Получено удовлетворительное согласие избыточного давления перед струей с экспериментальными данными.

Введение. Необходимость изучения взаимодействия поперечной струи со сверхзвуковым потоком связана, прежде всего, с разработкой новых конструкций самолетов короткого взлета и посадки, авиационных силовых установок с управлением вектора тяги, а также при проектировании прямоточных воздушно-реактивных двигателей. Область исследований очень широкая и уже выполнены довольно разнообразные работы, и большинство из них сводятся в основном к определению усиления реактивной силы струи в результате ее взаимодействия со сверхзвуковым набегающим потоком и внешним пограничном слоем. Сравнительно мало внимания уделяется исследованию поведения и структуры самой струи. Обзор существующей литературы показывает, что целый ряд работ посвящен исследованию поперечного вдува струи с малыми и умеренными числами нерасчетности [1-12] и физическая картина области взаимодействия достаточно хорошо изучена – это образование сложной λ-образной системы скачков уплотнения, вследствие которой возникает область возвратных течений перед струей; формирование возвратного течения за струей вследствие образования зоны низкого давления; возникновение бочкообразной структуры и диска Маха в самой струе [1-12]. Все это схематически отражено на рисунке 1а, здесь показаны головной, косой и замыкающий скачки уплотнения соответственно как 1, 2 и 3. На графике показана вихревая структура в самой струе, которая аналогична истечению струи несжимаемой жидкости и является давно изученной и известной. Однако ряд последних исследований, касающихся течений с большими параметрами нерасчетности, например [13], где отношение статического давления в струе к полному давлению потока равнялось 532, показали, что при истечении газовой струи появляются дополнительные вихри. Суммарная качественная вихревая картина, возникающая при поперечном вдуве струи с большими значениями нерасчетности в набегающий поток, описанная в работе [13], иллюстрируется на рисунке 16. На графике показано сечение уг за струей, и как следует из [13] здесь видна структура, состоящая из пяти пар противоположно вращающихся вихрей. Помимо известных пар вихрей, формирующихся при малых и умеренных числах нерасчетности (вихри 1, 2, 3 и 5) здесь дополнительно возникают пара вихрей (4). Вихри (1) и (3) формируются в зоне смешения между набегающим потоком и струей, пара вихрей (2) формируется за счет столкновения струи, проходящей через диск Маха с набегающим потоком. Пара вихрей (4) образуются в результате перетекания потока над бочкообразной структурой и существенно зависит от интенсивности вдува струи. Подковообразный вихрь (5) возникает при наличии большого градиента давления перед струей и как следствие отрыва потока. Таким образом, полученные результаты при различных значениях отношений давления в потоке и в струе существенно отличаются друг от друга, и вопрос изучения истечения струи с большими нерасчетностями а также динамика появления дополнительных вихрей в зависимости от параметра нерасчетности, является практически не изученной и весьма актуальной задачей.

Целью исследования является численное моделирование вдува круглой звуковой струй перпендикулярно сверхзвуковому потоку в прямоугольном канале и изучение динамики возникновения дополнительных вихревых структур в самой струе и за струей в зависимости от параметра нерасчетности в диапазоне от умеренных до больших значений. Для удобства вычисления рассматривается вдув струи только с нижней стенки. Схема течения и качественная картина вихревой структуры показана на рисунке 1.



б

Рисунок 1 – Схема течения

Постановка задачи. Исходной является система трехмерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для сжимаемого турбулентного газа, записанная в декартовой системе координат в консервативной форме:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial (E - E_v)}{\partial x} + \frac{\partial (F - F_v)}{\partial z} + \frac{\partial (G - G_v)}{\partial y} = S$$
(1)

компоненты векторов *U*,*E*,*F*,*G* определяются выражениями:

$$\boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho w \\ E_t \\ \rho w \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho u v \\ \rho u v \\ \rho u w \\ (E_t + P)u \\ \rho u k \\ \rho u \omega \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho w w \\ \rho w^2 + P \\ (E_t + P)w \\ \rho w k \\ \rho w \omega \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + P \\ \rho v w \\ (E_t + P)v \\ \rho v k \\ \rho v \omega \end{pmatrix},$$

а компоненты ${m E}_{_V},\ {m F}_{_V},\ {m G}_{_V}$ связаны с вязкими напряжениями:

$$\boldsymbol{E}_{v} = \left(0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, u\tau_{xx} + v\tau_{xz} + w\tau_{xz} - q_{x}, \frac{1}{\operatorname{Re}}(\mu_{l} + \sigma_{k}\mu_{l})\frac{\partial k}{\partial x}, \frac{1}{\operatorname{Re}}(\mu_{l} + \sigma_{\omega}\mu)\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^{T}$$
$$\boldsymbol{F}_{v} = \left(0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_{z}, \frac{1}{\operatorname{Re}}(\mu_{l} + \sigma_{k}\mu_{l})\frac{\partial k}{\partial z}, \frac{1}{\operatorname{Re}}(\mu_{l} + \sigma_{\omega}\mu)\frac{\partial \omega}{\partial z}\right)^{T}$$
$$\boldsymbol{G}_{v} = \left(0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{yz}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_{y}, \frac{1}{\operatorname{Re}}\mu_{l} + \sigma_{k}\mu_{l}\frac{\partial k}{\partial y}, \frac{1}{\operatorname{Re}}(\mu_{l} + \sigma_{\omega}\mu)\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)^{T}$$

Тензоры напряжения и потоки тепла выражаются в виде:

$$\tau_{xx} = \frac{2\mu_t}{3\text{Re}} (2u_x - w_z - v_y), \ \tau_{zz} = \frac{2\mu_t}{3\text{Re}} (2w_z - u_x - v_y), \ \tau_{yy} = \frac{2\mu_t}{3\text{Re}} (2v_y - u_x - w_z), \ \tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{\mu_t}{\text{Re}} (u_z + w_x), \ \tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\mu_t}{\text{Re}} (u_y + v_x), \ \tau_{yz} = \tau_{zy} = \frac{\mu_t}{\text{Re}} (w_y + v_z), \ \tau_{yz} = \frac{\mu_t}{\text{Re}} (w_y + v_z), \ \tau_{yz} = \frac{\mu_t}{(\gamma - 1)M_{\infty}^2} \text{PrRe}^T_x, \ q_y = -\frac{\mu_t}{(\gamma - 1)M_{\infty}^2} \text{PrRe}^T_y, \ q_z = -\frac{\mu_t}{(\gamma - 1)M_{\infty}^2} \text{PrRe}^T_z.$$

Вектор дополнительных членов имеет следующий вид:

где

Константы принимают следующие значения:

$$\sigma_k = 0.5, \sigma_\omega = 0.5, \beta^* = 0.09, \beta = 0.075, \gamma = 5/9.$$

здесь *k*,*w* - кинетическая энергия турбулентности и скорость диссипации кинетической энергии турбулентности. *P_k* - член генерации турбулентности.

Система (1) замкнута с помощью алгебраической $k-\omega$ модели турбулентности Вилкокса [14]

где турбулентная вязкость определяется по формуле $\mu_t = \frac{\rho k}{\omega}$.

Для давления и температуры запишутся следующие выражения:

$$P = (\gamma - 1) \left[E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho w^2 + \rho v^2) \right],$$
$$T = \left(\frac{1}{\rho c_v} \right) \left[E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho w^2 + \rho v^2) \right], c_v = \frac{1}{\gamma (\gamma - 1) M_{\infty}^2}$$

Здесь t - время, u, w, v - компоненты скорости потока в продольном и поперечных направлениях, ρ - плотность, P - давление, T - температура, C_v - теплоемкость при постоянном объеме, γ - показатель адиабаты, M_0 и M_∞ - числа Маха струи и потока, μ_t - коэффициент турбулентной вязкости, 0- отнесен к параметрам струи, ∞ - к параметрам потока.

Исходная система (1) записана в безразмерной форме. В качестве определяющих параметров приняты параметры на входе u_{∞} , ρ_{∞} , T_{∞} , давление и полная энергия отнесены к значению $\rho_{\infty}u_{\infty}^2$, характерным размером длины является диаметр круглого отверстия.

Граничные условия имеют следующий вид:

на входе задаются параметры потока

$$u=1, v=0 w=0, \rho=1, T=1$$

 $x=0, 0 \le y \le H_v, 0 \le z \le H_z$

Начальные данные для k,ω параметров определялись с использованием алгебраической модели турбулентности Болдуина –Ломакса по известным осредненным физическим параметрам входного потока. Используя соотношение $P_k = \beta^* \rho \omega k$ начальное распределение турбулентных параметров примет вид

$$k = k_{\infty}, \text{где } k_{\infty} = \frac{\mu_{tB-L}}{\rho \text{Re}\sqrt{\beta^*}} \sqrt{\frac{P_k}{\mu_{tB-L}}}$$
$$\omega = \omega_{\infty}, \omega_{\infty} = \frac{\rho k}{\mu_{tB-L} \text{Re}}$$

на нижней стенке

$$u=0, v=0, w=0, \frac{\partial T}{\partial z}=0, \frac{\partial P}{\partial z}=0, z=0, 0 < x \le H_x, 0 \le y \le H_y$$

Для параметров $k-\omega$ модели турбулентности на стенке задавались следующие граничные условия

$$k=0; \omega = \frac{6\mu}{0.075\rho(\Delta y_1)^2}$$

на струе

$$u=0, v=0, T=0.6 \quad w=\sqrt{T}M_0/M_{\infty}, P_0=nP_{\infty}, z=0, |x^2+y^2| \le R$$

= 50 =

Вблизи стенки задается пограничный слой продольная составляющая скорости аппроксимируется степенным законом

на верхней границе условие симметрии,

$$w=0; \frac{\partial u}{\partial z}=0; \frac{\partial v}{\partial z}=0; \frac{\partial T}{\partial z}=0; \frac{\partial k}{\partial z}=0; \frac{\partial \omega}{\partial z}=0 z=H_z, 0 < x \le H_x, 0 \le y \le H_y$$

на боковых границах

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0, \ y = 0, \ y = H_y, 0 < x \le H_x, 0 \le z \le H_z$$

где H_x - длина, H_z - высота, H_y - ширина расчетной области, R - радиус круглого отверстия.

на выходной границе задается условие неотражения [15].

Метод решения. В настоящее время для численного решения задачи сверхзвукового течения с ударно-волновой структурой широко применяются TVD схемы, ENO, WENO схемы [16-20]. В работе [20] авторы развили ENO-схему на основе идеи метода Годунова и показали применимость схемы к решению задачи сверхзвукового течения многокомпонентного газа в плоском канале с вдувом перпендикулярных струй. Для решения поставленной задачи ENO схема обобщается на трехмерный случай. В соответствии с этим, предварительно в пограничном слое, вблизи стенки и на уровне струи, для более точного учета течения, вводится сгущение сетки с помощью преобразований

$$\xi = \xi(x), \ \eta = \eta(z), \ \zeta = \zeta(y). \tag{2}$$

При этом уравнения (3.1) в обобщенных координатах запишутся в виде:

$$\frac{\partial \widetilde{U}}{\partial t} + \frac{\partial \widetilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \widetilde{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \widetilde{G}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \widetilde{E}_{\nu 2}}{\partial \xi} + \frac{\partial \widetilde{E}_{\nu m}}{\partial \xi} + \frac{\partial \widetilde{F}_{\nu 2}}{\partial \eta} + \frac{\partial \widetilde{F}_{\nu m}}{\partial \eta} + \frac{\partial \widetilde{G}_{\nu 2}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \widetilde{G}_{\nu m}}{\partial \zeta}$$
(3)

где

$$\widetilde{U} = \frac{1}{J} \vec{U}, \ \widetilde{E} = \left(\frac{\xi_x}{J}\right) \vec{E}, \ \widetilde{F} = \left(\frac{\eta_z}{J}\right) \vec{F}, \ \widetilde{E}_{v2} = \left(\frac{\xi_x}{J}\right) \vec{E}_{v2}, \ \widetilde{E}_{vm} = \left(\frac{\xi_x}{J}\right) \vec{E}_{vm}, \\ \widetilde{F}_{v2} = \left(\frac{\eta_z}{J}\right) \vec{F}_{v2}, \ \widetilde{F}_{vm} = \left(\frac{\eta_z}{J}\right) \vec{F}_{vm}, \ \widetilde{G}_{v2} = \left(\frac{\eta_z}{J}\right) \vec{G}_{v2}, \ \widetilde{G}_{vm} = \left(\frac{\eta_z}{J}\right) \vec{G}_{vm},$$

 $J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, z, y)}$ - якобиан преобразования.

В соответствии с принципом построения ENO- схемы, исходная система уравнений представится следующим образом:

$$\frac{\partial \widetilde{U}}{\partial t} + (\hat{A}^{+} + \hat{A}^{-}) \frac{\partial \vec{E}^{m}}{\partial \xi} + (\hat{B}^{+} + \hat{B}^{-}) \frac{\partial \vec{F}^{m}}{\partial \eta} + (\hat{Q}^{+} + \hat{Q}^{-}) \frac{\partial \vec{G}^{m}}{\partial \zeta} - \left[\frac{\partial (\widetilde{E}_{v2} + \widetilde{E}_{vm})}{\partial \xi} + \frac{\partial (\widetilde{F}_{v2} + \widetilde{F}_{vm})}{\partial \eta} - \frac{\partial (\widetilde{G}_{v2} + \widetilde{G}_{vm})}{\partial \zeta} \right] = 0$$

$$(4)$$

Здесь
$$A = \frac{\partial \vec{E}}{\partial \vec{U}}, B = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{U}}, Q = \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{U}}$$
 - матрицы Якоби, $\hat{A}^{\pm} = R\hat{\Lambda}_{\xi}R^{-1} = R\left(\frac{1\pm sign(\Lambda_{\xi})}{2}\right)R^{-1}$
 $\hat{B}^{\pm} = T\hat{\Lambda}_{\eta}T^{-1} = T\left(\frac{1\pm sign(\Lambda_{\eta})}{2}\right)T^{-1}, \hat{Q}^{\pm} = S\hat{\Lambda}_{\zeta}S^{-1} = S\left(\frac{1\pm sign(\Lambda_{\zeta})}{2}\right)S^{-1}, \vec{E}^{m} = \tilde{E} + \vec{E}_{\xi} + \vec{D}_{\xi},$
 $\vec{F}^{m} = \tilde{F} + \vec{E}_{\eta} + \vec{D}_{\eta}, \vec{G}^{m} = \tilde{G} + \vec{E}_{\zeta} + \vec{D}_{\zeta}$ - модифицированные потоки на узловых точках $(i,j,\kappa),$
 $= 51$

состоящих из исходных конвективных векторов ($\tilde{E}, \tilde{F}, \tilde{G}$) и добавочных членов высокого порядка точности ($\vec{E}_{\xi}, \vec{D}_{\xi}, \vec{E}_{\eta}, \vec{D}_{\eta}, \vec{E}_{\zeta}, \vec{D}_{\zeta}$). Решение системы уравнений (4), осуществляется методом расщепления относительно вектора \tilde{U} матричной прогонкой и подробно описано в работе [20].

Анализ результатов. Расчет производился на разнесенной сетке размером $201\times101\times101$ с шагами по пространственным координатам $\Delta x=0.1\div0.5$, $\Delta z=0.06\div0.25$, $\Delta y=0.1\div0.5$, шаг по времени $\Delta t=0.025$. Исследовалось обтекание сверхзвуковым потоком с параметрами Re= $1.87*10^7$, Pr=0.9, $M_{\infty}=3$ звуковой струи совершенного газа с диаметром отверстия d=1.4cm. Размеры рассматриваемой области определялись как H_x - 30, H_z - 15, H_y - 30 калибров, а центра струи находился на расстоянии $x_0=10$, $y_0=15$ в калибрах от входной границы. Ниже на рисунках 2–6 приведены результаты расчетов с параметром нерасчетности $3 \le n \le 50$.

На рисунке 2 показан численный эксперимент по изучению взаимодействия и смешения струи с потоком в области вдува струи. На графике 2а представлено поле вектора скорости (слева) и распределение местного числа Маха и линии тока (справа) в плоскости zy при параметре нерасчетности n = 50 на расстоянии x = 11.40 калибров от начала расчетной области. Здесь наблюдается начало возникновения бокового вихря за струей (1), который формируется в результате взаимодействия натекающего потока и вдуваемой струи в зоне смешения и увеличивается по мере продвижения вниз по потоку. Ядро вихря формируется около острого угла бочкообразной структуры, возникающей в струе, это можно наблюдать на рисунке 2а слева, где представлено распределение местного числа Маха и линии тока для n = 50 в этом же сечении. Здесь видно, что центр вращения вихря находиться как раз у боковой острой стороны бочки. Численные эксперименты показывают, что вихрь (1) начинает зарождаться далеко вверх по



Рисунок 2 – Поле вектора скорости и линии тока для n = 50 в сечениях: a - c распределением местного числа Maxa x = 11.40 и $\delta - x = 14.70$

потоку, в области смешения между вдуваемой струей и пограничным слоем, который находиться в области возвратного течения перед струей. Максимальная интенсивность бокового вихря расположена в представленном сечении x = 11.40.

Далее вниз по потоку при x = 14.70, на рисунке 26 вектора скорости (слева) и линии тока (справа) показано возникновение вихря (2), который вносит основной вклад в смешение струи и потока и сформирован в результате того, что замедленный поток струи сразу после прохождения диска Маха, вступает в контакт с высокоскоростным набегающим потоком. На рисунке 3а из распределения местного числа Маха на линии симметрии можно наблюдать дозвуковую область в месте зарождения вихря. На графиках 26 также можно наблюдать нижний вихрь (3), который также формируется в зоне смешения между струей и потоком, но только существенно в области пограничного слоя. Его возникновение связано с тем, что непосредственно за струей у стенки образуется область пониженного давления, куда и устремляется основной поток.

На рисунке 3б в сечении x = 15.80 показана картина вихревой системы, уже состоящей из двух пар противоположно-вращаюшихся вихрей (2) и (1). Если вихрь (2) вращается по часовой стрелке, то вихрь (1) – против. Здесь же на графике виден вихрь (3), который существенно увеличился в размерах. Численные результаты показывают, что вихрь (1) по мере продвижения его вниз по потоку теряет интенсивность, поэтому он не просматривается в сечениях от x = 14.1 до x = 15.4. По всей видимости, дальнейшая интенсификация этого вихря связана с взаимодействием натекающего потока и вдуваемой струи. На картине 4а в сечении x = 18 две пары вихрей (2) и (1) сливаются в один вихрь (1), который двигается вниз по потоку и просматривается вплоть до конца расчетной области. На расстоянии x = 18 можно наблюдать возникновение пары вихрей (4), которые образуются в результате перетекания потока над бочкообразной структурой. Как было замечено в работе [13] верхний вихрь более слабый, чем другие и поэтому может трудно определяться в численных результатах. Численный эксперимент показал, что появление данного вихря зависит от интенсивности смешения струи и потока.

Далее выполнены численные эксперименты с нерасчетностями n = 10 и n = 3. Ранние исследования авторов, в деталях изложенные в [12], показали возникновение парной вихревой структуры за струей при малых числах нерасчетностей, которые совпадают с результатами численных



Рисунок 3 – a – Распределение местного числа Маха на линии симметрии; δ – поле вектора скорости и линии тока в сечении x = 15.80 для n = 50

экспериментов при *n* меньших 10. При параметре n = 10 и больше, картина вихревой структуры уже начинается изменяться. Так численный эксперимент показал, что при n = 10, в отличие от нерасчетности 50, не формируются верхний вихрь (4), это связано с тем, что при меньших нерасчетностях интенсивность смешения струи и потока уменьшается. Это приводит к невозможности определить эти две пары вихрей, а оставшиеся вихри (1), (2), (3) формируются и представлены на рисунке 5. Так на графике 5a (слева - вектор скорости, справа - распределение местного числа Маха и линии тока) в сечении x = 10.90 представлено поле вектора скорости, здесь видно что при уменьшении параметра нерасчетности боковой вихрь (1) существенно уменьшается как в размерах, так и по высоте, это можно объяснить уменьшением бочкообразной структуры, возникающей в самой струе, сравнение размеров бочек можно наблюдать на рисунке 2 д и 4 б распределения местного числа Маха (рис. 2a - n = 50, рис. 5a - n = 10).



Рисунок 4 – Поле вектора скорости и линии тока для n = 50 в сечениях: a - x = 18 и $\delta - x = 20.6$

Возникновение вихря (2) иллюстрируется на рисунке 56 в сечении x = 11.90, т.е. значительно раньше, чем это происходит для n = 50, причем если при больших нерасчетностях при появлении вихря (2) вихрь (1) уже исчезает, то на картине можно наблюдать оба вихря одновременно. Из рисунка 5и, где показано распределение местного числа Маха на линии симметрии, видно, что дозвуковая зона над диском Маха, являющаяся причиной зарождения вихря (2) расположена ниже по высоте и ближе к вдуваемой струе, чем это было n = 50 (рисунок 3а). Также на графиках можно наблюдать уменьшение интенсивности системы скачков уплотнения, возникающих в струе. Все это влияет на систему вихрей (2) и (1) - они существенно меньше по размерам в отличии от случая с n = 50.

Эксперименты, проводимые с малыми параметрами нерасчетности, $3 \le n \le 10$ показали, что кроме отсутствия вышеназванных пар вихрей (4), наблюдается только возникновение бокового вихря (1) и нижнего вихря (3), что объясняется уменьшением интенсивности бочкообразной структуры в самой струе[13].

____ 54 ____



Рисунок 5 – Поле вектора скорости и линии тока для n = 10 в сечениях: a - c распределением местного числа Maxa x = 10.90, $\delta - x = 11.90$, e - распределением местного числа Maxa на линии симметрии

Для апробации разработанного метода было проведено сравнение численных результатов с опытными данными работы [1] для параметра нерасчетности n = 40. На рисунке 6 представлены результаты распределения давления P/P_{∞} на нижней стенке в плоскости симметрии (сплошная линия – численные результаты, «°°°°» – эксперимент работы [1]). В эксперименте вдув струи располагался на расстоянии 14 см от переднего заостренного края пластины. Здесь начало координат выбранной системы совпадает с центром отверстия для вдува. По оси абсцисе отложена величина, $x_1 = (X - \frac{1}{2}d) - L_1$, где L_1 - расстояние от передней точки струи до начала повышения давления а направление x_1 совпадает с вектором скорости набегающего потока. Как известно, перед струей, вследствие торможения набегающего потока давление повышается и образуются области с различными градиентами давления, что наблюдается на графике. Из сравнения полученного результата с данными работы [1] следует качественное удовлетворительное согласие результатов расчетов с измерениями опытов.



Рисунок 6 – Распределение давления на стенке на оси симметрии

Заключение. Численно исследовано трехмерное сверхзвуковое турбулентное течение с симметричным поперечным вдувом круглых струй через щели на стенках с использованием методики расчета осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для совершенного газа, основанных на ENO схеме. Изучен механизм образования четырех пар симметричных вихрей в результате взаимодействия набегающего потока с вдуваемой струей в диапазоне от малых и умеренных $3 \le n \le 10$ до больших (n = 50) параметров нерасчетности. Выявлено, что при умеренных значениях нерасчетности (n = 10) происходит образование только трех пар вихрей. При малых же значениях отношения давления в струе к давлению в потоке (n = 3) возникающие вихри в самой струе аналогичны истечению несжимаемой жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Глаголев А.И., Зубков А.И., Панов Ю.А. Обтекание струйного газообразного препятствия на пластине сверхзвуковым потоком // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1967. № 3. С.97-102.

[2] Спейд Ф., Зукоски Е.Е. Исследование взаимодействия газовой струи, вытекающей из поперечной щели, со сверхзвуковым потоком // Ракетная техника и космонавтика. 1968. № 2. С.16-25.

[3] Авдуевский В.С., Медведев К.И., Полянский М.Н. Взаимодействие сверхзвукового потока с поперечной струей, вдуваемой через круглое отверстие в пластине // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1970. № 5. С.193-197.

[4] Боровой В.Я. Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем. М.: Машиностроение, 1983. 144 с.

[5] Драммонд Д.Ф., Вайднер Э.Х. Численный метод расчета в канале ПВРД // Аэрокосмическая техника. 1983. Т.1, № 4. С.42-49.

[6] Шунь Дж.Ш., Юнь С. Численное исследование течений с химическими реакциями на основе LU-факторизованной схемы, построенной методом симметричной последовательной верхней релаксации // Аэрокосмическая техника. 1990. № 10. С.102-113.

[7] Grasso F., Magi V., Simulation of Transverse Gas Injection in Turbulent Supersonic Air Flows // AIAA Journal. 1995. Vol.33. № 1. P.56-62.

[8] Chenault C.F., Beran P.S. k-ε and Reynolds stress turbulence modelcomparisons for two-dimensional injection flows // AIAA Journal. 1998. Vol.36. P.1401.

[9] Chenault C.F., Beran P.S. Numerical Investigation of Supersonic Injection Using a Reynolds Stress Turbulence Model // AIAA Journal. 1999. Vol.37, № 10. P.1257-1269.

[10] Sun De-chaun, HU Chun-bo, CAI Ti-min Computation of Supersonic turbulent Flowfield with Transfer Injection // Applied Mathematics and Mechanics 2002. Vol. 23. №1.

[11] Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Численное моделирование сверхзвукового течения с поперечным вдувом струй // Прикладная механика и техническая физика. 2004. Т.45. №3. С.72-80 [12] Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Численное исследование пространственного сверхзвукового течения совершенного газа при наличии поперечного вдува струй // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т.52. №6. С.1-10

[13] Viti V., Neel R., Schetz J. Detailed Flow Physics of the Supersonic Jet Interaction Flow Field // Physics of Fluids, Vol. 21. April, 2009.

[14] Wilcox D.C. A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-share flow // AIAA paper 93-2905.1993.

[15] Poinsot T.J., Lele S.K. Boundary Conditions for Direct Simulation of Compressible Viscous Flows // Journal of Computational Physics. 1992. № 101. P.104-129.

[16] Harten A., Osher S., Engquist B., Chakravarthy S.R. Some Results on Uniformly High-Order Accurate Essentially Non-Oscillatory Schemes // Applied Num. Math. 1986. No 2. P. 347-377.

[17] Ершов С.В. Квазимонотонная ENO- схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье-Стокса // Математическое моделирование. 1994 Т. 6. №11. С. 63-75.

[18] Yang J.Y. Third_Order Non-Oscillatory Schemes for the Euler Equations // AIAA Journal. 1991. Vol. 29. No 10. P. 1611-1618.

[19] Yang J.Y., Huang J.C., Wang C.S. Nonoscillatory Schemes for Kinetic Model Equations for Gases with Internal Energy States // AIAA Journal. - 1996. - Vol. 34, № 10. - P. 2071-2081.

[20] Бекетаева А.О. Найманова А.Ж. Применение ENO (Essentially Non-Oscillatory) схемы для моделирования течения многокомпонентной газовой смеси // Вычислительные технологии 2007. Т.12. № 4. С. 17-25.

REFERENCES

[1] Glagolev A.I., Zubkov A.I., Panov Yu.A. Flow around obstacles in the gas jet plate supersonic flow. News of the Academy of Sciences of the USSR. Fluid Mechanics. 1967. № 3. p.97-102. (in Russ.).

[2] Spade F., Zukoski E.E. Investigation of the interaction of the gas stream flowing out of the transverse cracks, and supersonic flow. Rocketry and astronautics. 1968. № 2. p.16-25. (in Russ.).

[3] Avduevskii V.S., Medvedev K.I., Polanski M.N. Interaction of supersonic flow with transverse jet blown through a circular hole in the plate. Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR. Fluid Mechanics. 1970. N 5. p.193-197. (in Russ.).

[4] Borovoy V.Y. The gas flow and heat transfer in the areas of interaction of shock waves with a boundary layer. M .: Engineering, 1983. 144p. (in Russ.).

[5] Drummond D.F., Weidner E.H. A numerical method for the calculation of the channel ramjet. Aerospace equipment. 1983 V.1, № 4. p.42-49.

[6] Shun J.Sh., Yun S. Numerical study of flow with chemical reactions on the basis of LU- factored scheme constructed by the symmetric successive over relaxation. Aerospace equipment. 1990. \mathbb{N} 10. p.102-113.

[7] Grasso F., Magi V., Simulation of Transverse Gas Injection in Turbulent Supersonic Air Flows. AIAA Journal. 1995. Vol.33. № 1. P.56-62.

[8] Chenault C.F., Beran P.S. k-ε and Reynolds stress turbulence modelcomparisons for two-dimensional injection flows. AIAA Journal. 1998. Vol.36. P.1401.

[9] Chenault C.F., Beran P.S. Numerical Investigation of Supersonic Injection Using a Reynolds Stress Turbulence Model. AIAA Journal. 1999. Vol.37, № 10. P.1257-1269.

[10] Sun De- chaun, HU Chun-bo, CAI Ti-min Computation of Supersonic turbulent Flowfield with Transfer Injection. Applied Mathematics and Mechanics 2002. Vol. 23. №1.

[11] Beketaeva A.O., Naimanova A.Zh. Numerical modeling of supersonic flow with a cross-blowing jets. Applied Mechanics and Technical Physics. 2004. V.45. No. 3. p.72-80. (in Russ.).

[12] Beketaeva A.O., Naimanova A.Zh. Numerical investigation of supersonic flow of a perfect gas in the presence of cross-injection jets. Applied Mechanics and Technical Physics. 2011. V.52. №6. p.1-10. (in Russ.).

[13] Viti V., Neel R., Schetz J. Detailed Flow Physics of the Supersonic Jet Interaction Flow Field. Physics of Fluids, Vol. 21. April, 2009.

[14] Wilcox D.C. A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-share flow. AIAA paper 93-2905.1993.

[15] Poinsot T.J., Lele S.K. Boundary Conditions for Direct Simulation of Compressible Viscous Flows. Journal of Computational Physics. 1992. № 101. P.104-129.

[16] Harten A., Osher S., Engquist B., Chakravarthy S.R. Some Results on Uniformly High-Order Accurate Essentially Non-Oscillatory Schemes. Applied Num. Math. 1986. No 2. P. 347-377.

[17] Ershov S.V. Quasi ENO- monotone scheme of high accuracy for Euler and Navier-Stokes equations. Math modeling. 1994 V. 6. №11. p. 63-75. (in Russ.).

[18] Yang J.Y. Third_Order Non-Oscillatory Schemes for the Euler Equations. AIAA Journal. 1991. Vol. 29. No 10. P. 1611-1618.

[19] Yang J.Y., Huang J.C., Wang C.S. Nonoscillatory Schemes for Kinetic Model Equations for Gases with Internal Energy States // AIAA Journal.- 1996. - Vol. 34, № 10. - P. 2071-2081.

[20] Beketaeva A.O., Naimanova A.Zh. Application of ENO (Essentially Non-Oscillatory) scheme to modeling of multicomponent gas mixture. Computational Technologies 2007 vol.12. № 4. P. 17-25. (in Russ.).

КӨЛДЕНЕҢ АҒЫНШАНЫҢ ҚЫСЫМНЫҢ ӨЗГЕРІСІНЕ БАЙЛАНЫСТЫ ЖЫЛДАМДЫҒЫ ДЫБЫС ЖЫЛДАМДЫҒЫНАН ЖОҒАРЫ АҒЫНМЕН ӨЗАРА ӘРЕКЕТТЕСУІН ЗЕРТТЕУ

А. О. Бекетаева

ҚР БжҒМ Ғылым комитетінің математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: сандық модельдеу, жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан жоғары ағындар, жетілген газ, шекаралық қабат, Навье-Стокс теңдеулері, ағыс пен ағынша қысымдарының арақатынасының параметрі, әсер толқыны.

Аннотация. Симметриялы перпендикулярлы дөңгелек ағыншалар канал қабырғасынан үрленген үшөлшемді жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан жоғары ағындарды санды модельденеді. Фавр бойынша орташаланған, $k-\omega$ турбулентті моделімен тұйықталған Навье-Стокс теңдеулерін шешу ENO-сұлбасына негізделген алгоритм көмегімен жүзеге асады. Параметрлері Re=1.87*10⁷, Pr=0.9, M_{∞} =3 болатын, диаметрі d=1.4cm қабырға саңлауынан дыбысты ағынмен жетілген газды көлденең үрлеу арқылы жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан жоғары турбулентті ағындар зерттелді. Қабырғада шекаралық қабат беріледі, бойлық жылдамдық дәрежелік заңымен аппроксимацияланады. Бір қалыптыдан бастап ағынша мен ағыс қысымдарының арақатынасының өсуіне (параметр 3≤n≤50 аралықта өзгеруі қарастырылды) байланысты,

ағыс пен екпінді ағынның әрекеттесу салдарынан болатын құйынның пайда болу механизмі зерттелді. Сандық тәжірибе нәтижесінде қысымдарының арақатынасының ұлғаюы, яғни арақатынастың 10 үлкен дербес жағдайда төрт белгілі құйындық құрылымнан басқа қосымша құйындар пайда болады. Екі құйын араласу аймағында пайда болса, бір құйын шапшаң екпінді ағынмен Мах дискісінен өтетін ағыншалар әсерінен пайда болады. Ағын алдындағы қысым мен эксперимент арасында қанағаттанарлық үйлесім алынды.

Поступила 13.01.2016 г.

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <u>http://www.elsevier.com/publishingethics</u> and <u>http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics</u>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <u>http://www.elsevier.com/postingpolicy</u>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), the COPE Flowcharts Resolving Cases of Suspected and follows for Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

http://www.physics-mathematics.kz

Редактор М. С. Ахметова Верстка на компьютере Д. Н. Калкабековой

Подписано в печать 16.01.2016. Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф. 10,7 п.л. Тираж 300. Заказ 1.