

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

1 (305)

**ҚАҢТАР – АҚПАҢ 2016 ж.
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2016 г.
JANUARY – FEBRUARY 2016**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 1, Number 305 (2016), 98 – 105

MATHEMATICAL MODELING OF ELASTIC-PLASTIC TASKS TRASTROPE ARRAY WITH A CAVITY

M. Ye. Yeskaliyev¹, M. K. Chanbayeva¹, K. Abylbekova², Zh. I. Yessimbekova²

¹Kazakh State women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,

²Grammar school №139 named A. Baitursynov, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: Yeskaliyev@mail.ru; sholl_139@mail.ru

Key words: uprhost, plasticity, parameter, bulding, cavity, algorithm, iterations, system.

Abstract. With the transition ore mining operations at great depths at a sufficiently high level of static and dynamic (seismic naruzok) rocks around such vyoabotok may become limiting sostyaniy and magnitude of static and seismic stresses exceed the ultimation of zones of inelastic deformation, cove ring all or part contour generation. Design and construction of underground structures regumres a well informed approach to determine their stress and strain state through improved elastic-plastic models.

It proposed a semi-inverse numerical method for solving elastic-plastic strain state and around the crosscut in transtropic array when its longitudinal axis is directed transversely isotropic prosiravaniya plane and is in a generalized plane strain. The object is modeled in the assumptions that in an elastic band array is anisotropic and obeys generalized Hooke's law, and inelastic zone is modeled as an isotropic medium for the Hoek-Brown criterion. The problem is solved by an approximate inverse floor P.I.Perlin iterative ineratsionnoy scheme. An algorithm for the numerical realization of this problem for PC, presented the design scheme, and also composed the system of algebraic equations for the unknown coefficients of the complex potential. The calculations of the numerical results and the configuration of elastic-plastic zones near the cavity, depending on the parameters of elastic anisotropy are presented in the form of graphs.

УДК 622.011.04; 622.023

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ В ТРАСТРОПНОМ МАССИВЕ С ПОЛОСТЬЮ

М. Е. Ескалиев¹, М. К. Чанбаева¹, К. Абылбекова², Ж. И. Есимбекова²

¹Казахский государственный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан,

²№ 139 школа-гимназия им. А. Байтурсунова, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: упругость, пластичность, параметр, зона, потенциал, выработка, алгоритм, система, итерация.

Аннотация. С переходом горнодобычных работ на большие глубины при достаточно высоком уровне статических и динамических (сейсмических нагрузок) горные породы вокруг таких выработок могут переходить в предельное состояние, а величины статических и сейсмических напряжений превосходить пределы прочности горных пород, приводя к образованию зон неупругих деформации, охватывающих полностью или частично контур выработки. Проектирование и строительство подземных сооружений требует также обоснованного подхода к оценке воздействия нагрузок на различные типы конструктивных элементов сооружений, определения их напряженного и деформированного состояний на основе совершенствования упругопластических моделей. Для решения задачи предложен полуобратный численный метод для решения

упругопластического и деформированного состояния вокруг квершлага в трансропном массиве, когда его продольная ось направлена вкост простираня плоскости изотропии и находится в условиях обобщенной плоской деформации. Объект моделируется в допущениях, что в упругой зоне массив анизотропен и подчиняется обобщенному закону Гука, а неупругая зона моделируется как изотропной средой для критерия Хоека-Брауна. Задача решается приближенно полуобратным методом П.И.Перлина с привлечением итерационной схемы. Составлен алгоритм для численной реализации указанной задачи для ПЭВМ, представлена расчетная схема, а так же составлена система алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов комплексного потенциала. Расчеты численных результатов и конфигурации упругопластических зон вблизи полости в зависимости от параметров упругой анизотропии приведены в виде графиков.

Введение. Вскрытие и разработка залежей полезных ископаемых в слоистой горной породной толще осуществляется путем проходки и сооружения сети горизонтальных выработок на различных глубинах (этажах). Проектирование и строительство подземных сооружений требует также обоснованного подхода к оценке воздействия статических и сейсмических нагрузок на различные типы конструктивных элементов сооружений, определения их напряженного и деформированного состояний на основе совершенствования упругопластических моделей. Наглядным примером в этом отношении служат задачи механики горных пород, связанные с расчетом упругопластического статического, сеймонапряженного состояния и прочности подземных сооружений. При оценке прочности и сохранности горных выработок и их конструктивных элементов возникает настоятельная необходимость определения границ зон неупругих деформации.

Интерес к решению упругопластических задач в последнее время заметно вырос, особенно со стороны специалистов по механике горных пород. Это объясняется рядом обстоятельств.

Во-первых, оно связано с продолжающимися экспериментами в натуре по установлению упругопластических границ вокруг горных выработок, определению прочностных и деформационных характеристик пород в зонах неупругих деформации. Сюда относятся работы [4, 6-9, 18, 22-25].

Во-вторых, упомянутые выше обстоятельства частично связаны с стремлением привлечь к определению зон неупругих деформации вокруг выработок неклассических теорий пластичности. Так, например, Н.С.Булычевым [8, 9] предлагается критерий устойчивости пород. Имеется модель идеально-пластического тела Христиановича-Шемякина [26].

В-третьих, с дифференциацией зоны неупругих деформаций на подзоны [5].

Методы исследования. При решении указанных проблем в статье будут использовано физическое, математическое и компьютерное моделирование, основанное на точных уравнениях теории упругости анизотропного тела [19], теории пластичности [17], полуобратный метод П.И.Перлина [20,21] теории разрушения твердых тел, а также на современных геолого-геофизических данных горного массива слоистой структуры. Будут использованы классические и современные методы механики деформируемого твердого тела, теории упругости, механики разрушения и вычислительной математики.

Результаты исследования. При заданных внешних объемных силах, не меняющихся вдоль продольной оси квершлага, в поперечном его сечении условия плоской деформации не выполняются.

Рассматривается метод коллокаций упругопластического напряженного и деформированного предельного состояния вокруг квершлага в трансропном массиве, когда ее продольная ось направлена вкост простираня плоскости изотропии и находится в условиях плоской обобщенной деформации.

Задача решена полуобратным методом П.И. Перлина [20,21] с привлечением итерационной схемы. Область неупругой деформации полностью охватывает незакрепленный контур выработки радиуса R . Изотропный несжимаемый материал в зоне неупругой деформации подчиняется критерию текучести Хоека-Брауна без смягчения; упругая область находится в условиях обобщенной плоской деформации и его поведение описывается уравнением обобщенного закона Гука для однородного трансропного массива с наклонной плоскостью изотропии.

Критерий текучести Хоека-Брауна [27] характерно для горных пород выражается следующим образом:

$$\left(\sigma_r^p - \sigma_\theta^p\right) - \sqrt{-m\sigma_r^p\sigma_c^p + s\sigma_c^p{}^2} = 0, \quad (1)$$

где $\sigma_c > 0$, сопротивление при простом сжатии неповрежденного камня (породы), значения берутся из эксперимента; s – параметр (величина) определяющий уровень потрескивания (1 для случая неповреждения и 0 (ноль) в случае когда материал полностью раздроблен).

Далее определим выражение разных полей внутри пластической зоны, которых полностью охватывает контур выработки круглого поперечного сечения. Для этого используем тот факт, что критерий пластичности достигается по всей предельной зоне, что позволяет записать σ_θ через σ_r и решить уравнение равновесия. Полученное дифференциальное уравнение при граничных условиях $r=R, \sigma_r^p = -P_i$:

$$\frac{d\sigma_r^p}{dr} = -\frac{\sqrt{-m\sigma_c\sigma_r - s\sigma_c^2}}{r}, \quad (2)$$

где P_i – внутреннее давление, m – параметр связанный со свойствами горной породы (обычно от 5 до 30), через буквы « p » снабжены компоненты пластических напряжений.

Преобразование дифференциального корня сложной функции:

$$\frac{d\sigma_r^p}{\sqrt{-m\sigma_c\sigma_r + s\sigma_c^2}} = -\frac{dr}{r}. \quad (3)$$

В силу статической определенности задачи в пластической зоне компоненты напряжений в полярной системе координат таковы:

$$\sigma_r^p = \frac{s\sigma_c}{m} - \frac{1}{m\sigma_c} \left(\sqrt{s\sigma_c^2 - m\sigma_c P_i} + \frac{m\sigma_c}{2} \ln \frac{r}{R} \right)^2, \quad (4)$$

$$\sigma_\theta^p = \sigma_r^p - \sqrt{s\sigma_c^2 - m\sigma_c\sigma_r^p}$$

В нашем варианте допускаем, что внутреннее давление равно нулю ($P_i=0$).

В прямоугольных координатах компоненты напряжений в зоне неупругости представлены формулами

$$-\sigma_x^p / \sigma_c = \Psi \frac{(z + \bar{z})^2}{4zz} + (\Psi + \sqrt{1 + m\Psi}) \frac{(z - \bar{z})^2}{4zz},$$

$$-\sigma_y^p / \sigma_c = \Psi \frac{(z - \bar{z})^2}{4zz} + (\Psi + \sqrt{1 + m\Psi}) \frac{(z + \bar{z})^2}{4zz}, \quad (5)$$

$$-\tau_{xy}^p / \sigma_c = (\Psi + 1 + \sqrt{1 + m\Psi}) \frac{z^2 - \bar{z}^2}{4izz},$$

где $\Psi = \ln \sqrt{\frac{z\bar{z}}{R^2}} \left(1 + \frac{m}{4} \ln \sqrt{\frac{z\bar{z}}{R^2}} \right)$, $z = x + iy, \bar{z} = x - iy$.

Задача решается полубратным методом с привлечением метода коллокаций [1-5].

Напряжения в упругой зоне представляются через три аналитических функций [6] ($k = 1, 2, 3$) $\varphi_k(z_k)$ усложненного комплексного аргумента ($k = 1, 2, 3$)

$$\varphi_k(z_k) = A_{ko}z_k + \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \left[\frac{a - is_k \theta}{z_k + \sqrt{z_k^2 - a^2 - s_k^2 \theta^2}} \right]^{2n-1}, \quad (k=1, 2, 3) \quad (6)$$

Здесь s_k – параметра анизотропии массива, представляющие собою корни характеристического уравнения шестой степени [7].

В случае выработки типа квершлага в трастропном массиве, нужно выделить пять упругих параметров E_1, E_2, ν_1, ν_2 и G_2 , а затем согласно работе [7] вычислить упругие параметры анизотропии $\beta_{\hat{e}}$ ($\hat{e} = 1, 2, 3$).

Для всех приведенных постоянных массива с квершлагом эти параметры чисто мнимые, т.е. $s_k = i\beta_k$ величины β_k определяют степень анизотропности тела.

Из-за симметрии задачи относительно осей координат рассматривается первая четверть отображенной плоскости (рисунок 1).

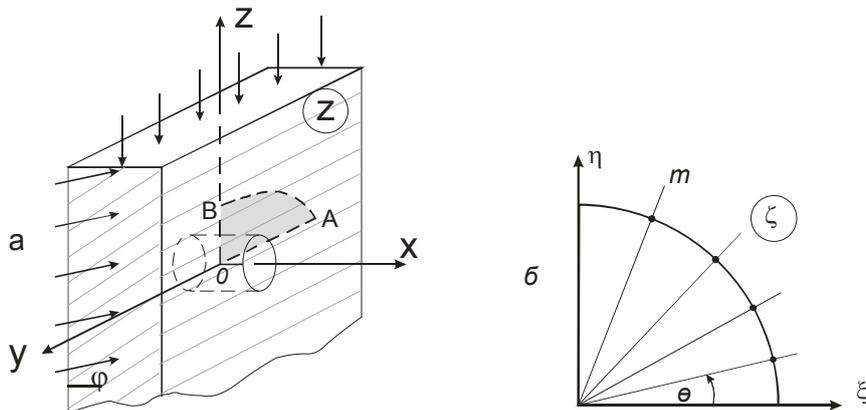


Рисунок 1 – Расчетная схема для решения упругопластической задачи с квершлагом

Зададим на осях Ox и Oy точки A и B как известные точки упругопластической границы. Предположим, что между этими точками искомая граница в первом приближении представляет собой эллипс с полуосями Oa и Ob . Отклонение истинной границы от эллипса уточняется в процессе решения задачи.

Конформное отображения внешности эллипса на внешность единичного круга осуществляется функцией

$$z = \omega(\zeta) = m_1(\zeta + m_2\zeta^{-1}), \tag{7}$$

где $m_1 = 0.5(a + b)$, $m_2 = (a - b)(a + b)^{-1}$, $z = x + iy$, $\zeta = \rho_s \exp(i\theta)$, a и b полуоси эллипса, ρ_s, θ - полярные координаты точки. Комплексные потенциалы $\varphi_k(z_k)$ представлены в виде:

На упругопластической границе компоненты напряжений непрерывны:

$$\sigma_x^y = \sigma_x^{\Pi}, \quad \sigma_y^y = \sigma_y^{\Pi}, \quad \tau_{xy}^y = \tau_{xy}^{\Pi}. \tag{8}$$

Условия (8) должны быть выполнены для всех точек границы. Тогда из условия равенства числа неизвестных и числа уравнений находим, что верхний предел суммирования (9) (обозначим его через N) связан числом выбранных лучей m через соотношение $N=(2m+3)/3$, $m=3, 6, 9, 12, \dots$ - число промежуточных направлений (лучей). Согласно методике работ [4, 5] составим разрешающую систему алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов A_{ko} и A_{kn} и уточнения границы зон.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 s_k^2 A_{ko} + \sum_{k=1}^N A_{kn} \psi_{kn,j}(z_{kj,n}) + s_3 \chi_3 A_{30} + \sum_{n=1}^N A_{3n} \psi_{3n,j}(z_{3kj,n}) &= 0,5 \sigma_{yj}^{\Pi}, \\ \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 A_{ko} + \sum_{k=1}^N A_{kn} \psi_{kn,j}(z_{kj,n}) + \chi_3 A_{30} + \sum_{n=1}^N A_{3n} \psi_{3n,j}(z_{3kj,n}) &= 0,5 \sigma_{zj}^{\Pi}, \\ \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \chi_k A_{ko} + \sum_{k=1}^N A_{kn} \psi_{kn,j}(z_{kj,n}) + A_{30} + \sum_{n=1}^N A_{3n} \psi_{3n,j}(z_{3kj,n}) &= 0, \\ \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 s_k \chi_k A_{ko} + \sum_{k=1}^N A_{kn} \psi_{kn,j}(z_{kj,n}) + s_3 A_{30} + \sum_{n=1}^N A_{3n} \psi_{3n,j}(z_{3kj,n}) &= 0. \end{aligned} \tag{9}$$

где $z_{k,j} = y_j + s_k z$; ($k=1, 2$; $j=1, 2, \dots, m+2$), $\psi_{k,n,j}(z_{k,n,j}) = -(2n-1)\zeta^{-(2n-1)} \frac{1}{\sqrt{z_k^2 - a^2 - s_k^2 \theta^2}}$,

($k=1, 2, 3$; $j=1, 2, 3 \dots, m+2$; $n=1, 2, 3, \dots, N$).

Контрольная система уравнений для численной реализации итерационного процесса имеет следующий вид:

$$\operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 s_k A_{ko} + \sum_{k=1}^N A_{kn} \psi_{kn,j}(z_{kj,n}) + s_3 \chi_3 A_{30} + \sum_{n=1}^N A_{3N} \psi_{3n,j}(z_{3kj,n}) = 0,5 \pi_{yz} \quad (10)$$

Эта система из (9), т.е. система контрольных уравнений служат для уточнения положения упругопластической границы.

Решая систему (9) находим $A_{kn}^{(0)}$ (для $\beta_1 = \beta_2 \approx 1.0$ - изотропный случай). Затем, подставляя эти величины в контрольную систему (10), получим разности между правыми и левыми их частями: $\delta_i = \tau_{xy_i}^e - \tau_{xy_i}^e$.

В зависимости от знака величины δ_i изменяется ρ_i (радиус единичного круга) на выбранный шаг $\pm \Delta \rho$ и процесс решения повторяется. Каждый раз составляется величина $\Delta = \left(\sum_{i=1}^m \delta_i^2 \right)^{1/2}$.

Если же $\Delta \leq \varepsilon$, где ε определяет заданную точность, то итерационный процесс заканчивается. Если же $\Delta > \varepsilon$, то следует заменять ρ_i на $\Delta \rho$ в зависимости от знака δ_i . Процесс повторяется до тех пор, пока не достигается желаемая точность либо последующие приближения не приведут к уменьшению величины Δ .

После выполнения заданой точности определяются координаты упругопластической границы:

$$x_j = \frac{a+b}{2} \left(\rho_{gj} + \frac{a-b}{a+b} \frac{1}{\rho_{gj}} \right) \cos \theta_{o\sigma} \quad y_j = \frac{a+b}{2} \left(\rho_{gj} + \frac{a-b}{a+b} \frac{1}{\rho_{gj}} \right) \sin \theta_{o\sigma}. \quad (11)$$

Напряжения на «бесконечности» p и q выражаются через коэффициенты A_{10} и A_{20} зависимостями

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(\infty)} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 s_k^2 A_{ko} + S_3^2 x_3 A_{30}, \\ \sigma_x^{(\infty)} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 A_{ko} + x_2 A_{31}, \\ \tau_{yz}^{(\infty)} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 s_k A_{ko} + s_3 x_3 A_{30}, \\ \tau_{xz}^{(\infty)} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 x_k A_{ko} + A_{30}, \\ \tau_{xy}^{(\infty)} &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 x_k s_k A_{ko} + s_3 A_{30}. \end{aligned} \quad (12)$$

Исходные упругие и прочностные характеристики донбасского алевролита [7], где $E_1=1,074 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, $E_2=0,523 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, $G_2=0,120 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, $\nu_1 = 0,143$, $\nu_2 = 0,198$.

На рисунке 2а линия 1 соответствует изотропному массиву, здесь $\varphi = 90^\circ$, $\beta_1 = 1,0$, $\beta_2 = 0,99$, $\beta_3 = 1,0$, $\rho = q = 10,40 \sigma_s$;

линия 2 – $\varphi = 60^\circ$, $\beta_1 = 1,32$, $\beta_2 = 0,88$, $\beta_3 = 0,91$, $\rho = 10,28$, $q=2,30$;

линия 3 – $\varphi = 30^\circ$, $\beta_1 = 1,81$, $\beta_2 = 0,57$, $\beta_3 = 0,697$, $\rho = 10,21$, $q=2,23$;

линия 4 – $\varphi = 0^\circ$, $\beta_1 = 2,01$, $\beta_2 = 0,318$, $\beta_3 = 0,561$, $\rho = 10,03$, $q=10,13$.

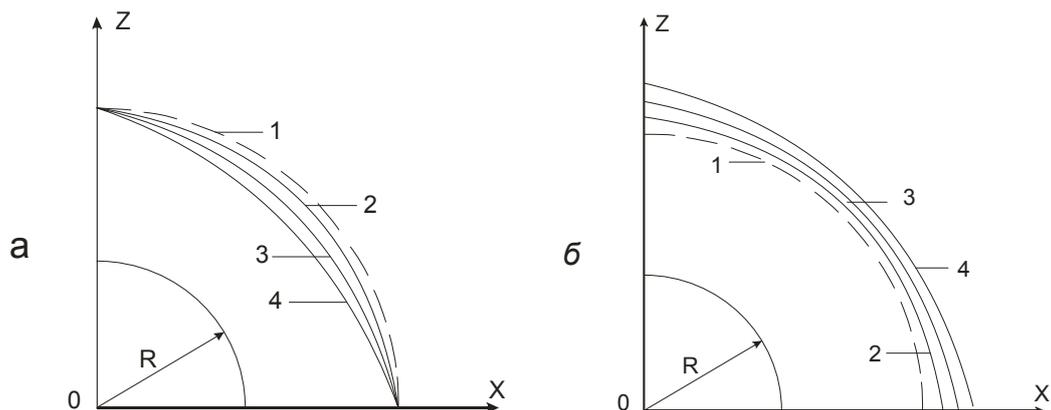


Рисунок 2 – а – конфигурации упругопластических границ с изменением упругих параметров E_1, E_2, G_2 .
Кривая 1 соответствует $\varphi = 90^\circ$; 2 – $\varphi = 60^\circ$, 3 – $\varphi = 30^\circ$, 4 – $\varphi = 0$;
б – конфигурации упругопластических границ для тех же параметров при $\rho = q = 10.40\sigma_s$

На рисунке 2б построены пластические зоны при равных значениях напряжений на “бесконечности” с изотропным массивом. В этом случае неупругие зоны имеют несколько большие размеры по сравнению с изотропным.

Практическая значимость работы заключается в возможном прогнозировании особенностей проявления горного давления в одиночной подготовительной и капитальной горизонтальной выработке с целью расчета направления преобладающих перемещений пород и выбора оптимального крепления выработки.

Обсуждение результатов. Впервые решение упругопластической задачи для бесконечной полости с круговым отверстием в прямой постановке было получено Л.А.Галиным [10]. Позднее такого типа задачи рассматривались в исследованиях Г.Н.Савина [23], Б.Д.Аннина и Г.П.Черепанова [6], Дружко Е.Б [11], А.А.Шваба [25], А.Г.Протосеня [22], М.Т.Алимжанова [4] и других авторов.

В работе Durelli A.J., Sciammarella C.A. [28] представлена общая постановка в криволинейных координатах задач об упругопластических плоских напряженных состояниях; задача формулируется на матричном языке.

Во всех [4, 6, 22-25] работах рассматривались лишь изотропная модель породного массива. Однако, модель массива как изотропного тела далеко не полностью описывает наблюдаемые в натуре особенности проявления горного давления. Решения упругопластической задачи для сложной слоистого породного массива в статье использовано анизотропная модель [1-3, 13-15], где учитываются все комплекты механико-геологические характеристики реального горного массива и их натурные структуры.

Выводы. Привлечение модели анизотропного породного массива к задачам механики горных пород само по себе не ново. Оно берет начало еще работы Г.Н.Савина [23]. Затем С.Г.Лехницким [19] рассмотрена вертикальная выработка (шахтный ствол) в массиве с горизонтальной плоскостью изотропии. Влияние угла этой плоскости на устойчивость ствола впервые изучено Ж.С.Ержановым и А.Я.Синяевым [13].

В статье впервые дана обоснованная постановка упругопластической задачи для трансформного тела с полостью в виде квершлага с привлечением в пластической зоне условию текучести Хоека-Брауна [27].

Пластические зоны можно считать как зоны вывала, то есть инженер зная наклонную слоистость и геотехнику, сразу может прогнозировать зону вывала и делать соответствующие подпорки.

Полученные научные результаты в некоторой степени может влиять на развитие прикладной геофизики, геомеханики, прикладной математики и на механику сплошных сред, прогнозу проявления горного давления.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Айтиалиев Ш.М., Масанов Ж.К., Ескалиев М.Е. Расчет и анализ неупругой зоны вблизи горизонтальной выработки в мелкослоистом массиве. В кн.: Горное давление в капитальных и подготовительных выработках. Новосибирск, 1979, с.27-32.
- [2] Айтиалиев Ш.М., Масанов Ж.К., Аубакиров С.Б. Приближенный расчет устойчивости неоднородно-слоистых пород вблизи штрека несимметричного профиля. Проблемы механики подземных сооружений. -Тула, ТулПТИ, 1982, с. 19-23.
- [3] Айтиалиев Ш.М., Ескалиев М.Е., Масанов Ж.К. Об упругопластическом распределении напряжений и перемещений в анизотропном теле с отверстием. В кн.: Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький. Издательство Горьковский университет, 1981, с. 129-136.
- [4] Алимжанов М.Т. Устойчивость равновесия тел и задачи механики горных пород. Алма-Ата, Наука, 1982, 232 с., В кн.: Inland earthquake/ Vol. 9, № 3, 1995(КНР), с.317-320.
- [5] Амусин Б.З. Прогнозирование устойчивости капитальных выработок с учетом постепенного разрушения пород в зоне неупругой деформации. Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1977, № 5, с. 22-29.
- [6] Аннин Б.Д., Черепанов Г.П. Упругопластическая задача. Наука, Сибирское отделение АН СССР, Новосибирск, 1983, 238 с.
- [7] Батугин С.А. Анизотропия массива горных пород. Новосибирск, Наука, 1988, 86 с.
- [8] Булычев Н.С.О критериях устойчивости окружающих выработку пород. В кн.: Устойчивость и крепление горных выработок. Л., 1978, в 5, с. 10-15.
- [9] Булычев Н.С., Фотиева Н.Н. Об оценке устойчивости пород горных выработок в поле тектонических напряжений. В кн.: Устойчивость и крепление горных выработок. -Ленинград, 1978, в.5, с.10-15.
- [10] Галин Л.А. Плоская упругопластическая задача. В кн.: Прикладная математика и механика. 1946, в. 3, с.367-378.
- [11] Дружко Е.Б., Заславский Ю.З., Перепичка Ф.И. Устойчивость основных горных выработок. Донецк, издательство "Донбасс", 1975, 142с.
- [12] Ержанов Ж.С., Айтиалиев Ш.М., Масанов Ж.К. Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массиве. Алма-Ата, Наука КазССР, 1971, 160с.
- [13] Ержанов Ж.С., Синяев А.Я. Напряжения в анизотропном массиве, ослабленном вертикальной выработкой круглого сечения. Вестник АН КазССР, 1963, №10, с.19-24.
- [14] Ескалиев М.Е., Каюпов М.А., Масанов Ж.К. О решении упругопластической задачи для анизотропной среды с отверстием методом граничных элементов. Изв. АН КазССР. Серия физ.-мат. 1983, № 1, с.15-20.
- [15] Ескалиев М.Е., Масанов Ж.К. К упругопластическому состоянию анизотропного тела с отверстием. // В кн.: Механика тектонических процессов. Алма-Ата, Наука, 1983, с.152-166.
- [16] Ескалиев М.Е. Влияние дилатансии пород на упругопластическое состояние выработки в трансформном массиве. Известия мин.науки –Академии наук РК. Серия физ.-мат, №3, с.72-78.
- [17] Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.. 1969, 360 с.
- [18] Кожевин В.Г., Батугин С.А., Похилько В.А. Определение зон неупругих деформаций. В кн.: Горное давление в капитальных и подготовительных выработках. Новосибирск, издание ИГД СО АН СССР, 1973, с. 9-16.
- [19] Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.. 1977, 415с.
- [20] Перлин П.П. Приближенный метод решения упругопластических задач. Инженерный журнал. - 1960, -Вып.28. – с. 145-150.
- [21] Перлин П.П. Упругопластическое распределение напряжений вокруг отверстия. Труды МФТИ. – 1960, -№5, - с.30-40.
- [22] Протосеня А.Г. Упругопластическое распределение напряжений возле кругового отверстия для пластически неоднородной среды. Прикладная механика, 1972, в. 2, т.8, с. 73-78.
- [23] Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. Киев, Наукова думка, 1968, 887с.
- [24] Ставрогин А.И., Протосеня А.Г. Механика деформирования и разрушения горных пород. Москва, Наука, 1992, 222 с.
- [25] Шваб А.А., Цыцарин В.Н. Определение напряженно-деформированного состояния горных пород вокруг горизонтальных выработок с учетом зоны неупругих деформаций. В кн.: Горное давление в капитальных и подготовительных выработках. Новосибирск, 1979, с.17-21.
- [26] Христианович С.А., Шемякин Е.И. К теории идеальной пластичности. Механика твердого тела. 1967 № 4, с. 11-18.
- [27] Brown E.T. et Hoek Underground excavations in rock, Intuition of mining and metallurgy, 1980.
- [28] Durelli A.J. Sciammarella C.A. Elastoplastic stress and strain distribution in a finite plate with a circular hole subjected unidimensioned load. Paper Amer.Soc. Mech.Engre. No. WA-152, 1962, p. 211-217.

REFERENCES

- [1] Aitaliev Sh.M., Masanov Zh.K., Yeskalyev M.E. Calculation and analysis of inelastic zone near horizontal production in small-layered array. In book: *Confining pressure in capital and development workings. Novosibirsk, 1979, p. 27-32 (in Russ.)*.
- [2] Aitaliev Sh.M., Masanov Zh.K., Aubakirov S.B. Approximate calculation of the stability neolnorojno-layered rocks near the roadway asymmetrical structure. *Problems of underground structures. Tula, TulPTI, 1982, p. 19-23 (in Russ.)*.
- [3] Aitaliev Sh.M., Masanov Zh.K., Yeskalyev M.E. An elastic-plastic distribution of stresses and displacements in an anisotropic body with a hole. In book: *Applied Problems of Strength and Plasticity. Gorki Publishing. University named after Gorki, 1981, p. 129-136 (in Russ.)*.
- [4] Alimzhaov M.T. Stability of equilibrium of bodies and rock mechanics problems. *Almaty, Science, 1982, 232 p. In book: Inland earthquake/ Vol. 9, № 3, 1995(China), p.317-320 (in Russ.)*.

- [5] Amusin B.Z. Prediction of the stability of the workings of capital given the gradual disintegration of rocks in the zone of inelastic deformation. *Physical-technic problems of mining*. 1977, № 5, p. 22-29 (in Russ.).
- [6] Annin B.D., Cherepanov G.P. Elastic-plastic problem. *Science, Siberian Branch of AN USSR, Novosibirsk*, 1983, 238 p. (in Russ.).
- [7] Batugin S.A. Anisotropy of the rock mass. *Novosibirsk, Science*, 1988, 86 p. (in Russ.).
- [8] Bulichev N.S. On the stability criteria surrounding the production of rocks. *In book: Stability and fixation of mine workings. L.*, 1978, in 5, p.10-15 (in Russ.).
- [9] Bulichev N.S., Fotieva N.N. On the assessment of the stability of rock mining in the field of tectonic stresses. *In book: Stability and fixation of mine workings. Leningrad*, 1978, in 5, p.10-15 (in Russ.).
- [10] Galin L.A. Flat elastic-plastic problem. *In book: Applied Mathematics and Mechanics*. 1946, vol. 3, p.367-378 (in Russ.).
- [11] Druzhko E.B., Zaslavski U.Z., Perepichka F.I. Stability of the main mine workings. *Donesk, "Donbass" Publishing*, 1975, 142 p. (in Russ.).
- [12] Erzhanov Zh.S., Aitaliev Sh.M., Masanov Zh.K. Stability of horizontal workings in deviated layered. *Alma-Ata, KazakhSSR science*, 1971, 160 p. (in Russ.).
- [13] Erzhanov Zh.S., Sinyaev A.J. The stresses in an anisotropic massiv weakened vertical generation of circular cross-section. *Bulletion of the KazakhSSR*, 1963, №10, p.19-24 (in Russ.).
- [14] Yeskalyev M.E., Kaupov M.A., Masanov Zh.K. On the solution of problems for an anisotropic medium with a hole boundary element method. *AN KazUSR Publishing. Physic-mathematics series*. 1983, № 1, p. 15-20 (in Russ.).
- [15] Yeskalyev M.E., Masanov zh.K. K. of an anisotropic elastic-plastic body with an opening. *The mechanics of tectonic processes. Alma-Ata*, 1983, p. 152-166 (in Russ.).
- [16] Yeskalyev M.E. Influence of dilatancy of rocks on the elastic-plastic state of in trastropnom massiv. *Proceedings of the Ministry of sciense, Acoademy sciences of the RK. Series of physics and mathematics*, 1996, №3, p. 72-78 (in Russ.).
- [17] Kachanov L.M. Fundamentals of the plasticity. M., [17] Kachanov L.M. *Fundamentals of the plasticity. M.*, 1969, 360 p. (in Russ.).
- [18] Kozhevnikov V.G., Batugin S.A., Pohilko V.A. Definition of zones of inelastic deformations. *In book: Confining pressure in capital and development workings. Novosibirsk, IGD SO Publishing AN USSR*, 1973, p. 9- 16 (in Russ.).
- [19] Lehnitsky S.G. The theory of elasticity of an anisotropic body. *M.*, 1977, 415 p. (in Russ.).
- [20] Perlin P.I. Approximate method of solution of problems. *Engineering journal*, 1960, вып.28, p.145-150.
- [21] Perlin P.I. Elastic-plastichesky stress distribution around the hole. *Proceeding of the MIPT*, 1960, №5, p.30-40 (in Russ.).
- [22] Protesenia A.G. Elastoplastic stress distribution near a circular hole for a plastically inhomogeneous medium. *Applied mechanics*, 1972, in 2, vol.8, p.73-78 (in Russ.).
- [23] Savin G.N. The stress distribution around holes. *Kiev, Naukova*, 1968, 887 p. (in Russ.).
- [24] Stavrogin A.I., Protesnia A.G. Mechanics of deformation and fracture of rocks. *Moscow, Science*, 1992, 222 p. (in Russ.).
- [25] Shvab A.A., Zizarin V.N. Determination of the stress-strain state of the rocks around the horizontal workings with the zone of inelastic deformations. *In book: Confining pressure in capital and development workings. Novosibitsk*, 1979, p.17-21 (in Russ.).
- [26] Christianovich S.A., Shemiakin E.I. Theory of ideal plasticity *Mechanics of Solids*. 1967, № 4, p. 11-18 (in Russ.).
- [27] Been K., Jefferies. M.G., and Hachey J. 1991. "The critical state of sands». *Geotechnique*. 41(3): p.365-381 (in Eng.).
- [28] Durelli A.J., Sciammarella C.A. Elastoplastic stress and strain distribution in a finite plate with a circular hole subjected unidimensioned load. *Paper Amer.Soc. Mech.Engre. No. WA-152*, 1962, p. 211-217 (in Eng.).

ҚҰЫСЫ БАР ТРАНСТРОПТЫ МАССИВТЕГІ СЕРПІМДІ-ПЛАСТИКАЛЫҚ ЕСЕПТІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

М. Е. Ескалиев¹, М. К. Чанбаева¹, К. Абылбекова², Ж. И. Есимбекова²

¹Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан,

²А. Байтұрсынов атындағы № 139 мектеп-гимназия, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: серпімділік, пластикалық, параметр, аймақ, потенциал, қазба, алгоритм, жүйе, итерация.

Аннотация. Қума осі қабаттасу жазықтығына қарама-қарсы өтетін квершлаг(қуыс) маңайындағы серпімді-пластикалық деформация есебін шешу үшін жартылай кері қайыру сандық әдісі ұсынылған. Нысан мынандай болжамдарда модельденген: серпімді ортада массив анизотропты және Гуктың жалпылама заңына тәуелді, ал серпімсіз аймақ изотропты деп қарастырылып, Хоек-Браун ағымдық шартын қанағаттандырады. Есеп итерациялық схемамен П.И.Перлиннің жуықтама жартылай кері қайыру әдісімен шешілген. Есептің сандық жолының алгоритмі құрылып, дербес компьютерге арналған есептүкү схемасы беріліп, онымен қоса комплексті потенциалдың белгісіз коэффициенттерін анықтайтын алгебралық тендеулер жүйесі құрылған. Есептеудің сандық нәтижелері және қуыс маңайындағы серпімді-пластикалық бейнелер серпімді анизотропия параметрлеріне байланысты графиктер түрінде берілген.

Поступила 13.01.2016 г.

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 16.01.2016.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
10,7 п.л. Тираж 300. Заказ 1.