

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

4 (308)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2016 ж.

ИЮЛЬ – АВГУСТ 2016 г.

JULY – AUGUST 2016

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 168 – 172

**PARAMETRIZATION METHOD
FOR SOLVING TRANSCEDENTAL EQUATIONS**

D. Maylebayeva, D. Tilegenova

Republic Mathematics and Physics School, Almaty, Republic of Kazakhstan

e-mail: maylebaeva@gmail.com , didara_tilegenova@mail.ru

Key words: transcendental equation, parameterization, exponential function, logarithmic function

Abstract. Since there is no general method of solution for transcendental equations, this type of equations is quite difficult. Often transcendental equations often do not have closed-form solutions, we can only solve it approximately (Dichotomy method, Newton's method). In practice, solving transcendental equations we should extremely know the equation has a solution or not and what the number of roots it has (it's more important than knowledge of exact values of roots). E.g., for polynomials this problem can be solved by using Sturm's theorem).

In our work based on the method of parameterization we investigated what number of roots various types of transcendental equations have. We consider three type of equations in which the left-hand side is an exponential or logarithmic function and the right-hand side is a linear or quadratic function. Obtained results are presented in Theorems 1-3.

**МЕТОД ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ
ТРАНСЦЕДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Д. Майлебаева, Д. Тилегенова

Республиканская физико-математическая школа, Алматы, Республика Казахстан

Ключевые слова: трансцендентное уравнение, параметризация, показательная функция, логарифмическая функция.

Аннотация. Трансцендентные уравнения относятся к одному из сложных типов уравнений, так как отсутствует общий алгоритм решения. В каждом конкретном случае используется свой приём. Зачастую трансцендентное уравнение удаётся решить только приближённо (метод дихотомии, метод Ньютона (касательных) и др.) Для практического применения более важным является вопрос существования корней и их количества в зависимости от параметра, чем конкретное значение этих корней (например, для многочленов с этой задачей справляется метод Штурма отделения корней).

Используя метод параметризации, мы провели анализ трёх типов трансцендентных уравнений (содержащих показательную или логарифмическую функции в одной части уравнения, и линейную или квадратичную функцию в другой) на количество корней в зависимости от параметра. Результаты исследования изложены в теоремах 1-3.

В нашей работе нами показана возможность применения метода параметризации для решения трансцендентных уравнений. Нами исследовано несколько типов трансцендентных уравнений на количество корней в зависимости от параметра.

Введение

Трансцендентное уравнение – это уравнение, не являющееся алгебраическим. Обычно это уравнения, содержащие показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические функции. При решении трансцендентных уравнений зачастую возникает трудность в том, что нет общего алгоритма решения, а, зачастую, невозможно точно найти корни этого уравнения.

Существуют различные методы решения трансцендентных уравнений, которые делятся на прямые и итерационные. Прямые методы позволяют записать корни в виде некоторого конечного соотношения или в виде формулы. Итерационные методы приближенными методами.

Эти методы с момента создания и по сей день не теряют своей актуальности, так как необходимость решать трансцендентные уравнения присутствует в различных областях знания. При этом и для прямых, и для итерационных методов необходимо, прежде всего, знать количество корней.

В нашей работе используется метод параметризации для решения трансцендентных уравнений. Нами исследовано несколько типов трансцендентных уравнений на количество корней в зависимости от параметра.

1. Уравнения с показательной и линейной функциями

Пусть даны функции $f(x) = e^x$, $g(x) = -x$.

Рассмотрим функцию:

$$L_\alpha(x) = \alpha f(x) + (1 - \alpha)g(x) = \alpha e^x + (\alpha - 1)x,$$

где $\alpha \in \mathbf{R}$ – параметр.

Отметим, что эта функция определена и бесконечно дифференцируема на \mathbf{R} , следовательно, непрерывна на \mathbf{R} . Выясним, сколько корней в зависимости от α имеет уравнение

$$L_\alpha(x) = 0. \quad (1.1)$$

Вычислим первую и вторую производную этой функции

$$L'_\alpha(x) = \alpha e^x + (1 - \alpha)(-1) = \alpha e^x - (\alpha - 1), \quad L''_\alpha(x) = \alpha e^x. \quad (1.2)$$

Рассмотрим различные случаи значения параметра α .

Случай 1.1 : $\alpha < 0$.

Отметим, что $L'_\alpha(x) = \alpha e^x + (\alpha - 1) < 0$, следовательно, функция $L_\alpha(x)$ убывает на $(-\infty, +\infty)$, при этом

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} L_\alpha(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} L_\alpha(x) = +\infty.$$

Функция, $L_\alpha(x)$ непрерывна, значит, уравнение (1.1) имеет один действительный корень.

Случай 2: $\alpha = 0$.

При $\alpha = 0$ функция $L_\alpha(x)$ имеет вид

$$L_\alpha(x) = L_0(x) = g(x) = -x.$$

Уравнение (1.1) имеет единственный корень $x = 0$.

Случай 3: $0 < \alpha < 1$.

В этом случае

$$L'_\alpha(x) = 0$$

при

$$x = x_0 = \ln \frac{1 - \alpha}{\alpha} = \ln \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) > 0.$$

Так как $L''_\alpha(x_0) = \alpha e^{x_0} = 1 - \alpha > 0$, то в точке $x = x_0$ наблюдается минимум.

Отметим, что x_0 – единственная точка минимума, и

$$\begin{aligned} L_\alpha(x_0) &= \alpha e^{x_0} + (\alpha - 1)x_0 = (1 - \alpha) + (\alpha - 1) \ln \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) = \\ &= (1 - \alpha) \left(1 - \ln \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \right). \end{aligned}$$

Найдём значение параметра $\alpha = \alpha_* \in (0, 1)$ при котором существует такая точка x_* , что

$$L_{\alpha_*}(x_*) = L'_{\alpha_*}(x_*) = 0.$$

Для этого решим систему

$$\begin{cases} L_{\alpha_*}(x_*) = 0, \\ L'_{\alpha_*}(x_*) = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_* e^{x_*} + (\alpha_* - 1)x_* = 0, \\ \alpha_* e^{x_*} + (\alpha_* - 1) = 0. \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе. Получим

$$(\alpha_* - 1)(x_* - 1) = 0$$

Так как $\alpha_* \in (0, 1)$, то $\alpha_* - 1 \neq 0$.

Значит, $x_* = 1$.

Тогда из первого уравнения системы имеем

$$\alpha_* e^1 + (\alpha_* - 1)1 = 0 \Leftrightarrow \alpha_*(e+1) = 1 \Leftrightarrow \alpha_* = \frac{1}{e+1} \in (0, 1).$$

Значит, искомое значение $\alpha_* = \frac{1}{e+1} \approx 0,26954178$ при $x_* = 1$.

Случай 3а: $0 < \alpha < \alpha_*$.

В этом случае $\ln\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) > \ln\left(\frac{1}{\alpha_*} - 1\right) = \ln e = 1$.

Значит в единственно точке минимума

$$L_\alpha(x_0) = (1 - \alpha) \left(1 - \ln\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\right) < 0.$$

Отсюда с учетом непрерывности функции $L_\alpha(x)$ и того, что

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} L_\alpha(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} L_\alpha(x) = +\infty,$$

уравнение (1.1) имеет два действительных корня.

Случай 3б: $\alpha = \alpha_*$.

Рассуждая аналогично случаю 3а с учетом того, что

$L_\alpha(x_0) = 0$ имеем, что уравнение (1.1) имеет единственный действительный корень $x = x_* = 1$.

Случай 3в: $\alpha_* < \alpha < 1$.

В этом случае $L_\alpha(x_0) > 0$ и уравнение $L_\alpha(x) = 0$ не имеет действительных корней.

Случай 4: $\alpha = 1$.

При $\alpha = 1$ функция $L_\alpha(x)$ имеет вид

$$L_\alpha(x) = L_1(x) = f(x) = e^x.$$

Следовательно, уравнение (1.1) не имеет действительных корней.

Случай 5: $\alpha > 1$.

В этом случае для всех $L'_\alpha(x) = \alpha e^x + (\alpha - 1) > 0$.

Следовательно, функция $L_\alpha(x)$ непрерывно возрастает. Исследуем поведение функции на бесконечности

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} L_\alpha(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} L_\alpha(x) = -\infty.$$

Значит уравнение (1.1) имеет один действительный корень.

Таким образом, справедлива следующая теорема:

Теорема 1. Уравнение $\alpha e^x + (1 - \alpha)(-x) = 0$

а) при $\alpha < 0$ имеет единственный отрицательный корень;

б) при $\alpha = 0$ имеет единственный корень $x = 0$;

в) при $0 < \alpha < \frac{1}{e+1}$ имеет два положительных корня;

г) при $\alpha = \frac{1}{e+1} \approx 0,26954178$ имеет один положительный корень;

д) при $\frac{1}{e+1} < \alpha \leq 1$ не имеет действительных корней;

е) при $\alpha > 1$ имеет единственный отрицательный корень.

Пример 1. Решить уравнение $2^x = 3x - 1$

Решение. Заметим, что $x = 1$, $x = 3$. Определим, имеются ли у данного уравнения другие корни. Найдём количество корней этого уравнения.

Исходное уравнение перепишем в виде

$$e^{x \ln 2} = 3 \left(x - \frac{1}{3}\right).$$

Сделав замену $\left(x - \frac{1}{3}\right) \ln 2 = u$, получим

$$e^u \cdot \sqrt[3]{2} = 3 \frac{u}{\ln 2}.$$

Отсюда

$$\alpha e^u + (1 - \alpha)(-u) = 0,$$

где $\alpha = \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \ln 2}{\sqrt[3]{2} \cdot \ln 2 + 3} \approx 0,22547974$.

Согласно теореме 1 последнее уравнение имеет 2 положительных корня, значит, исходное уравнение имеет два корня $x = 1$ и $x = 3$.

2. Уравнения с показательной и квадратичной функциями

Пусть даны функции

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = -x^2.$$

Рассмотрев функцию

$$L_\alpha(x) = \alpha f(x) + (1 - \alpha)g(x) = \alpha e^x + (1 - \alpha)(-x^2),$$

($\alpha \in \mathbf{R}$ – параметр) и проведя исследования, аналогичные как в п. 1 получим следующий результат.

Теорема 2. Уравнение $\alpha e^x + (1 - \alpha)(-x^2) = 0$

а) при $\alpha < 0$ не имеет действительных корней;

б) при $\alpha = 0$ имеет единственный корень $x = 0$;

в) при $0 < \alpha < \frac{4}{4+e^2}$ имеет три действительных корня (один отрицательный и два положительных);

г) при $\alpha = \frac{4}{4+e^2} \approx 0,351214$ имеет два действительных корня (один отрицательный и один положительный $x = 2$);

д) при $\frac{4}{4+e^2} < \alpha < 1$ имеет единственный отрицательный корень;

е) при $\alpha \geq 1$ не имеет действительных корней.

Пример 2. Решить уравнение $5^x = (x + 3)^2$

Решение. Нетрудно заметить, что $x = 2$ – корень данного уравнения. Найдем количество корней. Сделаем замену, $u = \ln 5 (x + 3)$, после несложных преобразований получим

$$\bar{b}e^u + (1 - \bar{b})(-u^2) = 0.$$

Здесь $\alpha = \frac{\ln^2 5}{5^3 + \ln^2 5} \approx 0,02030162629$. По теореме 2 последнее уравнение имеет три действительных корня (один отрицательный и два положительных).

Таким образом, исходное уравнение имеет три действительных корня (один меньше -3 , два других – больше -3). Одним из корней является $x = 2$, другие корни $x \approx -3.08362196540148$, $x \approx -2.90332082996586$ находятся с помощью приближенных методов.

3. Уравнения с логарифмической и линейной функциями

Рассмотрим уравнение $\ln x = kx + b$.

Это уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} x = e^{kx+b} = e^{kx} \cdot e^b, \\ x > 0. \end{cases}$$

Сделаем замену $c = e^b$, $kx = t > 0$. Получим

$$\begin{cases} \frac{t}{k} = ce^t \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ce^t + \frac{1}{k}(-t) = 0 \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases}.$$

Рассмотрим случай, когда $ck + 1 = 0$. Тогда

$$k = -\frac{1}{c} = -\frac{1}{e^b},$$

и система примет вид

$$\begin{cases} ce^t + \frac{1}{k}(-t) = 0 \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^t + t = 0 \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases}$$

Уравнение $e^t + t = 0$ имеет единственный отрицательный корень, значит, при $k > 0$ уравнение

$$\ln x = kx + b$$

не имеет корней, а при $k < 0$ имеет единственный положительный корень.

Рассмотрим случай, когда $ck + 1 \neq 0$. Тогда система примет вид

$$\begin{cases} \frac{ck}{ck+1}e^t + \frac{1}{ck+1}(-t) = 0 \\ \frac{t}{k} > 0 \end{cases}$$

При $\alpha = \frac{ck}{ck+1}$ сводится к уравнению

$$\bar{b}e^t + (1 - \bar{b})(-t) = 0.$$

Используя результаты **Теоремы 1**, получим

Теорема 3. Уравнение вида

$$\ln x = kx + b$$

- а) при $p \leq 0$ имеет единственный корень;
б) при $0 < p < \frac{1}{e}$, имеет два положительных корня;
в) при $p = \frac{1}{e}$, имеет один положительный корень;
г) при $p > \frac{1}{e}$ не имеет действительных корней.
Здесь $p = ke^b$.

Пример 3. Решить уравнение $\log_2 x = x - 5$

Решение. Методом подбора находим один из корней уравнения $x = 8$. Далее необходимо найти количество корней.

Исходное уравнение перепишем в виде

$$\ln x = x \ln 2 - 5 \ln 2.$$

Обозначив $k = \ln 2$, $b = -5 \ln 2$, вычислим

$$p = ke^b = \ln 2 \cdot \frac{1}{2^5} \approx 0,021.$$

Таким образом $0 < p < \frac{1}{e}$, значит, уравнение имеет два положительных корня. Один из корней $x = 8$ мы нашли, другой $x \approx 0.0319497793814306$ вычисляется приближённо.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач. Учеб. пособие для 10 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1989. – 384 с.: с ил.
[2] https://ru.wikipedia.org/wiki/Трансцендентное_уравнение
[3] Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений (в 2-х томах). Том 2. – М: Государственное издательство физико-математической литературы, 1957. – 620 с.
[4] Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. 3-е изд. испр. – М.: Наука, 1966. – 664с.
[5] Черкасов А. М. Численные методы. Решение задач. 2007. – 88с.

REFERENCES

- [1] Sharygin I. F. Optional course in Mathematics. Solving problems. M.: Prosveshhenie, 1989. 384 p. (in Russ.)
[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Transcendental_equation
[3] Berezin I. S., Zhidkov N. P. Computing methods (in 2 volumes). V. 2. M.: Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1957. 620 p. (in Russ.)
[4] Demidovich B. P., Maron I. A. Basics of Computational Mathematics. M.: Nauka, 1966. 664p. (in Russ.)
[5] Cherkasov A.M. Numerical methods. Solving problems. 2007. 88p. (in Russ.)

ТРАНСЦЕНДЕНТТІК ТЕҢДЕУДІ ШЕШУДЕГІ ПАРАМЕТРЛЕУ ӘДІСІ

Д. Майлебаева, Д. Тилегенова

Республикалық физика-математика мектебі, Алматы, Қазақстан Республикасы

Түйін сөздер: трансценденттік теңдеу, параметрлеу, көрсеткіштік функция, логарифмдік функция.

Аннотация. Шешу жолының жалпы алгоритмі болмауы себебінен трансценденттік теңдеулер күрделі теңдеулер түріне жатады. Әрбір дербес жағдайда сәйкесінше әдістер қолданылады. Көп жағдайда трансценденттік теңдеуді тек жуықтап шеше аламыз (дихотомия әдісі, Ньютон (жанамалар) әдісі және т.б.). Түбірлердің нақты мәндерінен бұрын практикалық қолданыстарда түбірінің бар немесе жоқ екені және олардың санының параметрге байланыстылығы маңыздырақ (мысалы, көпмүшеліктерге қатысты бұл сұрақты түбірлерді бөлу Штурм әдісі шешеді).

Параметрлеу әдісін пайдалана отырып біз трансценденттік теңдеулердің түбірлерін үш түрінің (бір жағында логарифмдік немесе көрсеткіштік, ал екінші жағында сызықтық немесе квадраттық функция) түбірлерінің параметрге байланыстылығын зерттедік. Зерттеудің қорытындысы 1-3 теоремаларда көрсетілген.

Поступила 17.06.2016 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Процессы в околоземном космическом пространстве

<i>Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г., Абдрахманов Н.</i> Статистика ночных увеличений электронной концентрации в максимуме F2-слоя.....	5
<i>Сомсиков В.М.</i> О природе бифуркации динамических систем.....	11
<i>Жантаев Ж.Ш., Грищенко В.Ф., Мукушев А.</i> Схемотехническое моделирование защиты электронной аппаратуры от электростатического разряда.....	15
<i>Антонова В.П., Крюков С.В., Луценко В.Ю., Чубенко А.П.</i> Эффекты землетрясений в интенсивности нейтронов тепловых энергий на высокогорной станции Северного Тянь-Шаня.....	20
<i>Салихов Н.М.</i> Новый метод регистрации динамики вспышек ионизации в ионосфере аппаратно-программным комплексом доплеровских измерений на наклонной радиотрассе.....	27

Наземно-космические методы исследования геодинимических процессов в земной коре

<i>Вилев А.В., Жантаев Ж.Ш., Стихарный А.П.</i> Динамика сезонных движений GPS станций на территории Северного Тянь-Шаня.....	34
<i>Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Тойшиев Н.С., Калдыбаев А., Нуракынов С.</i> Вариации солнечной активности и пространственно-временное распределение сильных землетрясений ($M \geq 7.0$) на территории Евразии в 1973-2014 гг.....	40
<i>Бибосинов А.Ж., Шигаев Д.Т., Калдыбаев А.А., Нуракынов С.М., Бреусов Н.Г., Мамырбек Г.Б.</i> Исследование Шардаринского гидрокомплекса методом георадиолокации.....	46
<i>Бибосинов А.Ж., Нуракынов С.М., Калдыбаев А.А., Шигаев Д.Т.</i> Эффективность применения георадиолокационного метода при изучении инженерно-геологических условий на участках Алматинского метрополитена приповерхностного залегания.....	50
<i>Шигаев Д.Т., Мунсызбай Т.М.</i> Маломощная солнечная теплоэлектростанция с максимальным использованием энергии Солнца.....	56
<i>Жантаев Ж.Ш., Хачикян Г.Я., Кайраткызы Д., Андреев А.</i> Долговременные тренды в вариациях продолжительности земных суток и частоты возникновения на планете землетрясений.....	62
<i>Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Сералиев А., Хасанов Э.</i> Пространственное распределение характеристик главного геомагнитного поля и эпицентров глубокофокусных ($h > 350$ км) землетрясений по данным 1973-2014 гг.....	67

<i>Исанова М.К., Коданова С.К., Рамазанов Т.С., Бастыкова Н.Х., Габдуллин М.Т., Молдабеков Ж.А.</i> Сечение рассеяния и тормозная способность в плотной плазме: влияние эффектов дифракции и динамического экранирования.....	73
<i>Кудайкулов А.А., Жозеранд К., Калтаев А.</i> Численное исследование процесса пальцеобразования при течении двух не смешивающихся жидкостей в канале.....	86
<i>Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жумангалиева Н.К.</i> Модель решающих правил для обнаружения аномалий в информационных системах.....	91
<i>Бапаев К.Б., Сламжанова С.С., Исаева Г.Б.</i> О дискретных неравенствах.....	101
<i>Боос Э.Г., Альменова А.М., Жуков В.В., Садыков Т.Х., Степанов А., Таутаев Е.М.</i> Исследование взаимодействий частиц космического излучения методом радиоизлучения на высоте 3340 метров над уровнем моря.....	110
<i>Джакупов К.Б.</i> О моделировании динамики вязкой жидкости уравнениями ротора скорости и функции тока.....	117
<i>Джакупов К.Б.</i> Эффективное применение уравнений максвелла и закона ома в численном моделировании двухфазных процессов магнитной гидродинамики.....	124
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Сахиев С.К., Жаугашиева С.А., Нурбакова Г.С., Мукушев Б.А.</i> Вычисление ширины распада $\omega(782)$ мезона для реакции $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ в ковариантной модели кварков.....	135
<i>Калмурзаев Б.С.</i> О полурешетках роджерса двухэлементных семейств разностей в п. множеств.....	141
<i>Кошеров Т.С., Жумабекова Г.Е.</i> Исследование структуры и фазового состава поверхности кремния при температурном и лазерном воздействии.....	147
<i>Кошеров Т.С., Көшикбай Б.Қ.</i> Особенности напряженного состояния пластин кремния в процессе термического отжига.....	156
<i>Курманбаев Д.М.</i> Солитонная деформация поверхности энепера третьего порядка.....	163
<i>Майлебаева Д., Тилегенова Д.</i> Метод параметризации при решении трансцендентных уравнений.....	168
<i>Мамаев Ш.М., Даниярбек Р.Н.</i> Ұзындығы шектелген стержеңде пластикалық облыстың және кернеуді жеңілдету толқындарының құрылуын торлық-характеристика әдісімен зерттеу.....	173
<i>Оңгарбаева А.Д.</i> Электрондық білім беру ресурстарын оқу процесінде болашақ мұғалімдерді оқытуда қолдану.....	184
<i>Сүйменбаев Б.Т., Алексеева Л.А., Сүйменбаева Ж.Б., Гусейнов С.Р.</i> Моделирование динамики космического аппарата в гравимагнитном поле земли в системе «MATLAB SIMULINK».....	188
<i>Туленбаев К.М., Шаймарданова Ж.Н., Габдуллин Б.</i> Структурные свойства (α, β) – коммутативных алгебр.....	208
<i>Сарсенгельдин М.М., Касабек С., Сагидолла Б.М.</i> Точное и приближенное решения двухфазовой обратной задачи Стефана.....	214