

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

4 (308)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2016 ж.

ИЮЛЬ – АВГУСТ 2016 г.

JULY – AUGUST 2016

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz/physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 117 – 123

ON THE MODELING OF DYNAMICS OF VISCOUS FLUID EQUATIONS ROTOR SPEED AND STREAM FUNCTION

K.B.Jakupov

Institute of mathematics and mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: jakupovKB@mail.ru**Key words:** rotor, speed, pressure, flow function, non-equivalence.**Abstract.** The theorem of non-equivalence of the equations of rotor speed equations of viscous flows was proved. In calculations cavity and channel it was confirmed discrepancies of Helmholtz equations with Navier.

УДК 532.533

О МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИКИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ УРАВНЕНИЯМИ РОТОРА СКОРОСТИ И ФУНКЦИИ ТОКА

К.Б.Джакупов

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: ротор, скорость, давление, функция тока, неэквивалентность.**Аннотация.** Доказана теорема неэквивалентности уравнений ротора скорости уравнениям динамики вязкой жидкости. Численными расчетами течений в камере и канале подтверждены расхождения решений уравнений Гельмгольца с решениями уравнений Навье.

Основная идея, впервые осуществленная Гельмгольцем в двумерных уравнениях динамики вязкой несжимаемой жидкости, заключается в исключении давления применением оператора «rot»:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} + \nabla P = \nu \Delta \vec{v} + \vec{F}, (\nabla, \vec{v}) = 0, \rho = const, P = \frac{p}{\rho}, \quad (1)$$

$$\vec{v}|_{t=0} = \vec{d}(\vec{r}), \vec{v}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t), \vec{r} \in \sigma \quad (1')$$

В результате $rot \nabla P \equiv 0$ приводит к переопределенной системе из 2-х уравнений для скорости \vec{v} :

$$(\nabla, \vec{v}) = 0, \frac{\partial rot \vec{v}}{\partial t} + rot(\vec{v}, \nabla) \vec{v} = \nu \Delta rot \vec{v} + rot \vec{F} \quad (2)$$

Уравнение (2) является уравнением 3-го порядка в силу $\nu \Delta rot \vec{v}$, следовательно, **необходимо дополнительное к (1') граничное условие для скорости.**

В системе (2) уравнение неразрывности является лишним, оно априори предназначено для вычисления давления. Вводится вектор ротора скорости

$$\vec{\omega} = rot \vec{v}, \quad (3)$$

$$(\nabla, \vec{v}) = 0, \quad \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \text{rot}(\vec{v}, \nabla)\vec{v} = \nu \Delta \vec{\omega} + \text{rot} \vec{F} \quad (4)$$

Введением вектор-функции тока $\vec{\psi}$ уравнение неразрывности интегрируется точно:

$$\vec{v} = \text{rot} \vec{\psi}, \quad (\nabla, \vec{v}) = (\nabla, \text{rot} \vec{\psi}) \equiv 0 \quad (5)$$

В результате (3), (4) переходит в систему уравнений для 2-х функций

$$\vec{\omega} = \text{rot} \text{rot} \vec{\psi}, \quad \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \text{rot}\{(\text{rot} \vec{\psi}, \nabla)\text{rot} \vec{\psi}\} = \nu \Delta \vec{\omega} + \text{rot} \vec{F} \quad (6)$$

с соответствующими (1') начальными и граничными условиями

$$\text{rot} \vec{\psi}|_{t=0} = \vec{d}(\vec{r}), \quad \text{rot} \vec{\psi}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t), \quad \vec{r} \in \sigma \quad (6')$$

В граничные условия, кроме (6'), должно быть включено **необходимое дополнительное к (1') граничное условие для скорости**. Необходимость такого граничного условия вытекает из уравнения (6), записанного для $\vec{\psi}$:

$$\vec{\omega} = \text{rot} \text{rot} \vec{\psi}, \quad \frac{\partial \text{rot} \text{rot} \vec{\psi}}{\partial t} + \text{rot}\{(\text{rot} \vec{\psi}, \nabla)\text{rot} \vec{\psi}\} = \nu \Delta \text{rot} \text{rot} \vec{\psi} + \text{rot} \vec{F}$$

Данное уравнение 4-го порядка, следовательно, кроме краевого условия $\text{rot} \vec{\psi}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t)$, требуется еще одно краевое условие $\vec{\psi} !!$

Но здесь возникает проблема, связанная с необратимостью оператора "rot" для определения в 3-х мерных течениях начальных и граничных значений вектор-функции тока $\vec{\psi}|_{t=0}, \vec{\psi}|_{\sigma}$ из условий (6').

Таким образом, в 3-х мерных течениях вычисление $\vec{\psi}|_{t=0}$ и $\vec{\psi}|_{\sigma}$ через $\vec{d}(\vec{r})$ и $\vec{\varphi}(\vec{r}, t)$ *неосуществимо* и не определено дополнительное краевое условие.

В двумерных течениях система (6) упрощается и известно как уравнение Гельмгольца:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \Delta \omega + f, \quad \Delta \psi = -\omega,$$

$$\text{где } \psi \equiv \psi_z, \omega \equiv \omega_z, f \equiv (\text{rot} \vec{F})_z, u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Теорема. *Скорость \vec{v}_G , вычисленная из искусственно образованной системы (6), не будет совпадать со скоростью \vec{v} , вычисленной в исходной системе (1) из уравнения Навье.*

1-я часть доказательства. Допустим, что плотность массовых сил не равна нулю $\vec{F} \neq 0$, но удовлетворяет условию $\text{rot} \vec{F} \equiv 0$.

Тогда уравнение (6) принимает укороченный вид

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \text{rot}\{(\text{rot} \vec{\psi}, \nabla)\text{rot} \vec{\psi}\} = \nu \Delta \vec{\omega} \quad (7)$$

Соответственно, в двумерных уравнениях Гельмгольца свободный член обратится в нуль $f = (\text{rot} \vec{F})_z \equiv 0$:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \Delta \omega, \quad \Delta \psi = -\omega \quad (8)$$

Таким образом, в уравнениях Гельмгольца на вычисление компонент скорости массовые силы $\vec{F} \neq 0$ не оказывают никакого влияния, в то время как в уравнениях Навье (1) их действие на определение компонент скорости \vec{v} сохраняется существенным образом.

Данный факт уже указывает на неэквивалентность уравнений с ротором скорости уравнениям Навье в том смысле, что искусственно сконструированные системы (3), (4), (5), (6) и также двумерные уравнения Гельмгольца не адекватны законным уравнениям Навье (1).

2-я часть доказательства. В самом деле, пусть применена система с ротором скорости (3), (4), (5) для вычисления скорости \vec{v}_G :

$$\vec{\omega} = \text{rot}\vec{v}_G, \quad \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \text{rot}(\vec{v}_G, \nabla)\vec{v}_G = \nu \Delta \vec{\omega} + \text{rot}\vec{F}, \quad \vec{v}_G = \text{rot}\vec{\psi} \quad (9)$$

Уравнение для ротора (4) после подстановки (3) переходит в уравнение типа (2), которое переписывается под знак одного оператора “rot”:

$$\text{rot}\left[\frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t} + (\vec{v}_G, \nabla)\vec{v}_G - \nu \Delta \vec{v}_G - \vec{F}\right] = 0 \quad (10)$$

В силу свойств “rot” данное равенство выполняется для произвольных значений комплекса, стоящего под знаком “rot”:

$$\frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t} + (\vec{v}_G, \nabla)\vec{v}_G - \nu \Delta \vec{v}_G - \vec{F} = -\nabla P_G + \nabla C + \vec{A}(t) \quad (11)$$

В правой части (11) обозначено $P_G = p_G / \rho$, поэтому P_G принимается за давление, далее $C = C(x, y, z)$ и $\vec{A}(t)$ произвольные дифференцируемые функции.

Уравнение (10) будет удовлетворено, что следует из подстановки

$$\text{rot}\{-\nabla P_G + \nabla C + \vec{A}(t)\} = \text{rot}(-\nabla P_G) + \text{rot}\nabla C + \text{rot}\vec{A}(t) \equiv 0,$$

так как $\text{rot}(-\nabla P_G) \equiv 0, \text{rot}\nabla C \equiv 0, \text{rot}\vec{A}(t) \equiv 0$.

В результате (11) представляется в виде уравнения динамики

$$\frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t} + (\vec{v}_G, \nabla)\vec{v}_G + \nabla P_G = \nu \Delta \vec{v}_G + \vec{F} + \nabla C + \vec{A}(t) \quad (12)$$

Уравнение (12), очевидно, не совпадает с уравнением Навье.

В системе Гельмгольца уравнение неразрывности выполняется в силу связи $\vec{v}_G = \text{rot}\vec{\psi}$:

$$(\nabla, \vec{v}_G) = (\nabla, \text{rot}\vec{\psi}) \equiv 0 \quad (13)$$

Как известно, уравнение для давления является следствием закона сохранения массы и уравнения динамики. С этой целью уравнение неразрывности дифференцируется по времени:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla, \vec{v}_G) = (\nabla, \frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t}) = 0 \quad (14)$$

Далее из уравнения (12) образуется выражение

$$\frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t} = -(\vec{v}_G, \nabla)\vec{v}_G - \nabla P_G + \nu \Delta \vec{v}_G + \vec{F} + \nabla C + \vec{A}(t),$$

которое подставляется в (14). В результате получается выражение

$$(\nabla, \frac{\partial \vec{v}_G}{\partial t}) = (\nabla, -(\vec{v}_G, \nabla)\vec{v}_G - \nabla P_G + \nu \Delta \vec{v}_G + \vec{F} + \nabla C + \vec{A}(t)) = 0,$$

из которого вытекает уравнение эллиптического типа

$$\Delta P_G = -(\nabla, (\vec{v}_G, \nabla) \vec{v}_G) + (\nabla, \nu \Delta \vec{v}_G) + (\nabla, \vec{F}) + \Delta C \quad (15)$$

Умножение (15) на $\rho = const$ дает уравнение для P_G :

$$\Delta p_G = -\rho(\nabla, (\vec{v}_G, \nabla) \vec{v}_G) + (\nabla, \mu \Delta \vec{v}_G) + (\nabla, \rho \vec{F}) + \rho \Delta C \quad (16)$$

В уравнениях Навье (1) совершенно аналогичным образом выводится уравнение для настоящего давления:

$$\Delta p = -\rho(\nabla, (\vec{v}, \nabla) \vec{v}) + (\nabla, \mu \Delta \vec{v}) + (\nabla, \rho \vec{F}) \quad (17)$$

Разница между уравнениями (16) и (17) очевидна и равна $\rho \Delta C$, где $C = C(x, y, z)$ -произвольная дифференцируемая функция.

Следовательно, в силу различий между уравнениями (1) и (12) имеет место факт *несовпадения* решения уравнений с ротором скорости и уравнений Навье:

$$\vec{v}_G \neq \vec{v}, \quad p_G \neq p$$

Теорема доказана.

Для подтверждения справедливости теоремы проведены численные расчеты 2-х плоских течений: течения в канале и течения в каверне.

Применяются двумерные уравнения Навье несжимаемой жидкости в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{Re} \Delta u + \frac{1}{Fr} F_x, \quad (18)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{Re} \Delta v + \frac{1}{Fr} F_y, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (19)$$

Из них исключением давления получаются уравнения Гельмгольца:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \Delta \omega + \frac{1}{Fr} \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right), \quad \Delta \psi + \omega = 0$$

Проблема **необходимого дополнительного к (1') граничного условия для скорости в уравнениях Гельмгольца также актуальна.**

Для численного решения применены пятиточечные аппроксимации конвективных членов, не содержащие «схемную диффузию». Решения разностных уравнений для давления и функции тока находятся итерациями [3].

1⁰. Течение в канале. В уравнениях Навье было положено $Re = 100$, $Fr = 0.001$, $F_x = -v$, $F_y = u$, то есть $rot \vec{F} \equiv 0$. В силу этого уравнение Гельмгольца принимает вид

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \Delta \omega, \quad (20)$$

следовательно, массовые силы на решение уравнений Гельмгольца не оказывают никакого влияния, что отражено на рис.1 и рис. 3, в то время как их действие на решение уравнений Навье существенно изменяет поле скоростей, что показано на рис.2 и рис.4. Расчеты выполнены на сетках 200x100. Различие полей скорости показано на рис.1, 2 и рис.3, 4.

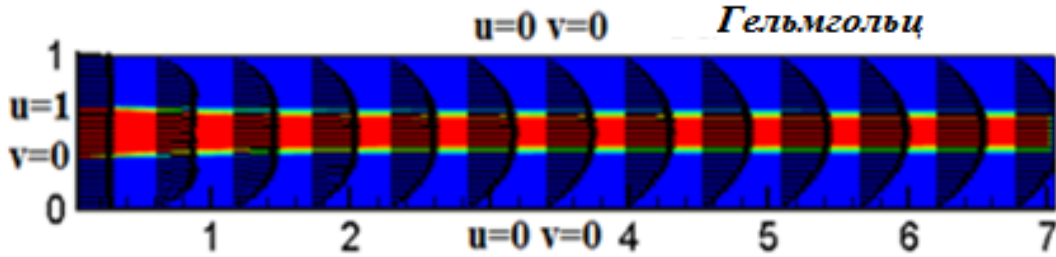


Рисунок 1

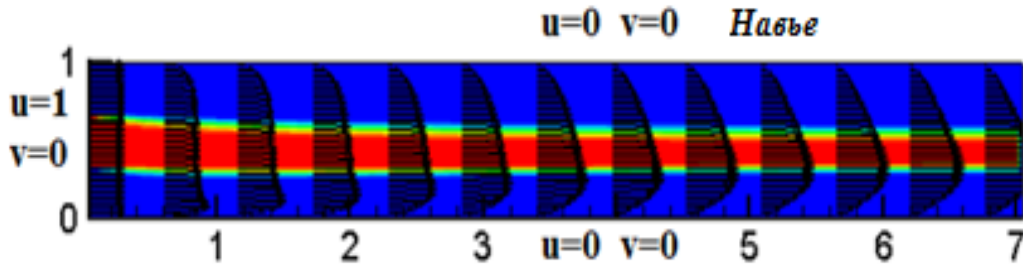


Рисунок 2

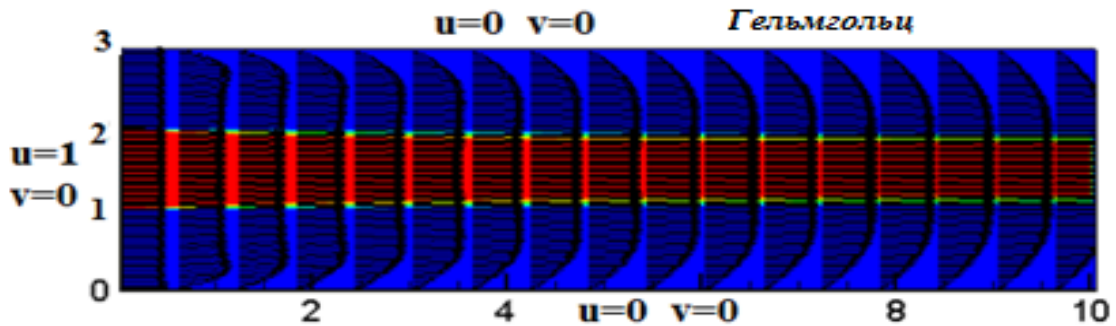


Рисунок 3

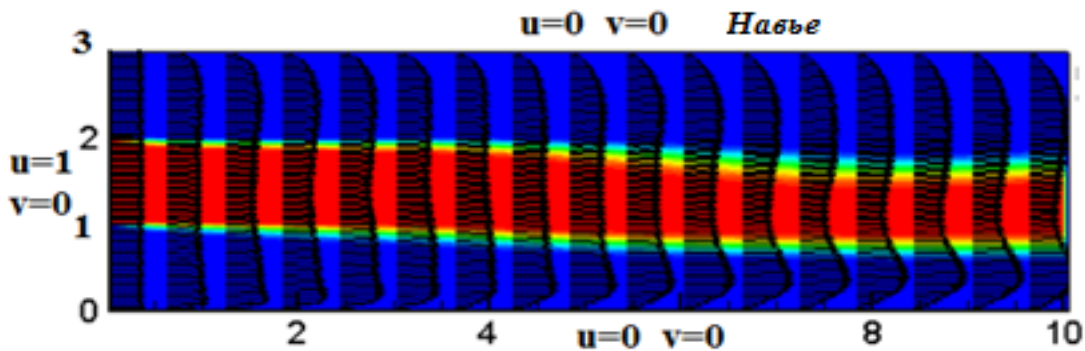


Рисунок 4

2⁰. Течение в каверне образуется движением верхней плоскости.

В уравнениях Навье было положено $Re = 10^3$, $Fr = 10^{-3}$, $F_x = 0$, $F_y = -1$.

Расчеты выполнены на сетке 100x100.

На рис.5 и рис.6 представлены изолинии функции тока. Очевидно, на решение уравнений Гельмгольца (20) число Фруда не влияет, что противоречит решению уравнений Навье (18), (19), где число Фруда существенно.

На рис.7 приведен график продольной скорости по уравнению Навье, на рис.8 в том же сечении график продольной скорости по уравнениям Гельмгольца. Различие существенное.

На рис.9 приведен график поперечной скорости по уравнению Навье, на рис.10 в том же сечении график поперечной скорости по уравнениям Гельмгольца. Различие существенное.

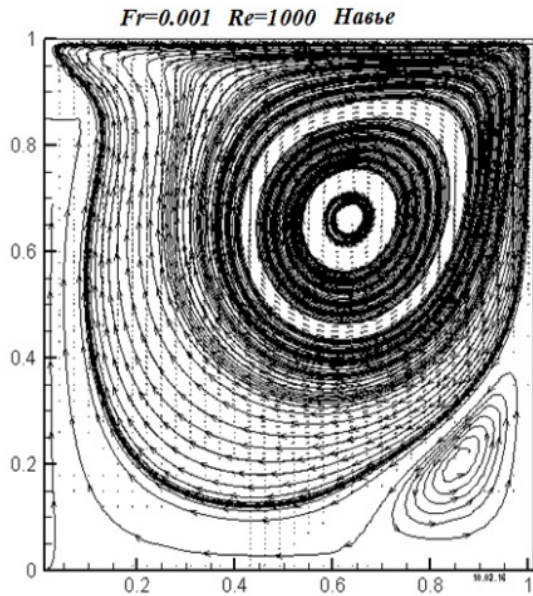


Рисунок 5

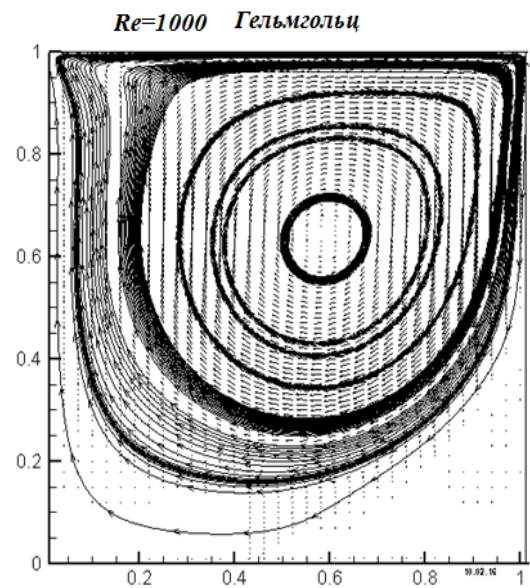


Рисунок 6

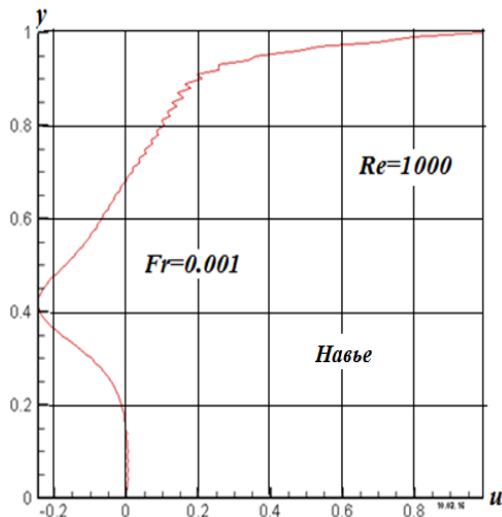


Рисунок 7

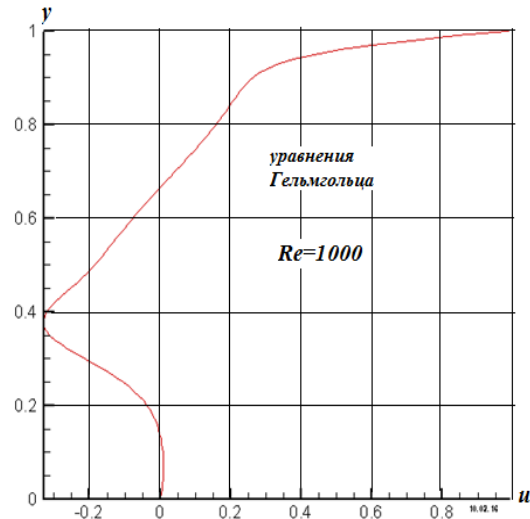


Рисунок 8

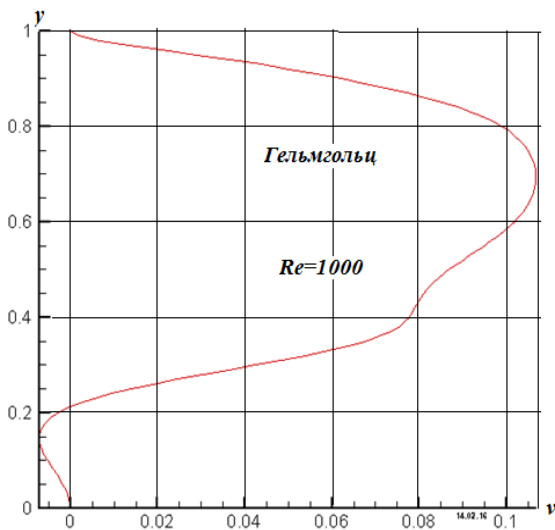


Рисунок 9

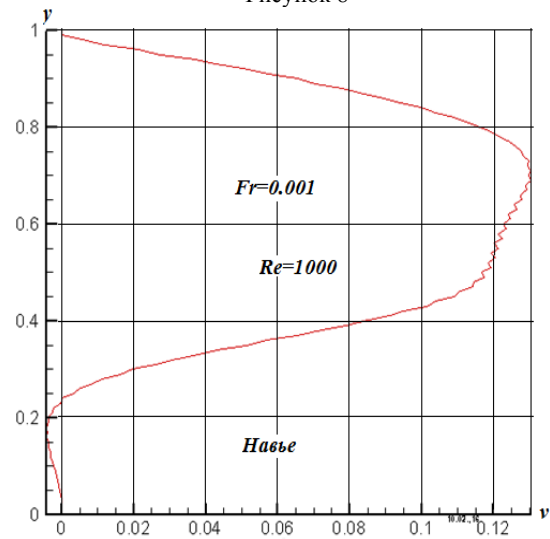


Рисунок 10

Примечание. Для уравнений Гельмгольца применялись традиционные разностные схемы [4]. Проблема необходимого дополнительного к (1') граничного условия для скорости в уравнениях Гельмгольца осталась открытой.

ВЫВОДЫ

Результаты теоремы и численные расчеты, представленные на рис.1- рис.10, показывают непригодность применения уравнений для ротора скорости и функций тока для исследований течений вязкой жидкости. Во-пер-вых, в пространственных (3-хмерных) течениях неосуществимы вычисления $\vec{\psi}|_{t=0}, \vec{\psi}|_{\sigma}$. Во-вторых, неосуществимо точное выполнение начальных и граничных условий для скорости $\vec{v}|_{t=0} = \vec{d}(\vec{r}), \vec{v}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t), \vec{r} \in \sigma$

Например, в разностных схемах уравнений Гельмгольца граничные значения скорости $\vec{v}|_{\sigma} = \vec{\varphi}(\vec{r}, t), \vec{r} \in \sigma$ удовлетворяются с погрешностями, определяемыми плотностью сетки и разностными формулами типа Тома, Вудса, Кусковой и др).

Следует **кардинальный вывод:** законы физики должны выполняться неукоснительно в естественной форме типа (1). При любом дифференцировании естественные законы физики ликвидируются, образуются уравнения типа (2). Таким образом, использование производных от законов физики в различных сочетаниях приводит к искусственным уравнениям, не являющимися адекватными математическими моделями исследуемого процесса. Дифференцирование законов физики есть преднамеренное их нарушение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика - М.: «Наука». 1982г. С.621.
 [2] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: «Наука», 1973г. С.847.
 [3] Джакупов К.Б. Коррекции теоретических парадоксов механики сплошной среды.- Алматы: Изд-во «Гылым ордасы», 2015г. С.376.
 [4] Джакупов К.Б. Простые разностные схемы для уравнений гидроаэротермодинамики.- Алматы: Изд-во КазНУ им.аль-Фараби, 2004г. С.246

REFERENCES

- [1] Landau L.D., Lifshic E.M. *Gidrodinamik* – М.: “Nauka”. 1982.P.621. (in Russ.)
 [2] Loitsiansky L.G. *Fluid Mechanics*.-М.: “Nauka”. 1982.P.621. (in Russ)
 [3] Jakupov K.B. Correction of continuum mechanics theoretical paradoxes – Almaty: publishing house «K2», 2009. P.376
 [4] Jakupov K.B. Простые разностные схемы для уравнений гидроаэротермодинамики.- Almaty:: publishing house “КазНУ им.Аль-Фараби”, 2004. P.246

ЖЫЛДАМДЫҚ РОТОРЫНЫҢ ЖӘНЕ АҒЫС ФУНКЦИЯСЫНЫҢ ТЕНДЕУЛЕРІМЕН ТҮТҚЫРЛЫ СҰЙЫҚТЫҚТАРДЫҢ ҚОЗҒАЛЫСЫН МОДЕЛЬДЕУ

К.Б. Жақып-тегі

ҚР БҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

Түйін сөздер: ротор, жылдамдық, қысым, ағыс функциясы, эквивалентсіздік.

Аннотация. Жылдамдықтың ротор теңдеулерінің тұтқырлы сұйықтықтардың қозғалысының теңдеулеріне эквивалентсіздігі туралы теорема дәлелденген. Гельмгольцтың теңдеулерінің шешімдері Навье теңдеулерінің шешімдерімен ажырасатындығы сандық түрде көрсетілген.

Поступила 17.06.2016 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Процессы в околоземном космическом пространстве

<i>Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г., Абдрахманов Н.</i> Статистика ночных увеличений электронной концентрации в максимуме F2-слоя.....	5
<i>Сомсиков В.М.</i> О природе бифуркации динамических систем.....	11
<i>Жантаев Ж.Ш., Грищенко В.Ф., Мукушев А.</i> Схемотехническое моделирование защиты электронной аппаратуры от электростатического разряда.....	15
<i>Антонова В.П., Крюков С.В., Луценко В.Ю., Чубенко А.П.</i> Эффекты землетрясений в интенсивности нейтронов тепловых энергий на высокогорной станции Северного Тянь-Шаня.....	20
<i>Салихов Н.М.</i> Новый метод регистрации динамики вспышек ионизации в ионосфере аппаратно-программным комплексом доплеровских измерений на наклонной радиотрассе.....	27

Наземно-космические методы исследования геодинимических процессов в земной коре

<i>Вилев А.В., Жантаев Ж.Ш., Стихарный А.П.</i> Динамика сезонных движений GPS станций на территории Северного Тянь-Шаня.....	34
<i>Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Тойшиев Н.С., Калдыбаев А., Нуракунов С.</i> Вариации солнечной активности и пространственно-временное распределение сильных землетрясений ($M \geq 7.0$) на территории Евразии в 1973-2014 гг.....	40
<i>Бибосинов А.Ж., Шигаев Д.Т., Калдыбаев А.А., Нуракунов С.М., Бреусов Н.Г., Мамырбек Г.Б.</i> Исследование Шардаринского гидрокомплекса методом георадиолокации.....	46
<i>Бибосинов А.Ж., Нуракунов С.М., Калдыбаев А.А., Шигаев Д.Т.</i> Эффективность применения георадиолокационного метода при изучении инженерно-геологических условий на участках Алматинского метрополитена приповерхностного залегания.....	50
<i>Шигаев Д.Т., Мунсызбай Т.М.</i> Маломощная солнечная теплоэлектростанция с максимальным использованием энергии Солнца.....	56
<i>Жантаев Ж.Ш., Хачикян Г.Я., Кайраткызы Д., Андреев А.</i> Долговременные тренды в вариациях продолжительности земных суток и частоты возникновения на планете землетрясений.....	62
<i>Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Сералиев А., Хасанов Э.</i> Пространственное распределение характеристик главного геомагнитного поля и эпицентров глубокофокусных ($h > 350$ км) землетрясений по данным 1973-2014 гг.....	67

<i>Исанова М.К., Коданова С.К., Рамазанов Т.С., Бастыкова Н.Х., Габдуллин М.Т., Молдабеков Ж.А.</i> Сечение рассеяния и тормозная способность в плотной плазме: влияние эффектов дифракции и динамического экранирования.....	73
<i>Кудайкулов А.А., Жозеранд К., Калтаев А.</i> Численное исследование процесса пальцеобразования при течении двух не смешивающихся жидкостей в канале.....	86
<i>Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жумангалиева Н.К.</i> Модель решающих правил для обнаружения аномалий в информационных системах.....	91
<i>Бапаев К.Б., Сламжанова С.С., Исаева Г.Б.</i> О дискретных неравенствах.....	101
<i>Боос Э.Г., Альменова А.М., Жуков В.В., Садыков Т.Х., Степанов А., Таутаев Е.М.</i> Исследование взаимодействий частиц космического излучения методом радиоизлучения на высоте 3340 метров над уровнем моря.....	110
<i>Джакупов К.Б.</i> О моделировании динамики вязкой жидкости уравнениями ротора скорости и функции тока.....	117
<i>Джакупов К.Б.</i> Эффективное применение уравнений максвелла и закона ома в численном моделировании двухфазных процессов магнитной гидродинамики.....	124
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Сахиев С.К., Жаугашиева С.А., Нурбакова Г.С., Мукушев Б.А.</i> Вычисление ширины распада $\omega(782)$ мезона для реакции $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ в ковариантной модели кварков.....	135
<i>Калмурзаев Б.С.</i> О полурешетках роджерса двухэлементных семейств разностей в п. множеств.....	141
<i>Кошеров Т.С., Жумабекова Г.Е.</i> Исследование структуры и фазового состава поверхности кремния при температурном и лазерном воздействии.....	147
<i>Кошеров Т.С., Көшикбай Б.Қ.</i> Особенности напряженного состояния пластин кремния в процессе термического отжига.....	156
<i>Курманбаев Д.М.</i> Солитонная деформация поверхности энепера третьего порядка.....	163
<i>Майлебаева Д., Тилегенова Д.</i> Метод параметризации при решении трансцендентных уравнений.....	168
<i>Мамаев Ш.М., Даниярбек Р.Н.</i> Ұзындығы шектелген стерженде пластикалық облыстың және кернеуді жеңілдету толқындаларының құрылуын торлық-характеристика әдісімен зерттеу.....	173
<i>Оңгарбаева А.Д.</i> Электрондық білім беру ресурстарын оқу процесінде болашақ мұғалімдерді оқытуда қолдану.....	184
<i>Сүйменбаев Б.Т., Алексеева Л.А., Сүйменбаева Ж.Б., Гусейнов С.Р.</i> Моделирование динамики космического аппарата в гравимагнитном поле земли в системе «MATLAB SIMULINK».....	188
<i>Туленбаев К.М., Шаймарданова Ж.Н., Габдуллин Б.</i> Структурные свойства (α, β) – коммутативных алгебр.....	208
<i>Сарсенгельдин М.М., Касабек С., Сагидолла Б.М.</i> Точное и приближенное решения двухфазовой обратной задачи Стефана.....	214