

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

2 (306)

НАУРЫЗ – СӘУІР 2016 ж.

МАРТ – АПРЕЛЬ 2016 г.

MARCH – APRIL 2016

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 306 (2016), 79–83

UDC 519 MC T.A.

ITERATIVE METHODS FOR SOLVING DIFFERENCE EQUATIONS

L. Zhunussova¹, K. Zhunussov²¹ Kazakh national pedagogical university named after Abai, Almaty, Kazakhstan² Almaty university of Energy and Communications, Almaty, Kazakhstanzhumakanova62@mail.ru**Key words:** solution, iterative methods, equation, node, pattern.

Abstract: In this paper some iterative methods for solving differential equations with partial derivatives are presented. In the course of solving this problem, we used the difference method and a grid pattern type cross. Numerical results obtained by the program and the results are analyzed.

The idea of the method is that fine grid problem is solved by the usual iterative method once and then from the resulting solution by converting obtain a solution on the coarse grid. And using a conventional direct method gets the error solutions on the coarse grid. Then, using the inverse transformation error of the solution to obtain a fine grid and add it to the previously obtained decision on a fine grid.

One way of solving stationary elliptic problems, including the problem, is their reduction to the decision of a fictitious non-stationary problem (hyperbolic or parabolic), the solution found that for sufficiently large values of the time it is close to the solution of the original tasks. Method is actually an iterative process of solving the problem with the conditions, and at each iteration of the unknown function values obtained by numerical solution of an auxiliary problem. In the theory of difference schemes it shows that the iterative process converges to the solution of the original problem, if there is a steady-state solution.

Introduction. For the solution of the difference of the Dirichlet problem for the Poisson equation in a rectangle the most economical are direct methods. Currently, there are routines in the algorithmic language for solving Laplace equations in a rectangle with boundary conditions of the three types, as well as with mixed boundary conditions. However, in the case when the domain is not a rectangle, or consider equations with variable coefficients, iterative methods are applied. In fact, the direct methods are economical only when the variables are separated.

Consider the theory of iterative methods for the equation $Ay = \varphi$, $Ay = \varphi$, where $A = A^* > 0$. Comparison of different methods was carried out for a model one-dimensional problem on the interval $0 \leq x \leq 1$:

$$y_{xx}^- = -f(x), \quad x = ih, \quad 0 < i < N, \quad y_0 = y_N = 0.$$

$$0 \leq x \leq 1:$$

$$y_{xx}^- = -f(x), \quad x = ih, \quad 0 < i < N, \quad y_0 = y_N = 0.$$

For it the operator has the form. The boundaries are determined by the operator constant

$$\delta = \frac{4}{h^2} \sin^2 \frac{\pi h}{2}, \quad \Delta = \frac{4}{h^2} \cos^2 \frac{\pi h}{2}.$$

The number of iterations for the considered methods depends on the relation

$$\eta = \frac{\delta}{\Delta} = \text{tg}^2 \frac{\pi h}{2} \approx \frac{\pi^2 h^2}{4}. \quad (1)$$

Let us now consider as a model two-dimensional Dirichlet problem in the unit square on a square $(l_1 = l_2 = 1)$ grid with a step of $h = h_1 = h_2$:

$$\Delta y = -\overset{\circ}{y}_{x_1 x_1} - \overset{\circ}{y}_{x_2 x_2} = \varphi, \quad \varphi, y \in H. \quad (2)$$

The number N of intervals in each direction is equal, so that $h = 1/N$.

Limits δ and Δ A operator found in attitude $\eta = \delta/\Delta$ coincides with (1). This implies that the number of iterations is not dependent on the number of measurements (if $h_1 \neq h_2$ $l_1 \neq l_2$ it is weakly dependent). Therefore, those estimates of the number of iterations of the various iterative methods that we have received for the one-dimensional model problem, valid for the two-dimensional case.

In the case of non-square grid number of iterations for the two-dimensional problem can be different from the number of iterations for the one-dimensional problem. We consider here only the alternating triangular iterative method for solving the Dirichlet problem of the difference (2).

2. Statement of the problem. Referring to the problem (2). The operator A is a sum $A = A_1 + A_2$

$$\text{Where } A_1 y = \frac{y_{x_1}^-}{h_1} + \frac{y_{x_2}^-}{h_2}, \quad A_2 y = -\frac{y_{x_1}}{h_1} - \frac{y_{x_2}}{h_2},$$

and set $D = E$. Pairing A_1 and A_2 : $A_2 = A_1^*$ established by comparing their matrices or by using the first difference of Green's formula: $(A_1 y, \nu) = (y, A_1^* \nu) = (y, A_2 \nu)$.

To obtain the equation determining $B y_{R+1} = (E + \omega A_1)(E + \omega A_2) y_{R+1} = F_R$,

$$F_R = B \overset{\circ}{y}_R + \tau_{R+1} (\Delta y_R + \varphi) \quad (y_R = \mu, \quad \overset{\circ}{y}_R = 0 \quad x \in \gamma_h)$$

Values y_{R+1} are consistently from the equation

Hence we obtain the formula Hence we obtain the formula

$$\overset{\circ}{y}_R^{(1)}(i_1, i_2) = \left[\frac{\overset{\circ}{\chi}_1 y_R^{(1)}(i_1 - 1, i_2) + \overset{\circ}{\chi}_2 y_R^{(1)}(i_1, i_2 - 1) + F_R(i_1, i_2)}{(1 + \overset{\circ}{\chi}_1 + \overset{\circ}{\chi}_2)} \right],$$

$$\overset{\circ}{\chi}_1 = \frac{\omega}{h_1^2}, \quad \overset{\circ}{\chi}_2 = \frac{\omega}{h_2^2},$$

$$\overset{\circ}{y}_{R+1}(i_1, i_2) = \left[\frac{\overset{\circ}{\chi}_1 \overset{\circ}{y}_{R+1}(i_1 + 1, i_2) + \overset{\circ}{\chi}_2 \overset{\circ}{y}_{R+1}(i_1, i_2 + 1) + \overset{\circ}{y}_R^{(1)}(i_1, i_2)}{(1 + \overset{\circ}{\chi}_1 + \overset{\circ}{\chi}_2)} \right]. \quad (3)$$

To identify $\overset{\circ}{y}_R^{(1)}(i_1, i_2)$, select a node $i_1 = 1, i_2 = 1$ in the left rectangle; Then the remaining two nodes $(i_1, i_2 - 1), (i_1 - 1, i_2)$ and $\{(i_1, i_2), (i_1 - 1, i_2), (i_1, i_2 - 1)\}$ template are on the boundary and, therefore $\overset{\circ}{y}^{(1)}(i_1 - 1, i_2) = \overset{\circ}{y}^{(1)}(i_1, i_2 - 1) = 0$ known. Knowing y_R when $i_1 = 1, i_2 = 1$ successively $\overset{\circ}{y}_R^{(1)}$ find $i_1 = 2, 3, \dots, N_1 - 1$ and $i_2 = 1$ when (the first line). Next $i_2 = 2$, think and find $\overset{\circ}{y}_R^{(1)}$ the series on the second line at $i_1 = 1, 2, \dots, N - 1$. To determine to $\overset{\circ}{y}_{R+1}$ perform calculations

$\{(i_1, i_2), (i_1 + 1, i_2), (i_1, i_2 + 1)\}$ on the template in columns from top to bottom: fix $i_1 = N_1 - 1, N_1 - 2, \dots, 2, 1$, and at each i_1 change $i_2 = N_2 - 1, N_2 - 2, \dots, 2, 1$. Starts counting y_{R+1} from the node $(i_1 = N_1 - 1, i_2 = N_2 - 1)$ in the upper right corner. It should be noted that the account can also be conducted in rows from right to left: fix $i_2 = N_2 - 1, N_2 - 2, \dots, 2, 1$ and at each i_2 change $i_1 = N_1 - 1, N_1 - 2, \dots, 2, 1$. However, the calculation y_R can be carried out not by rows and columns upwards. It can be seen from the formulas themselves.

The calculations are carried out by the recurrence formulas (11); Account apparently stable. An algorithm of this type, as already noted, an algorithm called the running computation.

We count the number of arithmetic operations per grid point: calculation requires 10 additions and 10 multiplications; for a given computation requires 4 operations of addition and multiplication operations 6. Total required for the determination of a single node to spend 14 additions and 16 multiplications. The number of operations can be reduced when storing in memory not just one but two sequences $\{y_R\}$ and $\{w_{R+1}\}$ for determining y_{R+1} the use of the algorithm

$$(E + \omega A_1)w_{R+1/2} = \Lambda y_R + f, \quad (E + \omega A_2)w_{R+1} = w_{R+1/2},$$

$$y_{R+1} = y_R + \tau_{R+1} w_{R+1}.$$

In this case, the transition y_R from y_{R+1} a fairly 10 additions and 10 multiplications per node.

For example, Find a continuous function $u(x, y)$ satisfying the rectangular area $\Omega = \{(x, y) | 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ within the Laplace equation $\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ and taking on the boundary of the set values $\Omega, u(0, y) = f_1(y), y \in [0, b], u(a, y) = f_2(y), y \in [0, b],$

$$u(x, 0) = f_3(x), x \in [0, a], u(x, b) = f_4(x), x \in [0, a],$$

where f_1, f_2, f_3, f_4 - given functions,

$f_1 = y, f_2 = y + e, f_3 = e^x, f_4 = e^{x+1}$. We assume that $u(x, y)$ is continuous on the boundary Ω , etc. $f_1(0) = f_3(0), f_1(b) = f_4(0), f_2(0) = f_3(a), f_2(b) = f_4(a)$. Choosing steps h, l x and y respectively, we construct a grid $x_i = ih, i = 0, 1, \dots, n, y_j = jl, j = 0, 1, \dots, m$ where $x_n = nh = a,$

$y_m = ml = b$. Introducing the notation $u_{ij} = u(x_i, y_j)$, we approximate $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ the partial derivatives in each internal node of the grid central second order

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{h^2} + O(h^2)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{ij} + u_{i,j-1}}{l^2} + O(l^2)$$
 and replace the Laplace equation finite-difference

equation
$$\frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{h^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{ij} + u_{i,j-1}}{l^2} = 0 \tag{4}$$

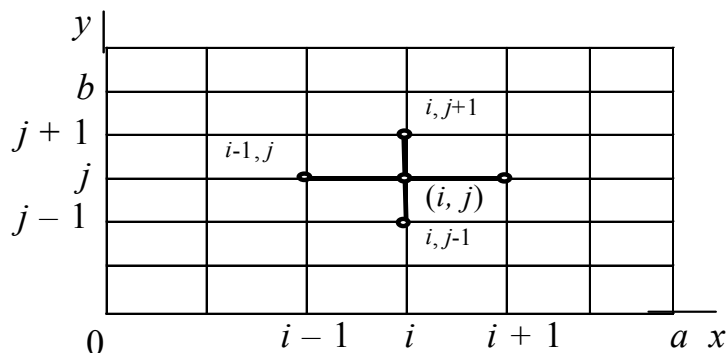
$i = 1, \dots, n - 1, j = 1, \dots, m - 1$ Accuracy replacement of the differential equation is of the difference $O(h^2) + O(l^2)$. Equation (4) together with the values in the boundary nodes form a system of linear

algebraic equations relatively to approximate u_{ij} values of $u(x, y)$ at the grid points (x_i, y_j) . The simplest form of this system is at: $u_{ij} = (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1}) / 4$ (5)

$$u_{i0} = f_3(x_i), u_{im} = f_4(x_i), u_{0j} = f_1(y_j), u_{nj} = f_2(y_j),$$

$$i = 1, \dots, n-1, j = 1, \dots, m-1.$$

Upon receipt of the grid equations (5) was used circuit nodes shown in Fig. 1. The set of nodes used to approximate equation at a point called the template. This paper uses the template of the "cross".



Numerical solution of the Dirichlet problem for the Laplace equation in a rectangle is to find approximate values u_{ij} of the unknown function $u(x, y)$ in the internal nodes of the grid. To determine u_{ij} the quantities required to solve a system of linear algebraic equations (5).

In this paper, it is solved by the Gauss-Seidel method, which consists in building a sequence of iterations of the form $u_{ij}^{(s+1)} = \frac{1}{4}(u_{i-1,j}^{(s+1)} + u_{i+1,j}^{(s)} + u_{i,j+1}^{(s)} + u_{i,j-1}^{(s+1)})$. If $S \rightarrow \infty$ the sequence $u_{ij}^{(s)}$ converges to the exact solution of the system (5). As a condition to the end of the iteration process can take

$$\max |u_{ij}^{(s)} - u_{ij}^{(s+1)}| < \varepsilon, 1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq m-1.$$

Conclusion. Thus, the error of the approximate solutions obtained by the grid method, consists of two errors: errors of approximation of differential equations by difference; error arising from the approximate solution of the system of difference equations (5). It is known that the difference scheme described here has the property of stability and convergence. Stability of the scheme means that small changes in initial conditions lead to small changes in the solution of the difference problem. Only such schemes should be applied in the actual calculations. Convergence of the scheme means that as the grid spacing to zero ($h \rightarrow 0$), the solution of the difference problem tends in some sense to the solution of the original problem. Thus, by choosing a sufficiently small step h , can be arbitrarily accurately solve the original problem.

REFERENCES

- [1] Buslov B.N., Jacovlev D.M. Numerical Methods. CPb: BXV-Pterburg, **2001**, 520p. (In Russ.).
- [2] George W. Collins, II. Fundamental Numerical Methods and Data Analysis, **2003**, 520p. (In Eng.)
- [3] Formalev B.F., Reveznikov D.L. Numerical Methods., CPb: BXV-Pterburg, **2004**, 400p. (In Russ.).
- [4] Petrov I.B., Lobanov A.B. Lectures on Computational Mathematics. M: BINOM **2006**, 523 p. (In Russ.).
- [5] Mathew J., Fink C. Numerical Methods. Using MatLab. M.: Biliams, **2001**. – 720 p. (In Russ.).
- [6] Gelman B.J. Mathematical problem solving resources with Excel.M.:Piter, **2003**, 230p. (In Russ.).
- [7] Mxcalaj Zh.I., Osipov J.B. Foundations of modern technology Excel. M.: Piter, **2002**, 264p. (In Russ.).
- [8] Busin A.J. Computer workshop on numerical methods and mathematical modeling. M.: Publ. PFUR, **2001**, 230p. (In Russ.).
- [9] Alekseev E.P., Chesnokova O.B. TURBO Pascal. Numerical methods.M':NT.Press, **2004**, 456p. (In Russ.).

- [10] Zhunussova L.Kh., Toiganbaeva N.A. *Success of modern natural science*, **2015**, 1,76-80p. (In Russ.).
- [11] Zhunussova L.Kh. *Numerical Methods*. Almaty.: Nur-print, **2013**, 119p. (In Russ.).
- [12] Galushko J.I., Timohina A.O. *Numerical Methods*. M.: MTIPP, **2000**, 234p. (In Russ.).
- [13] Berzhibithki B.M. *Bases numerical methods*. M.: Byshaj shoal, 2004, 848p. (In Russ.).
- [14] Porshnev C.B., Belenkova I.B. *Numerical Methods in MathCad*. SPb: BVX-Peterburg, **2008**, 320p. (In Russ.).
- [15] Abdullaev B.M., Aida-Zade K.P. *Zh.bychil.matem. i matem.fisiki*, **2004**,44,9,1585-1586p. (In Russ.).
- [16] Bakirova E.A. *Mathematical journal*, **2005**,5,3,25-34p. (In Russ.).
- [17] Kadirbaeva Zh.M. *Mathematical journal*,**2009**,9,2,64-70p. (In Russ.).
- [18] Assanova A.T., Dzhumabaev D.S. *News of NAS RK*, **2002**,3,20-26p. (In Russ.).
- [19] Dzhumabaev D.S. *Zh.bychil.matem. i matem.fisiki*, **1989**,29,1,50-66p. (In Russ.).
- [20] Assanova A.T., Dzhumabaev D.S. *Differential equations*, **2003**,39,10,1343-1354p. (In Russ.).

ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СЕТОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ

Л.Х. Жунусова, К.Х. Жунусов

Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан
Алматинский университет энергетики и связи, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: решение, итерационный метод, узел, сетка.

Аннотация. В этой статье некоторые итерационные методы для решения дифференциальных уравнений с частными производными. В ходе решения этой проблемы мы использовали метод разницы и крест сетки типа рисунок. Анализируются численные результаты, полученные с помощью программы.

Идея метода состоит в том, что проблема решается обычным итерационным методом один раз и затем из полученного решения путем преобразования получить решение на грубой сетке. И с помощью обычного метода прямого получает решения об ошибках на грубой сетке. Затем, используя обратную ошибку преобразования решения, чтобы получить мелкую сетку и добавить его к полученному ранее решения на мелкой сетке. Одним из способов решения стационарных эллиптических задач, в том числе и краевой задачи, является их сведение к решению некоторой фиктивной нестационарной задачи (гиперболической или параболической), найденное решение которой при достаточно больших значениях времени t близко к решению исходной задачи. Такой способ решения называется методом установления. Метод установления фактически представляет итерационный процесс решения задачи с условиями, причем на каждой итерации значения искомой функции получаются путем численного решения некоторой вспомогательной задачи. В теории разностных схем показано, что этот итерационный процесс сходится к решению исходной задачи, если такое стационарное решение существует.

ТОР ТЕНДЕУЛЕРІНІ ИТЕРАЦИЯЛЫҚ ӘДІСПЕН ШЫҒАРУ

Л.Х.Жунусова¹, К.Х. Жунусов²

¹Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті,

²Алматы энергетика және байланыс университеті

Түйін сөздер: шешім, итерациялық қадамдар, тор, түйін.

Аннотация. Бұл мақалада дербес туындылы дифференциалды тендеулерді шешудің итерациялық әдістері қарастырылған. Есепті шешу барысында біз айырым мен крест-торын қолдандық. Компьютерлік программамен алынған нәтижелер сараланды.

Бұл әдісте тордағы мәселе қарапайым болып шешіледі де, оны күрделі торға ауыстырады. Одан кейін қарапайым тормен күрделі торды бір-бірімен жалғайды.

Бұл әдіс шектік есептерді шығару барысында көптеп қолданылады. Берілген есепті қарапайым есептер түріне келтіріп алып, содан кейін жіберілген қаталықтарды ескере отырып берілген есептің шешіміне жақындатады. Бұл әдіс әлбетте бірнеше итерацияны ұйымдастырумен жүзеге асады. Әрбір итерациядағы алынған шешімге алдыңғы қадамдағы шешім әсер етіп отырады. Алынған шешімдердің жинақтылығын дәлелдей білу керек.

Поступила 15.03.2016 г.

МАЗМҰНЫ

Теориялық және тәжірибелік зерттеулер

<i>Буртебаев Н., Дүйсебаев А., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Юшков А.В., Жолдыбаев Т.К., Садықов Б., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М., Сакута С.Б.</i> 50 және 60 МэВ энергиялы ^3He иондарының ^{14}N ядроларынан серпімді шашырауын зерттеу.....	5
<i>Алтынбеков Ш.</i> Өртекті топырақ консолидациясының бірөлшемді квазисызықты есебін напордың бастапқы градиенті әсерінде шешу әдісі туралы және оның шөгуді анықтау.....	10
<i>Асқарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Ергалиева А.Б., Габитова З.Х., Боранбаева А.Е.</i> 3-D Модельдеу әдістерімен жану процесіне көмірдің ылғалдылығының зиянын зерттеу.....	21
<i>Асқарова Ә.С., Болегенова С.Ә., Болегенова С.Ә., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> ЖЭС жану камерасында көмірдің жануы кезінде NO_x түзілуі мен жойылуын екі кинетикалық механизм бойынша сандық моделдеу.....	29
<i>Асқарова Ә.С., Болегенова С.Ә., Болегенова С.Ә., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Жану камерасының қабырға температурасы үшін берілген шекаралық шартының жану процесінің температуралық сипаттамаларына әсерін зерттеу.....	35
<i>Асқарова Ә., Болегенова С., Гороховский М., Оспанова Ш., Нұғьманова А., Утелов С.</i> Өр түрлі сұйық отындардың бүрку, тұтану және жану процестерін зерттеу	40
<i>Сапрыгина М.Б., Байсейтова У.С., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О.</i> Толқын теңдеуінің шартарапты есебінің тұрлауы шешілуі туралы.....	48
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Демьянова А.С., Данилов А.Н., Джансейтов Д.М., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К.</i> Оптикалық және фолдинг модельдер АЯСЫНДА 50 және 60 МЭВ энергияларда ^3He иондарының ^{13}C ядроларында серпімді шашырау процесстерін зерттеу.....	55
<i>Жұмбаев Д.С., Бакирова Э.А.</i> Импульс әсері бар фредгольм интегралдық- дифференциалдық теңдеулер үшін сызықты шеттік есептің бірімәнді шешілімділігінің коэффициенттік белгілері	61
<i>Өтебаев Ұ.Б., Есентаев Қ.Ө., Дархан Н.Д.</i> WEB -формалар құрудың технологиялары.....	72
<i>Жунусова Л.Х., Жунусов К.Х.</i> Тор теңдеулерінің итерациялық әдіспен шығару.....	79
<i>Қабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Серикбаева Г.С., Сүйерқұлова Ж.Н.</i> Еркін механикалық тербелістерді зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	84
<i>Қабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Сүттібаева Д.И., Қозыбақова Г.Н.</i> Изобаралық процесті зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	92
<i>Қабылбеков К.А., Омашова Г.Ш., Саидахметов П.А., Нұрұллаев М.А., Артыгалин Н.А.</i> Карно циклімен жұмыс атқаратын қозғалтқышты зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	98
<i>Түгелбаева Г.Т., Канибекова А. Е.</i> Білім негіздерін физика сабақтарына енгізу әдісін жүйелік талдау.....	104
<i>Қойшыева Т.К., Қожамқұлова Ж.Ж., Базарбаева А.И., Бегимбетова Х.А.</i> Объектіге-бағытталған жүйе болашақ маманның ақпараттық-логикалық құзыреттілігін қалыптастыру факторы ретінде.....	108
<i>Қойшыева Т.К., Байтерекова А.И., Салғараева М.И.</i> Болашақ мұғалімдерді кәсіби дайындауда қолданылатын объектілі-бағдарлы жобалаудың теориялық негіздері.....	116
<i>Литвиненко Н.</i> Бағдарламалық R ортаның C# ортасына біріктірілуі.....	123
<i>Мақышов С.</i> Тұрақты м-туындаған сандар.....	128
<i>Минглибаев М.Ж., Прокопья А.Н., Бекетауов Б.А.</i> Массалары айнымалы шектелген үш дене мәселесінің эволюциялық теңдеуінің нақты шешімдері.....	133
<i>Орынбаев С.А., Молдахметов С.С., Байбутанов Б.К., Ешметов М.Б., Ауесжанов Д.С.</i> Жазықтық-импульстік модуляция негізінде көпдеңгейлі инвертор сатыларының қосылу әдістемелерін зерттеу	139
<i>Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О., Байсейтова У.С.</i> Толқын теңдеуінің шартарапты есебінің вөлтерлі болуының үзілді – кесілді шарты.....	147
<i>Сураган Д.</i> Шаттен р-нормасы үшін бір теңсіздік туралы	153
<i>Темирбеков Н.М., Тураров А.К.</i> Газлифт үрдісінің бір өлшемді моделінің сандық шешімі	159
<i>Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш., Шомабаева М.Т.</i> Аргументі ауытқыған жылу теңдеуінің шекаралық коши-нейман есебіне сәйкес оператордың спектрінің құрамы туралы.....	169
<i>Шомабаева М.Т., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т.</i> Аргументі ауытқыған жылу теңдеуінің жарտалай бекітілген шекаралық есебіне сәйкес оператордың үзіксіз спектрі туралы	180
<i>Ұлағатты ұстаз туралы. Шерәлі Біләл.</i>	191

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретические и экспериментальные исследования

<i>Буртебаев Н., Дуйсебаев А., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Юшков А.В., Жолдыбаев Т.К., Садыков Б., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М., Сакута С.Б.</i> Исследование упругого рассеяния ионов ^3He на ядрах ^{14}N при энергиях 50 и 60 МэВ.....	5
<i>Алтынбеков Ш.</i> О методике решения одномерной квазилинейной задачи консолидации неоднородного грунта с учетом начального градиента напора и определение его осадка.....	10
<i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Ергалиева А.Б., Габитова З.Х., Боранбаева А.Е.</i> Исследование влияния влажности угля на процесс горения методами 3-d моделирования.....	21
<i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Численное моделирование образования и разложения NO_x по двум кинетическим механизмам при горении угольного топлива в топочной камере ТЭЦ.....	29
<i>Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Бекетаева М.Т.</i> Исследование влияния граничного условия для температуры на стенках топочной камеры на температурные характеристики процесса горения.....	35
<i>Аскарова А., Болегенова С., Гороховский М., Оспанова Ш., Нугьманова А., Утелов С.</i> Исследование процессов распыла, воспламенения и горения различного вида жидкого топлива.....	40
<i>Сапрыгина М.Б., Байсейтова У.С., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О.</i> Толкын тендеуінің шартарапты есебінің тұрлаулы шешілуі туралы.....	48
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Демьянова А.С., Данилов А.Н., Джансейтов Д.М., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К.</i> Исследование процессов упругого рассеяния ионов ^3He на ядрах ^{13}C при энергиях 50 и 60 МэВ в рамках оптического и фолдинг моделей.....	55
<i>Джумабаев Д.С., Бакирова Э.А.</i> Коэффициентные признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений фредгольма с импульсными воздействиями.....	61
<i>Утебаев У.Б., Есентаев К.У., Дархан Н.Д.</i> Технологія создания web-форм.....	72
<i>Жунусова Л.Х., Жунусов К.Х.</i> Итерационные методы решения сеточных уравнений.....	79
<i>Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Серикбаева Г.С., Суйеркулова Ж.Н.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию свободных механических колебаний.....	84
<i>Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Суттибаева Д.И., Козыбакова Г.Н.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию изобарического процесса.....	92
<i>Кабылбеков К.А., Омашова Г.Ш., Саидахметов П.А., Нураллаев М.А., Артыгалин Н.А.</i> Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию двигателя, совершающего цикл Карно.....	98
<i>Түгелбаева Г.Т., Канибекова А. Е.</i> Системное обсуждение способов внедрения в уроки по физике основ знаний по экологии.....	104
<i>Койшиева Т.К., Кожамкулова Ж.Ж., Базарбаева А.И., Бегимбетова Х.А.</i> Объектно-ориентированные системы как фактор формирования информационно-логической компетентности будущих специалистов.....	108
<i>Койшиева Т.К., Байтерекова А.И., Салгараева М.И.</i> Теоретические основы объектно-ориентированного проектирования, применимые для профессиональной подготовки будущих учителей.....	116
<i>Литвиненко Н.</i> Интеграция программной среды R в среду C#.....	123
<i>Макышов С.</i> Неподвижные m-порожденные числа.....	128
<i>Минглибаев М.Ж., Прокопья А.Н., Бекетауов Б.А.</i> Точные решения эволюционных уравнений в ограниченной задаче трех тел с переменными массами.....	133
<i>Орынбаев С.А., Молдахметов С.С., Байбутанов Б.К., Ешметов М.Б., Ауесжанов Д.С.</i> Исследование методик коммутации ступеней многоуровневого инвертора на основе широтно-импульсной модуляции.....	139
<i>Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш., Оразов И.О., Байсейтова У.С.</i> Критерии вольтерровости нелокальной краевой задачи волнового уравнения.....	147
<i>Сураган Д.</i> Об одном неравенстве p-нормы в классе Шаттена.....	153
<i>Темирбеков Н. М., Тураров А. К.</i> Численное решение одномерной модели газлифтного процесса.....	159
<i>Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш., Шомабаева М.Т.</i> О структуре спектра краевой задачи Коши-неймана для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом.....	169
<i>Шомабаева М.Т., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т.</i> О непрерывном спектре оператора полужакрепленной краевой задачи для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом.....	180
<i>Юбилей Ашуралиев Аллаберен</i>	191

CONTENTS

Theoretical and experimental researches

<i>Burtebayev N., Duisebayev A., Kerimkulov Zh.K., Alimov D.K., Yushkov A.V., Zholdybayev T.K., Sadikov B., Mukhamejanov Y.S., Janseitov D.M., Sakuta S.B.</i> Investigation of the elastic scattering of ^3He ions on ^{14}N at energies 50 and 60 MeV.....	5
<i>Altynbekov Sh.</i> On the method of solving one-dimensional quasilinear problem of consolidation of non homogeneous soil with the initial gradient of pressure and determination of its sediment.....	10
<i>Askarova A., Bolegenova S., Bolegenova S., Maximov V., Yergaliyeva A., Gabitova Z., Boranbaeva A.</i> Study of coal moisture on the combustion process by 3d modeling.....	21
<i>Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Beketayeva M.T.</i> Numerical modeling of formation and destruction of NO_x by TWO kinetic mechanisms during combustion of fossil fuel in the furnace of CHP.....	29
<i>Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Beketayeva M.T.</i> Study of the boundary conditions influence for the temperature on the walls of the combustion chamber in the temperature characteristics of the burning process.....	35
<i>Askarova A., Bolegenova S., Gorokhovski M., Ospanova Sh., Nugymanova A., Utelov S.</i> Investigation of atomization, ignition and combustion processes of different types of liquid fuel.....	40
<i>Saprygina M.B., Bayseytova U.S., Shaldanbayev A.Sh., Orazov I.O.</i> About regular resolvability of nonlocal boundary value problem of the wave equation.....	48
<i>Burtebayev N., Kerimkulov Zh.K., Demyanova A.S., Danilov A.N., Janseitov D.M., Zholdybayev T.K., Alimov D.K.</i> Investigation of elastic scattering of ^3He ions from ^{13}C nuclei at 50 and 60 MeV in optical and folding model.....	55
<i>Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A.</i> Coefficient conditions for the unique solvability of linear boundary value problem for fredholm integro-differential equation with impulse effects.....	61
<i>Utebaev U.B., Yessentayev K.U., Darkhan N.D.</i> Technology of creation of web-form.....	72
<i>Zhunussova L., Zhunussov K.</i> Iterative methods for solving difference equations.....	79
<i>Kabyrbekov K.A., Saidakhmetov P.A., Omashova G.SH., Serikbaeva G.S., Suyerkulova ZH.N.</i> Model of the form of the organisation of computer laboratory operation of the free mechanical oscillations.....	84
<i>Kabyrbekov K.A., Saidakhmetov P.A., Omashova G.SH., Suttibaeva D.I., Kozybakova G.N.</i> Model of the form of the organisation of computer laboratory operation of isobaric process.....	92
<i>Kabyrbekov K.A., Omashova G.SH., Saidakhmetov P.A., Nurullaev M.A., Artygalin N.A.</i> Model of the form of the organization of computer laboratory operation on examination of the drive making the carnot cycle.....	98
<i>Tygelbaeva G.T., Kanibekova A. E.</i> System discussion of methods of introduction in lessons on physics bases of knowledge on ecology.....	104
<i>Koishieva T.K., Kozhamkulova Zh.Zh., Bazarbaeva A.I., Begimbetova A.</i> Object-oriented system as the factor of formation of information-logical competence of future professionals.....	108
<i>Koishieva T.K., Baiterekova A.I., Salgaraeva M.I.</i> Theoretical bases of object-oriented design, applicable for vocational training of future teachers.....	116
<i>Litvinenko N.</i> Integration of R software environment in C# software environment.....	123
<i>Makyshov S.</i> Stationary m-digitaddition numbers.....	128
<i>Minglibayev M.Dzh., Prokopenya A.N., Beketauov B.A.</i> Exact solutions of evolution equations in restricted three-body problem with variable mass.....	133
<i>Orynbayev S.A., Moldakhmetov S.S., Baibutanov B.K., Jeshmetov M.B., Aueszhanov D.S.</i> Methods of switching angles based on pulse width modulation for multilevel inverter.....	139
<i>Saprygina M.B., Shaldanbayev A.Sh., Orazov I.O., Bayseytova U.S.</i> Criteria Volterra of nonlocal boundary value problem of the wave equation.....	147
<i>Suragan D.</i> On an inequality for schatten P -norms.....	153
<i>Temirbekov N. M., Turarov A. K.</i> Numerical solution of the one dimensional model of gas-lift process.....	159
<i>Achmetova S.T., Shaldanbayev A.Sh., Shomabayeva M. T.</i> About structure of the range of the regional task of cauchy - neumann for the heat conductivity equation with the deviating argument.....	169
<i>Shomanbayeva M. T., Shaldanbayev A.Sh., Achmetova S.T.</i> About the continuous range of the operator of the semi-fixed regional task for the heat conductivity equation with the deviating argument.....	180
Anniversary of Ashuraliev Allaberen.....	191

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор *М. С. Ахметова*

Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 24.03.2016.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

11,3 п.л. Тираж 300. Заказ 2.