

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

2 (306)

НАУРЫЗ – СӘУІР 2016 ж.

МАРТ – АПРЕЛЬ 2016 г.

MARCH – APRIL 2016

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 306 (2016), 61–71

**COEFFICIENT CONDITIONS FOR THE UNIQUE SOLVABILITY
OF LINEAR BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR FREDHOLM
INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION WITH IMPULSE EFFECTS****D.S. Dzhumabaev, E.A. Bakirova**

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan

E-mail: dzhumabaev@list.ru, bakirova1974@mail.ru**Key words:** boundary value problem, solvability, integro-differential equation, impulse effect.

Abstract. A linear two-point boundary value problem for the system of Fredholm integro-differential equations with degenerate kernel subject to impulse effects at the fixed points of interval is investigated. The interval is divided on parts with the points including the points of impulse effects. The values of solution at the left points of subintervals are introduced as additional parameters, and the origin boundary value problem is reduced to the equivalent multipoint boundary value problem with parameters. At the fixed values of parameters, we have the special Cauchy problem for system of integro-differential equations. Applying ν times substitutions in an equivalent system of integral equations, it is obtained the representation for the solution of special Cauchy problem. Using the degenerate form of integral term's kernel in origin equation, it is composed the system of linear algebraic equations permitting us to solve the special Cauchy problem. If the matrix of composed system is invertible, then this partition is called ν regular partition of interval. It is offered an algorithm for finding the solution of the multipoint boundary value problem with parameters. Every step of the algorithm consists of two points. In the first point of the algorithm a system of linear algebraic equations with respect to introduced parameters is solved. In the second point of algorithm the solution of special Cauchy problem for systems of integro-differential equations with the parameters is found. The conditions of realization and convergence of the proposed algorithm, providing the unique solvability of the boundary value problem are obtained. In terms of the initial data necessary and sufficient conditions for the unique solvability of linear two-point boundary value problem for the system of Fredholm integro-differential equations with degenerate kernel subject to impulse effects are established. The algorithm and theorem on unique solvability of the considered problem do not require the construction of the fundamental matrix of the differential part.

Работа выполнена в рамках проекта №3362/ГФ4 по грантовому финансированию Министерства образования и науки Республики Казахстан

УДК 517.624.3

**КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ ПРИЗНАКИ ОДНОЗНАЧНОЙ
РАЗРЕШИМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ
ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ФРЕДГОЛЬМАС ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ****Д.С. Джумабаев, Э.А. Бакирова**

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: краевая задача, разрешимость, интегро-дифференциальное уравнение, импульсное воздействие.

Аннотация. Исследуется линейная двухточечная краевая задача для систем интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма с вырожденным ядром, подверженная импульсным воздействиям в

фиксированных точках отрезка. Отрезок, где рассматриваются интегро-дифференциальные уравнения разбиваются на части точками, включающими точки импульсных воздействий, вводятся дополнительные параметры как значения решения в начальных точках подинтервалов и исходная задача сводится к эквивалентной многоточечной краевой задаче с параметрами. При фиксированных значениях параметров возникает специальная задача Коши для системы интегро-дифференциальных уравнений. Применяя V раз подстановки в эквивалентной системе интегральных уравнений получено представление решения специальной задачи Коши. Используя вырожденность ядра интегрального члена исходного уравнения построена система линейных алгебраических уравнений, позволяющая найти решения специальной задачи Коши. Если матрица построенной системы обратима, то разбиение называется V регулярным разбиением интервала. Предлагается алгоритм нахождения решения многоточечной краевой задачи с параметрами. Каждый шаг алгоритма состоит из двух пунктов. В первом пункте алгоритма решается система линейных алгебраических уравнений относительно введенных параметров. Во втором пункте алгоритма решается специальная задача Коши для систем интегро-дифференциальных уравнений при найденных значениях параметров. Получены условия осуществимости и сходимости предложенного алгоритмов, обеспечивающие однозначную разрешимость рассматриваемой краевой задачи. В терминах исходных данных установлены необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости линейной двухточечной краевой задачи для систем интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма с вырожденным ядром, подверженному импульсным воздействиям. Алгоритм и теорема об однозначной разрешимости исследуемой задачи не требует построения фундаментальной матрицы дифференциальной части.

На отрезке $[0, T]$ рассматривается линейная двухточечная краевая задача для систем интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма с вырожденным ядром, подверженному импульсным воздействиям

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \sum_{k=1}^l \int_0^T \varphi_k(t) \psi_k(s) x(s) ds + f(t), \quad x \in R^n, \quad t \in (0, T) \setminus \{\theta_j, j = \overline{1, m}\}, \quad (1)$$

$$(\theta_0 = 0 < \theta < \theta_2 < \dots < \theta_m < T = \theta_{m+1}),$$

$$B_0 x(0) + C_0 x(T) = d_0, \quad d_0 \in R^n, \quad (2)$$

$$B_j \lim_{t \rightarrow \theta_j - 0} x(t) + C_j \lim_{t \rightarrow \theta_j + 0} x(t) = d_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad d_i \in R^n, \quad (3)$$

где $(n \times n)$ -матрицы $A(t)$, $\varphi_k(t)$, $\psi_k(s)$, $k = \overline{1, N}$ непрерывны на $[0, T]$, n -вектор-функция $f(t)$ кусочно непрерывна на $[0, T]$ с возможными разрывами в точках $t = \theta_j$, $j = \overline{1, m}$.

Дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения с им-пульсными воздействиями находят широкое применение в задачах приложения. Вопросы разрешимости краевых задач для этих уравнений различными методами исследованы в работах [1-11]

Краевые задачи для уравнения (1), когда нет импульсных воздействий, исследовались в работах [12-18]. Условия импульсного воздействия (3) существенно влияют на качественные свойства краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма.

Необходимые и достаточные условия разрешимости и однозначной разрешимости линейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма с импульсными воздействиями установлены в [19]. Эти условия сформулированы в терминах фундаментальной матрицы дифференциальной части уравнения.

Как известно, для дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами построить фундаментальную матрицу, как правило, не удается. Поэтому в данной работе критерии однозначной разрешимости получен в терминах исходных данных задачи (1)-(3) без использования фундаментальной матрицы дифференциальной части.

Через $PC([0, T], R^n, \{\theta_j\}_{j=1}^m)$ обозначим пространство кусочно-непрерывных функций $x : [0, T] \rightarrow R^n$, непрерывных на $[\theta_{p-1}, \theta_p)$, $p = \overline{1, m+1}$, с нормой $\|x\|_1 = \sup_{t \in [0, T]} \|x(t)\|$.

Решением задачи (1)-(3) является кусочно-непрерывно дифференцируемая на $(0, T)$ функция $x(t) \in PC([0, T], R^n, \{\theta_j\}_{j=1}^m)$, удовлетворяющая на $(0, T) \setminus \{\theta_j\}$ интегро-дифференциальному уравнению (1), а также условиям (2), (3).

Приведем схему метода параметризации [20] применительно к задаче (1)-(3). Разбиение интервала $[0, T]$ на N частей $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{N-1} < t_N = T$, где множество точек разбиения $t_p, p = \overline{1, N-1}$ содержит точки импульсных воздействий $\theta_j, j = \overline{1, m}$, обозначим через $\Delta_N(\theta)$.

Тогда для каждого разбиения $\Delta_N(\theta)$ существуют взаимно однозначные функции

$$r^+ : (1, 2, \dots, m) \rightarrow (1, 2, \dots, N-1),$$

$$r^- : \{(1, 2, \dots, N-1) \setminus (r^+(1), r^+(2), \dots, r^+(m))\} \rightarrow (1, 2, \dots, N-1)$$

такие, что $t_{r^+(j)} = \theta_j$ и $t_{r^-(s)} \neq \theta_j$ при всех $j = \overline{1, m}, s = \overline{1, N-m-1}$.

Сужение функции $x(t)$ на r -ый интервал $[t_{r-1}, t_r)$ обозначим через $x_r(t)$, т.е. $x_r(t) = x(t)$ при $t \in [t_{r-1}, t_r), r = \overline{1, N}$.

Через $C([0, T], \Delta_N(\theta), R^{nN})$ обозначим пространство систем функций $x[t] = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$, где функции $x_r, r = \overline{1, N}$ непрерывны на $[t_{r-1}, t_r)$ и имеют конечные левосторонние пределы $\lim_{t \rightarrow t_r-0} x_r(t)$ при всех $r = \overline{1, N}$, с нормой $\|x[\cdot]\|_2 = \max_{r=1, N} \sup_{t \in [t_{r-1}, t_r)} \|x_r(t)\|$.

Введем дополнительные параметры $\lambda_r = x(t_{r-1}), r = \overline{1, N}$ и на каждом r -ом интервале $[t_{r-1}, t_r)$ произведем замену функции $u_r(t) = x(t) - \lambda_r$. Тогда задача (1)-(3) сведется к эквивалентной краевой задаче с параметрами

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)(u_r + \lambda_r) + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^l \int_{t_{j-1}}^{t_j} \varphi_k(t) \psi_k(s) (u_j(s) + \lambda_j) ds + f(t), \quad t \in (t_{r-1}, t_r), \quad (4)$$

$$u_r(t_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, N}, \quad (5)$$

$$B_0 \lambda_1 + C_0 \lambda_N + C_0 \lim_{t \rightarrow T-0} u_N(t) = d_0, \quad d_0 \in R^n, \quad (6)$$

$$B_j \lambda_{r^+(j)} + B_j \lim_{t \rightarrow \theta_j-0} u_{r^+(j)}(t) + C_j \lambda_{r^+(j)+1} = d_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (7)$$

$$\lambda_{r^-(s)} + \lim_{t \rightarrow t_{r^-(p)}-0} u_{r^-(s)}(t) - \lambda_{r^-(s)+1} = 0, \quad s = \overline{1, \dots, N-m-1}. \quad (8)$$

Здесь соотношения (8) являются условиями непрерывности решения во внутренних точках разбиения, где нет импульсных воздействий.

Если $\tilde{x}(t)$ – решение задачи (1)–(3), то пара $(\tilde{\lambda}, \tilde{u}[t])$, с элементами $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_N) \in R^{nN}, \tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_N(t)) \in C([0, T], \Delta_N(\theta), R^{nN})$, где $\tilde{\lambda}_r = \tilde{x}(t_{r-1}), \tilde{u}_r(t) = \tilde{x}(t) - \tilde{x}(t_{r-1}), t \in [t_{r-1}, t_r), r = \overline{1, N}$ является решением задачи (4)–(8). И наоборот, если пара $(\lambda^*, u^*[t])$, где $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_N^*) \in R^{nN}, u^*[t] = (u_1^*(t), u_2^*(t), \dots, u_N^*(t)) \in C([0, T], \Delta_N(\theta), R^{nN})$ – решение задачи (4)–(8), то функция $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_N^*) \in R^{nN}$, определяемая равенствами $x^*(t) = \lambda_r^* + u_r^*(t), t \in (t_{r-1}, t_r), r = \overline{1, N}, x^*(T) = \lambda_N^* + \lim_{t \rightarrow T-0} u_N^*(t)$ будет решением исходной задачи (1)–(3).

При фиксированных значениях $\lambda \in R^{nN}$ система функции $u[t]$ определяется из (4),(5) - специальной задачи Коши для систем интегро-дифференциальных уравнений. Интегрируя обе части (4) и используя (5) получим систему интегральных уравнений

$$u_r(t) = \int_{t_{r-1}}^t A(\tau)u_r(\tau)d\tau + \int_{t_{r-1}}^t A(\tau)\lambda_r(\tau)d\tau + \int_{t_{r-1}}^t \sum_{k=1}^l \varphi_k(\tau) \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{\tau_j} \psi_k(s)u_j(s)dsd\tau + \\ + \int_{t_{r-1}}^t \sum_{k=1}^l \varphi_k(\tau) \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{\tau_j} \psi_k(s)\lambda_j dsd\tau + \int_{t_{r-1}}^t f(\tau)d\tau, \quad t \in [t_{r-1}, t_r), \quad r = \overline{1, N}. \quad (9)$$

Возьмем натуральное число ν и через $E_{\nu,r}(A(\cdot), P(\cdot), t)$ обозначим следующую сумму

$$E_{\nu,r}(A(\cdot), P(\cdot), t) = \int_{t_{r-1}}^t P(\tau_1)d\tau_1 + \int_{t_{r-1}}^t A(\tau_1) \int_{t_{r-1}}^{\tau_1} P(\tau_2)d\tau_2d\tau_1 + \dots + \\ + \int_{t_{r-1}}^t A(\tau_1) \dots \int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-2}} A(\tau_{\nu-1}) \int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-1}} P(\tau_\nu)d\tau_\nu d\tau_{\nu-1} \dots d\tau_1, \quad t \in [t_{r-1}, t_r),$$

где $P(t)$ непрерывная на $[t_{r-1}, t_r)$ квадратная матрица или вектор размерности n .

Подставив в первое слагаемое правой части (9) вместо $u_r(\tau)$, $r = \overline{1, N}$ соответствующую правую часть (9) и повторив этот процесс $\nu \in \mathbb{N}$ раз, получим представление $u_r(t)$ вида

$$u_r(t) = E_{\nu,r} \left(A(\cdot), A(\cdot)\lambda_r + \sum_{k=1}^l \varphi_k(\cdot) \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{\tau_j} \psi_k(s)ds\lambda_j + \sum_{k=1}^l \varphi_k(\cdot) \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{\tau_j} \psi_k(s)u_j ds + f(\cdot), t \right) + \\ + \int_{t_{r-1}}^t A(\tau_1) \int_{t_{r-1}}^{\tau_1} A(\tau_2) \dots \int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-1}} A(\tau_\nu)u_r(\tau_\nu)d\tau_\nu \dots d\tau_2d\tau_1, \quad t \in [t_{r-1}, t_r). \quad (10)$$

Введя обозначения

$$\mu_k = \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{\tau_j} \psi_k(s)u_j(s)ds,$$

$$D_{r,r}^{(\nu)}(\Delta_N(\theta), t) = E_{\nu,r}(A(\cdot), A(\cdot) + \sum_{k=1}^l \varphi_k(\cdot) \int_{t_{r-1}}^{\tau_r} \psi_k(s)ds, t), \quad r = \overline{1, N},$$

$$D_{r,j}^{(\nu)}(\Delta_N(\theta), t) = E_{\nu,r}(A(\cdot), \sum_{k=1}^l \varphi_k(\cdot) \int_{t_{j-1}}^{\tau_j} \psi_k(s)ds, t), \quad r \neq j, \quad j = \overline{1, N},$$

$$F_{\nu,r}(\Delta_N(\theta), t) = E_{\nu,r}(A(\cdot), f(\cdot), t), \quad r = \overline{1, N},$$

$$g_\nu^A(\Delta_N(\theta), u_r, t) = \int_{t_{r-1}}^t A(\tau_1) \int_{t_{r-1}}^{\tau_1} A(\tau_2) \dots \int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-1}} A(\tau_\nu)u_r(\tau_\nu)d\tau_\nu \dots d\tau_2d\tau_1,$$

систему (10) запишем в виде

$$u_r(t) = \sum_{j=1}^N D_{r,j}^{(\nu)}(\Delta_N(\theta), t)\lambda_j + \sum_{k=1}^l E_{\nu,r}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t)\mu_k + F_{\nu,r}(\Delta_N(\theta), t) + \\ + g_\nu^A(\Delta_N(\theta), u_r, t), \quad t \in [t_{r-1}, t_r). \quad (11)$$

В (11), полагая $t = \tau$, умножая обе части на $\psi_p(\tau)$, интегрируя по τ на $[t_{r-1}, t_r]$ и суммируя левые и правые части по r , имеем

$$\mu_p = \sum_{k=1}^l G_{p,k}(\nu, \Delta_N(\theta))\mu_k + \sum_{r=1}^N V_{p,r}(\nu, \Delta_N(\theta))\lambda_r +$$

$$F_p(v, \Delta_N(\theta)) + g_p(v, \Delta_N(\theta), u), \quad p = \overline{1, l}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} G_{p,k}(v, \Delta_N(\theta)) &= \sum_{r=1}^N \int_{t_{r-1}}^{t_r} \psi_p(\tau) E_{v,r}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), \tau) d\tau, \\ V_{p,r}(v, \Delta_N(\theta)) &= \int_{t_{r-1}}^{t_r} \psi_p(\tau) \sum_{j=1}^N D_{r,j}^v(\Delta_N(\theta), \tau) d\tau, \\ F_p(v, \Delta_N(\theta)) &= \sum_{r=1}^N \int_{t_{r-1}}^{t_r} \psi_p(\tau) F_{v,r}(\Delta_N(\theta), \tau) d\tau, \\ g_p(v, \Delta_N(\theta), u) &= \sum_{r=1}^N \int_{t_{r-1}}^{t_r} \psi_p(\tau) g_v^A(\Delta_N(\theta), u_r, \tau) d\tau. \end{aligned}$$

По $(n \times n)$ матрицам $G_{p,k}(v, \Delta_N(\theta))$, $p, k = \overline{1, l}$, $V_{p,r}(v, \Delta_N(\theta))$, $r = \overline{1, N}$ составим $(nl \times nl)$ матрицу $G(v, \Delta_N(\theta)) = (G_{p,k}(v, \Delta_N(\theta)))$ и $(nl \times n(N-1))$ матрицу $V(v, \Delta_N(\theta)) = (V_{p,r}(v, \Delta_N(\theta)))$. Систему (12) запишем в виде

$$[I - G(v, \Delta_N(\theta))] \mu = V(v, \Delta_N(\theta)) \lambda + F(v, \Delta_N(\theta)) + g(v, \Delta_N(\theta), u), \quad (13)$$

где I единичная матрица размерности nl , векторы

$$\begin{aligned} F(v, \Delta_N(\theta)) &= (F_1(v, \Delta_N(\theta)), F_2(v, \Delta_N(\theta)), \dots, F_{m+1}(v, \Delta_N(\theta))), \\ g(v, \Delta_N(\theta), u) &= (g_1(v, \Delta_N(\theta), u), g_2(v, \Delta_N(\theta), u), \dots, g_N(v, \Delta_N(\theta), u)) \end{aligned}$$

принадлежат R^{nl} .

Определение. Разбиение $\Delta_N(\theta)$ называется v -регулярным, если матрица $I - G(v, \Delta_N(\theta))$ имеет обратную.

Множество v -регулярных разбиений $\Delta_N(\theta)$ обозначим через $\sigma_v([0, T], \theta)$. Аналогично лемме 2.1 из [18] устанавливается, что множество $\sigma_v([0, T], \theta)$ не пусто.

Предполагая, что $\Delta_N(\theta) \in \sigma_v([0, T], \theta)$, через $\{M_{p,k}(v, \Delta_N(\theta))\}$, $p, k = \overline{1, l}$ обозначим матрицу $[I - G(v, \Delta_N(\theta))]^{-1}$, где блочные элементы $M_{p,k}(v, \Delta_N(\theta))$ - квадратные матрицы размерности n . Тогда из (13) имеем

$$\mu_p = \sum_{k=1}^l M_{p,k}(v, \Delta_N(\theta)) \left\{ \sum_{j=1}^N V_{k,j}(v, \Delta_N(\theta)) \lambda_j + F_k(v, \Delta_N(\theta)) + g_k(v, \Delta_N(\theta), u) \right\}, \quad (14)$$

$p, k = \overline{1, l}$. В (12) вместо μ_k взяв правую часть (14) получим представление для $u_r(t)$ следующего вида

$$\begin{aligned} u_r(t) &= \sum_{j=1}^N D_{r,j}^v(\Delta_N(\theta), t) \lambda_j + F_{v,r}(\Delta_N(\theta), t) + g_v^A(\Delta_N(\theta), u_r, t) + \sum_{k=1}^l E_{v,r}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t) \times \\ &\times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) \left[\sum_{r=1}^N V_{p,r}(v, \Delta_N(\theta)) \lambda_r + F_p(v, \Delta_N(\theta)) + g_p(v, \Delta_N(\theta), u) \right], \quad (15) \end{aligned}$$

$t \in [t_{r-1}, t_r)$. Откуда определив $\lim_{t \rightarrow t_r-0} u_r(t)$, $r = \overline{1, N}$ и подставив им соответствующие выражения в (6), (7), (8) получим систему линейных алгебраических уравнений относительно введенных параметров λ_r , $r = \overline{1, N}$:

$$\begin{aligned}
 & [B_0\lambda_1 + C_0D_{N,1}(\Delta_N(\theta), T) + C_0 \sum_{k=1}^l E_{v,N}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), T) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) V_{p,1}(v, \Delta_N(\theta))] \lambda_1 + \\
 & + C_0 [I + D_{N,N}^{(v)}(\Delta_N(\theta), T) + \sum_{k=1}^l E_{v,N}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), T) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) V_{p,N}(v, \Delta_N(\theta))] \lambda_N + \\
 & + C_0 \left[\sum_{i=2}^{N-1} D_{N,i}^{(v)}(\Delta_N(\theta), T) \lambda + \sum_{k=1}^l E_{v,N}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), T) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) \sum_{i=2}^{N-1} V_{p,i}(v, \Delta_N(\theta)) \right] \lambda_i = \\
 & = d_j - C_0 F_{v,N}(\Delta_N(\theta), T) - C_0 g_v^A(\Delta_N(\theta), u_N, T) - C_0 \sum_{k=1}^l E_{v,N}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), T) \times \\
 & \quad \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) [F_p(v, \Delta_N(\theta)) + g_p(v, \Delta_N(\theta), u)], \tag{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & B_j [I + D_{r,r^+(j)}^{(v)}(\Delta_N(\theta), t_{r^+(j)}) + \sum_{k=1}^l E_{v,r^+(j)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^+(j)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) \times \\
 & \times V_{p,r^+(j)}(v, \Delta_N(\theta))] \lambda_{r^+(j)} + [B_j D_{r,r^+(j)+1}(\Delta_N(\theta), t_{r^+(j)+1}) + B_j \sum_{k=1}^l E_{v,r^+(j)+1}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^+(j)+1}) \times \\
 & \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) V_{p,r^+(j)+1}(v, \Delta_N(\theta)) + C_j] \lambda_{r^+(j)+1} + B_j \left[\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r^+(j) \\ i \neq r^+(j)+1}}^N D_{r,i}^{(v)}(\Delta_N(\theta), t_{r^+(j)}) + \right. \\
 & \left. + \sum_{k=1}^l E_{v,r^+(j)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^+(j)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r^+(j) \\ i \neq r^+(j)+1}}^N V_{p,i}(v, \Delta_N(\theta)) \right] \lambda_i = d_j - \\
 & - B_j F_{v,r^+(j)}(\Delta_N(\theta), t_{r^+(j)}) - B_j g_v^A(\Delta_N(\theta), u_{r^+(j)}, t_{r^+(j)}) - B_j \sum_{k=1}^l E_{v,r^+(j)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^+(j)}) \times \\
 & \quad \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) [F_p(v, \Delta_N(\theta)) + g_p(v, \Delta_N(\theta), u)], \quad j = \overline{1, m}, \tag{17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [I + D_{r,r^-(s)}^{(v)}(\Delta_N(\theta), t_{r^-(s)}) + \sum_{k=1}^l E_{v,r^-(s)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^-(s)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) \times \\
 & \times V_{p,r^-(s)}(v, \Delta_N(\theta))] \lambda_{r^-(s)} + [D_{r,r^-(s)+1}(\Delta_N(\theta), t_{r^-(s)+1}) + \sum_{k=1}^l E_{v,r^-(s)+1}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^-(s)+1}) \times \\
 & \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) V_{p,r^-(s)+1}(v, \Delta_N(\theta)) - I] \lambda_{r^-(s)+1} + \left[\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r^-(s) \\ i \neq r^-(s)+1}}^N D_{r,i}^{(v)}(\Delta_N(\theta), t_{r^-(s)}) + \right. \\
 & \left. + \sum_{k=1}^l E_{v,r^-(s)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^-(s)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r^-(s) \\ i \neq r^-(s)+1}}^N V_{p,i}(v, \Delta_N(\theta)) \right] \lambda_i = \\
 & - F_{v,r^-(s)}(\Delta_N(\theta), t_{r^-(s)}) - g_v^A(\Delta_N(\theta), u_{r^-(s)}, t_{r^-(s)}) - \sum_{k=1}^l E_{v,r^-(s)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^-(s)}) \times \\
 & \quad \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) [F_p(v, \Delta_N(\theta)) + g_p(v, \Delta_N(\theta), u)], \quad s = \overline{1, N-m-1}. \tag{18}
 \end{aligned}$$

Соответствующую левой части системы (16), (17), (18) матрицу размерности $nN \times nN$ обозначим через $Q_v(\Delta_N(\theta))$ и запишем ее в виде

$$Q_v(\Delta_N(\theta))\lambda = -F_v(\Delta_N(\theta)) - W_v(u, \Delta_N(\theta)), \quad \lambda \in R^{nN}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} F_v(\Delta_N(\theta)) = & \left(-d_0 + C_0 F_{v,N}(\Delta_N(\theta), T) + C_0 \sum_{k=1}^l E_{v,N}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), T) \times \right. \\ & \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) F_p(v, \Delta_N(\theta), -d_1 + B_1 [F_{v,r^+(1)}(\Delta_N(\theta), t_{r^+(1)}) + \sum_{k=1}^l E_{v,r^+(1)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^+(1)}) \times \\ & \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) F_p(v, \Delta_N(\theta))] , \dots, -d_m + B_m [F_{v,r^+(m)}(\Delta_N(\theta), t_{r^+(m)}) + \\ & + \sum_{k=1}^l E_{v,r^+(m)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^+(m)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) F_p(v, \Delta_N(\theta))] , F_{v,r^-(1)}(\Delta_N(\theta), t_{r^-(1)}) + \\ & + \sum_{k=1}^l E_{v,r^-(1)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^-(1)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) F_p(v, \Delta_N(\theta)) , \dots, F_{v,r^-(N-m-1)}(\Delta_N(\theta), t_{r^-(N-m-1)}) + \\ & \left. + \sum_{k=1}^l E_{v,r^-(N-m-1)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^-(N-m-1)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) F_p(v, \Delta_N(\theta)) \right), \\ W_v(u, \Delta_N(\theta)) = & \left(C_0 g_v^A(\Delta_N(\theta), u, T) + C_0 \sum_{k=1}^l E_{v,N}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), T) \times \right. \\ & \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) g_p(v, \Delta_N(\theta), u) , B_1 [g_v^A(\Delta_N(\theta), u_{r^+(1)}, t_{r^+(1)}) + \sum_{k=1}^l E_{v,r^+(1)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^+(1)}) \times \\ & \times \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) g_p(v, \Delta_N(\theta), u)] , \dots, B_m [g_v^A(\Delta_N(\theta), u_{r^+(m)}, t_{r^+(m)}) + \\ & + \sum_{k=1}^l E_{v,r^+(m)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^+(m)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) g_p(v, \Delta_N(\theta), u)] , g_v^A(\Delta_N(\theta), u_{r^-(1)}, t_{r^-(1)}) + \\ & + \sum_{k=1}^l E_{v,r^-(1)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^-(1)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) g_p(v, \Delta_N(\theta), u) , \dots, g_v^A(\Delta_N(\theta), u_{r^-(N-m-1)}, t_{r^-(N-m-1)}) + \\ & \left. + \sum_{k=1}^l E_{v,r^-(N-m-1)}(A(\cdot), \varphi_k(\cdot), t_{r^-(N-m-1)}) \sum_{p=1}^l M_{k,p}(v, \Delta_N(\theta)) g_p(v, \Delta_N(\theta), u) \right). \end{aligned}$$

Таким образом, если $\Delta_N(\theta) \in \sigma_v([0, T])$, то для нахождения неизвестных параметров λ_r , $r = \overline{1, N}$ получим систему линейных алгебраических уравнений (19). Неизвестные функции $u_r(t)$, $r = \overline{1, N}$ определяются из специальной задачи Коши для систем интегро-дифференциальных уравнений (4) с начальными условиями (5).

Решение многоточечной краевой задачи с параметрами (4)-(8) найдем по следующему алгоритму:

Шаг 0: а) Предполагая, что при выбранных $v \in N$, $\Delta_N(\theta) \in \sigma_v([0, T])$ матрица $Q_v(\Delta_N(\theta)) : R^{nN} \rightarrow R^{nN}$ обратима, начальное приближение по параметру $\lambda^{(0)} = (\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \dots, \lambda_N^{(0)}) \in R^{nN}$ найдем из систем линейных алгебраических уравнений $Q_v(\Delta_N(\theta))\lambda = -F_v(\Delta_N(\theta))$, т.е. $\lambda^{(0)} = -[Q_v(\Delta_N(\theta))]^{-1} F_v(\Delta_N(\theta))$.

б) Используя компоненты вектора $\lambda^{(0)} \in R^{nN}$ и решая специальную задачу Коши (4), (5) при $\lambda_r = \lambda_r^{(0)}$ находим функции $u_r^{(0)}(t)$, $r = \overline{1, N}$.

Шаг 1: а) Найденные $u_r^{(0)}(t)$, подставляя в правую часть (19), из уравнения $Q_\nu(\Delta_N(\theta))\lambda = -F_\nu(\Delta_N(\theta)) - G_\nu(u^{(0)}, \Delta_N(\theta))$ определим $\lambda^{(1)} = (\lambda_1^{(1)}, \lambda_2^{(1)}, \dots, \lambda_N^{(1)})$.

б) Решая специальную задачу Коши (4), (5) при $\lambda_r = \lambda_r^{(1)}$, находим функции $u_r^{(1)}(t)$, $r = \overline{1, N}$.

Продолжая этот процесс на i -ом шаге алгоритма, получим пару $(\lambda^{(i)}, u^{(i)}[t])$, $i = 0, 1, \dots$ И т.д.

Введем следующие обозначения $\alpha = \max_{t \in [0, T]} \|A(t)\|$, $\beta = \max_{t \in [0, T]} \max_{s \in [0, T]} \left\| \sum_{k=1}^N \varphi_k(t) \psi_k(s) \right\|$, $h_r = t_r - t_{r-1}$, $r = \overline{1, N}$, $L_r(\nu, \Delta_N(\theta)) = \left(1 + \beta T h_r \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \right) \| [I - G(\nu, \Delta_N(\theta))]^{-1} \|$.

Достаточные условия сходимости предложенного алгоритма и существования единственного решения краевой задачи (1)-(3) устанавливает

Теорема 1. Пусть при некоторых $\nu \in \mathbb{N}$, $\Delta_N(\theta) \in \sigma_\nu([0, T], \theta)$, матрица $Q_\nu(\Delta_N(\theta)): R^{nN} \rightarrow R^{nN}$ обратима и выполняются неравенства:

$$\| [Q_\nu(\Delta_N(\theta))]^{-1} \| \leq \gamma_\nu(\Delta_N(\theta)), \quad (20)$$

$$\xi_\nu(\Delta_N(\theta)) = \max_{r=1, N} \frac{(\alpha h_r)^\nu}{\nu!} L_r(\nu, \Delta_N(\theta)) < 1, \quad (21)$$

$$q_\nu(\Delta_N(\theta)) = \gamma_\nu(\Delta_N(\theta)) \max(1, \max_{i=1, N-1} \|B_i\|, \|C_0\|) \frac{\xi_\nu(\Delta_N(\theta))}{1 - \xi_\nu(\Delta_N(\theta))} \times \\ \times \max_{r=1, N} \left\{ \left(\sum_{j=1}^{\nu} \frac{(\alpha h_r)^j}{\nu!} + T \beta h_r \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \right) L_r(\nu, \Delta_N(\theta)) \right\} < 1. \quad (22)$$

Тогда алгоритм сходится и краевая задача (1) - (3) имеет единственное решение.

Доказательство. При предположениях теоремы из нулевого шага алгоритма определим и оценим $\lambda^{(0)}$:

$$\|\lambda^{(0)}\| = \max_{r=1, N} \|\lambda_r^{(0)}\| \leq \| [Q_\nu(\Delta_N(\theta))]^{-1} \| \|F_\nu(\Delta_N(\theta))\| \leq \gamma_\nu(\Delta_N(\theta)) \|F_\nu(\Delta_N(\theta))\|.$$

Неравенство (21), согласно теореме 2.1 из [18] обеспечивает существование единственного решения специальной задачи (4), (5). При этом выполняется неравенство

$$\|u^{(0)}[\cdot]\|_2 = \max_{r=1, N} \sup_{t \in [t_{r-1}, t_r]} \|u_r^{(0)}(t)\| \leq \max_{r=1, N} \left\{ \left[\sum_{j=1}^{\nu} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} + T \beta h_r \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \right] \times \right. \\ \left. \times L_r(\nu, \Delta_N(\theta)) \|\lambda^{(0)}\| + \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \|f\|_1 h_r L_r(\nu, \Delta_N(\theta)) + \xi_\nu(\Delta_N(\theta)) \|u^{(0)}[\cdot]\|_2 \right\}.$$

Отсюда и из неравенства (21) следует, что

$$\|u^{(0)}[\cdot]\|_2 \leq \frac{1}{1 - \xi_\nu(\Delta_N(\theta))} \max_{r=1, N} \left\{ \left[\sum_{j=1}^{\nu} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} + T \beta h_r \sum_{j=1}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \right] \times \right. \\ \left. \times L_r(\nu, \Delta_N(\theta)) \|\lambda^{(0)}\| + \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \|f\|_1 h_r L_r(\nu, \Delta_N(\theta)) \right\}.$$

По алгоритму определим $\lambda^{(1)}$ и оценим $\|\lambda^{(1)} - \lambda^{(0)}\|$:

$$\|\lambda^{(1)} - \lambda^{(0)}\| \leq \gamma_\nu(\Delta_N(\theta)) \|W_\nu(u, \Delta_N(\theta))\| \leq \gamma_\nu(\Delta_N(\theta)) \max(1, \max_{i=1, N-1} \|B_i\|, \|C_0\|) \times$$

$$\times \max_{r=1, N} \frac{(\alpha h_r)^v}{v!} \frac{L_r(v, \Delta_N(\theta))}{1 - \xi_v(\Delta_N(\theta))} \max_{r=1, N} \left\{ \left[\sum_{j=1}^v \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} + T\beta h_r \sum_{j=0}^{v-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \right] \times \right. \\ \left. \times L_r(v, \Delta_N(\theta)) \|\lambda^{(0)}\| + \sum_{j=0}^{v-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \|f\|_1 h_r L_r(v, \Delta_N(\theta)) \right\}.$$

Продолжая итерационный процесс, на i -ом шаге находим последовательность пар $(\lambda^{(i)}, u^{(i)}[t])$, где $\lambda^{(i)} \in R^{nN}$, $u^{(i)}[t] \in C([0, T], \Delta_N(\theta), R^{nN})$

$$\|u^{(i)}[\cdot] - u^{(i-1)}[\cdot]\|_2 \leq \frac{1}{1 - \xi_v(\Delta_N(\theta))} \times \\ \times \max_{r=1, N} \left\{ \left[\sum_{j=1}^v \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} + T\beta h_r \sum_{j=0}^{v-1} \frac{(\alpha h_r)^j}{j!} \right] L_r(v, \Delta_N(\theta)) \right\} \|\lambda^{(i)} - \lambda^{(i-1)}\|. \quad (23)$$

Из уравнения (19) вытекает

$$\|\lambda^{(i+1)} - \lambda^{(i)}\| \leq \gamma_v(\Delta_N(\theta)) \max(1, \max_{i=1, N-1} \|B_i\|, \|C_0\|) \max_{r=1, N} \frac{(\alpha h_r)^v}{v!} L_r(v, \Delta_N(\theta)) \|u^{(i)}[\cdot] - u^{(i-1)}[\cdot]\|_2$$

Подставляя вместо $\|u^{(i)}[\cdot] - u^{(i-1)}[\cdot]\|_2$ правую часть неравенства (23) получим

$$\|\lambda^{(i+1)} - \lambda^{(i)}\| \leq q_v(\Delta_N(\theta)) \|\lambda^{(i)} - \lambda^{(i-1)}\|, \quad i = 1, 2, \dots \quad (24)$$

В силу условия $q_v(\Delta_N(\theta)) < 1$ и неравенств (23), (24) последовательность $\lambda^{(i)}$ сходится к λ^* , последовательность систем функции $u^{(i)}[t]$ по норме пространства $C([0, T], \Delta_N(\theta), R^{nN})$ сходится к $u^*[t]$. Тогда функция $x^*(t)$, определяемая равенствами $x^*(t) = \lambda_r^* + u_r^*(t)$, $t \in [t_{r-1}, t_r]$, $r = \overline{1, N}$, $x^*(T) = \lambda_N^* + \lim_{t \rightarrow T-0} u_N^*(t)$ будет решением задачи (1)-(3).

Теорема 1 доказана.

Следующая теорема показывает, что условия теоремы 1 не только достаточны, но и необходимы для однозначной разрешимости задачи (1)-(3).

Теорема 2. Краевая задача (1)-(3) однозначно разрешима тогда и только тогда, когда существуют $V \in \mathbb{N}$, $\Delta_N(\theta) \in \sigma_v([0, T], \theta)$, при которых матрица $Q_v(\Delta_N(\theta)): R^{nN} \rightarrow R^{nN}$ обратима и выполняются неравенства (20), (21), (22) теоремы 1.

Доказательство с незначительными изменениями аналогично доказательству теоремы 3.2 из [18].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Lakshmikantham V., Bainov D.D., Simeonov P.S. Theory of Impulsive Differential Equation. - Singapore: World Scientific, 1989.
- [2] Samoilenko A.M., Perestyuk N.A. Impulsive Differential Equations. Singapore: World Scientific, 1995.
- [3] Luo Z., Nieto J.J., Shen J.H. Impulsive periodic boundary value problems of first-order differential equations // J. Math. Anal. Appl. -2007. - 325. - P. 226-236.
- [4] He Z., He X. Monotone iterative technique for impulsive integro-differential equations with periodic boundary conditions, // Comput. Math. Appl. - 2004. - 48. - P. 73-84.
- [5] Liang J., Liu Y., Liu Z. A class of BVPS for first order impulsive integro-differential equations // Applied Mathematics and Computation. - 2011. - 218. - P. 3667-3672.
- [6] Wang X., Zhang J. Impulsive anti-periodic boundary value problem for first order integro-differential equations // Journal of Computational and Applied Mathematics. - 2010. - 234. - P. 3261-3267.
- [7] Nieto J.J., Rodrigues-Lopez R. New comparison results for impulsive integro-differential equations and applications // J. Math. Anal. Appl. - 2007. - 328. - P. 1343-1368.

- [8] Luo Z. , Nieto J.J. New results for the periodic boundary value problem for impulsive integro-differential equations // *Nonlinear Anal.* -2009. - 70. - P. 2248-2260.
- [9] Lihong Zhang, Boundary value problem for first order impulsive functional integro-differential equations // *Journal of Computational and Applied Mathematics.* -2011. - 235. -P. 2442-2450.
- [10] Xiaohuan Wang, Jihui Zhang, Impulsive anti-periodic boundary value problem of first-order integro-differential equations // *Journal of Computational and Applied Mathematics.* -2010. - 234. - P.3261-3267.
- [11] Li J., Luo Z., Yang X. Maximum principles for the periodic boundary value problem for impulsive integro-differential equations // *Nonlinear Anal. TMA.* - 2010. - 72. - P. 3837-3841.
- [12] Dzhumabaev D.S. A method for solving the linear boundary value problem for an integro-differential equation // *Computational mathematics and mathematical physics,* - 2010. - 50, - №7. - P. 1150-1161.
- [13] Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A. Criteria for the well-posedness of a linear two-point boundary value problem for systems of integro-differential equations // *Differential equations,* - 2010. - 46. - № 4. - P. 553-567.
- [14] Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A. Criteria for the unique solvability of a linear two-point boundary value problem for systems of integro-differential equations // *Differential equations,* - 2013. - 49. - № 9. - P. 1-16.
- [15] Dzhumabaev D.S. Necessary and sufficient conditions for the solvability of linear boundary value problems for the Fredholm integro-differential equations // *Ukrainian Mathematical journal,* - 2015. - 66. - № 8. - P. 1200-1219.
- [16] Dzhumabaev D.S. An algorithm for solving a linear two-point boundary value problem for an integrodifferential equation // *Computational mathematics and mathematical physics,* - 2013. - 53. - № 6. - P. 736-758.
- [17] Dzhumabaev D.S. On one approach to solve the linear boundary value problems for Fredholm integro-differential equations // *Journal of computational and applied mathematics,* -2016. -294. - P. 342-357.
- [18] Джумабаев Д.С., Бакирова Э.А. Разрешимость линейной краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений с вырожденным ядром // *Нелінійні коливання.* - 2015. -18. № 4. - С. 489-506.
- [19] Dzhumabaev D.S. Solvability of a linear boundary value problem for a Fredholm integro-differential equation with impulsive inputs // *Differential equations,* - 2015. - 51. - № 9. - P. 1180-1196.
- [20] Dzhumabaev D.S. Conditions for the unique solvability of a linear boundary value problem for an ordinary differential equations // *Computational mathematics and mathematical physics,* - 1989. - 29. - № 1. - P. 50-66.

REFERENCES

- [1] Lakshmikantham V., Bainov D.D., Simeonov P.S. *Theory of Impulsive Differential Equation.* Singapore, World Scientific, **1989**.
- [2] Samoilenko A.M., Perestyuk N.A. *Impulsive Differential Equations.* Singapore, World Scientific, **1995**.
- [3] Luo Z., Nieto J.J., Shen J.H. Impulsive periodic boundary value problems of first-order differential equations. *J. Math. Anal. Appl.*, **2007**, 325, 226-236.
- [4] He Z., He X. Monotone iterative technique for impulsive integro-differential equations with periodic boundary conditions. *Comput. Math. Appl.*, **2004**, 48, 73-84.
- [5] Liang J., Liu Y., Liu Z. A class of BVPS for first order impulsive integro-differential equations. *Applied Mathematics and Computation*, **2011**, 218, 3667-3672.
- [6] Wang X., Zhang J. Impulsive anti-periodic boundary value problem for first order integro-differential equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **2010**, 234, 3261-3267.
- [7] Nieto J.J., Rodrigues-Lopez R. New comparison results for impulsive integro-differential equations and applications, *J. Math. Anal. Appl.* **2007**, 328, 1343-1368.
- [8] Luo Z. , Nieto J.J. New results for the periodic boundary value problem for impulsive integro-differential equations. *Nonlinear Anal.*, **2009**, 70, 2248-2260.
- [9] Lihong Zhang, Boundary value problem for first order impulsive functional integro-differential equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **2011**, 235, 2442-2450.
- [10] Xiaohuan Wang, Jihui Zhang, Impulsive anti-periodic boundary value problem of first-order integro-differential equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **2010**, 234, 3261-3267.
- [11] Li J., Luo Z., Yang X. Maximum principles for the periodic boundary value problem for impulsive integro-differential equations. *Nonlinear Anal.*, **2010**, 72, 3837-3841.
- [12] Dzhumabaev D.S. A method for solving the linear boundary value problem for an integro-differential equation. *Computational mathematics and mathematical physics*, **2010**, 7, 1150-1161 (in Eng).
- [13] Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A. Criteria for the well-posedness of a linear two-point boundary value problem for systems of integro-differential equations. *Differential equations*, **2010**, 4, 553-567.
- [14] Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A. Criteria for the unique solvability of a linear two-point boundary value problem for systems of integro-differential equations. *Differential equations*, **2013**, 9, 1-16.

[15] Dzhumabaev D.S. Necessary and sufficient conditions for the solvability of linear boundary value problems for the Fredholm integro-differential equations. *Ukrainian Mathematical journal*, **2015**, 8, 1200-1219.

[16] Dzhumabaev D.S. An algorithm for solving a linear two-point boundary value problem for an integrodifferential equation. *Computational mathematics and mathematical physics*, **2013**, 6, 736-758.

[17] Dzhumabaev D.S. On one approach to solve the linear boundary value problems for Fredholm integro-differential equations. *Journal of computational and applied mathematics*, **2016**, 294, 342-357.

[18] Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A. Razreshimost lineinoi kraevoi zadachi dlya integro-differentsialnyich uravnenii s viyrozhdennyim yadrom. *Nelineinye kolebaniya*, **2015**, 4, 1209-1221 (in Russ).

[19] Dzhumabaev D.S. Solvability of a linear boundary value problem for a Fredholm integro-differential equation with impulsive inputs. *Differential equations*, **2015**, 9, 1180-1196.

[20] Dzhumabaev D.S. Conditions for the unique solvability of a linear boundary value problem for an ordinary differential equations. *Computational mathematics and mathematical physics*, **1989**, 1, 50-66.

ИМПУЛЬС ӘСЕРІ БАР ФРЕДГОЛЬМ ИНТЕГРАЛДЫҚ-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ҮШІН СЫЗЫҚТЫ ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ БІРМӘНДІ ШЕШІМДІЛІГІНІҢ КОЭФФИЦИЕНТТІК БЕЛГІЛЕРІ

Д.С. Жұмабаев, Э.А. Бакирова

БҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

Түйін сөздер: шеттік есеп, шешілімділік, интегралдық-дифференциалдық теңдеулер, импульстік әсер.

Аннотация. Кесіндінің бекітілген нүктелерінде импульстік әсерге ұшырайтын азғындалған өзегі бар Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін сызықты екі нүктелі шеттік есеп зерттеледі. Интегралдық-дифференциалдық теңдеулер қарастырылатын кесінді импульс әсері бар нүктелерде бөліктерге бөлінеді, ішкі интервалдардың бастапқы нүктелеріндегі мәндері ретінде алынған қосымша параметрлер енгізіледі де бастапқы шеттік есеп параметрі бар пара-пара көпнүктелі шеттік есепке келтіріледі. Параметрлердің бекітілген мәндерінде интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін арнайы Коши есебі туындайды. Пара-пара интегралдық теңдеулер жүйесінде V ішкі алмастыруларын пайдалана отырып арнайы Коши есебінің кейіптемесі алынады. Бастапқы теңдеудің интегралдық мүшесінің өзегінің азғындалғанын пайдаланып арнайы Коши есебінің шешімін табуға мүмкіндік беретін сызықты алгебралық теңдеулер жүйесі құрылады. Егер құрылған жүйенің матрицасы қайтарымды болса, онда бөлктеу V - регулярлі бөлктеу деп аталады. Параметрлері көпнүктелі шеттік есептің шешімін табудың алгоритмі ұсынылды. Алгоритмнің әрбір қадамы екі пункттен тұрады. Алгоритмнің бірінші пунктінде енгізілген параметрлерге қатысты сызықты алгебралық теңдеулер жүйесі шешіледі. Алгоритмнің екінші пунктінде параметрлердің табылған мәндерінде интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін арнайы Коши есебі шығарылады. Қарастырылып отырған шеттік есептің бірімәнді шешілімділігін қамтамасыз ететін ұсынылған алгоритмнің бар болуы мен жинақталуының шарттары алынады. Бастапқы берілімдер терминінде импульстік әсерге ұшырайтын азғындалған өзегі бар Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін сызықты екі нүктелі шеттік есептің бірімәнді шешілімділігінің қажетті және жеткілікті шарттары тағайындалды. Алгоритм мен зерттеліп отырған есептің бірімәнді шешілімділігі туралы теорема дифференциалдық бөлігінің фундаменталдық матрицасын қолдануды талап етпейді.

Поступила 15.03.2016 г.

МАЗМҰНЫ

Теориялық және тәжірибелік зерттеулер

| | |
|---|-----|
| <i>Буртебаев Н., Дүйсебаев А., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Юшков А.В., Жолдыбаев Т.К., Садықов Б., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М., Сакута С.Б.</i> 50 және 60 МэВ энергиялы ^3He иондарының ^{14}N ядроларынан серпімді шашырауын зерттеу..... | 5 |
| <i>Алтынбеков Ш.</i> Өртекті топырақ консолидациясының бірөлшемді квазисызықты есебін напордың бастапқы градиенті әсерінде шешу әдісі туралы және оның шөгуді анықтау..... | 10 |
| <i>Асқарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Ергалиева А.Б., Габитова З.Х., Боранбаева А.Е.</i> 3-D Модельдеу әдістерімен жану процесіне көмірдің ылғалдылығының зиянын зерттеу..... | 21 |
| <i>Асқарова Ә.С., Болегенова С.Ә., Болегенова С.Ә., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> ЖЭС жану камерасында көмірдің жануы кезінде NO_x түзілуі мен жойылуын екі кинетикалық механизм бойынша сандық моделдеу..... | 29 |
| <i>Асқарова Ә.С., Болегенова С.Ә., Болегенова С.Ә., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Жану камерасының қабырға температурасы үшін берілген шекаралық шартының жану процесінің температуралық сипаттамаларына әсерін зерттеу..... | 35 |
| <i>Асқарова Ә., Болегенова С., Гороховский М., Оспанова Ш., Нұғьманова А., Утелов С.</i> Өр түрлі сұйық отындардың бүрку, тұтану және жану процестерін зерттеу | 40 |
| <i>Сапрыгина М.Б., Байсейтова У.С., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О.</i> Толқын теңдеуінің шартарапты есебінің тұрлауы шешілуі туралы..... | 48 |
| <i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Демьянова А.С., Данилов А.Н., Джансейтов Д.М., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К.</i> Оптикалық және фолдинг модельдер АЯСЫНДА 50 және 60 МЭВ энергияларда ^3He иондарының ^{13}C ядроларында серпімді шашырау процесстерін зерттеу..... | 55 |
| <i>Жұмбаев Д.С., Бакирова Э.А.</i> Импульс әсері бар фредгольм интегралдық- дифференциалдық теңдеулер үшін сызықты шеттік есептің бірімәнді шешілімділігінің коэффициенттік белгілері | 61 |
| <i>Өтебаев Ұ.Б., Есентаев Қ.Ө., Дархан Н.Д.</i> WEB -формалар құрудың технологиялары..... | 72 |
| <i>Жунусова Л.Х., Жунусов К.Х.</i> Тор теңдеулерінің итерациялық әдіспен шығару..... | 79 |
| <i>Қабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омаишова Г.Ш., Серикбаева Г.С., Сүйерқұлова Ж.Н.</i> Еркін механикалық тербелістерді зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі..... | 84 |
| <i>Қабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омаишова Г.Ш., Сүттібаева Д.И., Қозыбақова Г.Н.</i> Изобаралық процесті зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі..... | 92 |
| <i>Қабылбеков К.А., Омаишова Г.Ш., Саидахметов П.А., Нұрұллаев М.А., Артыгалин Н.А.</i> Карно циклімен жұмыс атқаратын қозғалтқышты зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі..... | 98 |
| <i>Түгелбаева Г.Т., Канибекова А. Е.</i> Білім негіздерін физика сабақтарына енгізу әдісін жүйелік талдау..... | 104 |
| <i>Қойишева Т.К., Қожамқұлова Ж.Ж., Базарбаева А.И., Бегимбетова Х.А.</i> Объектіге-бағытталған жүйе болашақ маманның ақпараттық-логикалық құзыреттілігін қалыптастыру факторы ретінде..... | 108 |
| <i>Қойишева Т.К., Байтерекова А.И., Салғараева М.И.</i> Болашақ мұғалімдерді кәсіби дайындауда қолданылатын объектілі-бағдарлы жобалаудың теориялық негіздері..... | 116 |
| <i>Литвиненко Н.</i> Бағдарламалық R ортаның C# ортасына біріктірілуі..... | 123 |
| <i>Мақышов С.</i> Тұрақты м-туындаған сандар..... | 128 |
| <i>Минглибаев М.Ж., Прокопья А.Н., Бекетауов Б.А.</i> Массалары айнымалы шектелген үш дене мәселесінің эволюциялық теңдеуінің нақты шешімдері..... | 133 |
| <i>Орынбаев С.А., Молдахметов С.С., Байбутанов Б.К., Ешметов М.Б., Ауесжанов Д.С.</i> Жазықтық-импульстік модуляция негізінде көпдеңгейлі инвертор сатыларының қосылу әдістемелерін зерттеу | 139 |
| <i>Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О., Байсейтова У.С.</i> Толқын теңдеуінің шартарапты есебінің вөлтерлі болуының үзілді – кесілді шарты..... | 147 |
| <i>Сураган Д.</i> Шаттен р-нормасы үшін бір теңсіздік туралы | 153 |
| <i>Темірбеков Н.М., Тураров А.К.</i> Газлифт үрдісінің бір өлшемді моделінің сандық шешімі | 159 |
| <i>Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш., Шомабаева М.Т.</i> Аргументі ауытқыған жылу теңдеуінің шекаралық коши-нейман есебіне сәйкес оператордың спектрінің құрамы туралы..... | 169 |
| <i>Шомабаева М.Т., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т.</i> Аргументі ауытқыған жылу теңдеуінің жарталай бекітілген шекаралық есебіне сәйкес оператордың үзіксіз спектрі туралы | 180 |
| <i>Ұлағатты ұстаз туралы. Шерәлі Біләл.</i> | 191 |

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретические и экспериментальные исследования

| | |
|--|-----|
| <i>Буртебаев Н., Дуйсебаев А., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Юшков А.В., Жолдыбаев Т.К., Садыков Б., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М., Сакута С.Б.</i> Исследование упругого рассеяния ионов ^3He на ядрах ^{14}N при энергиях 50 и 60 МэВ..... | 5 |
| <i>Алтынбеков Ш.</i> О методике решения одномерной квазилинейной задачи консолидации неоднородного грунта с учетом начального градиента напора и определение его осадка..... | 10 |
| <i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Ергалиева А.Б., Габитова З.Х., Боранбаева А.Е.</i> Исследование влияния влажности угля на процесс горения методами 3-d моделирования..... | 21 |
| <i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Численное моделирование образования и разложения NO_x по двум кинетическим механизмам при горении угольного топлива в топочной камере ТЭЦ..... | 29 |
| <i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Исследование влияния граничного условия для температуры на стенках топочной камеры на температурные характеристики процесса горения..... | 35 |
| <i>Аскарова А., Болегенова С., Гороховский М., Оспанова Ш., Нугьманова А., Утелов С.</i> Исследование процессов распыла, воспламенения и горения различного вида жидкого топлива..... | 40 |
| <i>Сапрыгина М.Б., Байсейтова У.С., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О.</i> Толкын тендеуінің шартарапты есебінің тұрлаулы шешілуі туралы..... | 48 |
| <i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Демьянова А.С., Данилов А.Н., Джансейтов Д.М., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К.</i> Исследование процессов упругого рассеяния ионов ^3He на ядрах ^{13}C при энергиях 50 и 60 МэВ в рамках оптического и фолдинг моделей..... | 55 |
| <i>Джумабаев Д.С., Бакирова Э.А.</i> Коэффициентные признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений фредгольма с импульсными воздействиями..... | 61 |
| <i>Утебаев У.Б., Есентаев К.У., Дархан Н.Д.</i> Технология создания web-форм..... | 72 |
| <i>Жунусова Л.Х., Жунусов К.Х.</i> Итерационные методы решения сеточных уравнений..... | 79 |
| <i>Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Серикбаева Г.С., Суйеркулова Ж.Н.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию свободных механических колебаний..... | 84 |
| <i>Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Суттибаева Д.И., Козыбакова Г.Н.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию изобарического процесса..... | 92 |
| <i>Кабылбеков К.А., Омашова Г.Ш., Саидахметов П.А., Нураллаев М.А., Артыгалин Н.А.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию двигателя, совершающего цикл Карно..... | 98 |
| <i>Түгелбаева Г.Т., Канибекова А. Е.</i> Системное обсуждение способов внедрения в уроки по физике основ знаний по экологии..... | 104 |
| <i>Койшиева Т.К., Кожамкулова Ж.Ж., Базарбаева А.И., Бегимбетова Х.А.</i> Объектно-ориентированные системы как фактор формирования информационно-логической компетентности будущих специалистов..... | 108 |
| <i>Койшиева Т.К., Байтерекова А.И., Салгараева М.И.</i> Теоретические основы объектно-ориентированного проектирования, применимые для профессиональной подготовки будущих учителей..... | 116 |
| <i>Литвиненко Н.</i> Интеграция программной среды R в среду C#..... | 123 |
| <i>Макышов С.</i> Неподвижные m-порожденные числа..... | 128 |
| <i>Минглибаев М.Ж., Прокопья А.Н., Бекетауов Б.А.</i> Точные решения эволюционных уравнений в ограниченной задаче трех тел с переменными массами..... | 133 |
| <i>Орынбаев С.А., Молдахметов С.С., Байбутанов Б.К., Ешметов М.Б., Ауесжанов Д.С.</i> Исследование методик коммутации ступеней многоуровневого инвертора на основе широтно-импульсной модуляции..... | 139 |
| <i>Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О., Байсейтова У.С.</i> Критерии вольтерровости нелокальной краевой задачи волнового уравнения..... | 147 |
| <i>Сураган Д.</i> Об одном неравенстве p-нормы в классе Шаттена..... | 153 |
| <i>Темірбеков Н. М., Тураров А. К.</i> Численное решение одномерной модели газлифтного процесса..... | 159 |
| <i>Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш., Шомабаева М.Т.</i> О структуре спектра краевой задачи Коши-неймана для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом..... | 169 |
| <i>Шомабаева М.Т., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т.</i> О непрерывном спектре оператора полужакопленной краевой задачи для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом..... | 180 |
| <i>Юбилей Ашуралиев Аллаберен</i> | 191 |

CONTENTS

Theoretical and experimental researches

| | |
|--|-----|
| <i>Burtebayev N., Duisebayev A., Kerimkulov Zh.K., Alimov D.K., Yushkov A.V., Zholdybayev T.K., Sadikov B., Mukhamejanov Y.S., Janseitov D.M., Sakuta S.B.</i> Investigation of the elastic scattering of ^3He ions on ^{14}N at energies 50 and 60 MeV..... | 5 |
| <i>Altynbekov Sh.</i> On the method of solving one-dimensional quasilinear problem of consolidation of non homogeneous soil with the initial gradient of pressure and determination of its sediment..... | 10 |
| <i>Askarova. A., Bolegenova S., Bolegenova S., Maximov V., Yergaliyeva A., Gabitova Z., Boranbaeva A.</i> Study of coal moisture on the combustion process by 3d modeling..... | 21 |
| <i>Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Beketayeva M.T.</i> Numerical modeling of formation and destruction of NO_x by TWO kinetic mechanisms during combustion of fossil fuel in the furnace of CHP..... | 29 |
| <i>Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Beketayeva M.T.</i> Study of the boundary conditions influence for the temperature on the walls of the combustion chamber in the temperature characteristics of the burning process..... | 35 |
| <i>Askarova A., Bolegenova S., Gorokhovski M., Ospanova Sh., Nugymanova A., Utelov S.</i> Investigation of atomization, ignition and combustion processes of different types of liquid fuel..... | 40 |
| <i>Saprygina M.B., Bayseytova U.S., Shaldanbayev A.Sh., Orazov I.O.</i> About regular resolvability of nonlocal boundary value problem of the wave equation..... | 48 |
| <i>Burtebayev N., Kerimkulov Zh.K., Demyanova A.S., Danilov A.N., Janseitov D.M., Zholdybayev T.K., Alimov D.K.</i> Investigation of elastic scattering of ^3He ions from ^{13}C nuclei at 50 and 60 MeV in optical and folding model..... | 55 |
| <i>Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A.</i> Coefficient conditions for the unique solvability of linear boundary value problem for fredholm integro-differential equation with impulse effects..... | 61 |
| <i>Utebaev U.B., Yessentayev K.U., Darkhan N.D.</i> Technology of creation of web-form..... | 72 |
| <i>Zhunussova L., Zhunussov K.</i> Iterative methods for solving difference equations..... | 79 |
| <i>Kabyrbekov K.A., Saidakhmetov P.A., Omashova G.SH., Serikbaeva G.S., Suyerkulova ZH.N.</i> Model of the form of the organisation of computer laboratory operation of the free mechanical oscillations..... | 84 |
| <i>Kabyrbekov K.A., Saidakhmetov P.A., Omashova G.SH., Suttibaeva D.I., Kozybakova G.N.</i> Model of the form of the organisation of computer laboratory operation of isobaric process..... | 92 |
| <i>Kabyrbekov K.A., Omashova G.SH., Saidakhmetov P.A., Nurullaev M.A., Artygalin N.A.</i> Model of the form of the organization of computer laboratory operation on examination of the drive making the carnot cycle..... | 98 |
| <i>Tygelbaeva G.T., Kanibekova A. E.</i> System discussion of methods of introduction in lessons on physics bases of knowledge on ecology..... | 104 |
| <i>Koishieva T.K., Kozhamkulova Zh.Zh., Bazarbaeva A.I., Begimbetova A.</i> Object-oriented system as the factor of formation of information-logical competence of future professionals..... | 108 |
| <i>Koishieva T.K., Baiterekova A.I., Salgaraeva M.I.</i> Theoretical bases of object-oriented design, applicable for vocational training of future teachers..... | 116 |
| <i>Litvinenko N.</i> Integration of R software environment in C# software environment..... | 123 |
| <i>Makyshov S.</i> Stationary m-digitaddition numbers..... | 128 |
| <i>Minglibayev M.Dzh., Prokopenya A.N., Beketauov B.A.</i> Exact solutions of evolution equations in restricted three-body problem with variable mass..... | 133 |
| <i>Orynbayev S.A., Moldakhmetov S.S., Baibutanov B.K., Jeshmetov M.B., Aueszhanov D.S.</i> Methods of switching angles based on pulse width modulation for multilevel inverter..... | 139 |
| <i>Saprygina M.B., Shaldanbayev A.Sh., Orazov I.O., Bayseytova U.S.</i> Criteria Volterra of nonlocal boundary value problem of the wave equation..... | 147 |
| <i>Suragan D.</i> On an inequality for schatten P -norms..... | 153 |
| <i>Temirbekov N. M., Turarov A. K.</i> Numerical solution of the one dimensional model of gas-lift process..... | 159 |
| <i>Achmetova S.T., Shaldanbayev A.Sh., Shomabayeva M. T.</i> About structure of the range of the regional task of cauchy - neumann for the heat conductivity equation with the deviating argument..... | 169 |
| <i>Shomanbayeva M. T., Shaldanbayev A.Sh., Achmetova S.T.</i> About the continuous range of the operator of the semi-fixed regional task for the heat conductivity equation with the deviating argument..... | 180 |
| Anniversary of Ashuraliev Allaberen..... | 191 |

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор *М. С. Ахметова*

Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 24.03.2016.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

11,3 п.л. Тираж 300. Заказ 2.