

**ISSN 2518-1726 (Online),  
ISSN 1991-346X (Print)**

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

**ИЗВЕСТИЯ**

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

**NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**

◆  
**СЕРИЯ**  
**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**  
◆  
**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**3 (313)**

**МАМЫР – МАУСЫМ 2017 Ж.  
МАЙ – ИЮНЬ 2017 г.  
MAY – JUNE 2017**

1963 ЖЫЛДЫН ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

**ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR**

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

**Бас редакторы**  
ф.-м.ғ.д., проф., КР ҮФА академигі **F.M. Мұтанов**

**Редакция алқасы:**

**Жұмаділдаев А.С.** проф., академик (Қазақстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Қазақстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Өмірбаев Ү.Ү.** проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Жусіпов М.А.** проф. (Қазақстан)  
**Жұмабаев Д.С.** проф. (Қазақстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Қазақстан)  
**Бошкаев К.А.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Сұраған Ә.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Қыргызстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Белорус)  
**Пашаев А.** проф., академик (Әзірбайжан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

**«КР ҮФА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».**

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Үлттық ғылым академиясы» РКБ (Алматы қ.)  
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде  
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы қуәлік

Мерзімділігі: жылдан 6 рет.

Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Қазақстан Республикасының Үлттық ғылым академиясы, 2017

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Г л а в н ы й р е д а к т о р  
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Р е д а к ц и о н на я кол л е г и я:

**Джумадильдаев А.С.** проф., академик (Казахстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Казахстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Умирбаев У.У.** проф. чл.-корр. (Казахстан)  
**Жусупов М.А.** проф. (Казахстан)  
**Джумабаев Д.С.** проф. (Казахстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Казахстан)  
**Бошкаев К.А.** доктор PhD (Казахстан)  
**Сураган Д.** доктор PhD (Казахстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Кыргызстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Беларусь)  
**Пашаев А.** проф., академик (Азербайджан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

**E d i t o r i n c h i e f**  
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

**Dzhumadildayev A.S.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kalmenov T.Sh.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Zhantayev Zh.Sh.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Umirbayev U.U.** prof. corr. member. (Kazakhstan)  
**Zhusupov M.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Dzhumabayev D.S.** prof. (Kazakhstan)  
**Asanova A.T.** prof. (Kazakhstan)  
**Boshkayev K.A.** PhD (Kazakhstan)  
**Suragan D.** PhD (Kazakhstan)  
**Quevedo Hernando** prof. (Mexico),  
**Dzhunushaliyev V.D.** prof. (Kyrgyzstan)  
**Vishnevskyi I.N.** prof., academician (Ukraine)  
**Kovalev A.M.** prof., academician (Ukraine)  
**Mikhalevich A.A.** prof., academician (Belarus)  
**Pashayev A.** prof., academician (Azerbaijan)  
**Takibayev N.Zh.** prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.  
**Tiginyanu I.** prof., academician (Moldova)

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

**NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 313 (2017), 95 – 102

**B.D. Koshanov, J. Nurikenova**

Institute of Mathematics and Mathematical modeling, Almaty  
koshanov@list.ru, zhibek.nurikenova@mail.ru

## **ON SOLVABILITY OF THE GENERALIZED DIRICHLET-NEIMAN PROBLEM FOR A HIGH ORDER ELLIPTIC EQUATION**

**Abstract.** For the elliptic equation  $2l$ -th order with constant (and only) real coefficients considered boundary value problem of the job normal derivatives the  $(k_j - 1)$ -order,  $j = 1, \dots, l$  where  $1 \leq k_1 < \dots < k_l$ . When  $k_j = j$  it moves to the Dirichlet problem, and when  $k_j = j + 1$  - in the Neumann problem. The sufficient condition of the Fredholm tasks and present a Formula for its index.

**Keywords:** elliptic equation of high order, normal derivative, Dirichlet -- Neumann problem, solvability of problem.

**MSC** 34B705, 35J25, 47E05.

УДК 517.951

**Б.Д. Кошанов, Ж.С. Нурикенова**

Институт математики и математического моделирования, Алматы

## **О РАЗРЕШИМОСТИ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ - НЕЙМАНА ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА**

**Аннотация.** Для эллиптического уравнения  $2l$ -го порядка с постоянными (и только старшими) вещественными коэффициентами рассмотрена краевая задача, заключающаяся в задании нормальных производных  $(k_j - 1)$ -го порядка,  $j = 1, \dots, l$ , где  $1 \leq k_1 < \dots < k_l$ . При  $k_j = j$  она переходит в задачу Дирихле, а при  $k_j = j + 1$  - в задачу Неймана. Получено достаточное условие фредгольмовости этой задачи и приведена формула ее индекса.

**Ключевые слова:** эллиптические уравнения, нормальные производные, задача Дирихле-Неймана, разрешимость задачи.

**MSC** 34B705, 35J25, 47E05.

**Постановка задачи.** Рассмотрим в области  $D$  на плоскости эллиптическое уравнение  $2l$ -го порядка

$$Lu = f \tag{1}$$

с дифференциальным оператором

$$L = \sum_{r=0}^{2l} a_r \frac{\partial^{2l}}{\partial x^{2l-r} \partial y^r} + \sum_{0 \leq r \leq k \leq 2l-1} a_{rk}(x) \frac{\partial^k}{\partial x^{k-r} \partial y^r}$$

с коэффициентами  $a_r \in R$  и  $a_{rk} \in C^\mu(\overline{D})$ ,  $0 < \mu < 1$ .

Область  $D$  предполагается односвязной и ограниченной гладким контуром  $\Gamma$  класса  $C^{2l,\mu}$ . Условие эллиптичности заключается в том, что  $a_{2l} \neq 0$  и корни характеристического многочлена  $\chi(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_{2l} z^{2l}$  не лежат на вещественной оси. Таким образом,

$$\chi(z) = a_{2l} \prod_{k=1}^m (z - \nu_k)^{l_k} \prod_{k=1}^m (z - \bar{\nu}_k)^{l_k}, \quad (2)$$

где корни  $\nu_i$  попарно различны, лежат в верхней полуплоскости и их суммарная кратность  $l_1 + \dots + l_m$  равна  $l$ .

Обобщенная задача Дирихле - Неймана заключается в отыскании решения  $u(x, y)$  уравнения (1) в области  $D$  по краевым условиям

$$\left. \frac{\partial^{k_j-1} u}{\partial n^{k_j-1}} \right|_{\Gamma} = g_j, j = 1, \dots, l, \quad (3)$$

где  $1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_l \leq 2l-1$  и  $n = n_1 + i n_2$  означает единичную внешнюю нормаль. Нормальная производная  $k$ -го порядка здесь понимается как граничный дифференциальный оператор

$$\left( n_1 \frac{\partial}{\partial x} + n_2 \frac{\partial}{\partial y} \right)^k u = \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} n_1^r n_2^{k-r} \frac{\partial^k u}{\partial x^r \partial y^{k-r}}.$$

При  $k_j = j$  эта задача отвечает задаче Дирихле, а при  $k_j = j+1$  ее естественно назвать обобщенной задачей Неймана. Для полигармонического уравнения последняя задача была изучена А.В. Бицадзе [1]. Другой вариант задачи Неймана, основанный на вариационном принципе, был ранее предложен А.А.Дезинным [2]. При  $a_{kr} = 0$  и  $f = 0$  задача (1), (3) была рассмотрена в работе [3].

Поскольку по предположению  $\Gamma \in C^{2l,\mu}$ , функции  $n_1, n_2$  и, значит, коэффициенты граничных дифференциальных операторов (3) принадлежат классу  $C^{2l-1,\mu}(\Gamma)$ . Решение уравнения (1) ищется в классе  $C^{2l,\mu}(\overline{D})$ , соответственно его правая часть  $f$  должна принадлежать  $C^\mu(\overline{D})$ , а функции  $g_j$  в краевом условии (3) - классу  $C^{2l-k_j+1,\mu}(\Gamma)$ .

С уравнением (1) свяжем  $2l \times 2l$  матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_{2l,2} & \dots & -a_{2l-1} \end{pmatrix} \quad (4)$$

которая представляет собой так называемую фробениусовую нормальную форму [4] и ее жорданова нормальная форма полностью определяется своим характеристическим многочленом (2). Более точно, ее жорданова матрица  $\tilde{J}$  имеет блочно-диагональную структуру  $\tilde{J} = \text{diag}(J, \bar{J})$ ,  $J = \text{diag}(J_1, \dots, J_m)$  с клетками Жордана

$$J_k = \begin{pmatrix} \nu_k & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \nu_k & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \nu_k \end{pmatrix} \in C^{l_k \times l_k}.$$

Матрицу  $\tilde{B} \in C^{2l \times 2l}$ , приводящую  $A$  к жордановой форме  $\tilde{J}$ , можно описать явно. С этой целью удобно ввести следующее обозначение. Пусть некоторый  $n$ -вектор  $g(z) = (g_1(z), \dots, g_n(z))$  аналитичен в окрестности точек  $\nu_1, \dots, \nu_m$ . Тогда исходя из разбиения  $l = l_1 + \dots + l_m$ , фигурирующего в (2), можем ввести блочную  $n \times l$ -матрицу  $W_g(\nu_1, \dots, \nu_m) = (W_g(\nu_1), \dots, W_g(\nu_m))$ , где матрица  $W_g(\nu_k) \in C^{n \times l_k}$  составлена из вектор-столбцов

$$g(\nu_k), g'(\nu_k), \dots, \frac{1}{(l_k - 1)} g^{(l_k - 1)}(\nu_k).$$

Применим это обозначение к  $2l$ -столбцу  $h(z) = (1, z, \dots, z^{2l-1})$ , полагая

$$B = W_h(\nu_1, \dots, \nu_m) \in C^{2l \times l} \quad (6)$$

Утверждается, что блочная матрица  $\tilde{B} = (B, \bar{B})$  обратима и имеет место равенство

$$\tilde{B}^{-1} A \tilde{B} = \tilde{J}. \quad (7)$$

В самом деле, по определению (6) матрицу  $\tilde{B}$  можно записать в виде  $W_h(\nu_1, \dots, \nu_m, \bar{\nu}_1, \dots, \bar{\nu}_m)$  и ее определитель, известный как обобщенный определитель Вандермонда, отличен от нуля [5]. Что касается равенства (7), то оно равносильно соотношению

$$A W_h(\nu_1, \dots, \nu_m) = W_h(\nu_1, \dots, \nu_m) J,$$

или, в терминах столбцов матрицы  $W$ , соотношениям

$$Ah(\nu_k) = \nu_k h(\nu_k), \quad Ah^{(j)}(\nu_k) = \nu_k h^{(j)}(\nu_k) + j h^{(j-1)}(\nu_k), \quad 1 \leq j \leq l_k - 1.$$

Из определения (4) видно, что действие матрицы  $A$  на вектор  $h(z)$  дает вектор  $\tilde{h} = Ah$  с компонентами

$$\tilde{h}_1(z) = z, \dots, \tilde{h}_{2l-1}(z) = z^{2l-1}, \tilde{h}_{2l}(z) = -\sum_{j=0}^{2l-1} a_{2l,j} z^j.$$

Согласно (2) имеем равенства  $\chi^{(j)}(\nu_k) = 0$ ,  $0 \leq j \leq l_k - 1$ , так что

$$\tilde{h}^{(j)}(\nu_k) = [zh(z)]^{(j)} \Big|_{z=\nu_k}, \quad 0 \leq j \leq l_k - 1,$$

откуда соотношения (7) получаются непосредственно.

Обозначим  $e(t) = e_1(t) + ie_2(t) \in C^{2l-1,\mu}(\Gamma)$  единичный касательный вектор к контуру  $\Gamma$  в точке  $t$ , связанный с вектором  $n(t)$  внешней нормали равенством  $e = in$ , и введем  $l \times 2l$  матрицу-функцию  $C = (C_{jk})$ , элементы которой определяются из соотношений

$$\sum_{k=1}^{2l} C_{jk} z^{k-1} = (e_1 + e_2 z)^{2l-k_j} (-e_2 + e_1 z)^{k_j-1}, \quad 1 \leq j \leq l, \quad (8)$$

**Основной результат.** Сформулируем теперь основной результат о фредгольмовой разрешимости рассматриваемой задачи. Как обычно, под фредгольмовостью и индексом задачи понимаются аналогичные понятия для отвечающего ей оператора

$$C^{2l,\mu}(\overline{D}) \rightarrow C^\mu(\overline{D}) \times \prod_{j=1}^l C^{2l-k_j+1,\mu}(\Gamma). \quad (9)$$

Напомним, что определенные выше прямоугольные матрицы  $C$  и  $B$  имеют размеры, соответственно,  $l \times 2l$  и  $2l \times l$ , так что можно ввести  $l \times l$  матрицу – функцию  $G(t) = C(t)B$ ,  $t \in \Gamma$ .

**Теорема 1.** В предположении

$$\det[C(t)B] \neq 0, \quad t \in \Gamma,$$

задача (1), (3) фредгольмова в пространстве  $C^{2l,\mu}(\overline{D})$  и ее индекс  $\wp$  дается формулой

$$\wp = -\frac{1}{\pi} [\arg \det(CB)] \Big|_\Gamma + 2l^2, \quad (11)$$

где приращение непрерывной ветви аргумента на контуре  $\Gamma$  осуществляется против часовой стрелки.

**Доказательство.** Пусть условие (10) выполнено. Покажем, что тогда оператор (9) исходной задачи фредгольмов и в обозначениях (10) его индекс  $\wp$  дается формулой (11).

Теперь обратимся к матрице  $CB$ . Напомним, что  $2l \times l$  матрица  $B$ , фигурирующая в (10), определяется равенством (6) по отношению к  $2l$ -вектору  $h(z) = (1, z, \dots, z^{2l-1})$ . Из определения (8) элементов матрицы  $C(t)$  видно, что она зависит только от единичного касательного вектора  $e(t) = e_1(t) + ie_2(t)$  в точке  $t \in \Gamma$ , этот факт можно записать в виде  $C(t) = C_0[e(t)]$ . Когда точка  $t$  пробегает контур  $\Gamma$ , вектор  $e(t)$  описывает единичную окружность  $\Gamma_0$  против часовой стрелки, поэтому условие (10) равносильно

$$\det[C_0(t)B] \neq 0, \quad e \in \Gamma_0, \quad (12)$$

и, соответственно, для величины  $\wp$  в (11) имеем выражение

$$\wp = -\frac{1}{\pi} [\arg \det(C_0 B)] \Big|_{\Gamma_0} + 2l^2 \quad (13)$$

Из утверждения а) леммы, приведенной в [5], следует, что матрица  $C_0(e)W_h(v_1, \dots, v_m)$  совпадает с  $W_p(v_1, \dots, v_m)$ , где  $p = C_0(e)h$ . Таким образом,  $l$ -вектор  $p$  представляет собой многочлен  $p(e, z)$ , составленный из компонент (2.11), и следовательно,

$$C_0 B = W_p(v_1, \dots, v_m), \quad p_j(e, z) = (e_1 + e_2 z)^{2l-1} \left( \frac{-e_2 + e_1 z}{e_1 + e_2 z} \right)^{k_j-1}. \quad (14)$$

Таким образом, условие (12) фредгольмовости задачи (1), (3) не зависит от контура  $\Gamma$  и определяется только характеристическим уравнением (2) и набором  $1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_l \leq 2l$  натуральных чисел.

Утверждения б), с) леммы [5] позволяют связать определитель матрицы  $W$  с некоторыми операциями.

**Лемма 1.** (а) Пусть вектор - функция  $g = (g_1, \dots, g_l)$  и скалярная функция  $\varphi$  аналитичны в окрестности точек  $v_1, \dots, v_m$ . Тогда

$$\det W_{\varphi g}(v_1, \dots, v_m) = \prod_{j=1}^m [\varphi(v_j)]^{l_j} \det W_g(v_1, \dots, v_m).$$

(б) Пусть скалярная функция  $\omega$  аналитична в окрестности точек  $v_1, \dots, v_m$ , причем  $\omega'(v_j) \neq 0$ ,  $1 \leq j \leq m$ , и  $\omega'(v_i) \neq \omega'(v_j)$  при  $i \neq j$ . Пусть вектор-функция  $h = (h_1, \dots, h_l)$  аналитична в окрестности точек  $\omega(v_1), \dots, \omega(v_m)$ . Тогда

$$W_{h\omega}(v_1, \dots, v_m) = \prod_{j=1}^m [\omega'(v_j)]^{l_j(l_j-1)/2} W_h[\omega(v_1), \dots, \omega(v_m)].$$

Полагая

$$\omega(e, z) = \frac{-e_2 + e_1 z}{e_1 + e_2 z}, \quad g_j(\zeta) = \zeta^{k_j-1}, \quad 1 \leq j \leq l, \quad (15)$$

представим многочлены (14) в виде  $p_j(e, z) = (e_1 + e_2 z)^{2l-1} g[\omega(e, z)]$ . Тогда на основании леммы 1

$$\det W_p = \prod_{j=1}^m (e_1 + e_2 v_j)^{l_j(2l-l_j)} \det W_g \circ \omega.$$

Так что условие (12) равносильно

$$\det W_g[\omega(e, v_1), \dots, \omega(e, v_m)] \neq 0, \quad e \in \Gamma_0 \quad (16)$$

и равенство (13) переходит в

$$\varphi = -\frac{1}{\pi} [\arg \det W_g \circ \omega]_{\Gamma_0} + 2l^2 - \sum_{j=1}^m \frac{l_j(2l-l_j)}{\pi} \arg(e_1 + v_j e_2)_{\Gamma_0}.$$

Поскольку

$$\frac{1}{2\pi} \arg(e_1 + v_j e_2)_{\Gamma_0} = 1, \quad (17)$$

отсюда окончательно

$$\varphi = -2 \left[ \frac{1}{2\pi} \arg \det W_g[\omega(e, v_1), \dots, \omega(e, v_m)]_{\Gamma_0} + l^2 - \sum_{j=1}^m l_j^2 \right]. \quad (18)$$

С помощью предложения d) леммы [5] определитель матрицы  $W_g$  в (15), (16) и величину  $\varphi(g)$  можно вычислить явно в каждом из следующих двух случаев:

$$(a) \quad k_{j+1} - k_j = 1, \quad 1 \leq j \leq l, \\ (b) \quad m = 1, \quad v_1 = v. \quad (19)$$

Случай (a) означает, что  $k_j = k_1 + j - 1$ , а случай (b) соответствует одному корню  $v_1 = v$  в (2).

**Теорема 2.** В каждом из случаев (19) задача (1), (3) фредгольмова и ее индекс равен нулю.

**Доказательство.** Из предложения d) леммы [5] непосредственно следует, что

$$\det W_g(\zeta_1, \dots, \zeta_m) = \prod_{j=1}^m \zeta_j^{(k_1-1)l_j} \prod_{i>j} (\zeta_i - \zeta_j)^{l_j}$$

в случае (a) и

$$\det W_g(\zeta) = c\zeta^s, s = \sum_{j=1}^l (k_j - j)$$

в случае (b) с некоторой постоянной  $c \neq 0$ . В обозначениях (15) для  $\omega_i = \omega(s, \nu_i)$  разность

$$\omega(e, \nu_i) - \omega(s, \nu_j) = \frac{\nu_i - \nu_j}{(e_1 + e_2 \nu_i)(e_1 + e_2 \nu_j)},$$

поэтому условие (16) выполнено в обоих случаях. С учетом (17) и очевидного равенства

$$\arg[\omega(e, \nu_j)]|_{\Gamma_0} = 0$$

приходим к выражению

$$\frac{1}{2\pi} \arg \det W_g [\omega(e, \nu_1), \dots, \omega(e, \nu_m)]|_{\Gamma_0} = -2 \sum_{i>j} l_i l_j = -l^2 + \sum_{j=1}^m l_j^2$$

в случае (a) и  $\wp(g) = 0$  в случае (b). Поскольку  $l_1 = l$  при  $m = 1$ , предыдущее равенство можно использовать для обоих случаев, что совместно с (18) приводит к  $\wp = 0$ .

Удобно от матрицы  $W_g$  в (16) перейти к аналогичной матрице  $W_q$ , где  $q$  связан с вектором  $g$  в (15) соотношением  $g(\omega) = \omega^{k_1-1} q(\omega)$ . В явном виде

$$q_j(\omega) = \omega^{s_j}, s_j = k_j - k_1, 1 \leq j \leq l. \quad (20)$$

Согласно лемме 1 (a) определители этих матриц связаны равенством

$$\det W_q = \prod_{j=1}^m \omega_j^{l_j(k_1-1)} \det W_q,$$

так что в формулах (16), (18) можно  $g$  заменить на  $q$ .

Теорему 2 дополним случаем  $m = 2$ ,  $\nu_2 = -1/\nu_1$ . С этой целью обозначим  $\Gamma_0(\nu)$  образ единичной окружности  $\Gamma_0$  при отображении  $e \rightarrow \omega(e, \nu)$ , где  $1 \neq \operatorname{Im} \nu > 0$ . Очевидно, при  $\nu = i$  этот образ состоит из одной точки  $\zeta = i$ , поэтому можно считать  $\nu \neq i$ . Полагая  $t = e_2/e_1$  и переходя к дробно-линейной функции

$$\zeta = \frac{-t + \nu}{1 + t\nu} \quad (21)$$

убеждаемся, что  $\Gamma_0(\nu)$  является окружностью, лежащей в верхней полуплоскости. Эта окружность проходит через точки  $\nu$ ,  $-1/\nu$  и имеет своим центром точку

$$\zeta_0 = i \frac{|\nu|^2 + 1}{2 \operatorname{Im} \nu} \quad (22)$$

Важно отметить, что эта окружность всегда охватывает точку  $\zeta = i$ .

В самом деле, как показывает прямая проверка, при  $\nu = \alpha + i\beta$ ,  $1 \neq \beta > 0$ , разность

$|\zeta_0 - \nu|^2 - |\zeta_0 - i|^2 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 + 2(\alpha^2 - \beta^2) + 1 - [\alpha^2 + (\beta - 1)^2]^2$   
совпадает с положительной величиной  $4\beta[\alpha^2 + (\beta - 1)^2]$ .

**Теорема 3.** Пусть  $m = 2$ ,  $\nu_1 = \nu$ ,  $\nu_2 = -1/\nu_1$  и натуральное  $r$  выбрано столь большим, что

$$P_s(\zeta) = (-\zeta)^r \det W_q(\zeta, -1/\zeta), \quad s = (s_1, \dots, s_{l-1}), \quad (23)$$

является многочленом. Тогда условие (16) равносильно тому, что

$$P_s(\zeta) \neq 0, \quad \zeta \in \Gamma(\nu). \quad (24)$$

При выполнении этого условия индекс  $\wp$  задачи дается формулой

$$\wp = 4[n_s(\nu) - l_1 l_2], \quad (25)$$

где  $n_s(\nu)$  есть число корней многочлена  $P_s$  (с учетом их кратности), лежащих внутри окружности  $\Gamma_0(\nu)$ .

**Доказательство.** Воспользуемся тем, что преобразование  $\omega$  коммутирует с  $\nu \rightarrow -1/\nu$ , т.е.  $\omega(e, -1/\nu) = -1/\omega(e, \nu)$ . Поэтому

$$\det W_q[\omega(e, \nu_1), \omega(e, \nu_2)] = \det W_q[\omega(e, \nu), -1/\omega(e, \nu)],$$

В соответствии с (23) отсюда следует, что условие (16) равносильно  $P_s[\omega(e, \nu)] \neq 0$ ,  $e \in \Gamma_0$ , т.е. отсутствию корней  $\zeta_j$  многочлена  $P_s$  на окружности  $\Gamma_0(\nu)$ . При выполнении этого условия

$$\frac{1}{2\pi} \arg \det W_q[\omega(e, \nu_1), \omega(e, \nu_2)] \Big|_{\Gamma_0} = \frac{1}{2\pi} \arg P_s \Big|_{\Gamma_0(\nu)}. \quad (26)$$

Запишем далее  $P_s(\zeta)$  в произведение линейных множителей  $\zeta - \zeta_j$  и заметим, что

$$\frac{1}{2\pi} \arg [\omega(e, \nu) - \zeta_j]_{\Gamma_0} = \begin{cases} -2, & \zeta_j \in D_0(\nu), \\ 0, & \zeta_j \notin \overline{D_0(\nu)}, \end{cases}$$

где  $D_0(\nu)$  означает открытый круг с границей  $\Gamma_0(\nu)$ .

В самом деле, при возрастании  $t \in R$  точка  $\zeta$  в (21) обходит окружность  $\Gamma_0(\nu)$  по часовой стрелке. Поскольку  $t = e_2/e_1$  не меняется от замены  $e$  на  $-e$ , отсюда заключаем, что при обходе  $e \in \Gamma_0$  против часовой стрелки точка  $\zeta = \omega(e, \nu)$  двукратно обходит окружность  $\Gamma_0(\nu)$  по часовой стрелке.

Суммируя равенства (26) по всем  $j$ , приходим к заключению, что левая часть (26) совпадает с  $c - 2n_s(\nu)$ . Поэтому для  $l = l_1 + l_2$  формула (18) переходит в (25), что завершает доказательство теоремы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бицадзе А.В. О некоторых свойствах полигармонических функций // Дифференц. уравнения. - 1988. - Т. 24, № 5. - С. 825-831.
- [2] Дезин А.А. Вторая краевая задача для полигармонического уравнения в пространстве  $W_2^m$  // Докл. АН СССР. - 1954. - Т. 96, № 5. - С. 901-903.
- [3] Малахова Н.А., Солдатов А.П. Об одной краевой задаче для эллиптического уравнения высокого порядка // Дифференц. уравнения. - 2008. - Т. 44, № 8. - С. 1077-1083.

- [4] Мальцев А.И. Основы линейной алгебры, М., Москва, 1970.
- [5] Солдатов А.П. Эллиптические системы высокого порядка // Дифференц. уравнения. – 1989. - Т. 25, № 1. - С. 136-144.
- [6] Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.
- [7] Ващенко О.В., Солдатов А.П. Интегральное представление решений обобщенной системы Бельтрами // Науч. Ведом. БелГУ, сер. инфор. и прик. мат. – 2006. - Вып. 6, №1 (21). - С. 3-6.
- [8] Soldatov A.P. Hyperanalytic functions and their applications // J. Math. Scien. – 2004. - V.17. - P. 1-111.
- [9] Пале Р. Семинар по теореме Атьи-Зингера об индексе. - М.: Мир, 1970.
- [10] Кошанов Б.Д., Солдатов А.П. Обобщенная задача Дирихле -- Неймана для эллиптического уравнения высокого порядка // Дифференц. уравнения. – 2016. – Т. 52, №12. - С. 1666-1681.
- [11] Абаполова Е.А., Солдатов А.П. К теории сингулярных интегральных уравнений на гладком контуре // Науч. Ведом. БелГУ, сер. инфор. и прик. мат. – 2010. - Вып. 18, №5 (76). - С. 6-20.

#### REFERENCES

- [1] Bitsadze A.V. Some Properties of Polyharmonic Functions // Differential Eq. – 1988. - V. 24, № 5. - P. 825-831.
- [2] Dezin A.A. The Second Boundary Problem for the Polyharmonic Equation in the Space  $W_2^m$  // Dokl. Akad. Nauk. – 1954. - V. 96, № 5. - P. 901-903.
- [3] Malakhova N.A., Soldatov A.P. On a Boundary Value Problem for a Higher-Order Elliptic Equation // Differential Eq. – 2008. - V. 44, № 8. - P. 1077-1083.
- [4] Mal'tsev A.I. Foundations of Linear Algebra. - Moscow, 1970.
- [5] Soldatov A.P. Higher-Order Elliptic Systems // Differential Eq. – 1989. - V. 25, № 1. - P. 136-144.
- [6] Muskhelishvili N.I. Singular Integral Equations. - Moscow, 1968.
- [7] Vashchenko O.V., Soldatov A.P. Integral Representation of Solutions of Beltrami Generalized System // Nauch. Vedom. Belgorod Univ. Ser. Inform., Appl. Math. – 2006. - Vyp. 6, № 1(21). - P. 3-6.
- [8] Soldatov A.P. Hyperanalytic Functions and Their Applications // J. Math. Scien. – 2004. - V. 17. - P. 1-111.
- [9] Palais R.S. Seminar on the Atiyah-Singer Index Theorem, Princeton: Princeton Univ. Press, 1965.
- [10] Koshanov B.D., Soldatov A.P. Boundary value problem with normal derivatives for a higher-order elliptic equation on the plane // Differential Eq. – 2016. – V. 52, № 12. – P. 1594-1609.
- [11] Abapolova E.A., Soldatov A.P. On the theory of singular integral equations on a smooth contour // Nauch. Vedom. Belgorod Univ. Ser. Inform., Appl. Math. – 2010. - Vyp. 18, №5 (76). – P. 6-20.

**Б.Д. Кошанов, Ж.С. Нұрықенова**

Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы

#### **ЖОҒАРФЫ РЕТТИ ЭЛЛИПТИКАЛЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ҮШІН ЖАЛПЫЛАҒАН ДИРИХЛЕ - НЕЙМАН ЕСЕБІНІҢ ШЕШІЛІМІ ТУРАЛЫ**

**Аннотация.** Тұрақты нақты коэффициентті  $2l$  - дәрежелі эллиптикалық тендеу үшін,  $(k_j - 1)$ -шы дәрежелі нормал туындысы бар шеттік есеп карастырылды, мұндағы  $j = 1, \dots, l$ ,  $1 \leq k_1 < \dots < k_l$ .  $k_j = j$  болған кезде Дирихле есебіне көшеді, ал  $k_j = j + 1$  болғанда Нейман есебіне көшеді. Осы есептің фредгольмдылығының жеткілікті шарты алынды және оның индексінің формуласы көрсетілді.

**Түйін сөздер:** эллиптикалық тендеулер, нормал туындылар, Дирихле-Нейман есебі, есептің шешілуі.  
**MSC** 34B705, 35J25, 47E05.

**МАЗМУНЫ**

<i>Бердібай С.Б., Парецкая Н.А., Сабитов А.Н., Исламов Р.А., Тамазян Р.А., Токмодин С.Ж., Ильин А.И., Мартirosyan К.С.</i> Иод және оның құрылымымен фенилалалиннің кешенде комплексі .....	5
<i>Кабышев А.М., Куттербеков К.А., Пенионжекевич Ю.Э., Маслов В.А., Мендибаев К., Соболев Ю.Г., Лукьянов С.М., Кабдрахимова Г.Д., Азнабаев Д., Курманжанов А.Т.</i> Өлшеу кезіндегі модификацияланған трансмиссиондың әдіс негізінде – реакциялардың толық өлшемдерінің кателіктерін және ұшып келуші бөлшектердің энергиясы анықтау.....	10
<i>Бердібай С.Б., Парецкая Н.А., Сабитов А.Н., Исламов Р.А., Тамазян Р.А., Токмодин С.Ж., Ильин А.И., Мартirosyan К.С.</i> Иод және оның құрылымымен фенилалалиннің кешені комплекс фенилаланина с иодом и его структура.....	19
<i>Жұмагұлова К.Н., Рамазанов Т.С., Машеева Р.У., Донко З.</i> Үш өлшемді Юкава жүйесінің диффузия коэффициентіне сыртқы магнит өрісінің әсері.....	25
<i>Грушевская Е.А., Лебедев И.А., Темиралиев А.Т., Федосимова А.И.</i> Асимметриялы ядролардың өзара әрекеттерінде снарядтың ядроның толық талқандану жағдайларының сипаттамаларын зерттеу.....	30
<i>Асқарова А., Жұмаханова А.С., Құдайқұлов А., Ташиев А.А., Қалиева Г.С.</i> Айнымалы жылу ағынының қатысуымен көлденен құмасының, жылу және жылу оқшаулаудың бөлек түрлөтің жылуфизикалық жай-күйін зерттеу энергиясының әдісі.....	38
<i>Абишев М., Кенжебаев Н., Кенжебаева С., Джанибеков А.</i> Реакторлық нейтрондармен әсерлесудегі катализдық қоспаның изотоптық құрамын және энергия шығаруын есептеу.....	48
<i>Абишев М., Хасанов Н.</i> Жылулық нейтрондардың катализдық қоспамен (Pb, Bi, Po) әсерлесуін "IBUS" компьютерлік бағдарламалау кешенімен жобалау.....	53
<i>Алдабергенова Т.М., Ганеев Г.З., Кислицин С.Б., Досболаев М.К.</i> Графит бетінің термиялық әрозиясы мен құрылымына импульстік плазмалық сәулелендірудің ықпалы.....	57
<i>Жақып К.Б.</i> Стокса және Навье тендеулерінің генеалогиялары. Дәрежелік реологиялық заңдар және тендеулер.....	64
<i>Жаугашева С.А., Валиолда Д.С., Джансейтіов Д.М., Жусупова Н.К., Сериков Ж., Айтжан Ф.</i> Теоретическое исследование кулоновского развала гало ядер $^{11}\text{Be}$ , $^{15}\text{C}$ .....	81
<i>Жаугашева С.А., Сайдуллаева Г.Г., Нұрбакова Г.С., Хабыл Н., Туарбекова М.М.</i> B(Bs) Мезонның ауыр мезондарға ыдышырау қасиетін релятивистік әсерлесуін ескере отырып анықтау .....	86
<i>Қошанов Б.Д., Нұрыкенова Ж.С.</i> Жоғарғы ретті эллиптикалық тендеулер үшін жалпылаған Дирихле - Нейман есебінің шешілімі туралы.....	95
<i>Құралбаев З.К., Оразаева А.Р., Рахимжанова З.М.</i> Жоғары көтерілген магма заттарының әсерінен болатын астеносферадағы қозғалыстың механика-математикалық моделі.....	103
<i>Мұқашев К.М., Казаченок В.В., Алиева М.Е.</i> Гарыштық бөлшектер тұрғысынан физиканың іргелі проблемаларын оқытудың парадигмасы туралы жаңа көзқарастар.....	112
<i>Мырзакұл Т.Р., Таукенова А.С., Белисарова Ф.Б., Мырзакұл Ш.Р.</i> Гаусс-Боннэ инварианттымен минималды емес байланыс кезіндегі $k$ - ессеңцияның инфляциялық моделі.....	120
<i>Омашова Г.Ш., Слабекова Р.С., Қабылбеков К.А., Саїдахметов П.А., Абдрахманова Х.К., Арғысбаева А.С.</i> Изохоралық процесті зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың үйымдастырудың бланкі үлгісінің тапсырмаларын өз бетінше құрастыру.....	127
<i>Рябикин Ю.А., Ракыметов Б.А., Айтмұқан Т.</i> Қеміртек қабықшасының ЭПР-мәліметі негізінде қатты отын жаһының парамагниттік қасиетін анықтау мүмкіндігі.....	134
<i>Слабекова Р.С., Омашова Г.Ш., Қабылбеков К.А., Саїдахметов П.А., Серикбаева Г.С., Ақтуреева Г.К.</i> Тоқ көзін қосқанда және ажыратқанда тізбектегі токкушінің өзгеруін зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмыстың үйымдастырудың матлав бағдарламасын қолдану.....	139
<i>Ташенова Ж.М., Калдарова М., Мусайф М.</i> Жылу ағыны, жылу алмасу және жылу изоляциясы бар үшөлшемді есептің тұрқыты температуралы күйіндегі сандық сипаттамасы.....	148
<i>Ташенова Ж.М., Мусайф М., Калдарова М.</i> Термосерпімділікті есептеудегі энергетикалық әдісі.....	155
<i>Тұрғанбай Қ.Е., Қалдыbekova С.У.</i> Жоғарғы мектепте информатика пән мұғалімнің ойлау қабілетін жетілдіру ерекшеліктері.....	163
<i>Шоманов А.С., Ахмед-Заки Д.Ж., Амирғалиев Е.Н., Мансурова М.Е.</i> Кілттерді Mapreduce үлгісінде тарату есебі туралы .....	167
<i>Бакирова Э.А., Исқакова Н.Б., Уайсов Б.</i> Параметрі бар фредгольм интегралдық- дифференциалдық тендеуі үшін сыйықты шеттік есепті шешудің бір алгоритмі туралы .....	173
<i>Ақылбаев М.И., Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш.</i> Коэффициенті тұрқыты, бірінші ретті кәдімгі дифференциалдық тендеудің сингуляр әсерленген Коши есебін аргументтің ауытқыту әдісі арқылы шешу.....	181
<i>Рустемова К.Ж., Шалданбаев А.Ш., Ақылбаев М.И.</i> Коэффициенттері тұрқыты, екінші ретті кәдімгі дифференциалдық тендеудің сингуляр әсерленген Коши есебін аргументтің ауытқыту әдісі арқылы шешу.....	193
<i>Аширбаев X.К., Қабылбеков К.А., Абдрахманова Х.А., Джумагалиева А.И., Қыдырбекова Ж.Б.</i> MATLAB бағдарлама пакетін қолданып электр және магнит өрістерін зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмыстарды үйымдастыру.....	206

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Бердибай С.Б., Парецкая Н.А., Сабитов А.Н., Исламов Р.А., Тамазян Р.А., Токмодин С.Ж., Ильин А.И., Мартirosyan К.С.</i> Комплекс фенилаланина с иодом и его структура.....	5
<i>Кабышев А.М., Кутербеков К.А., Пенионжекевич Ю.Э., Маслов В.А., Мендибаев К., Соболев Ю.Г., Лукьянов С.М., Кабдрахимова Г.Д., Азнабаев Д., Курманжанов А.Т.</i> Статистические и систематические погрешности, полное сечение реакции, $\gamma$ -спектрометр.....	10
<i>Бердибай С.Б., Парецкая Н.А., Сабитов А.Н., Исламов Р.А., Тамазян Р.А., Токмодин С.Ж., Ильин А.И., Мартirosyan К.С.</i> Комплекс фенилаланина с иодом и его структура.....	19
<i>Джумагулова К.Н., Рамазанов Т.С., Машеева Р.У., Донко З.</i> Влияние внешнего магнитного поля на коэффициент диффузии трехмерной Юкава системы.....	25
<i>Грушевская Е.А., Лебедев И.А., Темиралиев А.Т., Федосимова А.И.</i> Исследование событий полного разрушения ядра снаряда во взаимодействиях асимметрических ядер.....	30
<i>Аскарова А., Жумаханова А.С., Кудайкулов А., Ташев А.А., Калиева Г.С.</i> Энергетический метод в исследовании установившегося теплофизического состояния стержня переменного сечения при наличии теплового потока, теплообмена и теплоизоляции.....	38
<i>Абишев М., Кенжебаев Н., Кенжебаева С., Джанибеков А.</i> Расчет изотопного состава катализитического материала при облучении реакторными нейtronами.....	48
<i>Абишев М., Хасанов М.</i> Моделирование взаимодействия тепловых нейтронов каталитическим составом (Pb,Bi,Po) с помощью программного комплекса "IBUS".....	53
<i>Алдабергенова Т.М., Ганеев Г.З., Кислицин С.Б., Досбалаев М.К.</i> Влияние импульсного плазменного облучения на термическую эрозию и структуру поверхности графита.....	57
<i>Джакупов К.Б.</i> Генеалогии уравнений Стокса и Навье. Степенные реологические законы и уравнения.....	64
<i>Жаугашева С.А., Валиолда Д.С., Джансейтов Д.М., Жусупова Н.К., Сериков Ж., Айтжан Ф.</i> $^{11}\text{Be}$ , $^{15}\text{C}$ Гало ядроларының кулондық қүйреуін теориялық зерттеу .....	81
<i>Жаугашева С.А., Сайдуллаева Г.Г., Нурабекова Г.С., Хабыл Н., Туарбекова М.М.</i> Определение свойств тяжелого B(Bs)-мезона в рамках релятивистского характера взаимодействия.....	86
<i>Кошанов Б.Д., Нурикенова Ж.С.</i> О разрешимости обобщенной задачи Дирихле - Неймана для эллиптического уравнения высокого порядка .....	95
<i>Куралбаев З.К., Оразаева А.Р., Рахимжанова З.М.</i> Механико-математическая модель движений в астеносфере под воздействием поднимающихся мантийных веществ.....	103
<i>Мукашев К.М., Казаченок В.В., Алиева М.Е.</i> О новых взглядах на парадигму обучения фундаментальным проблемам физики на примере частиц космического происхождения.....	112
<i>Мырзакұл Т.Р., Таукенова А.С., Белисарова Ф.Б., Мырзакұл Ш.Р.</i> Инфляционная модель $k$ -эссенции при неминимальной связи с инвариантом Гаусса-Боннэ.....	120
<i>Омашова Г.Ш., Слабекова Р.С., Кабылбеков К.А., Сайдахметов П.А., Абдрахманова Х.К., Арысбаева А.С.</i> Самостоятельное конструирование заданий для выполнения компьютерной лабораторной работы по исследованию изохорного процесса .....	127
<i>Рябикин Ю.А., Ракыметов Б.А., Айтмukan T.</i> О возможности определения параметров характеристик пламени твердого топлива на основе ЭПР-данных углеродных пленок.....	134
<i>Слабекова Р.С., Омашова Г.Ш., Кабылбеков К.А., Сайдахметов П.А., Серикбаева Г.С., Актуреева Г.К.</i> Организация компьютерных лабораторных работ по исследованию тока включения и выключения с использованием пакета программ MATLAB.....	139
<i>Ташенова Ж.М., Калдарова М., Мусайф М.</i> Численное обоснование одномерности некоторой трехмерной задачи установившегося температурного состояния при наличии теплового потока, теплообмена и теплоизоляции.....	148
<i>Ташенова Ж.М., Мусайф М., Калдарова М.</i> Энергетический метод в решении задач термоупругости.....	155
<i>Турганбай К.Е., Калдыбекова С.У.</i> Особенности развития мышления учителя информатики в высшей школе ....	163
<i>Шоманов А.С., Ахмед-Заки Д.Ж., Амирзалиев Е.Н., Мансурова М.Е.</i> О задаче оптимизации распределения ключей в Mapreduce модели .....	167
<i>Бакирова Э.А., Исакова Н.Б., Уасисов Б.</i> Об одном алгоритме решения линейной краевой задачи для интегро- дифференциального уравнения фредгольма с параметром .....	173
<i>Ақылбаев М.И., Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш.</i> Решение сингулярно возмущенной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с постоянным коэффициентом методом отклоняющегося аргумента.....	181
<i>Рустемова К.Ж., Шалданбаев А.Ш., Ақылбаев М.И.</i> Решение сингулярно возмущенной задачи Коши, для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методом отклоняющегося аргумента.....	193
<i>Аширбаев Х.К., Кабылбеков К.А., Абдрахманова Х.А., Джумагалиева А.И., Кыдырбекова Ж.Б.</i> Организация компьютерной лабораторной работы по исследованию электрического и магнитного полей с использованием пакета программ MATLAB .....	206

**CONTENTS**

<i>Berdibay S.B., Paretskaya N.A., Sabitov A.N., Islamov R.A., Tamazyan R.A., Tokmoldin S.Zh., Ilin A.I., Martirosyan K.S.</i>	
Phenylalanine - iodine complex and its structure.....	5
<i>Kabyshev A.M., Kuterbekov K.A., Penionzhkevich Yu.E., Maslov V.A., Mendibayev K., Sobolev Yu.G., Lukyanov S.M., Kabdrakhimova G. D., Aznabayev D. T., Kurmanzhanov A. T.</i> Errors in the total reaction cross sections and energies of incident particles measured using modified transmission technique .....	10
<i>Berdibay S.B., Paretskaya N.A., Sabitov A.N., Islamov R.A., Tamazyan R.A., Tokmoldin S.Zh., Ilin A.I., Martirosyan K.S.</i>	
Phenylalanine complex with iodine and its structure.....	19
<i>Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheyeva R.U., Donkó Z.</i> Effect of magnetic field on diffusion coefficients of the three-dimensional yukawa systems.....	25
<i>Grushevskaya E.A., Lebedev I.A., Temiraliев A.T., Fedosimova A.I.</i> Study on events with complete destruction of projectile nucleus in interactions of asymmetric nuclei .....	30
<i>Askarova A., Zhukhanova A.S., Kudaykulov A., Tashev A.A., Kalyanova G.S.</i> The energy method in the study of steady-state thermophysical condition of a rod of variable cross section in the presence of heat flow, heat exchange and thermal insulation.....	38
<i>Abishev M., Kenzhebayev N., Kenzhebayeva S., Dzhanybekov A.</i> Calculation of isotopic composition of catalytic material under radiation by reactor neutrons.....	48
<i>Abishev M., Khassanov M.</i> Simulation of the thermal neutronsinteraction with catalytic composition (Pb, Bi, Po) by "IBUS" software.....	53
<i>Aldabergenova T.M., Ganeyev G.Z., Kislytsin S.B., Dosbolayev M.K.</i> Effect of pulsed plasma irradiation on thermal erosion and structure of graphite surface.....	57
<i>Jakupov K.B.</i> Genealogy of the Stokes and Navier equations. Degree rheological laws and equations.....	64
<i>Zhaugasheva S.A., Valiolda D.S., Janseitov D.M., Zhussupova N.K., Serikov Zh., Aitzhan F.</i> Theoretical study of the coulomb breakup of the halo nuclei $^{11}\text{Be}$ , $^{15}\text{C}$ .....	81
<i>Zhaugasheva S.A., Saidullaeva G.G., Nurbakova G.S., Khabyl N., Turarbekova M.M.</i> Determination properties of heavy decay in the B(Bs) meson in the framework of the relativistic character of the interaction.....	86
<i>Koshanov B.D., Nurikenova J.</i> On solvability of the generalized Dirichlet-Neiman problem for a high order elliptic equation.....	95
<i>Kuralbaev Z.K., Orazaeva A.R., Rahimzhanova Z.M.</i> Mechanical-mathematical model of kinematics in the asthenosphere under the influence of rising mental substances.....	103
<i>Mukashev K.M., Kazachenok V.V., Alieva M.E.</i> About new look at the paradigm of study fundamental problems of physics of cosmic the example of origin.....	112
<i>Myrzakul T.R., Taukenova A.S., Belisarova F.B., Myrzakul S.R.</i> Inflation model of $k$ -essence for non minimally coupled Gauss-Bonnet invariant.....	120
<i>Omasheva G. Sh., Spabekova R.S., Kabylbekov K.A., Saidakhmetov P.A., Abdrahmanova KH.K., Arysbaeva A.S.</i> Independent designing of tasks for performance of computer laboratory work on the investigation of the isophoric process... 127	
<i>Ryabikin Yu.A., Rakymetov B.A., Aitmukan T.</i> On the possibility of determination of paramagnetic characteristics of flame of solid fuel on the basis of epr-data carbon films.....	134
<i>Spabekova R. S., Omasheva G.SH., Kabylbekov K. A., Saidakhmetov P. A., Serikbaeva G.S., Aktureeva G.K.</i> Organization of computer laboratory works on the research of turnonand turnoff current with the use of matlab program package .....	139
<i>Tashanova Zh., Kaldarova M., Mussaif M.</i> One-dimensional numerical substantiation of some three-dimensional problem steady state temperature in the presence of heat flow, heat exchange and thermal insulation.....	148
<i>Tashanova Z., Mussaif M., Kaldarova M.</i> Energy method in decision problems thermoelasticity.....	155
<i>Turganbay K.E., Kaldibekova S.U.</i> Features of thinking of the teacher of Informatics in high school.....	163
<i>Shomanov A.S., Akhmed-Zaki D.Zh., Amirkaliyev E.N., Mansurova M.E.</i> About the problem of key distribution in Mapreduce model .....	167
<i>Bakirova E.A., Iskakova N.B., Uaisov B.</i> On the algorithm for solving of a linear boundary value problem for fredholm integro-differential equation with parameter.....	173
<i>Akylbaev M.I., Saprigina M.B., Shaldanbaeva A.Sh.</i> Solution of a singularly perturbed Cauchy problem, for an ordinary differential equation of the first order with a constant coefficient, by the method of a deviating argument.....	181
<i>Rustemova K.Zh., Shaldanbaeva A.Sh., Akylbaev M.I.</i> Solution of a singularly perturbed Cauchy problem for an ordinary second-order differential equation with constant coefficients by the method of a deviating argument.....	193
<i>Ashirbaev H.A., Kabylbekov K. A., Abdrahmanova H. K., Dzhumagalieva A.I., Kydyrbekova Zh.B.</i> Organization of computer laboratory works to study electric and magnetic fields using the software package matlab.....	206

**Publication Ethics and Publication Malpractice  
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Редакторы *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев*  
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 10.04.2017.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
6,5 п.л. Тираж 300. Заказ 3.

---

*Национальная академия наук РК  
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19*