

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**4 (308)**

**ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2016 ж.**

**ИЮЛЬ – АВГУСТ 2016 г.**

**JULY – AUGUST 2016**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

**Мұтанов Г. М.**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

**Г. М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

**G. M. Mutanov**,  
academician of NAS RK

Editorial board:

**A.A. Ashimov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

**I.N. Vishnievski**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**  
**ISSN 1991-346X**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

**NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 188 – 207

UDC 531.5+537.63+004.942

**MODELLING OF SPACECRAFT DYNAMICS  
IN THE EARTH'S GRAVITY AND MAGNETIC FIELD  
IN THE MATLAB SIMULINK SYSTEM**

**B.S. Suimenbayev, L.A. Alexeyeva, Zh.B. Suimenbayeva, S.R. Gusseinov**

Kazakh National Research Technical University after K.I. Satpayev, Almaty  
[bts49@mail.ru](mailto:bts49@mail.ru), [alexeeva@math.kz](mailto:alexeeva@math.kz), [zbs115@mail.ru](mailto:zbs115@mail.ru), [samir.gusseinov@gmail.com](mailto:samir.gusseinov@gmail.com)

**Keywords:** satellite dynamics, orbital motion, rotation, Euler angles, Euler's equation, the geomagnetic field, the gravitational moment, magnetic moment, simulation, Matlab (Simulink)

**Abstract.** This study gives mathematical modeling in the Matlab (Simulink) system of nanosatellite dynamics in the Earth's gravity and magnetic field based on the rigid body model which is divided into two main stages: modeling of mechanics of translational motion of the center of masses of the nanosatellite in a gravitational field and its own rotary motion around its center of masses taking into account the impact of gravitational and magnetic forces and magnetization of the satellite. The simulator of the orbital environment is developed, its component blocks are described. On the basis of the developed model, multiple calculations of the orbital movement of the nanosatellite with the calculated physic and mechanical parameters which are close to parameters of the scientific and educational nanosatellite developed on stand base of Mission Control Center of the Kazakh national technical research university named after K.I. Satpayev are carried out. The results of calculations of the satellite motion around the center on the equatorial elliptical orbit and the forces and moments acting on it are given.

УДК 531.5+537.63+004.942

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КОСМИЧЕСКОГО  
АППАРАТА В ГРАВИМАГНИТНОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ  
В СИСТЕМЕ «MATLAB SIMULINK»**

**Б.Т. Суйменбаев, Л.А. Алексеева, Ж.Б. Суйменбаева, С.Р. Гусейнов**

Казахский национальный исследовательский технический университет  
им. К.И. Сатпаева, г. Алматы

**Ключевые слова:** динамика спутника, орбитальное движение, вращение, углы Эйлера, уравнения Эйлера, геомагнитное поле, гравитационный момент, магнитный момент, моделирование, Matlab (Simulink).

**Аннотация.** В работе проводится математическое моделирование в системе Matlab Simulink динамики наноспутника в гравимагнитном поле Земли на основе модели абсолютно твердого тела, которое разделяется на два основных этапа: моделирование механики поступательного движения центра масс наноспутника в гравитационном поле и собственного вращательного движения вокруг его центра масс с учетом воздействия гравитационных и магнитных сил и намагниченности самого спутника. Разработан имитатор орбитальной среды, описаны его составные блоки. На основе разработанной модели проведены многовариантные расчеты орбитального движения наноспутника с расчетными физико-механическими параметрами, близкими к параметрам научно-образовательного наноспутника, разрабатываемого на стендовой базе центра управления полетами Казахского национального технического исследовательского университета им. К.И. Сатпаева. Приведены результаты расчетов движения спутника вокруг центра на экваториальной эллиптической орбите и действующих на него сил и моментов.

Объектом исследования является математическое моделирование бортовой системы управления космическим аппаратом на стендовой базе центра управления полетами (ЦУП) Казахского национального исследовательского технического университета им. К.И. Сатпаева. Разрабатываемый в ЦУП наноспутник «Политех-1» является научно-образовательным космическим аппаратом, предназначенным для оперативного измерения магнитного поля Земли с высоты более 400 км и передачей измерительной информации на средства приёма университетского центра управления полетами.

Для анализа технологических процессов эксплуатации орбитальных средств, разработки технологии полунатурного исследования систем бортового оборудования, а также в образовательных целях необходимо разработать математические модели движения, управления и стабилизации наноспутника в окрестности программного движения с учетом его конструктивных особенностей. В настоящей работе проводится моделирование с использованием системы программирования Matlab Simulink динамики наноспутника в гравимагнитном поле Земли на основе модели абсолютно твердого тела, которое разделяется на два основных этапа: моделирование механики поступательного движения центра масс наноспутника и собственного вращательного движения вокруг его центра масс [1-2].

Для обеспечения программного движения космического аппарата (КА) на орбите, связанного с его назначением, необходим учет и оценка всех действующих сил. На космический аппарат, помимо притяжения Земли, действуют разнообразные силы: гравитационные силы тяготения небесных тел (Луны, Солнца, планет и др.), сила светового давления, электромагнитные силы, аэродинамические и др., которые в разной степени влияют на его движение. Эффект этого влияния зависит от типа КА и условий его движения: вид орбиты, ее наклонение, положение на орбите и др. Для не очень высоких орбит в первую очередь следует учитывать гравитационный и аэродинамический моменты. Сравнение моментов, действующих на стандартный КА, показывает [3-5], что моменты гравитационной, магнитной и аэродинамической природы, вообще говоря, сравнимы по величине. Однако применение специальных устройств (установка на КА сильных магнитов, или существенное перераспределение его массы с помощью выдвигания из корпуса КА длинных штанг или установка антенн и т.п.) позволяет сделать один из указанных моментов преобладающим над остальными даже на несколько порядков. В тех случаях, когда на КА требуется создать большой магнитный момент, используются либо установленные на нем соленоиды, по обмоткам которых пропускают ток, либо постоянные стержневые магниты [5-6]. Соленоиды употребляются в основном в системах активного управления ориентацией КА, а постоянные магниты – в системах пассивной стабилизации по геомагнитному полю [7-9]. Современные магнитные материалы позволяют обеспечить большой магнитный момент при малой массе магнита [6, 9].

Для стабилизации заданного движения КА вокруг центра масс используются разнообразные методы. Наиболее развиты методы гироскопической стабилизации [2,5], при которых на КА устанавливаются различные гироскопические системы. Они наиболее эффективны тогда, когда требуется обеспечить поступательное движение КА на орбите. Однако задачи наблюдения, дистанционного зондирования и др. часто необходимо определенное вращательное движение КА на орбите, что требует наличия эффективных управляющих систем, создающих и стабилизирующих требуемое движение.

Наблюдения показывают, если орбита КА достаточно удалена от поверхности Земли (400 км и более), то магнитные эффекты начинают весьма сильно сказываться на его движении относительно центра масс [3,7]. Появление этих эффектов определяется взаимодействием магнитного поля Земли и собственного магнитного поля КА, зависящего от наличия на КА токовых систем и постоянных магнитов, а также от намагничивания его оболочки. В настоящее время магнитная стабилизация движения КА на орбите достаточно широко используется. Поэтому изучение процессов магнитной стабилизации КА на орбите с усложнением математических моделей КА и действующих сил является актуальной научно-технической проблемой.

Здесь разработана и программно реализована математическая модель движения наноспутника «Политех-1» в гравимагнитном поле Земли, моделируемым магнитным диполем (стандартная модель Земли (WMM 2010)[12], в системе Matlab Simulink.

Графическая среда имитационного моделирования системы Matlab Simulink, позволяет строить разнообразные динамические модели при помощи блок-диаграмм в виде направленных графов. Интерактивная среда Simulink дает возможность использовать уже готовые библиотеки блоков для моделирования механических, электромагнитных и гидравлических систем, а также развивать модельно-ориентированный подход при разработке систем управления, средств цифровой связи устройств с натурным объектом в режиме реального времени и многое другое.

## 1. Основные характеристики наноспутника «Политех-1»

Проектирование наноспутника «Политех-1» (масса до 3 кг) проводится преимущественно с использованием готовых компонентов стандарта CubeSat - 3U. Он состоит из служебной платформы и полезной нагрузки. Полезной нагрузкой является научный высокоточный трёхкомпонентный феррозондовый магнитометр для измерения параметров постоянного магнитного поля Земли.

Управление наноспутником осуществляется по командной радиолинии по сформированной в ЦУП программе. Работы по планированию, приёму и обработке телеметрической информации, управлению университетским космическим аппаратом – осуществляются силами университета.

В состав наноспутника входят:

- служебная платформа;
- полезная нагрузка КА (ПН КА) (высокоточный феррозондовый магнитометр).
- В состав служебной платформы входят:
  - конструкция платформы (ChassisWalls 3U);
  - антенно-фидерное устройство (АФУ) диапазона УВЧ/ОВЧ;
  - бортовой приёмопередатчик диапазона УВЧ/ОВЧ (Helium -100);
  - бортовая цифровая вычислительная машина с интерфейсами для работы со служебными блоками и системами, полезной нагрузкой (Intrepid System Board, Tyvak NanoSatellite System LLC);
  - солнечные батареи стандарта CubeSat;
  - приборы системы управления движением.

Элементы служебных блоков и систем платформы максимально унифицированы с элементами служебных блоков стандарта CubeSat.

Выбор типоразмера служебной платформы КА проводился относительно стандарта CubeSat, который обеспечил бы размещение служебных систем и полезной нагрузки. В качестве такого типоразмера выбран размер 3U, который наиболее соответствует требуемым ограничениям по массе и энергетике. Основой конструкции является каркас из типоразмерного ряда CubeSat и солнечные батареи, также выполненные по стандарту CubeSat.

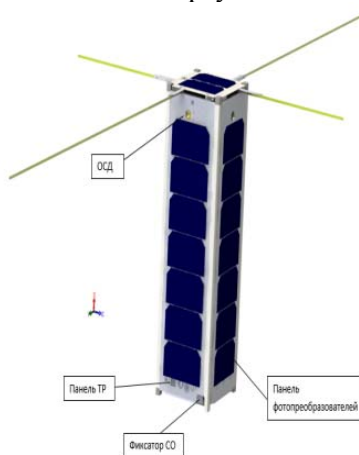


Рисунок 1 – Внешний вид наноспутника «Политех-1»

Космический аппарат представляет собой параллелепипед со сторонами 104Ч104Ч341 (в мм). Конструкция КА образуется платами на основе текстолита соединёнными между собой латунными шестигранными вставками, закреплёнными внутри каркаса из листов алюминия. Со стороны +X на торце установлен блок антенн УКВ диапазона. Внешние грани закрыты текстолитовыми панелями с встроенными в них фотопреобразователями и служебными магнитометрами. Солнечные датчики располагаются по осям +Y, +Z, -Y и -Z.

Массовая сводка наноспутника «Политех-1» приведена в таблице 1. Итоговая масса космического аппарата с учётом запаса не превышает 3 кг.

Таблица 1- Массовая сводка наноспутника

Компонент	Кол-во	Масса, кг
Конструкция, Chassis Walls 3U	1	0,439
Верхняя панель, Cover Plate Assembly for AntS antenna	1	0,05
Нижняя панель Base Plate Assembly, 2 Separation Switches	1	0,1
Крепёж СБ, Clips set	1	0,009
Крепёж СБ под систему раскрытия антенн, Solar Panel Clips Set for AntS Antenna	1	0,009
Крепёж внутренних панелей, Midplane Standoff Kit	2	0,01
Крепёж плат PC-104, Rod and Spacer Kit, 3U	1	0,05
Итого по конструкции		0,677
Платформа		
СБ 1U с МИО верхняя	1	0,044
СБ 3U с МИО боковые	4	0,16
Модуль электропитания, CubeSat EPS, CS-3UEPS2-NB	1	0,083
Модуль распределения питания, CubeSat PDM	1	0,06
АБ 20 Втч, CS-SBAT2-20	1	0,2
Антенная система УКВ	1	0,089
УКВ радиокomплекс, Hiliium -100	1	0,078
БЦВМ, Intrepid System Board	1	0,055
Солнечный датчик, CubeSat Sun Sensor	4	0,005
GPS приёмник, Novatel OEM615	1	0,024
Антенна GPS	1	0,05
БКС	1	0,2
Итого по служебной платформе		2,22
<b>Полезная нагрузка</b>	<b>Кол-во</b>	<b>Масса, кг</b>
ФЗМ Магнитометр	1	0,025
Блок электроники ФЗМ магнитометра	1	0,1
Итого по ПН		0,125
Резерв		0,478
Масса КА		3,0

## 2. Разработка имитатора орбитальной среды

Для разработки системы управления наноспутником построен иммитатор орбитальной среды, представленный на рисунке 2. Он состоит из восьми взаимосвязанных блоков:

1. Ввод и расчет начальных данных: координаты, скорость центра масс, угловые координаты и скорость КА (Earth's gravity, 6DOFD dynamics);
2. Расчет орбиты КА, скорости и положения его центра масс (6DOF Dynamics);
3. Расчет угловой скорости вращения КА и углов Эйлера (6DOF Dynamics);



4. Расчет действующего гравитационного момента (Gravity Gradient Model)
5. Расчет действующего магнитного момента (Torque Coils)
6. Расчет магнитногистерезисного момента (Hysteresis Material)
7. Вывод параметров текущего положения КА: координаты и скорости центра масс, угловые координаты и скорость (6DOF Dynamics, Position, Velocity, Attitude, 6DoF Animation).

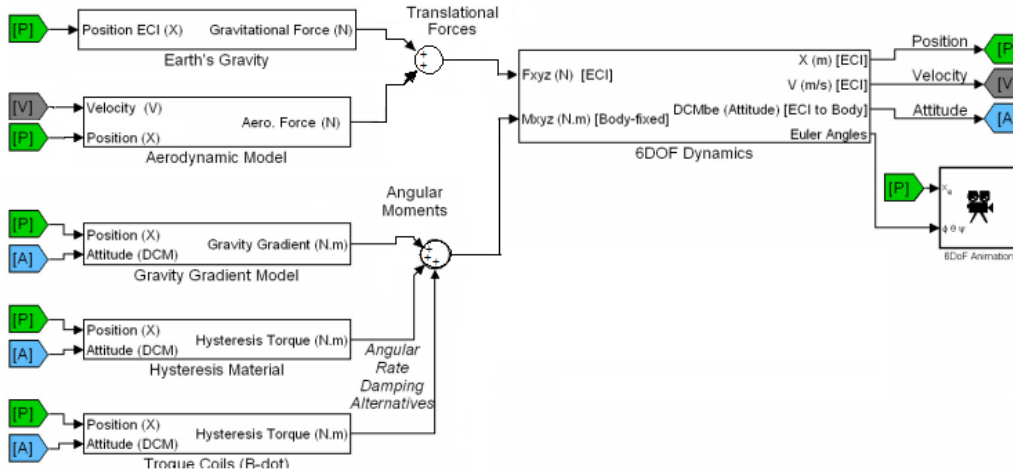


Рисунок 2 – Блок-схема имитатора орбитальной среды

**2.1. Входные данные. Расчетная схема блока 1.** Для описания движения наноспутника в качестве основной системы выбрана условно "неподвижная", т. е. *инерциальная система координат* (ИСК - XYZ), предназначенная для моделирования движения наноспутника по его орбите и "движущаяся" система координат, жестко связанная с телом спутника и участвующая во всех его движениях, так называемая *бортовая система координат* (БСК – X<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>Z<sub>1</sub>). Для удобства расчетов начало БСК совмещено с центром масс КА, а оси направлены вдоль его главных осей инерции (оси Кенига), которые определяются геометрией распределения масс в теле КА.

ИСК расположена в центре масс Земли с осью Z, направленной на северный полюс, ось X направлена в точку весеннего равноденствия, которая является пересечением плоскости эклиптики с экваториальной плоскостью Земли, а ось Y выбрана в соответствии с правилом правой тройки векторов. В начальный момент времени t<sub>0</sub> задаются координаты центра масс (ЦМ) КА и его скорость в ИСК (R<sub>0</sub>, V<sub>0</sub>).

Для описания вращения наноспутника вокруг центра масс используем углы эйлера θ, ψ, φ: угол прецессии ψ - это угол между осью X и линией узлов (линией пересечения плоскостей XY и X<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>), угол нутации θ – это угол между осями Z и Z<sub>1</sub>, *угол собственного вращения* φ - угол между линией узлов и осью X<sub>1</sub>.

Любое вращение в трехмерном пространстве может быть представлено как композиция поворотов вокруг трех ортогональных осей (например, вокруг осей декартовых координат). Этой композиции соответствует матрица направляющих косинусов, равная произведению соответствующих трех матриц поворота. Матрица направляющих косинусов определяет вращение между ИСК и БСК. Координаты вектора в БСК (X<sub>БСК</sub>) связаны с его координатами в ИСК (X<sub>ИСК</sub>) соотношением

$$X_{\text{БСК}} = C_{\text{Б-И}} \cdot X_{\text{ИСК}}$$

где матрица перехода C<sub>Б-И</sub> равна

$$C_{\text{Б-И}} = R_1(\psi) \cdot R_2(\theta) \cdot R_3(\varphi),$$

Здесь матрицы,

$$\mathbf{R}_1(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_2(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_3(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 0 \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

определяют последовательность вращений относительно осей ИСК. Положительным углом при этом соответствует вращение вектора против часовой стрелки в правой системе координат.

Также можно воспользоваться готовым блоком, который имеется в библиотеке Matlab Simulink - блок для расчета матрицы направляющих косинусов (Rotation Angles to Direction Cosine Matrix), который позволяет осуществлять процедуру перехода от одной системы координат в другую.

Проекции угловой скорости вращения КА в БСК  $(p, q, r)$  определяются через углы Эйлера и их скорости  $\dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$  формулами Пуассона:

$$\begin{aligned} p &= \dot{\psi} \sin(\theta) \sin(\varphi) + \dot{\theta} \cos(\varphi) \\ q &= \dot{\psi} \sin(\theta) \cos(\varphi) - \dot{\theta} \sin(\varphi) \\ r &= \dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

В начальный момент времени задаются углы Эйлера  $\theta(t_0), \psi(t_0), \varphi(t_0)$  и координаты угловой скорости в БСК  $p(t_0), q(t_0), r(t_0)$  и рассчитываются начальные  $\dot{\theta}(t_0), \dot{\psi}(t_0), \dot{\varphi}(t_0)$

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \frac{p \cdot \sin(\varphi) + q \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\theta)} \\ \dot{\varphi} &= r - p \frac{\sin(\varphi)}{\tan \theta} - q \frac{\cos(\varphi)}{\tan \theta} \\ \dot{\theta} &= p \cdot \cos(\varphi) - q \cdot \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (2)$$

Эти данные подаются на блоки 2 и 3 для расчета движения КА на орбите.

**2.2. Движение центра масс КА. Расчетная схема блока 2.** Гравитационное поле Земли определяется его гравитационным потенциалом  $U(x,y,z)$ , который может быть различным в зависимости от выбора стандартной модели Земли. Их существует несколько. Здесь оно моделируется гравитационным полем материальной точки (или однородного шара) с массой Земли  $(M)$ . В этом случае уравнение движения центра масс КА описываются уравнениями Ньютона:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \left( \frac{\mathbf{r}}{r} \right) = 0,$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , гравитационная постоянная  $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2}$ , и масса Земли  $M = 5.972 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ .

На рисунке 2 уравнения движения ЦМ КА представлены в виде блок – схемы Earth's gravity. На ее вход подаются координаты о положении центра масс наноспутника на орбите, а на выходе получается информация, о равнодействующей гравитационных сил, действующих на КА. Далее информация о действующей силе поступает в блок интеграторов, где ведется расчет орбитальной скорости и положения КА на орбите на основе (3).

Орбита наноспутника в этой модели является кеплеровой [10]. Плоскость орбиты проходит через центр Земли, перпендикулярно орбитальному вектору  $\mathbf{n}$ :

$$\mathbf{n} = \mathbf{r}(t_0) \times \mathbf{V}(t_0), \quad \mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)),$$

а линия узлов лежит в плоскости экватора и направлена вдоль вектора:

$$\mathbf{m} = \mathbf{e}_3 \dot{\chi} \mathbf{n}$$

Уравнение орбиты в этой плоскости имеет вид :

$$r = \frac{P_f}{1 + \varepsilon \cos(U - v_{\text{пер}})} \quad (3)$$

Здесь параметры орбиты: фокальный радиус  $P_f$  и эксцентриситет  $\varepsilon$  – характеризуют ее форму,  $v_{\text{пер}} = \text{const}$  – угловое расстояние перигея в плоскости орбиты от линии узлов, широта  $U = v_{\text{пер}} + v$ ,  $v$  – истинная аномалия.

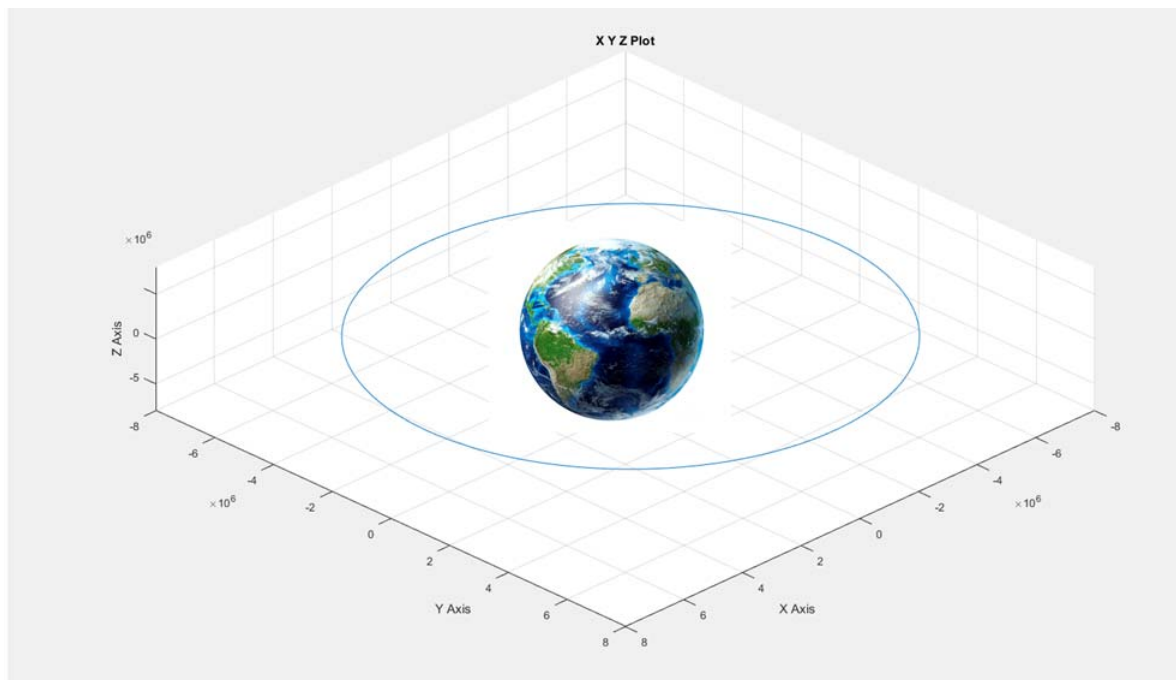


Рисунок 2 – Анимация траектории движения центра масс КА в гравитационном поле Земли, выполненная в программе Matlab (Simulink)

Моделировалось движение КА на высоких круговых и эллиптических орбитах. На рисунке 2 показана расчетная орбита, на которой определялась также ориентация КА.

В начальный момент времени спутник находился на расстоянии 400 км от поверхности Земли на оси X, и имел начальную скорость равную 7,772 км/с в направлении оси Y. Движению КА в гравитационном поле Земли с такими начальными условиями, будет соответствовать эллиптическая (экваториальная) орбита с параметрами: высота орбиты  $h$  – 400 км, период обращения  $T$  – 1.5 часа, наклонение  $\mu$  – 0 градусов, эксцентриситет  $\varepsilon$  - 0.026, большая и малая полуоси  $a$  - 6960.5 км,  $b$  - 6957 км.

**2.2. Вращение КА. Расчетная схема блока 3.** Уравнения движения КА вокруг центра масс описываются динамическими уравнениями Эйлера в системе координат, связанной с осями Кенига[1,2,14]:

$$\begin{aligned} A \cdot \frac{dp}{dt} &= q \cdot r \cdot (B - C) + M_1 \\ B \cdot \frac{dq}{dt} &= p \cdot r \cdot (C - A) + M_2 \\ C \cdot \frac{dr}{dt} &= p \cdot q \cdot (A - B) + M_3 \end{aligned} \quad (4)$$

где A, B, C – главные моменты инерции КА,  $M_1, M_2, M_3$  – проекции суммарного момента сил, действующих на КА, p, q, r – проекции вектора мгновенной угловой скорости вращения  $\omega$  на оси Кенига:

$$\omega = p \cdot e_1 + q \cdot e_2 + r \cdot e_3 \tag{5}$$

$e_1, e_2, e_3$  – орты БСК.

В блоке 3 (6DOF Dynamics) проводится интегрирование системы (4) с учетом моментов действующих сил относительно центра масс. Их можно разделить на внешние, связанные с воздействием гравимагнитного поля Земли и аэродинамическими силами, и внутренние, которые зависят от намагниченности самого КА и действующего управляющего момента, обеспечивающего программное вращение КА на орбите, связанного с его назначением.

Ниже в таблице 2 приведены основные типы возмущений, которые были учтены при моделировании динамики КА на орбите в данной модели.

Таблица 2 – Основные типы возмущений

Внешние типы возмущений	Диапазон высоты, при котором источник может считаться доминирующим
Гравитационный момент	500 – 35000 км
Магнитный момент	500 – 35000 км
Гистерезисный момент	на всех высотах

**2.3. Модель гравитационного момента. Расчетная схема блока 4.** Гравитационный момент ( $M_g$ ) является значительным источником углового момента для высокоорбитальных КА. Для того, чтобы вычислить гравитационный момент, действующий на спутник в текущий момент времени, необходимо знать положение КА на орбите, высоту и массовые характеристики спутника.

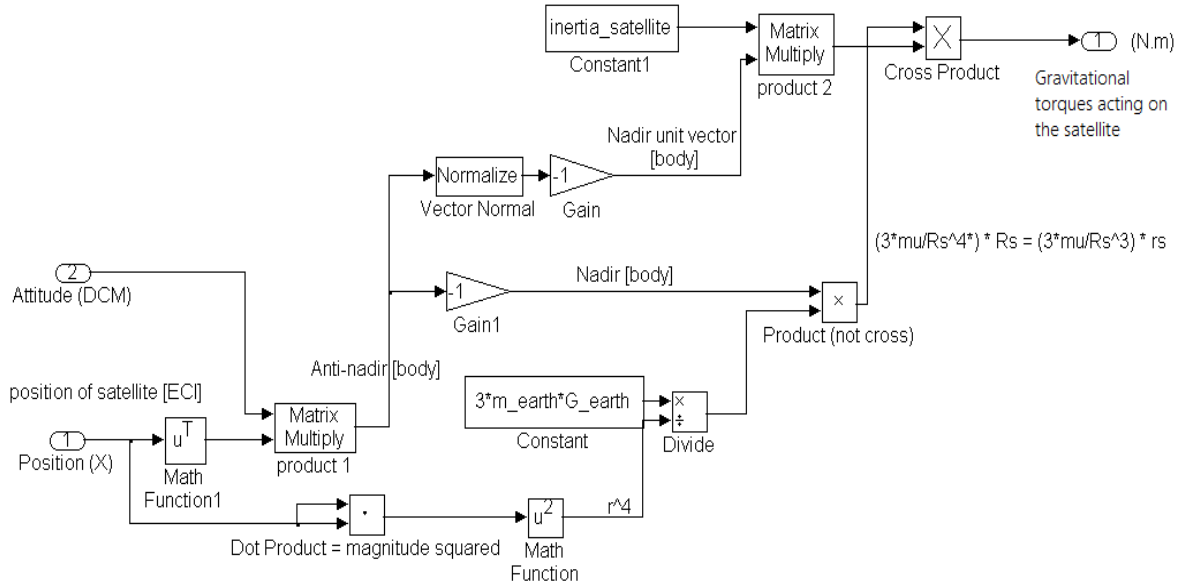


Рисунок 3 – Блок-схема расчета гравитационного момента Matlab (Simulink)

На рисунке 3 приведена блок – схема расчета гравитационного момента в системе Matlab (Simulink).

Для принятой модели гравитационного поля Земли здесь он вычисляется по формуле В.В. Белецкого [1,2]:

$$M_g = \frac{3\mu}{R_0^3} \cdot e_R \psi e_R \tag{6}$$

где  $\mathbf{e}_R$  – единичный вектор в направлении ЦМ КА:  $\mathbf{e}_R = \mathbf{r}/R_0$ ,  $R_0$  – расстояние от центра масс Земли до центра масс спутника,  $\mathbf{J}$  – тензор инерции КА. В БСК они имеют вид:

$$\mathbf{M}_g = \tau_1 \cdot \mathbf{e}_1 + \tau_2 \cdot \mathbf{e}_2 + \tau_3 \cdot \mathbf{e}_3,$$

$$\tau_1 = \frac{3\mu}{R_0^3} \cdot (C - B) \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3, \quad \tau_2 = \frac{3\mu}{R_0^3} \cdot (A - C) \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_3, \quad \tau_3 = \frac{3\mu}{R_0^3} \cdot (B - A) \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_2, \quad (7)$$

где  $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$  – координаты  $\mathbf{e}_R$  в БСК, определяются через скалярное произведение векторов:  $\gamma_j = (\mathbf{e}_R, \mathbf{e}_j)$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

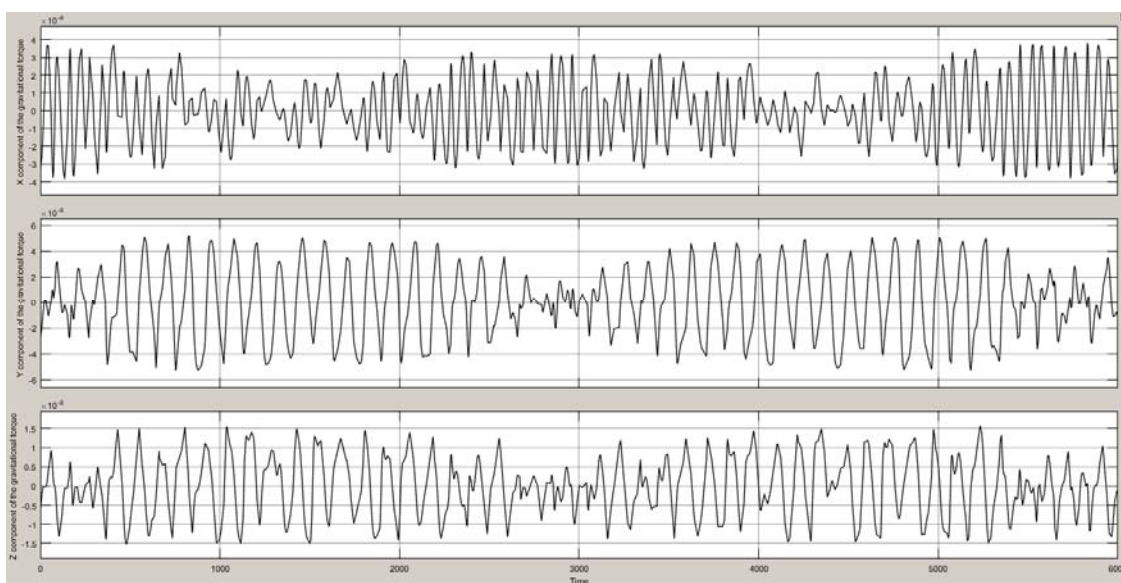


Рисунок 4 – Компоненты  $(\tau_1 \tau_2 \tau_3)$  вектора гравитационного момента  $\vec{M}_g$

На рисунке 4 приведены графики изменения компонент гравитационного момента в БСК на выше представленной расчетной траектории.

Как можно видеть из графика, на высоте в 400 км от поверхности Земли компоненты вектора гравитационного момента колеблются в пределах от  $-4 \cdot 10^{-8}$  до  $4 \cdot 10^{-8}$  Н·м. Для различных высот гравитационный момент, действующий на спутник, принимает разные значения, ослабевая с увеличением высоты.

**2.4. Моделирование магнитного поля Земли.** На вращение КА на околоземной орбите также влияет взаимодействие магнитного поля Земли и собственного магнитного поля КА, которое зависит от наличия на нем электрических токовых систем, постоянных магнитов, а также от намагничивания материала его оболочки. В большинстве прикладных задач магнитное поле Земли на высотах до 5000 км моделируется магнитным диполем (рисунок 5).

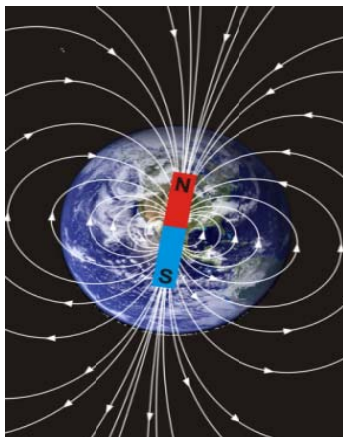


Рисунок 5 – Магнитное поле Земли как магнитный диполь (L-Shell magnetic field model)

Вектор плотности магнитного потока в некоторой точке  $\mathbf{X}$  на орбите определяется формулой (World Magnetic Model 2010):

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}) = \frac{a^3 H_0}{|\mathbf{X}|^3} \cdot [3(\mathbf{e}_m \cdot \mathbf{e}_x) \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_m] \quad (8)$$

где  $\mathbf{e}_m$  – единичный вектор оси магнитного диполя,  $\mathbf{e}_x = \mathbf{X}/|\mathbf{X}|$ ,  $a$  – экваториальный радиус Земли,  $H_0$  – напряженность магнитного поля на поверхности Земли (40 А/м). Приближение магнитного поля Земли вида (8) является достаточным для целей моделирования. Для более точных моделей необходимо измерение магнитного поля вдоль орбиты.

Известно, что магнитная ось Земли не совпадает с осью вращения и смещается с течением времени. Если пренебречь отклонением географического и магнитного полюсов Земли (около 11.5 °), то  $\mathbf{e}_m = \mathbf{E}_z$ . Здесь при моделировании было учтено, что ось магнитного диполя может не совпадать с осью вращения Земли.

**2.5. Магнитные моменты, действующие на КА.** Магнитные эффекты могут быть использованы для контроля и стабилизации положения спутника на орбите. Известно, что магнитный диполь, помещенный в магнитное поле, испытывает угловой момент в результате чего, диполь ориентируется по направлению магнитных силовых линий, подобно стрелке компаса, указывающей на север. Пассивная магнитная стабилизация использует набор постоянных магнитов, для того чтобы, ориентировать спутник по отношению к магнитному полю Земли. Кроме того возникает намагниченность КА от действия бортовой электроники, его радиоконтекста. Оболочка КА также быстро намагничивается магнитным полем Земли и как следствие, возникает гистерезисная картина, которая создает эффект затухания угловой скорости вращения спутника.

**2.5.1. Геомагнитный момент. Расчетная схема блока 5 (Torque Coils).** Здесь магнитный момент  $M_{\text{mgn}}$ , действующий на КА, обусловленный геомагнитным полем, моделируется взаимодействием дипольных магнитных моментов по формуле [3]:

$$\mathbf{M}_{\text{mgn}} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}(\mathbf{X}_{\text{mc}}) \quad (8)$$

где  $\mathbf{m}$  – магнитный дипольный момент КА [ $\text{A} \cdot \text{m}^2$ ],  $\mathbf{B}(\mathbf{X}_{\text{mc}})$  – вектор напряженности геомагнитного поля в центре масс КА.

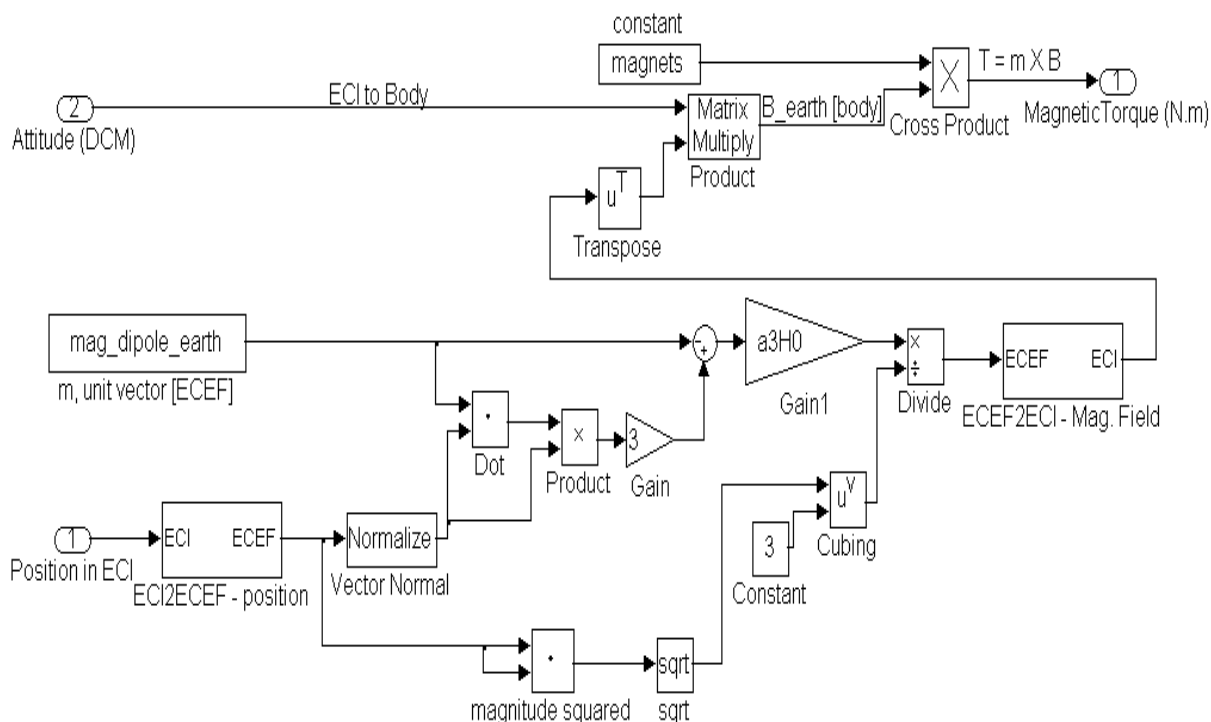
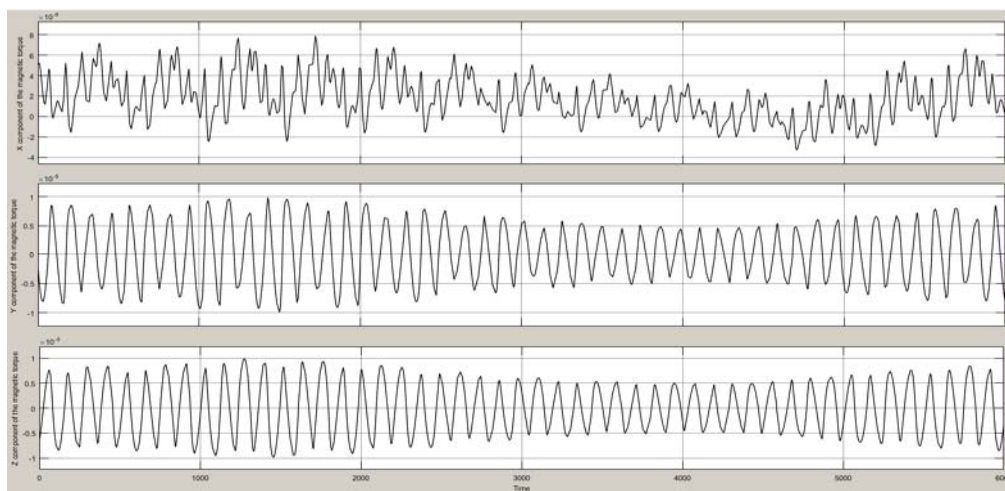


Рисунок 6 – Блок-схема расчета магнитного момента, действующего на КА (Matlab, Simulink)



( $h = 400$  км,  $T = 1.5$  часа,  $\mu = 0$  градусов,  $\epsilon = 0.026$ ,  $a = 6960$  км,  $b = 6957$  км)

Рисунок 7 – Компоненты ( $\tau_1$   $\tau_2$   $\tau_3$ ) вектора магнитного момента  $\vec{M}_{mgn}$

На рисунке 6 приведена модель магнитного момента, действующего на КА. На рисунке 7 приведены графики изменения компонент вектора магнитного момента, действующего на спутник, в БСК на расчетной орбите для одного периода движения КА по орбите. Как можно видеть, компоненты вектора магнитного момента на расчетной орбите колеблются, принимая максимальное значение  $10^{-7}$  Н·м в перигее и минимальное  $2 \cdot 10^{-8}$  Н·м в апогее.

**2.5.2 Магнитный гистерезисный момент.** Явление магнитного гистерезиса связано с намагничиванием и размагничиванием магнитного материала при изменении напряженности внешнего магнитного поля[6]. При движении и вращении КА в геомагнитном поле материал его оболочки намагничивается и размагничивается вдоль кривой гистерезиса, зависящей от его



свойств. При этом возникает дополнительный магнитный момент, влияющий на вращение КА на орбите. На рисунке 8 приведена кривая намагничивания ферромагнитного материала, где  $H_c$  – коэрцитивная сила,  $B_r$  – остаточная намагненность,  $B_s$  – насыщение плотности магнитного потока.

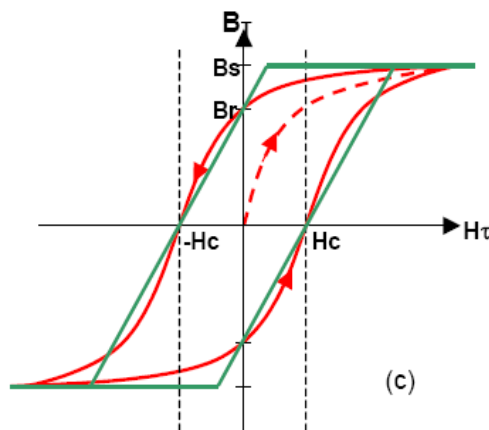


Рисунок 8 – Моделирование петли гистерезиса в Matlab, Simulink

Для расчета гистерезисного магнитного момента вначале вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  геомагнитного поля в месте нахождения КА определяется с использованием модели WMM 2010, которая описана в параграфе 2.4. Затем, с помощью матрицы перехода от ИСК в БСК, определяются его компоненты в БСК.

$$\mathbf{B}_{\text{Земли}}^{\text{БСК}} = (C_{\text{и-б}})^{-1} \cdot \mathbf{B}_{\text{Земли}}^{\text{ИСК}} \quad (9)$$

где  $C_{\text{и-б}}$  – матрица перехода от ИСК в БСК.

Плотность магнитного поля вычисляется с использованием приближенной модели петли гистерезиса, описанной выше:

$$\mathbf{V}_{\text{Г.М}} = \mathbf{F}_{\text{гистер}}(\mathbf{H}_{\text{Земли}}) \quad (10)$$

где  $\mathbf{H}_{\text{Земли}}$  – вектор напряженности геомагнитного поля,  $\mathbf{F}_{\text{гистер}}$  – функция описывающая кривую петли гистерезиса

$$\mathbf{H}_{\text{Земли}} = \frac{\mathbf{B}_{\text{Земли}}^{\text{БСК}}}{\mu_0} \quad (11)$$

$\mu_0 = 1.256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{ГН}}{\text{М}}$  [6]. Магнитный момент гистерезисного материала определяется формулой [6]:

$$\mathbf{m}_{\text{гистер}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{гистер}} \cdot \mathbf{V}_{\text{Г.М}}}{\mu_0} \quad (12)$$

где  $\mathbf{V}_{\text{гистер}}$  – векторный объем гистерезисного материала [11,13,15-16]. Гистерезисный магнитный момент, действующий на КА, рассчитываем по формуле

$$\mathbf{M}_{\text{гистер}} = \mathbf{m}_{\text{гистер}} \text{Ч} \mathbf{B}_{\text{Земли}}^{\text{БСК}} \quad (13)$$

На рисунке 9 приведена реализация модели гистерезисного момента, действующего на спутник вследствие намагничивания магнитных материалов, при движении КА вокруг магнитного поля Земли.



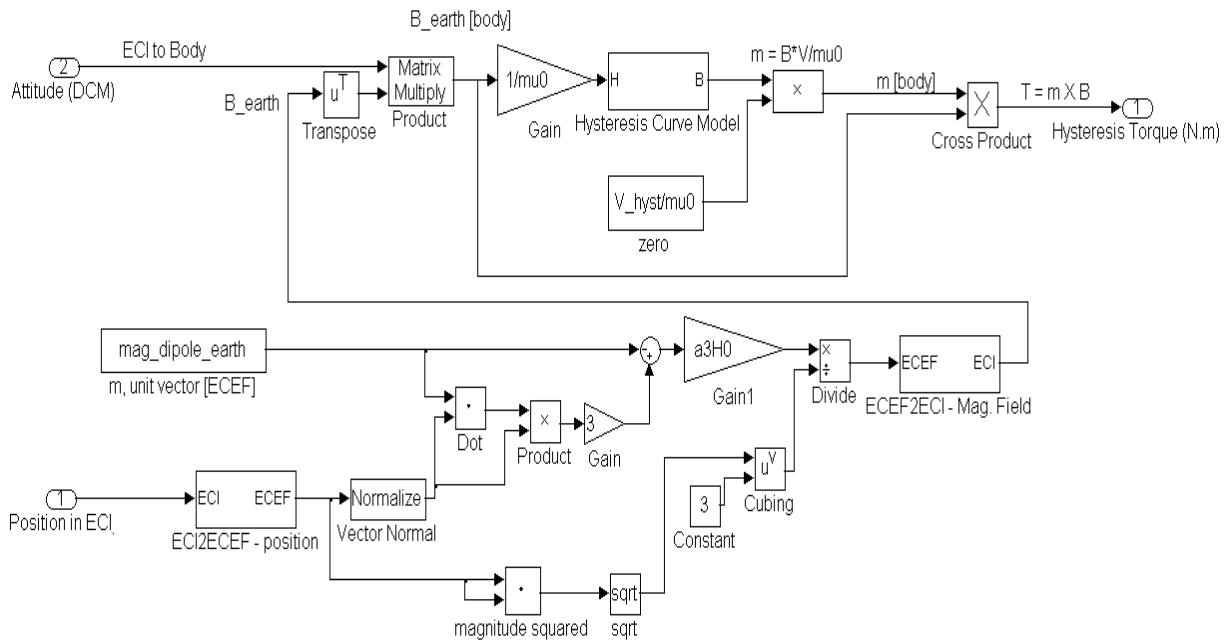


Рисунок 9 - Блок-схема расчета магнитного момента, вызванного гистерезисным материалом оболочки КА

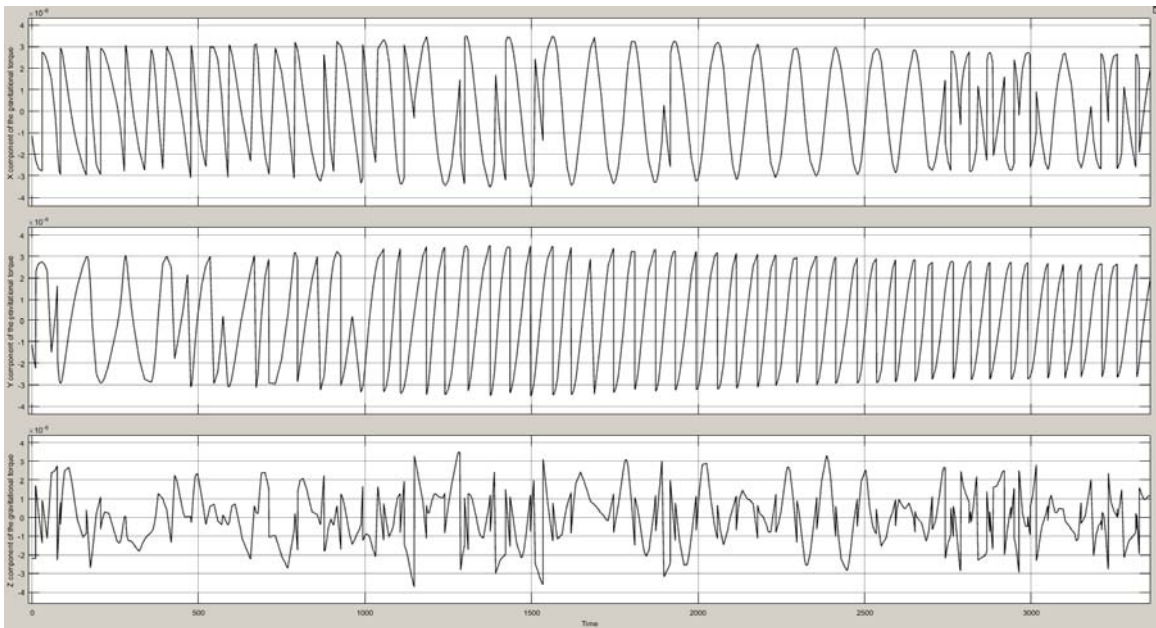


Рисунок 10 – Компоненты ( $\tau_1$   $\tau_2$   $\tau_3$ ) вектора гистерезисного момента в БСК, действующего на КА

На рисунке 10 показаны компоненты вектора гистерезисного магнитного момента, действующего на спутник в БСК, в течение одного периода движения КА по орбите. На графике видно, что на высоте в 400 км от поверхности Земли компоненты вектора гистерезисного момента колеблются в пределах от  $-3.5 \cdot 10^{-6}$  до  $3.5 \cdot 10^{-6}$  Н.м.

**3. Моделирование движения КА на экваториальной эллиптической орбите. Численный эксперимент.** Здесь приведены результаты, которые были получены на основе анализа и

моделирования движения КА в среде Matlab Simulink. При моделировании были учтены гравитационные, магнитный и гистерезисный моменты, действующие на движение КА. Здесь не учитывались аэродинамические силы и аэродинамический момент, которые на высотах уже выше 300 км несущественны, а на рассмотренной высоте практически нулевые (высокоорбитальный КА).

В таблице 2 и 3 приведены данные, которые были использованы при моделировании динамики наноспутника «Политех-1». Значения главных моментов инерции относительно центра масс КА были получены путем математических расчетов, используя данные о массе и размерах спутника, в среде MathCad 14.

Таблица 2 – Расчетные характеристики наноспутника

<b>Параметры КА</b>		<b>Значения</b>
Масса		3 кг
Размеры		10Ч10Ч30 см <sup>3</sup>
Моменты инерции		(0.0815; 0.09; 0.11) кгЧм <sup>2</sup>
<b>Магниты</b>		<b>Значения</b>
Полный объем		0.59 см <sup>3</sup>
Магнитный диполь		0.34 АЧм <sup>2</sup>
<b>Ферромагнитный материал</b>		<b>Значения</b>
Объем ферромагнитного материала (по направлениям x и y)		0.20см <sup>3</sup> (в направлении x) 0.20 см <sup>3</sup> (в направлении y)
Насыщение		0.73 Тесла
Коэрцитивная сила		1.59 А/м

Таблица 3 – Параметры орбиты наноспутника в ИСК

<b>№</b>	<b>Параметры орбиты спутника в ИСК</b>	<b>Значения параметров</b>
1	Высота орбиты	400 км
2	Орбитальная скорость движения (для экваториальной орбиты)	7,772 км/с
3	Период обращения (для экваториальной орбиты)	~1.5 часа
4	Наклонение орбиты	0 <sup>0</sup> (градусов)
5	Эксцентриситет	0.026
6	Большая полуось орбиты	6960.5 км
7	Малая полуось орбиты	6957 км

Также был реализован блок (six – degrees – of – freedom equations of motion) для расчетов углов Эйлера, траектории движения спутника, направляющих косинусов (необходимых для перехода из одной системы координат в другую, в данном случае из ИСК в БСК и наоборот), скорости изменения углов вращения и орбитальной скорости спутника. На рисунке 11 показана реализация всей схемы в целом, всех блоков.

На рисунках 12 – 13 приведены результаты моделирования движения КА на эллиптической орбите. На первом рисунке 12 приведены два графика, на первом графике показаны компоненты вектора орбитальной положения спутника на втором скорости, абсолютное значение которой в момент времени  $t = 0$ , равно приблизительно 7,7 км/с.

Как и должно быть, компоненты скорости спутника изменяются периодически с периодом - 1,5 часа. Движение происходит в плоскости XY, так как компонента  $V_z$  равна нулю, в течение всего периода времени.

На рисунке 13 – 16 представлены графики эйлеровых углов ( $\phi, \theta, \psi$ ), определяющие ориентацию спутника в ИСК. Начальные угловые скорости ( $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ ) и положения ( $\phi, \theta, \psi$ ) КА во всех случаях были выбраны произвольно. Для сравнения воздействия на ориентацию спутника различных моментов расчеты ориентации провели отдельно для каждого момента, а затем с учетом их суммарного воздействия.

Рисунок 13 соответствует случаю, когда момент сил, действующих на КА равен 0. Первая кривая показывает изменение угла  $\psi(t)$  в течении всего периода движение КА по орбите ( $T = 6000$  с), соответственно второй график показывает изменение угла собственного вращения  $\phi(t)$ , а третий изменение узла нутации –  $\theta(t)$  КА. Такой же порядок соблюдается и на рисунках 14 – 16.

Рисунки 14 – 15 соответствует случаям, когда на КА учитывается только либо магнитный момент, обусловленный магнитным полем Земли, либо гравитационный момент, обусловленный гравитационным полем Земли. Рисунок 16 соответствует случаю, когда на КА действует суммарный (гравитационный, магнитный и гистерезисный) момент.

На рисунке 13 показан случай, когда суммарный внешний момент, действующий на КА, равен 0. Как можно увидеть из графика, КА вращается с почти постоянной угловой скоростью ( $\omega_3 = 0.05$  рад/с) вокруг оси  $X_3$ , которая жестко связана с КА, и в то же время прецессирует вокруг оси  $Z$  неподвижной системы координат сначала в одном направлении потом в обратном с периодом приблизительно 1,5 минуты. Одновременно с вращением и прецессией КА наблюдается колеблющаяся нутация (с периодом около 1,3 мин) около начального угла.

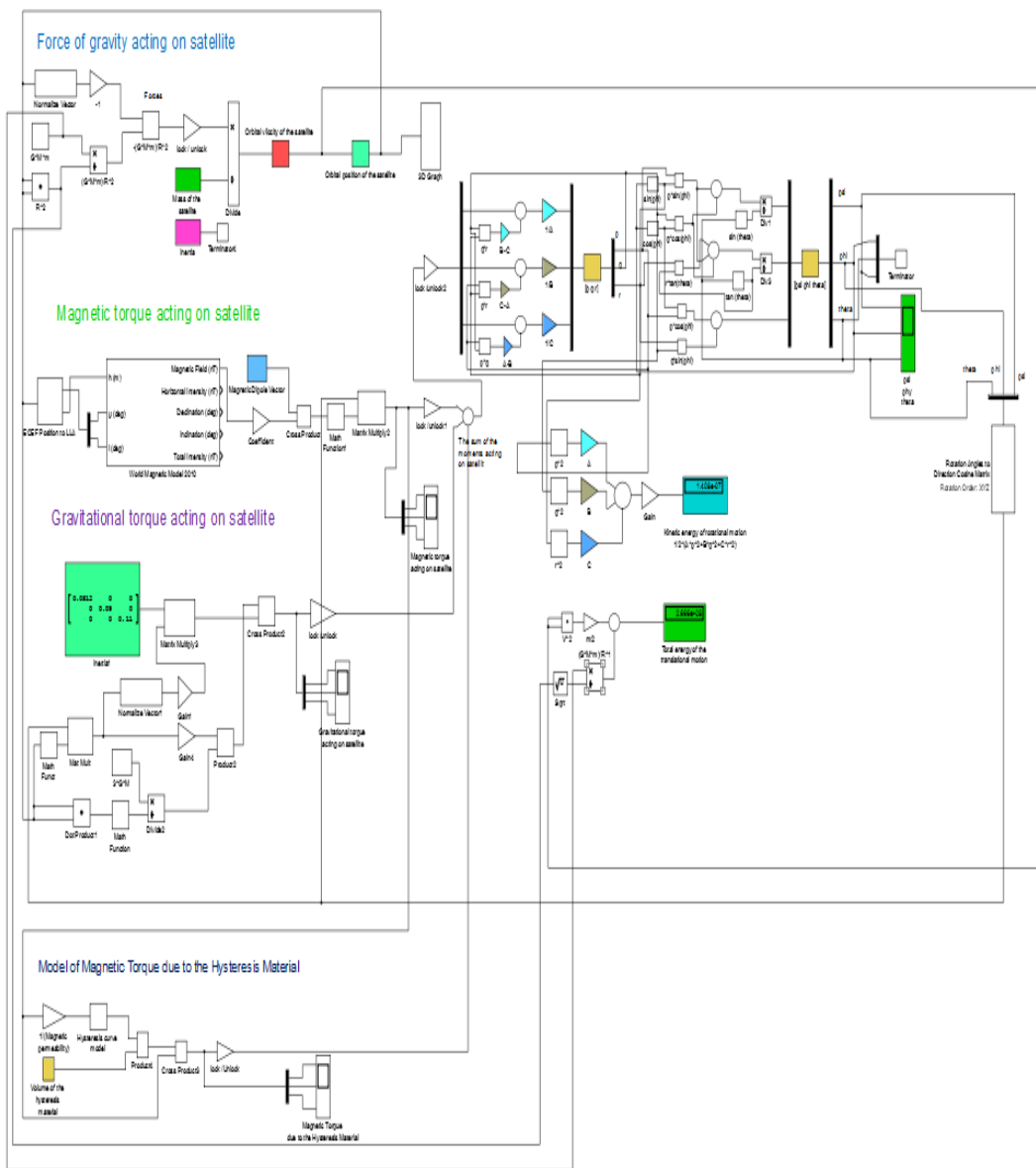
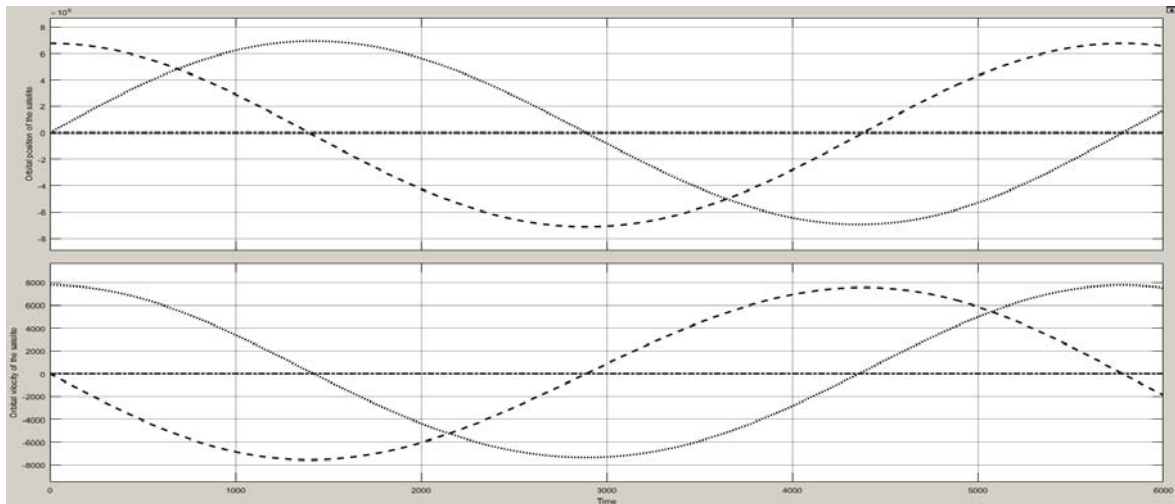
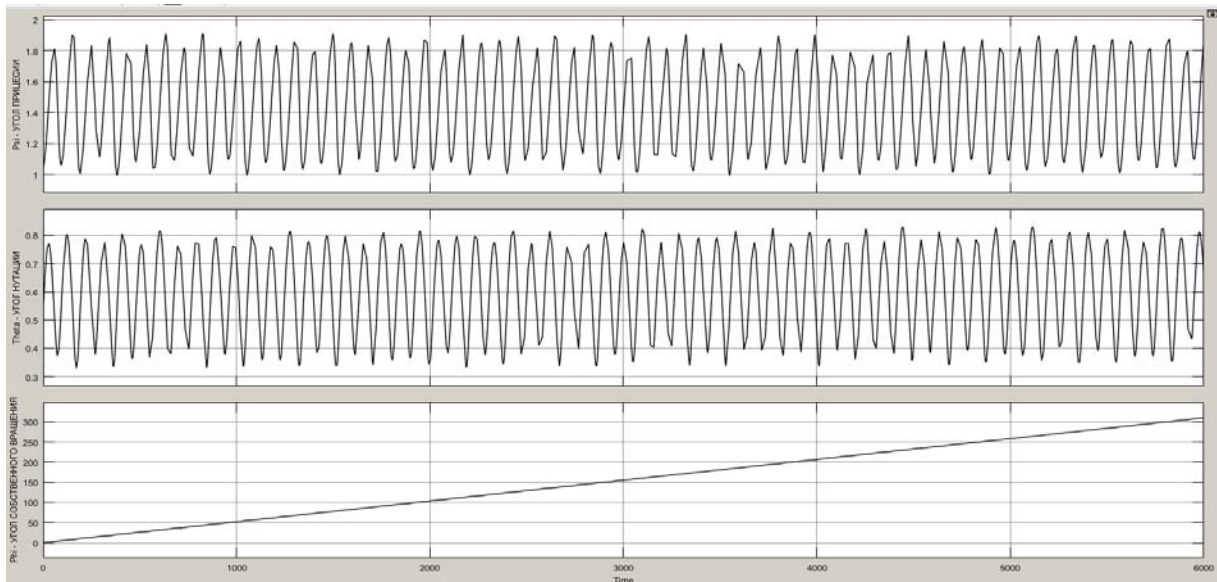


Рисунок 11 – Общая блок-схема модели движения наноспутника «Политех-1» под действием внешних сил и моментов в среде Matlab (Simulink)



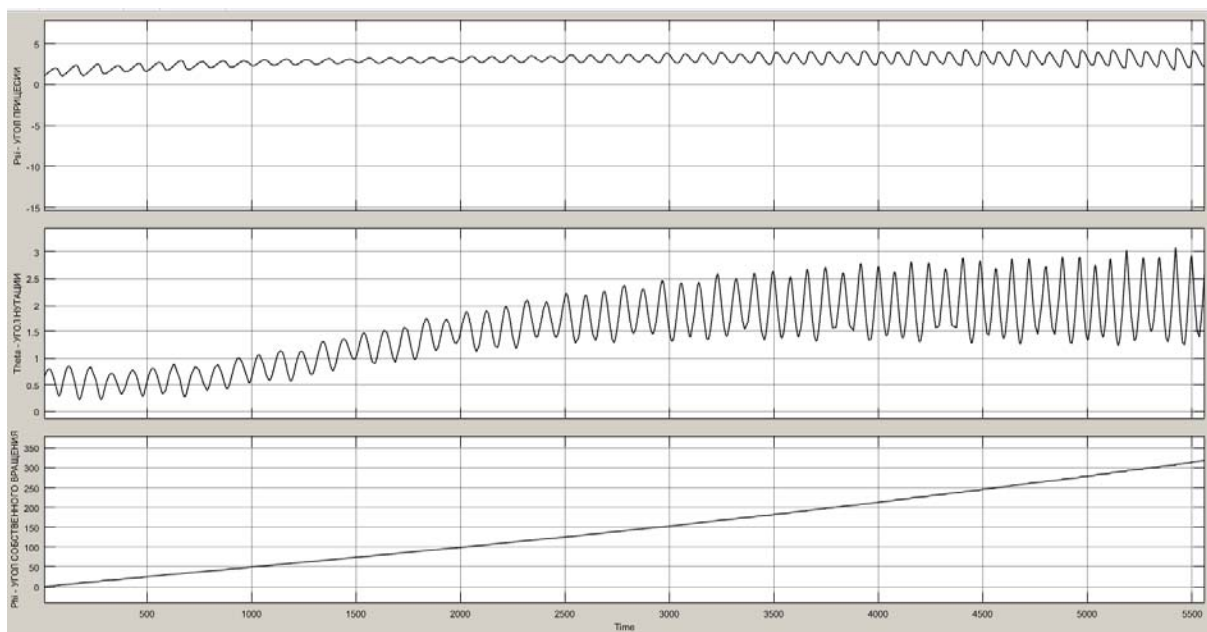
$(V_0 = [0 \ 7.768 \ 0] \text{ км/с}, R_0 = [6778 \ 0 \ 0] \text{ км}, T = 6000 \text{ с}; Z - \text{пунктирная кривая с точками}, X - \text{точечная кривая}, Y - \text{пунктирная кривая})$

Рисунок 12 – Орбитальное положение КА (верхний график) и Скорость КА (нижний график) на экваториальной орбите



$(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = [0.01 \ -0.01 \ 0.05] \text{ рад/с}, (\psi, \theta, \phi) = [\pi/3 \ \pi/4 \ \pi/6] \text{ рад}, T = 6000 \text{ с}$

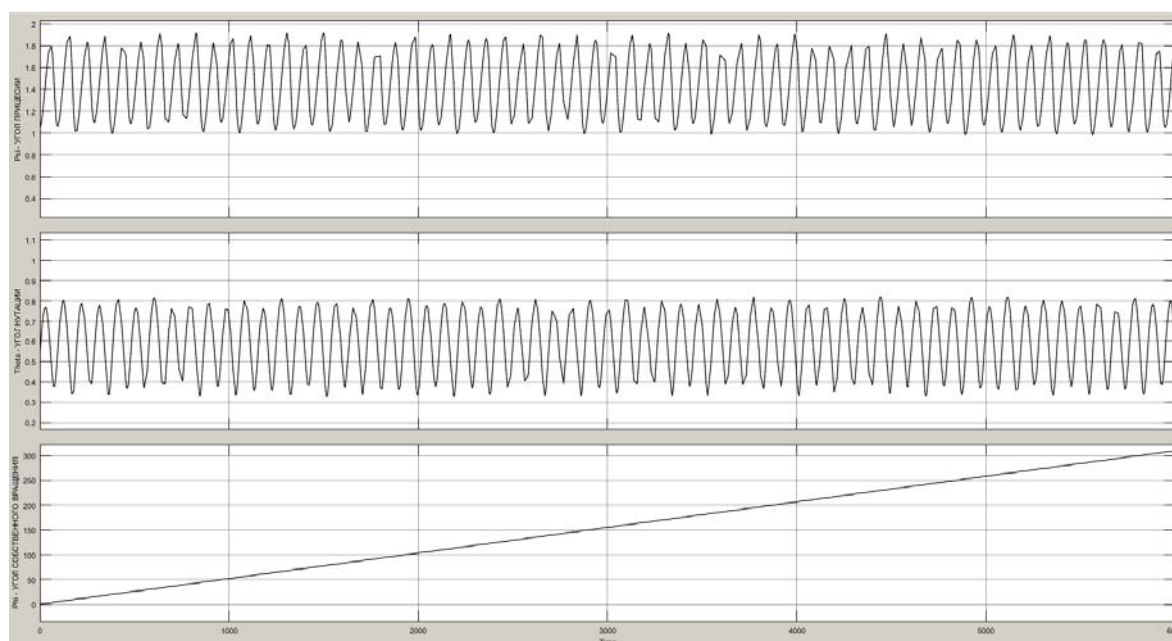
Рисунок 13 – Изменение эйлеровых углов  $\psi, \theta, \phi$  при движении КА на экваториальной орбите в отсутствии внешнего момента



$$(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = [0.01 \ -0.01 \ 0.05] \text{ рад/с}, (\psi, \theta, \phi) = [\pi/3 \ \pi/4 \ \pi/6] \text{ рад}, T = 6000 \text{ с}$$

Рисунок 14 – Изменение эйлеровых углов  $\psi, \theta, \phi$  при движении КА на экваториальной орбите с учетом магнитного момента

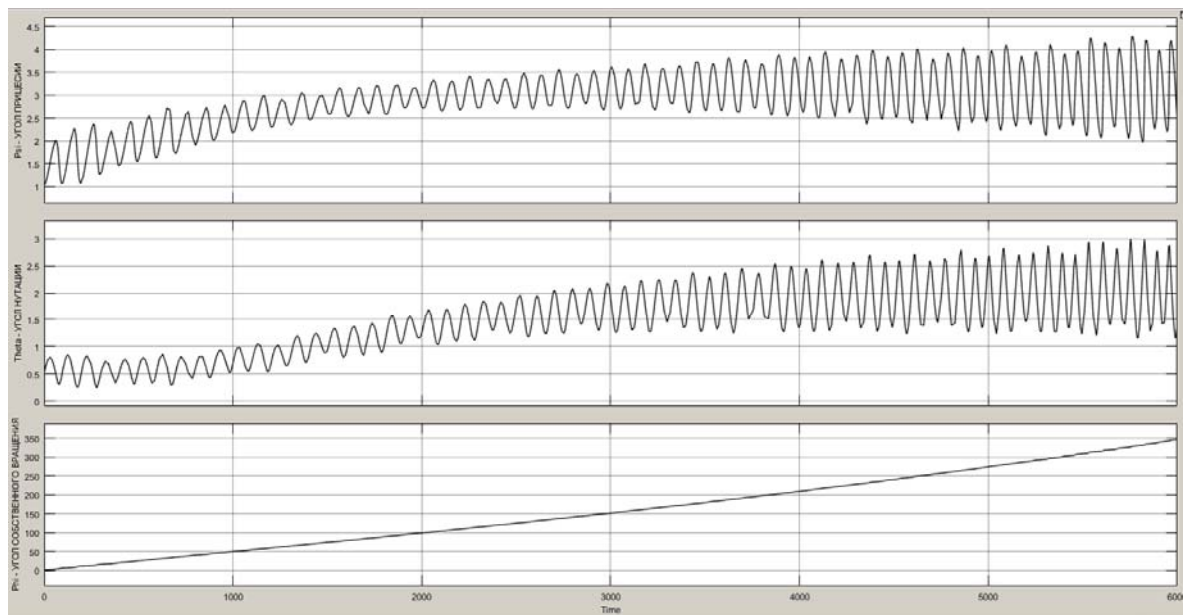
На рисунке 14 рассмотрен случай, когда на КА действует только геомагнитный момент. Как и в случае отсутствия внешних моментов, так и в этом, КА вращается с той же самой угловой скоростью вокруг оси  $X_3$ , и совершает прецессионное движение с такой же частотой, но с нарастающим углом  $\psi$ . Также наблюдается изменение угла нутации  $\theta$  со временем. Угол  $\theta$  совершает вначале периодические колебания с той же амплитудой около начального угла, что и на рисунке 13, но с большим периодом (1,83 минуты). На 16 минуте после начала  $\theta$  начинает заметно возрастать, переходя на колебания все с большей амплитудой, но уже около угла  $\pi/2$ .



$$(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = [0.01 \ -0.01 \ 0.05] \text{ рад/с}, (\psi, \theta, \phi) = [\pi/3 \ \pi/4 \ \pi/6] \text{ рад}, T = 6000 \text{ с}$$

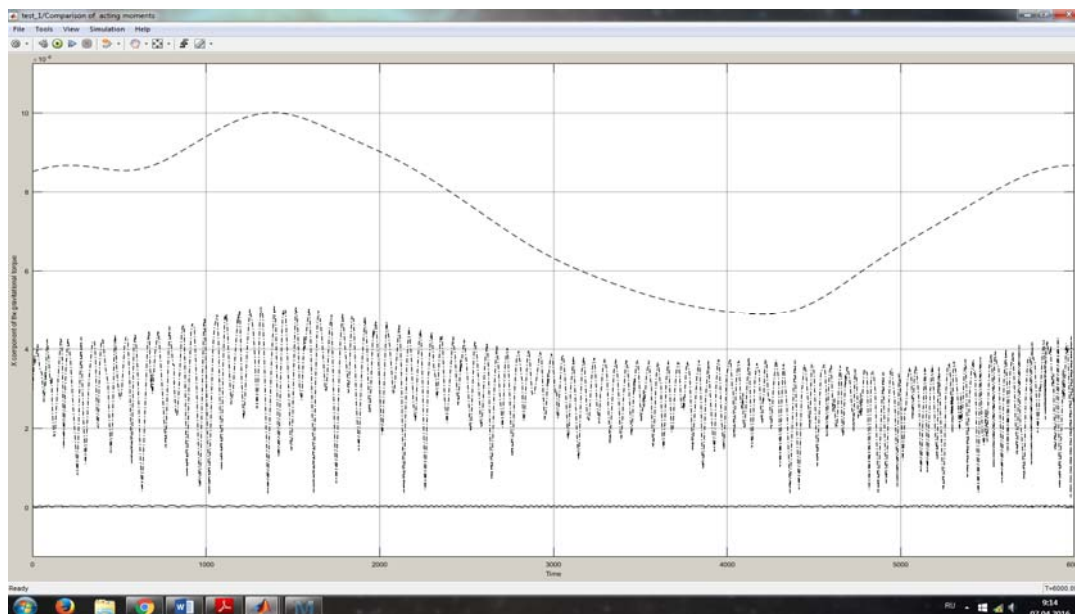
Рисунок 15 – Изменение эйлеровых углов  $\psi, \theta, \phi$  при движении КА на экваториальной орбите с учетом гравитационного момента

На рисунке 15 показан случай, когда на КА действует только гравитационный момент. Как будет показано ниже, ввиду малости значения гравитационного момента, по сравнению с геомагнитным, значительных изменений углов Эйлера при воздействии только гравитационного момента не происходит. Движение КА сопровождается небольшими изменениями угла прецессии и угла нутации при неизменной угловой скорости вращения вокруг главной оси инерции  $Z_1$ .



$$(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) = [0.01 \ -0.01 \ 0.05] \text{ рад/с}, (\psi, \theta, \phi) = [\pi/3 \ \pi/4 \ \pi/6] \text{ рад}, T = 6000 \text{ с}$$

Рисунок 16 – Изменение эйлеровых углов  $\psi, \theta, \phi$  при движении КА на экваториальной орбите с учетом действующих моментов сил



( $M_{mgn}$  – пунктирная кривая,  $M_{гистер}$  – кривая пунктир-точка,  $M_g$  – непрерывная кривая)

Рисунок 17 – Изменение модулей магнитного, гистерезисного и гравитационного моментов, действующих на КА со временем.

В случае учета всех действующих моментов на КА (рис.16) происходит значительное изменение углов  $\psi$  и  $\theta$ . КА вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_3 \approx 0.05$  рад/с вокруг оси  $Z_1$  и прецессирует вокруг оси  $Z$  неподвижной системы координат с минимальным размахом  $\psi_{min} \approx 0,5$

рад на 33 минуте и с максимальным  $\psi_{\max} \approx 2.75$  рад по завершению цикла. Также изменяется и угол нутации  $\theta$  с колебанием в окрестности  $\theta \approx 2$  рад.

На рис. 17 приведены графики модулей векторов действующих внешних моментов на КА со временем. На графике видно, что наиболее значительным источником действующих на КА возмущений на высоте 400 км от поверхности Земли являются магнитный и гистерезисный моменты.

Таблица 4 – Средние значения моментов действующих сил на КА на высоте  $h = 400$  км

№	Внешние типы возмущений	Среднее значение моментов за полпериода в [Н·м]
1	Гравитационный момент	$7.4 \cdot 10^{-8}$
2	Магнитный момент	$8 \cdot 10^{-6}$
3	Гистерезисный момент	$3 \cdot 10^{-6}$

Геомагнитный момент, действующий на КА, в 2,5 раза превосходит гистерезисный момент и более чем в 100 раз превосходит гравитационный на этой орбите. В таблице 4 приведены средние значения моментов действующих сил на КА на высоте 400 км.

**Заключение.** Разработанный программный комплекс позволяет моделировать орбитальное движение спутников вокруг центра масс на различных околоземных орбитах. Угол наклона орбиты к экватору, как и параметры орбиты, определяются начальной скоростью и начальным положением его центра масс. Характер вращения зависит от начальных угловых скоростей спутника и его положения на орбите. Варьирование этих параметров позволяет моделировать широкий класс орбитальных движений космических аппаратов с учетом их физико-механических свойств (массы, тензора инерции, свойств его намагничивания и наличия магнитных систем).

Моделирование в системе Matlab Simulink очень удобно для модификации модели движения космического аппарата для ее уточнения. Как известно, помимо гравитационного и магнитного воздействия на его движение, на низких орбитах следует учитывать и аэродинамическое сопротивление, и аэродинамический момент, влияющий на его вращение. На высоких орбитах существенной, в сравнении с другими силами, является сила светового давления и создаваемый ею вращательный момент. Подключение к вышеприведенной блок-схеме имитатора орбитальной среды модульных блоков расчета таких сил и моментов позволяет сравнительно легко строить усложненные модели, более точно моделирующие орбитальное движение космических аппаратов.

Программное движение наноспутника на орбите связано с его назначением. Для его реализации на основе данной модели в этой же системе разрабатывается программный комплекс системы управления ориентацией наноспутника на орбите с использованием бортовых магнитных систем, обработка которой будет проводиться на той же стендовой базе ЦУП.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Белецкий В.В. Движение искусственного спутника Земли относительно центра масс. - М.: "Наука".- 1965. 416 с.
- [2] Белецкий В. В. Движение спутника вокруг центра масс в гравитационном поле Земли.- Москва: "Наука".- 1977.- 300 с.
- [3] Белецкий В.В., Хентов А.А. Вращательное движение намагниченного спутника М.: "Наука".- Главная редакция физико-математической литературы.- 1985.-424 с.
- [4] Бранец В.Н., Севастьянов Н.Н., Федулов Р.В. Лекции по теории систем ориентации, управления движением и навигации. - М.: МГУ, 2013. - 313 с.
- [5] Проблемы ориентации искусственных спутников Земли / Под ред. С.Ф.Сингера. - М.: "Наука".- 1966. -460 с.
- [6] Бозорт Р. Ферромагнетизм.- Москва: Изд-во иностранной литературы.- 1956. -248 с.
- [7] Сарычев В.А., Овчинников М.Ю. Магнитные системы ориентации искусственных спутников Земли // Итоги науки и техники. Сер.: Исследование космического пространства.- М.: ВИНТИ. -Том 23. -1985.- 414 с.
- [8] Гончарский А.А., Хентов А.А. О некоторых режимах вращения намагниченного гиростата в геомагнитном поле // Радиофизика.- Т. 15.-N 11.- 1972.- С.45-59.



- [9] Сидоренко В.В. Об одном классе движений спутника, несущего сильный магнит // Космич. исслед. -2002.-Тю 40.-N 2.-С.112-124.
- [10] Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. М. "Наука".-1974.-445 с.
- [11] Samir A. Rawashdeh, James E. Lumpp, Jr. Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit // Space Systems Laboratory, Electrical and Computer Engineering, University of Kentucky, Lexington, KY
- [12] Интернет ресурс - <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/DoDWMM.shtml>
- [13] David T. Gerhardt. Passive Magnetic Attitude Control for CubeSat Spacecraft // University of Colorado, Boulder, CO80309
- [14] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 1. Механика // М.:Наука, 1965, 204 с.
- [15] Фейнман Р.Ф., Лейтон Р.Б., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 5. Электричество и магнетизм. Пер. с англ./ под ред. Я.А. Смородинского. Изд. 3-е, испр. – М.: Едиториал, 2004. – 304 с.
- [16] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.6: Электродинамика. Перевод с англ. - М.: УРСС, 2004. - 352 с.

## REFERENCES

- [1] Beleckij V.V. Dvizhenie iskusstvennogo sputnika Zemli otноситel'no centra mass. - М.: "Наука".- 1965.-416 s.
- [2] Beleckij V. V. Dvizhenie sputnika vokrug centra mass v gravitacionnom pole Zemli.- Moskva: "Наука".-1977.- 300 s.
- [3] Beleckij V.V., Hentov A.A. Vrashhatel'noe dvizhenie namagnichennogo sputnika M.: "Наука".- Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskogo literatury.- 1985.-424 s.
- [4] Branec V.N., Sevast'janov N.N., Fedulov R.V. Lekcii po teorii sistem orientacii, upravlenija dvizheniem i navigacii. - М.: MGU, 2013. - 313 s.
- [5] Problemy orientacii iskusstvennyh sputnikov Zemli / Pod red. S.F.Singera. - М.: "Наука".- 1966. -460 s.
- [6] Bozort R. Ferromagnetizm.- Moskva: Izd-vo inostrannoj literatury.- 1956. -248 s.
- [7] Sarychev V.A., Ovchinnikov M.Ju. Magnitnye sistemy orientacii iskusstvennyh sputnikov Zemli // Itogi nauki i tehniki. Ser.: Issledovanie kosmicheskogo prostranstva.- М.: VINITI. Tom 23. 1985. 414 s.
- [8] Goncharskij A.A., Hentov A.A. O nekotoryh rezhimah vrashhenija namagnichennogo girostata v geomagnitnom pole // Radiofizika.- T. 15.-N 11.- 1972.- S.45-59.
- [9] Sidorenko V.V. Ob odnom klasse dvizhenij sputnika, nesushhego sil'nyj magnit // Kosmich. issled. -2002.-Tju 40.-N 2.- С.112-124.
- [10] Ohocimskij D.E., Siharulidze Ju.G. Osnovy mehaniki kosmicheskogo poleta. M. "Наука".-1974.-445 s.
- [11] Samir A. Rawashdeh, James E. Lumpp, Jr. Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit // Space Systems Laboratory, Electrical and Computer Engineering, University of Kentucky, Lexington, KY
- [12] Internet resurs - <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/DoDWMM.shtml>
- [13] David T. Gerhardt. Passive Magnetic Attitude Control for CubeSat Spacecraft // University of Colorado, Boulder, CO80309
- [14] Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika. Tom 1. Mehanika // М.:Наука, 1965, 204 s.
- [15] Fejnman R.F., Lejton R.B., Sjends M. Fejnmanovskie lekcii po fizike. Vyp. 5. Jelektrichestvo i magnetizm. Per. s angl./ pod red. Ja.A. Smorodinskogo. Izd. 3-е, ispr. – М.: Editorial, 2004. – 304 s.
- [16] Fejnman R., Lejton R., Sjends M. Fejnmanovskie lekcii po fizike. T.6: Jelektrodinamika. Perevod s angl. - М.: URSS, 2004. - 352 s.

**«MATLAB SIMULINK» ЖҮЙЕСІНДЕ ЖЕРДІҢ ГРАВИМАГНИТТІК ЖАЗЫҒЫНДАҒЫ ҒАРЫШ АППАРАТТЫҢ ДИНАМИКАСЫН МОДЕЛЬДЕУ**

**Б.Т. Сүйменбаев, Л.А. Алексеева, Ж.Б. Сүйменбаева, С.Р. Гусейнов**

Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ Ұлттық Зерттеу Университет, Алматы қаласы

**Түйін сөздер:** спутниктің динамикасы, орбиталық қозғалыс, айналыс, Эйлер бұрышы, Эйлер теңдеуі, геомагниттік жазықтығы, гравитациялық уақыт, магниттік уақыт, модельдеу, Matlab Simulink.

**Аннотация.** Абсолюттік қатты дене модельдер негізінде жердің гравимагниттік жазығындағы наноспутниктер динамикасын Matlab Simulink жүйесіндегі математикалық модельдеудің екі негізгі кезеңге бөлінгені жұмыста көрсетілген: гравитациялық жазықтықтағы наноспутниктің орталық салмақтың ілгерілемелі қозғалыстың механикасын және гравитациялық, магниттік күш және магниттенгендік спутниктің өзінің ықпалын есепке алумен өздік айналмалы қозғалысының орталық салмағымен модельдеу. Орбиталық ортаның еліктегіші өңделді, оның құрамдас бөліктері сипатталды. Өңделген модель негізінде Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университетінде стендтік базасындағы ұшуды басқару орталығында өңделетін, ғылыми білім беру наноспутниктің параметріне жақын, наноспутниктің орбиталық қозғалысының көп нұсқадағы есептері келтірілген. Экваторлық эллипстік орбитасының орталығы маңайындағы спутник қозғалысының есептері және оған әсер ететін күштер мен уақыттарының нәтижелері келтірілген.

*Поступила 17.06.2016 г.*



## СОДЕРЖАНИЕ

## Процессы в околоземном космическом пространстве

<i>Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г., Абдрахманов Н.</i> Статистика ночных увеличений электронной концентрации в максимуме F2-слоя.....	5
<i>Сомсиков В.М.</i> О природе бифуркации динамических систем.....	11
<i>Жантаев Ж.Ш., Грищенко В.Ф., Мукушев А.</i> Схемотехническое моделирование защиты электронной аппаратуры от электростатического разряда.....	15
<i>Антонова В.П., Крюков С.В., Луценко В.Ю., Чубенко А.П.</i> Эффекты землетрясений в интенсивности нейтронов тепловых энергий на высокогорной станции Северного Тянь-Шаня.....	20
<i>Салихов Н.М.</i> Новый метод регистрации динамики вспышек ионизации в ионосфере аппаратно-программным комплексом доплеровских измерений на наклонной радиотрассе.....	27

## Наземно-космические методы исследования геодинамических процессов в земной коре

<i>Виляев А.В., Жантаев Ж.Ш., Стихарный А.П.</i> Динамика сезонных движений GPS станций на территории Северного Тянь-Шаня.....	34
<i>Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Тойшиев Н.С., Калдыбаев А., Нуракынов С.</i> Вариации солнечной активности и пространственно-временное распределение сильных землетрясений ( $M \geq 7.0$ ) на территории Евразии в 1973-2014 гг.....	40
<i>Бибосинов А.Ж., Шигаев Д.Т., Калдыбаев А.А., Нуракынов С.М., Бреусов Н.Г., Мамырбек Г.Б.</i> Исследование Шардаринского гидрокомплекса методом георадиолокации.....	46
<i>Бибосинов А.Ж., Нуракынов С.М., Калдыбаев А.А., Шигаев Д.Т.</i> Эффективность применения георадиолокационного метода при изучении инженерно-геологических условий на участках Алматинского метрополитена приповерхностного залегания.....	50
<i>Шигаев Д.Т., Мунсызбай Т.М.</i> Маломощная солнечная теплоэлектростанция с максимальным использованием энергии Солнца.....	56
<i>Жантаев Ж.Ш., Хачикян Г.Я., Кайраткызы Д., Андреев А.</i> Долговременные тренды в вариациях продолжительности земных суток и частоты возникновения на планете землетрясений.....	62
<i>Хачикян Г.Я., Жумабаев Б.Т., Сералиев А., Хасанов Э.</i> Пространственное распределение характеристик главного геомагнитного поля и эпицентров глубокофокусных ( $h > 350$ км) землетрясений по данным 1973-2014 гг.....	67

\*\*\*

<i>Исанова М.К., Коданова С.К., Рамазанов Т.С., Бастыкова Н.Х., Габдуллин М.Т., Молдабеков Ж.А.</i> Сечение рассеяния и тормозная способность в плотной плазме: влияние эффектов дифракции и динамического экранирования.....	73
<i>Кудайкулов А.А., Жозеранд К., Калтаев А.</i> Численное исследование процесса пальцеобразования при течении двух не смешивающихся жидкостей в канале.....	86
<i>Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жумангалиева Н.К.</i> Модель решающих правил для обнаружения аномалий в информационных системах.....	91
<i>Бапаев К.Б., Сламжанова С.С., Исаева Г.Б.</i> О дискретных неравенствах.....	101
<i>Боос Э.Г., Альменова А.М., Жуков В.В., Садыков Т.Х., Степанов А., Таутаев Е.М.</i> Исследование взаимодействий частиц космического излучения методом радиоизлучения на высоте 3340 метров над уровнем моря.....	110
<i>Джакупов К.Б.</i> О моделировании динамики вязкой жидкости уравнениями ротора скорости и функции тока.....	117
<i>Джакупов К.Б.</i> Эффективное применение уравнений максвелла и закона ома в численном моделировании двухфазных процессов магнитной гидродинамики.....	124
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Сахиев С.К., Жаугашиева С.А., Нурбакова Г.С., Мукушев Б.А.</i> Вычисление ширины распада $\omega(782)$ мезона для реакции $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ в ковариантной модели кварков.....	135
<i>Калмурзаев Б.С.</i> О полурешетках роджерса двухэлементных семейств разностей в п. множеств.....	141
<i>Кошеров Т.С., Жумабекова Г.Е.</i> Исследование структуры и фазового состава поверхности кремния при температурном и лазерном воздействии.....	147
<i>Кошеров Т.С., Көшікінбай Б.Қ.</i> Особенности напряженного состояния пластин кремния в процессе термического отжига.....	156
<i>Курманбаев Д.М.</i> Солитонная деформация поверхности энепера третьего порядка.....	163
<i>Майлебаева Д., Тилегенова Д.</i> Метод параметризации при решении трансцендентных уравнений.....	168
<i>Мамаев Ш.М., Даниярбек Р.Н.</i> Ұзындығы шектелген стерженде пластикалық облыстың және кернеуді жеңілдету толқындаларының құрылуын торлық-характеристика әдісімен зерттеу.....	173
<i>Оңгарбаева А.Д.</i> Электрондық білім беру ресурстарын оқу процесінде болашақ мұғалімдерді оқытуда қолдану.....	184
<i>Сүйменбаев Б.Т., Алексеева Л.А., Сүйменбаева Ж.Б., Гусейнов С.Р.</i> Моделирование динамики космического аппарата в гравимагнитном поле земли в системе «MATLAB SIMULINK».....	188
<i>Туленбаев К.М., Шаймарданова Ж.Н., Габдуллин Б.</i> Структурные свойства $(\alpha, \beta)$ – коммутативных алгебр.....	208
<i>Сарсенгельдин М.М., Касабек С., Сагидолла Б.М.</i> Точное и приближенное решения двухфазовой обратной задачи Стефана.....	214