

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

2 (306)

НАУРЫЗ – СӘУІР 2016 ж.

МАРТ – АПРЕЛЬ 2016 г.

MARCH – APRIL 2016

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 306 (2016), 10–20

**ON THE METHOD OF SOLVING ONE-DIMENSIONAL QUASILINEAR
PROBLEM OF CONSOLIDATION OF NON HOMOGENEOUS SOIL
WITH THE INITIAL GRADIENT OF PRESSURE
AND DETERMINATION OF ITS SEDIMENT**

Sh. Altynbekov

South Kazakhstan State Pedagogical Institute, Shymkent,
e-mail: sh.altynbekov@mail.ru

Keywords: soil mechanics, the theory of filtration consolidation, elastic-instantaneous deformation, the initial pressure gradient, the sediment of subgrade, one-dimensional quasi-linear problem, methods of mathematical physics.

Abstract. The one-dimensional quasilinear problem of the theory of filtration consolidation non-homogeneous soil, heterogeneity is due to the change in the consolidation of its elastic-instantaneous deformation, depending on the spatial coordinates and time is solved. At the same time, to solve the problem method of O.Videburg, the Fourier method, the method of introduction of new variables, the method of conversion of non-homogeneous boundary conditions in homogeneous and the method of Eigen function expansion were applied and to calculate sediment of subgrade there was applied a method of V.A.Florin.

The problem is solved for period of time, when $r \leq h$, and when $r = h$, where h – thickness of soil layer. There is $r = r(t)$, t_h and $H(t_h, z)$ – defined in the process of solving the problem.

Sediment of soil base is defined for each time period separately and then picked its total final sediment. The graphical analysis is given. The accuracy of the obtained results by the mechanic-mathematical interpretation of analytical solutions and numerical results, including in particular, the results of other authors have been investigated. For comparison, the diagrams obtained without taking the initial pressure gradient, without heterogeneity and variability of soil filtration coefficient are given.

УДК 624.131+539.215

**О МЕТОДИКЕ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ
ЗАДАЧИ КОНСОЛИДАЦИИ НЕОДНОРОДНОГО ГРУНТА
С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА НАПОРА
И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕГО ОСАДКА**

Ш. Алтынбеков

Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, г. Шымкент,

Ключевые слова: механика грунтов, теория фильтрационной консолидации, упруго-мгновенная деформация, начальный градиент напора, осадка грунтового основания, одномерная квазилинейная задача, методы математической физики.

Аннотация. Решена одномерная квазилинейная задача теории фильтрационной консолидации неоднородного грунта, неоднородность которого обусловлена изменением в процессе консолидации их упругомгновенной деформации в зависимости от пространственных координат и времени. При этом для

решения задачи применены метод О.Видебурга, метод Фурье, метод введения новых переменных, метод преобразования неоднородных граничных условий в однородные и метод разложения по собственным функциям, а для расчета осадка грунтового основания применен метод В.А.Флорина.

Задача решена для периодов времени, когда $r \leq h$, и когда $r = h$, где h – толщина слоя грунта. При этом $r = r(t)$, t_h и $H(t_h, z)$ определены в ходе решения задачи. Осадка грунтового основания определена для каждого периода времени отдельно, после чего определена его суммарная конечная осадка. Дан графический анализ. Исследована достоверность полученных результатов путем механико-математического толкования аналитического решения и численных результатов, из которых, в частности, вытекают результаты других авторов. Для сравнения приведены эпюры, полученные без учета начального градиента напора, без учета неоднородности грунта и переменности коэффициента фильтрации.

Введение

Как было показано в работах [1-3], фильтрационные явления в некоторых грунтах, например, в плотных глинах, возникают лишь тогда, когда градиент напора превысит некоторое критическое значение, называемое начальным градиентом напора. В тех случаях, когда начальные градиенты напора составляют не более 10-20% от фактических градиентов напора, влиянием их можно пренебречь. Если же они достигают значительных величин, то учет влияния начального градиента напора оказывает большое влияние на получаемые результаты.

К вопросу об учете начального градиента напора применительно к задачам теории уплотнения грунтов посвящены ряд работ [1-5]. В отличие от этих работ в данной работе решена одномерная квазилинейная задача фильтрационной теории консолидации неоднородных грунтов, неоднородность которых обусловлена переменностью их упруго-мгновенной деформации в зависимости от пространственных координат и от времени. Определены их конечные осадки с учетом начального градиента напора.

Постановка задачи. Задачу В.А. Флорина [3] исследуем для случая неоднородных грунтов. При увеличении в некоторый момент времени $t = 0$ напора на верхней стороне слоя начальная эпюра дополнительных напоров имеет вид прямоугольника, как показано на рис. 1.

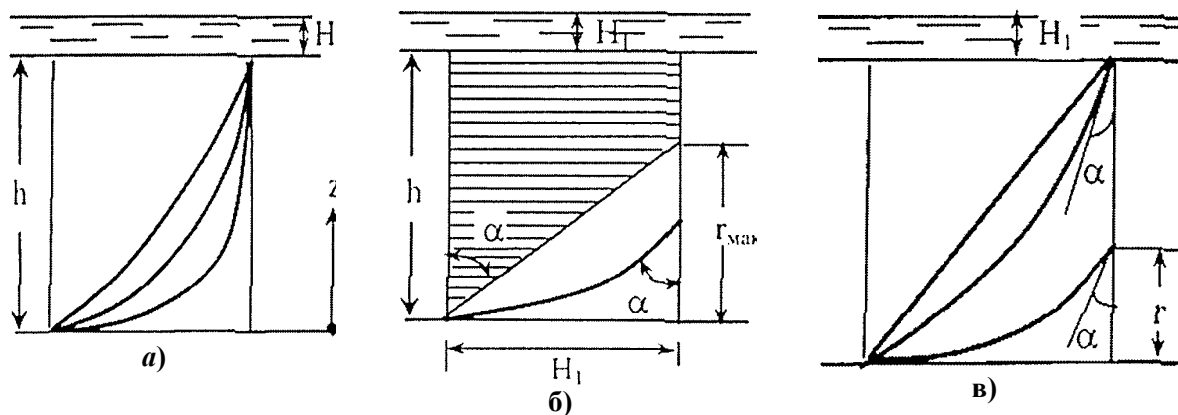


Рисунок 1 – Расчетные схемы фильтрации с учетом начального градиента напора

Если не учитывать влияния начального градиента напора, то явления фильтрации, хотя и с различными скоростями, все же начинаются сразу во всех точках слоя непосредственно после повышения граничного значения напора. В этом случае при любом $t > 0$ имеется то или иное поступление воды в слой – сначала медленное, вследствие малых значений градиентов напора в верхней части слоя (рисунок 1,а), но постепенно возрастающее по мере увеличения градиентов напора до конечного значения, равного $\frac{H_t}{h}$.

При учете влияния начального градиента напора движение жидкости начинается только тогда, когда градиент напора превосходит некоторое определенное значение i_0 . Поэтому в первое время после увеличения на верхней границе слоя давления в воде, пока плоскость раздела не достигнет этой поверхности, происходит уплотнение и выжимание воды только в нижней части слоя под

воздействием нагрузки, равной γH_1 . Этому состоянию соответствует кривая на рисунок 1,б, а также одна из кривых на рисунок 1,в. Если толщина слоя $h > r_{\max} = \frac{H_1}{i_0}$, то процесс уплотнения не может достигнуть верхней поверхности слоя, конечная эпюра напоров в верхней части остается прямоугольной и поступление воды в верхнюю часть слоя не происходит. Иначе говоря, при толщине $h > \frac{H_1}{i_0}$ слой может рассматриваться как совершенно водоупорный и загрузка его верхней поверхности водой вызывает только уплотнение нижней части слоя при отсутствии явлений транзитной фильтрации.

При толщинах слоя меньших r_{\max} транзитная фильтрация начинается, когда поверхность раздела $z = r$ (рисунок 1,в) достигает верхней поверхности слоя $z = h$. Тогда по мере увеличения величины $\lg \alpha$ на верхней граничной поверхности слоя от значения i_0 до $\frac{H_1}{h}$ транзитный расход увеличивается от нуля до своего наибольшего значения

$$u = -k \left(\frac{\partial H}{\partial z} - i_0 \right) = -k \left(\frac{H_1}{h} - i_0 \right).$$

Следует отметить, что при экспериментальном определении коэффициента фильтрации последний вычисляется обычно по формуле $u = -k \frac{\partial H}{\partial z} = -k \frac{H_1}{h}$; в этом случае влияние начального градиента входит в неявном виде в величину коэффициента фильтрации. Вследствие этого при достаточно больших значениях начального градиента обычный коэффициент фильтрации получается различным при различных градиентах напора [7]. Кроме того, необходимо указать, что во многих случаях при экспериментальном определении коэффициента фильтрации численные значения $\frac{H_1}{h}$ бывают существенно больше тех значений, которые соответствуют условиям в основаниях сооружений и земляных сооружений. Это приводит к преуменьшению влияния начального градиента напора, усугубляемому иногда некоторым нарушением структуры грунта при выполнении фильтрационных исследований.

А. Применительно к случаю быстрого поднятия напора на верхней поверхности слоя укажем, что для этого случая решение задачи сводится к отысканию решения уравнения

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C_v(t) e^{\alpha z} \frac{\partial}{\partial z} \left(K(1 + \beta H) \frac{\partial H}{\partial z} \right), \quad C_v(t) = \frac{K(1 + \varepsilon_{cp})}{\gamma a_0} (1 - \beta_E e^{-\alpha E t}) \quad (1)$$

при следующих краевых условиях.

Для периода времени, когда $r \leq h$:

$$\text{при } t = 0 \quad H = H_0 = H_1 \text{ и } r = 0, \quad (2)$$

$$\text{при } t > 0 \text{ и } z = 0 \quad H = 0, \quad (3)$$

$$\text{при } t > 0 \text{ и } z = r \quad H = H_0 \text{ и } \frac{\partial H}{\partial z} = i_0, \quad (4)$$

$$\text{при } t > 0 \text{ и } z > r \quad H = H_0. \quad (5)$$

Б. В результате решения этой задачи будут определяться $H = H(t, z)$ и $r = r(t)$, и устанавливается момент времени t_h , когда $r = h$, для которого может быть найдено распределение напоров

$$H = H(t_h, z).$$

Для периода времени, когда $r = h$:

$$\text{при } t = t_h \quad H = H(t_h, z), \quad (6)$$

$$\text{при } t > t_h \text{ и } z = 0 \quad H = 0, \quad (7)$$

при $t > t_h$ и $z = h$ $H = H_1$. (8)

В случае, если $r_{\max} < h$ и транзитной фильтрации не возникает, то напоры определяются как для случая приложения нагрузки γH_1 .

С целью иллюстрации влияния собственного веса воды предположим, что со времени образования глинистого слоя он постоянно находился в затопленном и в насыщенном водой состоянии. Допустим далее, что в некоторый момент $t = 0$ подстилающее его песчаное основание было быстро осушено. В таком случае, если давление в воде на верхней поверхности слоя равно нулю, т.е. $H_1 = 0$, а начальный градиент напора $i_0 > 1$, то вода, заполняющая поры грунта, не может перемещаться под влиянием только своего собственного веса и при соответствующих условиях может оказаться висящей над подстилающим грунтом с более крупными незаполненными порами.

Метод и решение задачи. Задачи типов (1)-(5) и (1), (6)-(8) могут быть решены различными методами уравнений математической физики и численного анализа. Здесь предпочтение отдается методу О.Видебурга, методу Фурье, методу введения новых переменных, методу преобразования граничных условий в нулевые и методу разложения по собственным функциям. Согласно методу О. Видебурга, уравнение (1) запишем в виде:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C_v(t)e^{\alpha z} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \Phi_1(z, t, H), \quad (9)$$

$$\Phi_1(z, t, H) = \beta C_v(t)e^{\alpha z} \left[K \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)^2 + KH \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right]. \quad (10)$$

Первый шаг. Предполагая в (10) $\beta = 0$ и пользуясь выбранными методами, решение задачи (9), (2)-(5) можно представить в виде:

$$H(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} D_i V_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) \cdot e^{-C_{v0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{\alpha E t} \right)}, \quad (11)$$

где: $C_{v0} = \frac{K(1 + \varepsilon_{cp})}{\gamma a_0}$, $D_i = \frac{\alpha H_0}{\lambda_i} \cdot \frac{\{\dots\}_1}{\{\dots\}_2} e^{C_{v0}\beta E \frac{\lambda_i^2}{\alpha E}}$, $\{\dots\}_1 = V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right)$,

$$\{\dots\}_2 = \lambda_i^2 V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \right) - [\dots]_1 \cdot e^{-\alpha h},$$

$$[\dots]_1 = \lambda_i^2 \cdot e^{-\alpha h} V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right).$$

Здесь, как было изложено выше, последовательным введением новых переменных [6]

$$y = \frac{\alpha}{2h} + \frac{1}{2} \ln \frac{4h^2 \lambda^2}{\alpha^2} \quad \text{и} \quad x = e^y$$

дифференциальное уравнение

$$Z'' + \lambda^2 e^{-\alpha z} Z(z) = 0$$

приведено к уравнению Бесселя [7], общее решение которого известно

$$V_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) = J_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) - \frac{J_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \right)}{Y_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \right)} Y_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) -$$

функция из комбинации Бесселя первого и второго рода, λ_i – положительные корни уравнения вида

$$\begin{aligned}
 & H_0 \left[V_1 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} \right) - e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} V_1 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} \cdot e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) \right] \times \\
 & \times \left\{ \frac{1}{\alpha} \left[\frac{2}{\alpha} V_2 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} \right) - \frac{1}{\lambda} V_1 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} \right) \right]^2 + \left(1 - \frac{\alpha^2}{4\lambda^2} \right) \cdot V_1^2 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} \right) \right\} - \\
 & - \frac{e^{-\alpha r_{\max}}}{\alpha} \left\{ \left[\frac{2}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} V_2 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) - \frac{1}{\lambda} V_1 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) \right]^2 + \right. \\
 & \left. + \left(1 - \frac{\alpha^2 e^{\alpha r_{\max}}}{4\lambda^2} \right) \cdot V_1^2 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) \right\} - \frac{i_0}{\lambda} \left\{ \frac{\lambda^2}{\alpha} V_1^2 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} \right) - \frac{e^{-\alpha r_{\max}}}{\alpha} \times \right. \\
 & \left. \times \left[\lambda^2 e^{-\alpha r_{\max}} \cdot V_1^2 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) \right] \right\} \cdot V_0 \left(\frac{2\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) = 0,
 \end{aligned}$$

а $r = r(t)$ определено в неявном виде

$$\begin{aligned}
 & \frac{H_0}{\lambda_i} e^{-\frac{\alpha}{2} r} \cdot V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r} \right) - \frac{D_i}{\alpha} e^{-\alpha r} \left[\lambda_i^2 e^{-\alpha r} \cdot V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r} \right) \right] \times \\
 & \times e^{-C_{v0} \lambda_i^2 \cdot \left(t + \frac{\beta_E}{\alpha_E} \cdot e^{-\alpha_E t} \right)} = \frac{H_0}{\lambda_i} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \cdot V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) - \frac{D_i}{\alpha} e^{-\alpha r_{\max}} \times \\
 & \times \left[\lambda_i^2 e^{-\alpha r_{\max}} \cdot V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) \right] \cdot e^{-C_{v0} \lambda_i^2 \cdot \left(t + \frac{\beta_E}{\alpha_E} \cdot e^{-\alpha_E t} \right)},
 \end{aligned}$$

где можно определить t_h и $H(t_h, z)$:

$$\begin{aligned}
 & e^{C_{v0} \lambda_i^2 \cdot \left(t + \frac{\beta_E}{\alpha_E} \cdot e^{-\alpha_E t} \right)} = \frac{D_i}{\alpha} \left\{ e^{-\alpha h} \left[\lambda_i^2 e^{-\alpha h} \cdot V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} h} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} h} \right) \right] - \right. \\
 & - e^{-\alpha r_{\max}} \left[\lambda_i^2 e^{-\alpha r_{\max}} \cdot V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) \right] \left. \right\} / \\
 & / \frac{H_0}{\lambda_i} \left\{ e^{-\frac{\alpha}{2} h} \cdot V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} h} \right) - e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \cdot V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2} r_{\max}} \right) \right\},
 \end{aligned}$$

$$H(t_h, z) = \sum_{i=1}^{\infty} D_i V_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) \cdot e^{-C_{v0}\lambda_i^2 \left(t_h + \frac{\beta E}{\alpha E} \cdot e^{-\alpha E \cdot t_h} \right)}. \tag{12}$$

Рассмотрим теперь решение задачи (9), (6-8). Решение этой задачи ничем не отличается от обычного решения соответствующих задач теплопроводности.

Для того чтобы преобразовать граничные условия (7), (8) в нулевые, мы остановились на следующей форме решения:

$$H(z, t) = \frac{H_1}{h} z + U(z, t). \tag{13}$$

Если подставить эти выражения для $H(z, t)$ в исходную задачу (9), (6)-(8), мы получим новую задачу для неизвестной функции $U(z, t)$:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = KC_v(t) e^{\alpha z} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \Phi_2(z, t, U), \tag{14}$$

$$\Phi_2(z, t, U) = \beta KC_v(t) e^{\alpha z} \left[\left(\frac{H_1}{h} + \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{H_1}{h} z + U(z, t) \right) \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right],$$

$$U(t_h, z) = H(t_h, z) - \frac{H_1}{h} z \text{ при } t = t_h, \tag{15}$$

$$U = 0 \text{ при } t > t_h \text{ и } z = 0, \tag{16}$$

$$U = 0$$

$$\text{при } t > t_h \text{ и } z = h. \tag{17}$$

Теперь, пользуясь методом Фурье, решение задачи (14)-(17) можно представить в виде ($\beta = 0$):

$$U(z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} B_j V_0 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) \cdot e^{-C_{v0}\mu_j^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} \cdot e^{-\alpha E t} \right)}, \tag{18}$$

где:

$$B_j = \frac{\{\dots\}_3}{\{\dots\}_4} \cdot \alpha e^{-C_{v0}\mu_j^2 \left(t_h + \frac{\beta E}{\alpha E} \cdot e^{-\alpha E t_h} \right)},$$

$$\{\dots\}_3 = \sum_{j=1}^{\infty} F(\mu_j, \alpha, h) + \frac{H_1}{h\mu_j} \left\{ h e^{-\frac{\alpha}{2}h} \cdot V_1 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) + 2 \sum_{k=0}^{\infty} [\dots]_k \right\},$$

$$[\dots]_k = V_{2+2k} \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) - V_{2+2k} \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} \right), \{\dots\}_4 = \mu_j^2 V_1^2 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} \right) - e^{-\alpha h} [\dots]_2,$$

$$[\dots]_2 = \mu_j^2 e^{-\alpha h} \cdot V_1^2 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) - V_0^2 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right).$$

Здесь $F(\mu_j, \alpha, h) = 0$ при $\lambda_i \neq \mu_j$,

$$F(\mu_j, \alpha, h) = \frac{1}{\alpha} \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \mu_j^2 V_1^2 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} \right) - e^{-\alpha h} \cdot \left[\mu_j^2 e^{-\alpha h} V_1^2 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) \right] \right\}$$

при $\lambda_i = \mu_j$, μ_j – положительные корни уравнения

$$Y_0\left(\frac{2\mu}{\alpha}\right) \cdot J_0\left(\frac{2\mu}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h}\right) - J_0\left(\frac{2\mu}{\alpha}\right) \cdot Y_0\left(\frac{2\mu}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h}\right) = 0.$$

Имея в виду (13) и (18), решение задачи (14), (6)-(8) получить нетрудно. Здесь в (13) функция $U(z,t)$ определена рядом (18).

Определение осадок основания. Для определения величины осадки слоя во времени следует полученные решения подставить в уравнение

$$\varepsilon(t) = \frac{a_0}{1 + \varepsilon_{cp}} e^{-\alpha z} \sigma(t), \quad (19)$$

и проинтегрировать его от 0 до h , т.е.

$$s(t) = \frac{a_0}{1 + \varepsilon_{cp}} \int_0^h e^{-\alpha z} \sigma(z,t) dz,$$

где:

$$\sigma(t) = \gamma(H_0 - H) \text{ – для случая А,}$$

$$\sigma(t) = \gamma \left[H(t_h, z) - 2 \frac{H_1}{h} z - U \right] \text{ – для случая Б.}$$

Интегрирование этого уравнения дает следующие результаты: для случая А –

$$s_A(t) = \frac{\gamma a_0}{1 + \varepsilon_{cp}} \left\{ \frac{q}{\gamma \alpha} (1 - e^{-\alpha h}) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_i}{\lambda_i} \left[V_1\left(\frac{2\lambda_i}{\alpha}\right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1\left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h}\right) \right] \times \right. \\ \left. \times e^{-C_{v0} \lambda_i^2 \cdot \left(t_h + \frac{\beta_E}{\alpha_E} \cdot e^{-\alpha_E t_h} \right)} \right\}; \quad (20)$$

для случая Б –

$$s_B(t) = \frac{\gamma a_0}{1 + \varepsilon_{cp}} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_i}{\lambda_i} \left[V_1\left(\frac{2\lambda_i}{\alpha}\right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1\left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h}\right) \right] \cdot e^{-C_{v0} \lambda_i^2 \cdot \left(t_h + \frac{\beta_E}{\alpha_E} \cdot e^{-\alpha_E t_h} \right)} - \right. \\ \left. - \frac{H_1}{\alpha h} \left[e^{-h} \left(h + \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \right] - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{B_j}{\mu_j} \left[V_1\left(\frac{2\mu_j}{\alpha}\right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1\left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h}\right) \right] \times \right. \\ \left. \times e^{-C_{v0} \lambda_i^2 \cdot \left(t + \frac{\beta_E}{\alpha_E} \cdot e^{-\alpha_E t} \right)} \right\}, \quad (21)$$

Откуда

$$s(t) = s_A(t) + s_B(t) = \frac{\gamma a_0}{1 + \varepsilon_{cp}} \left\{ \frac{q}{\gamma \alpha} (1 - e^{-\alpha h}) - \frac{H_1}{\alpha h} \left[e^{-\alpha h} \left(h + \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \right] - \right. \\ \left. - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{B_j}{\mu_j} \left[V_1\left(\frac{2\mu_j}{\alpha}\right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1\left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h}\right) \right] \cdot e^{-C_{v0} \lambda_i^2 \cdot \left(t + \frac{\beta_E}{\alpha_E} \cdot e^{-\alpha_E t} \right)} \right\}. \quad (22)$$

Из (21) заметим, что при $t \rightarrow \infty$ имеем:

$$s_{\infty} = \frac{\gamma\alpha_0}{1 + \varepsilon_{cp}} \left\{ \frac{q}{\gamma\alpha} (1 - e^{-\alpha h}) - \frac{H_1}{\alpha h} \left[e^{-\alpha h} \left(h + \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \right] \right\}. \quad (23)$$

Второй шаг. Теперь рассмотрим случай: $\beta \neq 0$.

А. Пользуясь методом разложения по собственным функциям, решение задачи (9), (2)-(5) нетрудно представить в виде:

$$H(z, t) = \sum_{i=0}^{\infty} T_{li}(t) V_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right), \quad (24)$$

где:

$$T_{li}(t) = \left[D_i + \int e^{C_{v0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Phi_{li}(t) dt \right] \cdot e^{-C_{v0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)},$$

$$\Phi_{li}(t) = \frac{\int_0^h \Phi_1(z, t, H) V_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) dz}{\int_0^h e^{-\alpha z} V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) dz}.$$

Здесь также как и в первом шаге, соответственно будут определены $r = r(t)$, t_h и $H(t_h, z)$:

$$\begin{aligned} & \frac{H_0}{\lambda_i} e^{-\frac{\alpha}{2}r} V_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r} \right) - \frac{T_{li}(t)}{\alpha} e^{-\alpha r} \left[\lambda_i^2 e^{-\alpha r} V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r} \right) \right] = \\ & = \frac{H_0}{\lambda_i} e^{-\frac{\alpha}{2}r_{\max}} V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r_{\max}} \right) - \frac{T_{li}(t)}{\alpha} e^{-\alpha r_{\max}} \left[\lambda_i^2 e^{-\alpha r_{\max}} V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r_{\max}} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r_{\max}} \right) \right]; \\ & e^{C_{v0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} = \\ & = \frac{D_i + \int e^{C_{v0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Phi_{li}(t) dt}{\alpha} \cdot \left\{ e^{-\alpha h} \left[\lambda_i^2 e^{-\alpha h} V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) \right] - \right. \\ & \left. - e^{-\alpha r_{\max}} \left[\lambda_i^2 e^{-\alpha r_{\max}} V_1^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r_{\max}} \right) + V_0^2 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r_{\max}} \right) \right] \right\} / \\ & / \frac{H_0}{\lambda_i} \left\{ e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) - e^{-\frac{\alpha}{2}r_{\max}} V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}r_{\max}} \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$H(t_h, z) = \sum_{i=1}^{\infty} V_0 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) \cdot \left(D_i + \int e^{C_{v_0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Phi_i(t) dt \right) \cdot e^{-C_{v_0}\mu_j^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)}.$$

(25)

Б. Теперь рассмотрим решение задачи (1), (6)-(8). Пользуясь методом разложения по собственным функциям, решение этой задачи нетрудно представить в виде (13). Здесь $U(z, t)$ в (13):

$$U(z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} T_{2j}(t) V_0 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right), \quad (26)$$

где

$$T_{2j}(t) = \left(B_j + \int e^{C_{v_0}\mu_j^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Phi_{2j}(t) dt \right) \cdot e^{-C_{v_0}\mu_j^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)},$$

$$\Phi_{2j}(t) = \frac{\int_0^h \Phi_2(z, t, H) V_0 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) dz}{\int_0^h e^{-\alpha z} V_0^2 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \right) dz}.$$

Определение осадок основания. Для определения величины осадки слоя во времени следует полученные решения (24) и (13) (вначале (26) подставить в (13), затем в (12)) подставить в (19) и проинтегрировать его от 0 до h .

Интегрирование приводит нас к следующим результатам:
для случая А –

$$s_A(t) = \frac{\gamma a_0}{1 + \varepsilon_{cp}} \left\{ \frac{q}{\gamma \alpha} (1 - e^{-\alpha h}) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_i}{\lambda_i} \left[V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) \right] \right\} \times$$

$$\times \left(D_i + \int e^{C_{v_0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Phi_{1i}(t) dt \right) \cdot e^{-C_{v_0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Bigg|_{t=t_h}; \quad (27)$$

для случая Б –

$$s_B(t) = \frac{\gamma a_0}{1 + \varepsilon_{cp}} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_i}{\lambda_i} \left[V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} \right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1 \left(\frac{2\lambda_i}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) \right] \right\} \times$$

$$\times \left(D_i + \int e^{C_{v_0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Phi_{1i}(t) dt \right) \cdot e^{-C_{v_0}\lambda_i^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Bigg|_{t=t_h} -$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{H_1}{\alpha h} \left[e^{-\alpha h} \left(h + \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \right] - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{B_j}{\mu_j} \left[V_1 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} \right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) \right] \times \\
 & \times \left(B_j + \int e^{C_{v0}\mu_j^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Phi_{2j}(t) dt \right) \cdot e^{-C_{v0}\mu_j^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Bigg\}, \tag{28}
 \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}
 s(t) = s_A(t) + s_B(t) = & \frac{\gamma a_0}{1 + \varepsilon_{cp}} \left\{ \frac{q}{\gamma \alpha} (1 - e^{-\alpha h}) - \frac{H_1}{\alpha h} \left[e^{-\alpha h} \left(h + \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \right] - \right. \\
 & - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{B_j}{\mu_j} \left[V_1 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} \right) - e^{-\frac{\alpha}{2}h} V_1 \left(\frac{2\mu_j}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{2}h} \right) \right] \times \\
 & \times \left. \left(B_j + \int e^{C_{v0}\mu_j^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \Phi_{2j}(t) dt \right) \cdot e^{-C_{v0}\mu_j^2 \left(t + \frac{\beta E}{\alpha E} e^{-\alpha E t} \right)} \right\}. \tag{29}
 \end{aligned}$$

Из (29) следует, что при $t \rightarrow \infty$ получим (23). Пользуясь формулами (11), (12), (13), (18), (19)-(29) для ПЭВМ составлена программа для определения осадки грунтовых оснований. На рисунке 2а жирными линиями показаны эпюры напоров для случая уплотнения слоя грунта равномерной нагрузкой $q = 1 \text{ кГ/см}^2$ в соответствии со схемой на рисунке 1, полагая $\varepsilon_{cp} = 0,5$; $a_0 = 0,004 \text{ см}^2/\text{кг}$; $K = 10^{-7} \text{ см/сек}$; $h = 10 \text{ м}$; $i = 5$; $\alpha = 0,002 \text{ см}^{-1}$; $\beta_E = 0,001$; $\alpha_E = 0,02 \text{ сек}^{-1}$; $H_1 = 50 \text{ см}$; $\gamma = 0,001 \text{ кг/см}^3$; $\beta = 0,03$.

Для сравнения приведены эпюры, полученные без учета начального градиента напора (тонкие линии). На рис. 2,б даются кривые осадок на основе выполненного расчета уплотнения грунта во времени. Как видно из приводимых на рисунке 2 кривых, влияние начального градиента при принятых численных данных и, в частности, при достаточно больших значениях начального градиента, весьма сильно отражается на получаемых результатах. Однако для правильной оценки этого влияния следует уточнить методы лабораторного определения устойчивых значений начального градиента напора, так как только тогда можно будет с достаточной уверенностью проводить практические расчеты уплотнения с учетом влияния этой характеристики грунта.

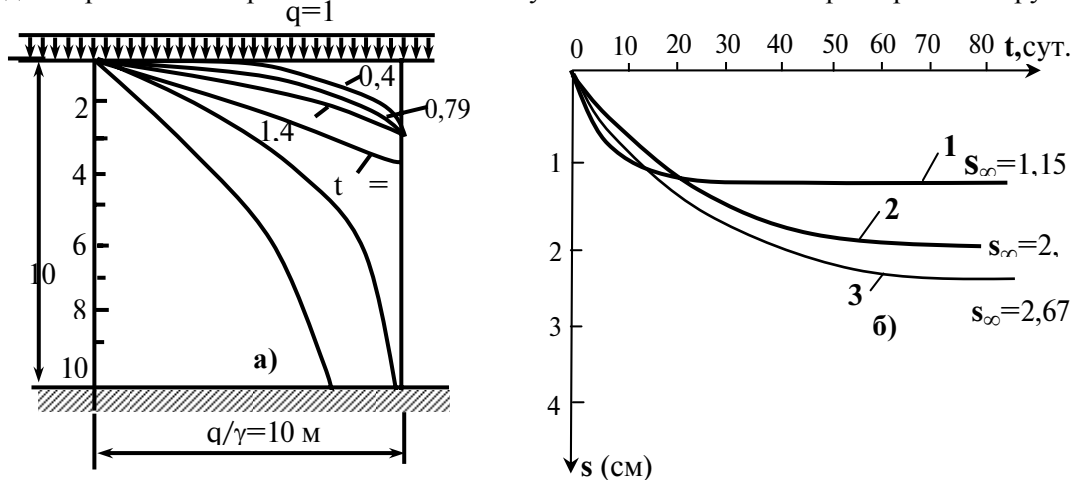


Рисунок 2 – Изменение осадка s_t по t равномерно распределенной нагрузки $q = 1 \text{ кГ/см}^2$: 1 – для неоднородной среды; 2 и 3 – для однородной среды

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Роза С.А. Расчет осадки сооружений гидроэлектростанций.- М.: Госэнергоиздат, 1959.- 330 с.
- [2] Флорин В.А. Основы механики грунтов.- М.: Госстройиздат, 1959.- Т.1.- 357 с.
- [3] Флорин В.А. Основы механики грунтов.- М.: Госстройиздат, 1961.- Т.2.- 540 с.
- [4] Зарецкий Ю.К. Теория консолидации грунтов.- М.: Наука, 1967.- 270 с.
- [5] Цытович Н.А., Зарецкий Ю.К., Малышев М.В., Абелов М.Ю., Тер - Мартиросян З.Г. Прогноз скорости осадок оснований сооружений /Ред. Н.А.Цытович.- М.: Лит. по строительству, 1967.-235 с.
- [6] Коренов Б.Г. Некоторые задачи упругости и теплопроводности, решаемые в бесселевых функциях. – М.: Физматфиз. 1960. -458с
- [7] Кузнецов Д.С. Специальные функции. –М.: Высшая школа. 1965. – 423 с

REFERNCES

- [1] Rose S.A. Calculation rainfall of hydroelectric power stations constructions. M.: Gosenergoizdat. 1959.330 p.
- [2] Florin V.A. Basics of soil mechanics //State Building Publisher (Gosstroizdat).1959. V.1-357 p.
- [3] Florin V.A. Basics of soil mechanics //State Building Publisher (Gosstroizdat).1961. V.2-543 p.
- [4] Zaretsky Y.K. Soil consolidation theory. M.: Nauka, 1967.269 p.
- [5] Tsytovich N.A., Zaretsky Y.K., Malyshev M.V., Ter-Martirosyan Z.G. Forecast speed pellet based structures. M.: Stroiiizdat, 1967. 238 p.
- [6] Korenev B. G. Some problems of elasticity and thermal conduction solved in Bessel functions. M.: Fizmatfiz. 1960. 458s
- [7] Kuznetsov D.S. Special functions. M.: Higher School. 1965. 423

ӘРТЕКТІ ТОПЫРАҚ КОНСОЛИДАЦИЯСЫНЫҢ БІРӨЛШЕМДІ КВАЗИСЫЗЫҚТЫ ЕСЕБІН НАПОРДЫҢ БАСТАПҚЫ ГРАДИЕНТІ ӘСЕРІНДЕ ШЕШУ ӘДІСІ ТУРАЛЫ ЖӘНЕ ОНЫҢ ШӨГҮІН АНЫҚТАУ

Ш. Алтынбеков

Оңтүстік-Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институты,
Шымкент, Қазақстан

Түйін сөздер: топырақтар механикасы, фильтрациялық консолидация теориясы, лездік-серпімді деформация, напордың бастапқы градиенті, іргетастың шөгуі, бірөлшемді квазисызықты есеп, математикалық физика әдістері.

Аннотация. Лездік-серпімді деформация модулі консолидация процесінде координаталарға және уақытқа тәуелді өзгеруші әртекті топырақтың фильтрациялық консолидация теориясының бірөлшемді квазисызықты есебі шешілген. Есепті шешу үшін О.Видебург, Фурье жаңа айнымалыларды енгізу, әртекті шекаралық шарттарды біртекті шарттарға түрлендіру, меншікті функциялар бойынша жіктеу әдістері қолданылған. Іргетастың шөгуі В.А. Флорин әдісінде есептелінген.

Есеп екі уақыт периодында ($r \leq h$ және $r = h$, h – топырақ қабатының қалыңдығы) шешілген. $r = r(t)$, t_h және $H(t_h, z)$ -тер есепті шешу барысында табылған. Іргетастың шөгуі әрбір уақыт периодында жеке-жеке анықталып, соңында осы шөгулердің қосындысы түрінде ұсынылған. Графикалық талдау берілген. Алынған нәтижелердің шындыққа жанасуы дербес жағдайларда өзге авторлардың нәтижелерін алумен дәлелденген. Салыстыру эпюрі келтірілген.

Поступила 15.03.2016 г.

МАЗМҰНЫ

Теориялық және тәжірибелік зерттеулер

<i>Буртебаев Н., Дүйсебаев А., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Юшков А.В., Жолдыбаев Т.К., Садықов Б., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М., Сакута С.Б.</i> 50 және 60 МэВ энергиялы ^3He иондарының ^{14}N ядроларынан серпімді шашырауын зерттеу.....	5
<i>Алтынбеков Ш.</i> Өртекті топырақ консолидациясының бірөлшемді квазисызықты есебін напордың бастапқы градиенті әсерінде шешу әдісі туралы және оның шөгуді анықтау.....	10
<i>Асқарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Ергалиева А.Б., Габитова З.Х., Боранбаева А.Е.</i> 3-D Модельдеу әдістерімен жану процесіне көмірдің ылғалдылығының зиянын зерттеу.....	21
<i>Асқарова Ә.С., Болегенова С.Ә., Болегенова С.Ә., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> ЖЭС жану камерасында көмірдің жануы кезінде NO_x түзілуі мен жойылуын екі кинетикалық механизм бойынша сандық моделдеу.....	29
<i>Асқарова Ә.С., Болегенова С.Ә., Болегенова С.Ә., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Жану камерасының қабырға температурасы үшін берілген шекаралық шартының жану процесінің температуралық сипаттамаларына әсерін зерттеу.....	35
<i>Асқарова Ә., Болегенова С., Гороховский М., Оспанова Ш., Нұғьманова А., Утелов С.</i> Өр түрлі сұйық отындардың бүрку, тұтану және жану процестерін зерттеу	40
<i>Сапрыгина М.Б., Байсейтова У.С., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О.</i> Толқын теңдеуінің шартарапты есебінің тұрлауы шешілуі туралы.....	48
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Демьянова А.С., Данилов А.Н., Джансейтов Д.М., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К.</i> Оптикалық және фолдинг модельдер АЯСЫНДА 50 және 60 МЭВ энергияларда ^3He иондарының ^{13}C ядроларында серпімді шашырау процесстерін зерттеу.....	55
<i>Жұмбаев Д.С., Бакирова Э.А.</i> Импульс әсері бар фредгольм интегралдық- дифференциалдық теңдеулер үшін сызықты шеттік есептің бірімәнді шешілімділігінің коэффициенттік белгілері	61
<i>Өтебаев Ұ.Б., Есентаев Қ.Ө., Дархан Н.Д.</i> WEB -формалар құрудың технологиялары.....	72
<i>Жунусова Л.Х., Жунусов К.Х.</i> Тор теңдеулерінің итерациялық әдіспен шығару.....	79
<i>Қабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омаишова Г.Ш., Серикбаева Г.С., Сүйерқұлова Ж.Н.</i> Еркін механикалық тербелістерді зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	84
<i>Қабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омаишова Г.Ш., Сүттібаева Д.И., Қозыбақова Г.Н.</i> Изобаралық процесті зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	92
<i>Қабылбеков К.А., Омаишова Г.Ш., Саидахметов П.А., Нұрұллаев М.А., Артыгалин Н.А.</i> Карно циклімен жұмыс атқаратын қозғалтқышты зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	98
<i>Түгелбаева Г.Т., Канибекова А. Е.</i> Білім негіздерін физика сабақтарына енгізу әдісін жүйелік талдау.....	104
<i>Қойишева Т.К., Қожамқұлова Ж.Ж., Базарбаева А.И., Бегимбетова Х.А.</i> Объектіге-бағытталған жүйе болашақ маманның ақпараттық-логикалық құзыреттілігін қалыптастыру факторы ретінде.....	108
<i>Қойишева Т.К., Байтерекова А.И., Салғараева М.И.</i> Болашақ мұғалімдерді кәсіби дайындауда қолданылатын объектілі-бағдарлы жобалаудың теориялық негіздері.....	116
<i>Литвиненко Н.</i> Бағдарламалық R ортаның C# ортасына біріктірілуі.....	123
<i>Мақышов С.</i> Тұрақты м-туындаған сандар.....	128
<i>Минглибаев М.Ж., Прокопья А.Н., Бекетауов Б.А.</i> Массалары айнымалы шектелген үш дене мәселесінің эволюциялық теңдеуінің нақты шешімдері.....	133
<i>Орынбаев С.А., Молдахметов С.С., Байбутанов Б.К., Ешметов М.Б., Ауесжанов Д.С.</i> Жазықтық-импульстік модуляция негізінде көпдеңгейлі инвертор сатыларының қосылу әдістемелерін зерттеу	139
<i>Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О., Байсейтова У.С.</i> Толқын теңдеуінің шартарапты есебінің вөлтерлі болуының үзілді – кесілді шарты.....	147
<i>Сураган Д.</i> Шаттен р-нормасы үшін бір теңсіздік туралы	153
<i>Темирбеков Н.М., Тураров А.К.</i> Газлифт үрдісінің бір өлшемді моделінің сандық шешімі	159
<i>Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш., Шомабаева М.Т.</i> Аргументі ауытқыған жылу теңдеуінің шекаралық коши-нейман есебіне сәйкес оператордың спектрінің құрамы туралы.....	169
<i>Шомабаева М.Т., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т.</i> Аргументі ауытқыған жылу теңдеуінің жарталай бекітілген шекаралық есебіне сәйкес оператордың үзіксіз спектрі туралы	180
<i>Ұлағатты ұстаз туралы. Шерәлі Біләл.</i>	191

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретические и экспериментальные исследования

<i>Буртебаев Н., Дуйсебаев А., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Юшков А.В., Жолдыбаев Т.К., Садыков Б., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М., Сакута С.Б.</i> Исследование упругого рассеяния ионов ^3He на ядрах ^{14}N при энергиях 50 и 60 МэВ.....	5
<i>Алтынбеков Ш.</i> О методике решения одномерной квазилинейной задачи консолидации неоднородного грунта с учетом начального градиента напора и определение его осадка.....	10
<i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Ергалиева А.Б., Габитова З.Х., Боранбаева А.Е.</i> Исследование влияния влажности угля на процесс горения методами 3-d моделирования.....	21
<i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Численное моделирование образования и разложения NO_x по двум кинетическим механизмам при горении угольного топлива в топочной камере ТЭЦ.....	29
<i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Исследование влияния граничного условия для температуры на стенках топочной камеры на температурные характеристики процесса горения.....	35
<i>Аскарова А., Болегенова С., Гороховский М., Оспанова Ш., Нугьманова А., Утелов С.</i> Исследование процессов распыла, воспламенения и горения различного вида жидкого топлива.....	40
<i>Сапрыгина М.Б., Байсейтова У.С., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О.</i> Толкын тендеуінің шартарапты есебінің тұрлаулы шешілуі туралы.....	48
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Демьянова А.С., Данилов А.Н., Джансейтов Д.М., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К.</i> Исследование процессов упругого рассеяния ионов ^3He на ядрах ^{13}C при энергиях 50 и 60 МэВ в рамках оптического и фолдинг моделей.....	55
<i>Джумабаев Д.С., Бакирова Э.А.</i> Коэффициентные признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений фредгольма с импульсными воздействиями.....	61
<i>Утебаев У.Б., Есентаев К.У., Дархан Н.Д.</i> Технологія создания web-форм.....	72
<i>Жунусова Л.Х., Жунусов К.Х.</i> Итерационные методы решения сеточных уравнений.....	79
<i>Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Серикбаева Г.С., Суйеркулова Ж.Н.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию свободных механических колебаний.....	84
<i>Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Суттибаева Д.И., Козыбакова Г.Н.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию изобарического процесса.....	92
<i>Кабылбеков К.А., Омашова Г.Ш., Саидахметов П.А., Нураллаев М.А., Артыгалин Н.А.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию двигателя, совершающего цикл Карно.....	98
<i>Түгелбаева Г.Т., Канибекова А. Е.</i> Системное обсуждение способов внедрения в уроки по физике основ знаний по экологии.....	104
<i>Койшиева Т.К., Кожамкулова Ж.Ж., Базарбаева А.И., Бегимбетова Х.А.</i> Объектно-ориентированные системы как фактор формирования информационно-логической компетентности будущих специалистов.....	108
<i>Койшиева Т.К., Байтерекова А.И., Салгараева М.И.</i> Теоретические основы объектно-ориентированного проектирования, применимые для профессиональной подготовки будущих учителей.....	116
<i>Литвиненко Н.</i> Интеграция программной среды R в среду C#.....	123
<i>Макышов С.</i> Неподвижные m-порожденные числа.....	128
<i>Минглибаев М.Ж., Прокопья А.Н., Бекетауов Б.А.</i> Точные решения эволюционных уравнений в ограниченной задаче трех тел с переменными массами.....	133
<i>Орынбаев С.А., Молдахметов С.С., Байбутанов Б.К., Ешметов М.Б., Ауесжанов Д.С.</i> Исследование методик коммутации ступеней многоуровневого инвертора на основе широтно-импульсной модуляции.....	139
<i>Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О., Байсейтова У.С.</i> Критерии вольтерровости нелокальной краевой задачи волнового уравнения.....	147
<i>Сураган Д.</i> Об одном неравенстве p-нормы в классе Шаттена.....	153
<i>Темірбеков Н. М., Тураров А. К.</i> Численное решение одномерной модели газлифтного процесса.....	159
<i>Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш., Шомабаева М.Т.</i> О структуре спектра краевой задачи Коши-неймана для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом.....	169
<i>Шомабаева М.Т., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т.</i> О непрерывном спектре оператора полужакопленной краевой задачи для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом.....	180
<i>Юбилей Ашуралиев Аллаберен</i>	191

CONTENTS

Theoretical and experimental researches

<i>Burtebayev N., Duisebayev A., Kerimkulov Zh.K., Alimov D.K., Yushkov A.V., Zholdybayev T.K., Sadikov B., Mukhamejanov Y.S., Janseitov D.M., Sakuta S.B.</i> Investigation of the elastic scattering of ^3He ions on ^{14}N at energies 50 and 60 MeV.....	5
<i>Altynbekov Sh.</i> On the method of solving one-dimensional quasilinear problem of consolidation of non homogeneous soil with the initial gradient of pressure and determination of its sediment.....	10
<i>Askarova. A., Bolegenova S., Bolegenova S., Maximov V., Yergaliyeva A., Gabitova Z., Boranbaeva A.</i> Study of coal moisture on the combustion process by 3d modeling.....	21
<i>Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Beketayeva M.T.</i> Numerical modeling of formation and destruction of NO_x by TWO kinetic mechanisms during combustion of fossil fuel in the furnace of CHP.....	29
<i>Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Beketayeva M.T.</i> Study of the boundary conditions influence for the temperature on the walls of the combustion chamber in the temperature characteristics of the burning process.....	35
<i>Askarova A., Bolegenova S., Gorokhovski M., Ospanova Sh., Nugymanova A., Utelov S.</i> Investigation of atomization, ignition and combustion processes of different types of liquid fuel.....	40
<i>Saprygina M.B., Bayseytova U.S., Shaldanbayev A.Sh., Orazov I.O.</i> About regular resolvability of nonlocal boundary value problem of the wave equation.....	48
<i>Burtebayev N., Kerimkulov Zh.K., Demyanova A.S., Danilov A.N., Janseitov D.M., Zholdybayev T.K., Alimov D.K.</i> Investigation of elastic scattering of ^3He ions from ^{13}C nuclei at 50 and 60 MeV in optical and folding model.....	55
<i>Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A.</i> Coefficient conditions for the unique solvability of linear boundary value problem for fredholm integro-differential equation with impulse effects.....	61
<i>Utebaev U.B., Yessentayev K.U., Darkhan N.D.</i> Technology of creation of web-form.....	72
<i>Zhunussova L., Zhunussov K.</i> Iterative methods for solving difference equations.....	79
<i>Kabyrbekov K.A., Saidakhmetov P.A., Omashova G.SH., Serikbaeva G.S., Suyerkulova ZH.N.</i> Model of the form of the organisation of computer laboratory operation of the free mechanical oscillations.....	84
<i>Kabyrbekov K.A., Saidakhmetov P.A., Omashova G.SH., Suttibaeva D.I., Kozybakova G.N.</i> Model of the form of the organisation of computer laboratory operation of isobaric process.....	92
<i>Kabyrbekov K.A., Omashova G.SH., Saidakhmetov P.A., Nurullaev M.A., Artygalin N.A.</i> Model of the form of the organization of computer laboratory operation on examination of the drive making the carnot cycle.....	98
<i>Tygelbaeva G.T., Kanibekova A. E.</i> System discussion of methods of introduction in lessons on physics bases of knowledge on ecology.....	104
<i>Koishieva T.K., Kozhamkulova Zh.Zh., Bazarbaeva A.I., Begimbetova A.</i> Object-oriented system as the factor of formation of information-logical competence of future professionals.....	108
<i>Koishieva T.K., Baiterekova A.I., Salgaraeva M.I.</i> Theoretical bases of object-oriented design, applicable for vocational training of future teachers.....	116
<i>Litvinenko N.</i> Integration of R software environment in C# software environment.....	123
<i>Makyshov S.</i> Stationary m-digitaddition numbers.....	128
<i>Minglibayev M.Dzh., Prokopenya A.N., Beketauov B.A.</i> Exact solutions of evolution equations in restricted three-body problem with variable mass.....	133
<i>Orynbayev S.A., Moldakhmetov S.S., Baibutanov B.K., Jeshmetov M.B., Aueszhanov D.S.</i> Methods of switching angles based on pulse width modulation for multilevel inverter.....	139
<i>Saprygina M.B., Shaldanbayev A.Sh., Orazov I.O., Bayseytova U.S.</i> Criteria Volterra of nonlocal boundary value problem of the wave equation.....	147
<i>Suragan D.</i> On an inequality for schatten P -norms.....	153
<i>Temirbekov N. M., Turarov A. K.</i> Numerical solution of the one dimensional model of gas-lift process.....	159
<i>Achmetova S.T., Shaldanbayev A.Sh., Shomabayeva M. T.</i> About structure of the range of the regional task of cauchy - neumann for the heat conductivity equation with the deviating argument.....	169
<i>Shomanbayeva M. T., Shaldanbayev A.Sh., Achmetova S.T.</i> About the continuous range of the operator of the semi-fixed regional task for the heat conductivity equation with the deviating argument.....	180
Anniversary of Ashuraliev Allaberen.....	191

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор *М. С. Ахметова*

Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 24.03.2016.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

11,3 п.л. Тираж 300. Заказ 2.