

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

4 (314)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2017 Ж.

ИЮЛЬ – АВГУСТ 2017 г.

JULY – AUGUST 2017

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Жұмаділдаев А.С. проф., академик (Қазақстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Қазақстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Өмірбаев У.У. проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Жұмабаев Д.С. проф. (Қазақстан)
Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошқаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Сұраған Д. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Қырғыстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорус)
Пашаев А. проф., академик (Әзірбайжан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2017

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

Джумадильдаев А.С. проф., академик (Казахстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Казахстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умирбаев У.У. проф. чл.-корр. (Казахстан)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Джумабаев Д.С. проф. (Казахстан)
Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Сураган Д. чл.-корр. (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Кыргызстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Пашаев А. проф., академик (Азербайджан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

Dzhumadildayev A.S. prof., academician (Kazakhstan)
Kalmenov T.Sh. prof., academician (Kazakhstan)
Zhantayev Zh.Sh. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umirbayev U.U. prof. corr. member. (Kazakhstan)
Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)
Dzhumabayev D.S. prof. (Kazakhstan)
Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)
Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)
Suragan D. corr. member. (Kazakhstan)
Quevedo Hernando prof. (Mexico),
Dzhunushaliyev V.D. prof. (Kyrgyzstan)
Vishnevskiy I.N. prof., academician (Ukraine)
Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)
Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)
Pashayev A. prof., academician (Azerbaijan)
Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.
Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz/physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

Besbayev G.A.¹, Shaldanbayev A.Sh.¹, Akylbayev M.I.²

¹South Kazakhstan State University, Shymkent

²Kazakhstan Engineering and Pedagogical University of Friendship of Peoples, Shymkent
shaldanbaev51@mail.ru

SOLUTION OF A SINGULARLY PERTURBED CAUCHY PROBLEM, FOR AN ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION OF THE SECOND ORDER WITH CONSTANT COEFFICIENTS, BY THE OPERATOR METHOD

Abstract. In this paper we obtain a spectral decomposition of the solution of the Cauchy problem in a space with an indefinite metric, and with the help of this expansion we deduce the boundary layer expansion of the solution of the singularly perturbed Cauchy problem, for an ordinary second-order differential equation

Key words: completely continuous operator, selfadjoint operator, Gilbert-Schmidt theorem, Volterian operators, indefinite metric, Schmidt decomposition, completeness, orthonormal basis.

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y''(x) + a y'(x) + by(x) = f(x), a, b - const, y(0) = 0, y'(0) = 0;$$
$$f(x) \in L^2(0,1), y(x) \in C^2(0,1) \cap C^2[0,1].$$

УДК 517.94

Г.А. Бесбаев,¹ А.Ш. Шалданбаев,¹ М.И. Ақылбаев²

¹Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ-сы;

²Қазақстанның инженерлі-педагогикалық халықтар достығы университеті, Шымкент қ-сы

КОЭФФИЦИЕНТТЕРІ ТҰРАҚТЫ ЕКІНШІ РЕТТІ КӘДІМГІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ СИНГУЛЯР ӘСЕРЛЕНГЕН КОШИЛІК ЕСЕБІН ШЕШУДІҢ ОПЕРАТОРЛЫҚ ӘДІСІ ТУРАЛЫ

1. Кіріспе.

Гилберттің $L^2(0,1)$ кеңістігінде Кошидің, мынадай,

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y''(x) + a y'(x) + by(x) = f(x) \quad (1)$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0 \quad (2)$$

есебін қарастырайық, мұндағы $\varepsilon > 0$ -азшама, $a, b - const$, $f(x) \in L^2(0,1)$, $y(x) \in C^2(0,1) \cap C^2[0,1]$.

Мына, $\varepsilon = 0$ сәтте, жоғарыдағы (1)- (2) теңдіктерінен әсерленбеген, мынадай

$$L_0 z = az'(x) + bz(x) = f(x) \quad (1)'$$

$$z(0) = 0 \quad (2)'$$

есепке келеміз. Мына,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y(x, \varepsilon) = z(x)$$

$$\varepsilon \rightarrow 0$$

теңдік қай кезде орындалады деген сұрақ туындайды, яғни бұл теңдік орындалуы үшін $f(x)$ функциясы мен a, b - коэффициенттері қандай болуы керек? Бұл есепті шешудің көптеген әдістері бар [1-9], өкінішке орай, бұл әдістердің көпшілігі жартылай эмпиристік әдістер қатарына жатады, себебі, есептің қалдық мүшесі, оның коэффициенттері арқылы бағаланбаған. Біз бұл есепті спектралдік әдіспен [10-17] шешіп, әлгі олқылықты толтырмақпыз.

2. Зерттеу әдістері

Жоғарыдағы (1)- (2)-есебіне, мынадай,

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y''(x) + ay'(x) + by(x),$$

$$D(L_\varepsilon) = \{y(x) \in C^2(0,1) \cap C^1[0,1]; y(0) = 0, y'(0) = 0\}$$

сызықтық оператор сәйкес келеді.

Лемма 1. Егер $Su(x) = u(1-x)$ болса, онда SL_ε операторы $L^2(0,1)$ -кеңістігінде симметриялы.

Дәлелі. Айталық, $u(x), v(x) \in D(L_\varepsilon)$ болсын, онда

$$\begin{aligned} (SL_\varepsilon u, v) &= (L_\varepsilon u, Sv) = \int_0^1 [\varepsilon u'' + au'(x) + bu(x)]v(1-x) dx = \\ &= \varepsilon \int_0^1 v(1-x) du' + a \int_0^1 v(1-x) du + \int_0^1 bu(x)v(1-x) dx = \\ &= \varepsilon v(1-x)u'(x) \Big|_0^1 + av(1-x)u(x) \Big|_0^1 + \varepsilon \int_0^1 v'(1-x) \cdot u'(x) dx + \\ &+ a \int_0^1 v'(1-x)u(x) dx + \int_0^1 bv(1-x)u(x) dx = \\ &= v'(1-x)u(x) \Big|_0^1 + \varepsilon \int_0^1 v''(1-x)u(x) dx + a \int_0^1 v'(1-x)u(x) dx + \\ &+ \int_0^1 bv(1-x)u(x) dx = \int_0^1 u(x) [\varepsilon v''(1-x) + av'(1-x) + bv(1-x)] dx = (u, SL_\varepsilon v). \end{aligned}$$

Салдар 1. SL_ε қабынатын оператор.

Лемма 2. L_ε -операторының сыңарласы, келесі,

$$L_\varepsilon^+ v = \varepsilon v''(x) - av'(x) + bv(x), D(L_\varepsilon^+) = \{v(x) \in C^2(0,1) \cap C^1[0,1]; z(1) = 0, z'(1) = 0\}$$

оператор болады.

Дәлелі. $u(x) \in D(L_\varepsilon)$ және $v(x) \in D(L_\varepsilon^+)$ болсын делік, сонда,

$$\begin{aligned} (L_\varepsilon u, v) &= \int_0^1 (\varepsilon u'' + au'(x) + bu(x))v(x) dx = \varepsilon \int_0^1 v(x) du'(x) + a \int_0^1 v(x) du + b \int_0^1 u(x)v(x) dx = \\ &= \varepsilon v(x)u'(x) \Big|_0^1 - \varepsilon \int_0^1 v'(x)u'(x) dx + av(x)u(x) \Big|_0^1 - a \int_0^1 v''(x)u(x) dx + \\ &+ b \int_0^1 u(x)v(x) dx = -\varepsilon \int_0^1 v'(x)du(x) - a \int_0^1 v'(x)u(x) dx + b \int_0^1 u(x)v(x) dx = \\ &= -\varepsilon v'(x)u(x) \Big|_0^1 + \varepsilon \int_0^1 v''(x)u(x) dx - a \int_0^1 v'(x)u(x) dx + b \int_0^1 u(x)v(x) dx = \end{aligned}$$

$$= \int_0^1 u(x) [\varepsilon v''(x) - av'(x) + bv(x)] = (u, L_\varepsilon^+ v) .$$

Салдар 2. L_ε -қабынатын оператор, себебі $L_\varepsilon^+ \subset L_\varepsilon^*$ және L_ε^+ -тығыз анықталған.

Лемма 3. (Алғы бағалар туралы)

Егер $a > 0, b \geq 0$ болса, онда, келесі, $\|y\| \leq \|L_\varepsilon y\|, \|y\|_1 \leq \sqrt{2} \|L_\varepsilon y\|$

алғы бағалар орынды.

Дәлелі. О баста, $y(x) \in D(L_\varepsilon)$ делік, онда

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y''(x) + ay'(x) + by(x), (L_\varepsilon y, y') = \varepsilon(y'', y') + a \|y'\|^2 + b(y, y'),$$

$$(y'', y') \int_0^1 y' dy' = \frac{(y')^2(x)}{2} \int_0^1 = \frac{y'^2(1)}{2} \geq 0;$$

$$(y, y') = \int_0^1 yy' dx = \frac{y^2(x)}{2} \int_0^1 = \frac{y^2(1)}{2} \geq 0; \Rightarrow a \|y'\|^2 \leq (L_\varepsilon y, y') \leq |(L_\varepsilon y, y')| \leq \|L_\varepsilon y\| \cdot \|y'\|, \Rightarrow a \cdot \|y'\| \leq \|L_\varepsilon y\|$$

Егер $y(0) = 0$ болса, онда $\|y\| \leq \|y'\|$. Шынында-да,

$$y(x) = \int_0^x y'(t) dt, \Rightarrow (y(x)) = \left| \int_0^x y'(t) dt \right| \leq \left(\int_0^x 1^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\int_0^x y'^2(t) dt \right)^{\frac{1}{2}} \leq \\ \leq x^{\frac{1}{2}} \left(\int_0^x y'^2(t) dt \right)^{\frac{1}{2}} \leq \|y'\|, \Rightarrow \|y\| \leq \|y'\|.$$

Демек, $\|y\| \leq \|y'\| \leq \|L_\varepsilon y\|$ және $\|y\|_1 = \sqrt{\|y\|^2 + \|y'\|^2} \leq \sqrt{\|L_\varepsilon y\| + \|L_\varepsilon y\|} \leq \sqrt{2} \|L_\varepsilon y\|$.

Егер $y \in D(\overline{L_\varepsilon})$ болса, онда, мынадай, $y_n \rightarrow y, L_\varepsilon y \rightarrow \overline{L_\varepsilon y}$ болатын $\{y_n\} \in D(L_\varepsilon), n = 1, 2, \dots$ тізбегі табылады. Онда $n \rightarrow \infty$ сәтінде, мынадай, $\|y_n\| \rightarrow \|y\|, \|y'_n\| \rightarrow \|y'\|$, және $\|L_\varepsilon y_n\| \rightarrow \|L_\varepsilon y\|$ болады, сондықтан кезкелген $\forall y \in D(\overline{L_\varepsilon})$ үшін, келесі,

$$\|y\| \leq \|y'\| \leq \|\overline{L_\varepsilon y}\|, \|y\|_1 \leq \sqrt{2} \|\overline{L_\varepsilon y}\|$$

теңсіздіктер орынды.

Егер $\overline{L_\varepsilon y} = 0$ болса, онда $y = 0$, сондықтан кері $(\overline{L_\varepsilon})^{-1}$ операторы бар және ол әсіре үзкіс (Реллихтың теоремасы бойынша).

SL_ε – операторы симметриялы болғандықтан, оның қабындысы $\overline{SL_\varepsilon} = S\overline{L_\varepsilon}$ операторы-да симметриялы, және $\overline{L_\varepsilon}$ қайтымды, онда $S\overline{L_\varepsilon}$ операторы-да, сондай, демек $\overline{SL_\varepsilon}$ жалқы оператор. Онда $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}$ операторы-да жалқы, және әсіре үзкіс, демек, Гилберт-Шмидтің теоремасы бойынша, келесі,

$$(\overline{SL_\varepsilon})^{-1} f = \sum_{n=1}^{\infty} \left((\overline{SL_\varepsilon})^{-1} f \varphi_n \right) \varphi_n(x) + \varphi_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (f_1 (SL_\varepsilon)^{-1} \varphi_n) \cdot \varphi_n(x) + \varphi_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(f, \varphi_n)}{\lambda_n} \cdot \varphi_n(x) + \varphi_0(x),$$

таралым орынды, мұндағы $\varphi_0(x) \in K$ егер $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1} f$, яғни $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1} \varphi_0 = 0, \Rightarrow \varphi_0(x) = 0$. Демек,

$$(\overline{SL_\varepsilon})^{-1} f = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(f, \varphi_n)}{\lambda_n} \varphi_n(x).$$

Егер $(f, \varphi_n) = 0, n = 1, 2, \dots$ болса, онда, мұнан, $f = 0$, демек, $\{\varphi_n(x)\}, n = 1, 2, \dots$ толық система.

Теорема 1. Егер $a > 0, b \geq 0$ болса, онда

1) Кері $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}$ операторы бар, және ол әсіре үзкіз жалқы оператор.

2) $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}$ -операторының нормаланған меншікті векторлары $L^2(0,1)$ кеңістігінде ортонормаланған базис құрайды.

Егер $L_\varepsilon y = f$ болса, онда

$$\overline{SL_\varepsilon} y = Sf(x) \Rightarrow \overline{SL_\varepsilon} y = Sf(x), \Rightarrow y(x, \varepsilon, f) = (\overline{SL_\varepsilon})^{-1} Sf(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Sf, \varphi_n)}{\lambda_n} \cdot \varphi_n(x).$$

Теорема 2. Егер $a > 0, b \geq 0$ болса, онда Кошидің, жоғарыдағы (1)- (2) есебі, әлді шешіледі және бұл әлді шешім, мынадай,

$$y(x, \varepsilon, f) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Sf, \varphi_n)}{\lambda_n} \cdot \varphi_n(x) \text{ болады, сонымен бірге кезкелген } \varepsilon > 0 \text{ үшін } y \in W_2^2(0,1) \text{ болады.}$$

3. Зерттеу нәтижелері

Егер $\text{де } (\overline{SL_\varepsilon})^{-1} \varphi_n(x) = \frac{1}{\lambda_n} \varphi_n(x), n = 1, 2, \dots,$ болса, онда $\varphi_n(x) \lambda_n = \overline{SL_\varepsilon} \varphi_n$. Енді $\varphi_n(x) \in D(\overline{L_\varepsilon})$

екенін ескерсек, онда $\varphi_n(x) \in W_2^2(0,1)$, сондықтан,

$$\begin{aligned} \overline{SL_\varepsilon} \varphi_n(x) &= SL_\varepsilon \varphi_n = S[\varepsilon \varphi_n'' + a \varphi_n'(x) + b \varphi_n(x)] = \lambda_n \varphi_n(x), \Rightarrow \\ \varepsilon \varphi_n''(x) + a \varphi_n'(x) + b \varphi_n(x) &= \lambda_n S \varphi_n(x), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\varphi_n(0) = 0, \varphi_n'(0) = 0.$$

Ұйғарым. Меншікті $\varphi_n(x) (n = 1, 2, \dots)$ функциялары шексіз рет дифференциалданады, бұл қасиет a, b коэффициенттерінің тұрақтылығының салдары.

Енді $(Sf, \varphi_n), n = 1, 2, \dots$, Фуренің коэффициенттерін есептейік. В-операторы мынадай,

$$\begin{aligned} Bz(x) &= az'(x) + bz(x), \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$$

болсын делік. Мына, $\varphi_n(x) \in D(B)$ жайды ескеріп, (3) формуланы, былай,

$\varepsilon \varphi_n''(x) + B \varphi_n(x) = \lambda_n S \varphi_n(x)$ жазайық, мұнан,

$$\varepsilon B^{-1} \varphi_n''(x) + \varphi_n(x) = \lambda_n B^{-1} S \varphi_n, n = 1, 2, \dots, \Rightarrow \varphi_n(x) = \lambda_n B^{-1} S \varphi_n - \varepsilon B^{-1} \varphi_n''(x);$$

$$(Sf, \varphi_n) = (Sf, \lambda_n B^{-1} S \varphi_n - \varepsilon B^{-1} \varphi_n'') = \lambda_n (Sf, B^{-1} S \varphi_n) - \varepsilon (Sf, B^{-1} \varphi_n'') =$$

$$\lambda_n \left((B^{-1})^+ Sf, S \varphi_n \right) - \varepsilon \left((B^{-1})^+ Sf, \varphi_n'' \right) =$$

$$= \lambda_n (SB^{-1} f, S \varphi_n) - \varepsilon (SB^{-1} f, \varphi_n'') = \lambda_n (B^{-1} f, \varphi_n) - \varepsilon (SB^{-1} f, \varphi_n'');$$

$$(SB^{-1} f, \varphi_n'') = \int_0^1 SB^{-1} f d\varphi_n'(x) = SB^{-1} f \cdot \varphi_n'(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 (SB^{-1} f)' \varphi_n'(x) dx =$$

$$-(SB^{-1} f)' \varphi_n(x) + \int_0^1 (SB^{-1} f)'' \varphi_n(x) dx =$$

$$\begin{aligned}
 S(B^{-1}f)' \varphi_n(x) \int_0^1 + \int_0^1 (SB^{-1}f)'' \varphi_n(x) dx &= (B^{-1}f)'(0) \cdot \varphi_n(1) + \left((SB^{-1}f)'' \varphi_n \right); \\
 (Sf, \varphi_n) &= \lambda_n (B^{-1}f, \varphi_n) - \varepsilon (B^{-1}f)'(0) \cdot \varphi_n(1) - \varepsilon \left((SB^{-1}f)'' \varphi_n \right), \Rightarrow \\
 y(x, \varepsilon, f) &= B^{-1}f(x) - (B^{-1}f)'(0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon \varphi_n(1)}{\lambda_n} \varphi_n(x) - \varepsilon y \left(x, \varepsilon, \frac{d^2}{dx^2} B^{-1}f \right). \quad (4)
 \end{aligned}$$

Енді оң жақтағы қатардың қосындысын табайық. Айталық, $\psi(x)$ - функциясы, келесі

$$\begin{aligned}
 \varepsilon \psi'' + a \psi'(x) + b \psi(x) &= 0, \\
 \psi(0) = 0, \psi'(0) &= 1
 \end{aligned} \quad (5)$$

Коши есебінің шешімі болсын, сонда $\psi \in D(B)$ болары айдан анық, сондықтан жоғарыдағы (5) теңдеуді, былай, $\varepsilon \psi'' + B\psi = 0, \Rightarrow \varepsilon S\psi'' + SB\psi = 0$, жазуға болады.

Сонда,

$$\begin{aligned}
 (SB\psi, \varphi_n) &= (SB\varphi, \lambda_n B^{-1}S\varphi_n - \varepsilon B^{-1}\varphi_n'') = \lambda_n (SB\psi, B^{-1}S\varphi_n) - \varepsilon (SB\psi, B^{-1}S\varphi_n'') = \\
 &= \lambda_n \left(S(B^{-1})^+ SB\psi, \varphi_n \right) - \varepsilon \left((B^{-1})^+ SB\psi, \varphi_n'' \right) = \lambda_n (SSB^{-1}B\psi, \varphi_n) - \varepsilon (SB^{-1}B\psi, \varphi_n'') = \\
 &= \lambda_n (\varphi, \varphi_n) - \varepsilon (S\psi, \varphi_n''). \\
 (S\psi, \varphi_n'') &= \int_0^1 S\psi d\varphi_n' = S\psi \cdot \varphi_n'(x) \int_0^1 - \int_0^1 (S\psi)' d\varphi_n(x) = \psi(1-x) \cdot \varphi_n'(x) \int_0^1 - (S\psi)' \varphi_n(x) \int_0^1 + \int_0^1 (S\psi)'' \varphi_n(x) dx = \\
 &= S\psi'(x) \cdot \varphi_n(x) \int_0^1 + \int_0^1 (S\psi)'' \varphi_n(x) dx = \psi'(1-x) \cdot \varphi_n(x) \int_0^1 + \int_0^1 (S\psi)'' \varphi_n(x) dx = \\
 &= \varphi_n(x) + \int_0^1 (S\psi)'' \varphi_n(x) dx = \left| \begin{array}{l} \varepsilon \psi'' + B\psi = 0, \\ \varepsilon S\psi'' + SB\psi = 0 \end{array} \right| = \varphi_n(x) - \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 SB\psi \varphi_n(x) dx = \\
 \varphi_n(x) - \frac{(SB\psi, \varphi_n)}{\varepsilon}; \Rightarrow (SB\psi, \varphi_n) &= \lambda_n (\psi, \varphi_n) - \varepsilon \varphi_n(x) + (SB\psi, \varphi_n), \Rightarrow (\psi, \varphi_n) = \frac{\varepsilon \varphi_n(x)}{\lambda_n}, \Rightarrow \psi(x) = \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} (\psi, \varphi_n) \varphi_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon \varphi_n(x)}{\lambda_n} \varphi_n(x). \quad (6)
 \end{aligned}$$

Соңғы табылған (6) формуланы жоғарыдағы (4) формулаға апарып қойсақ бізге керекті, мына,

$$y(x, \varepsilon, f) = B^{-1}f(x) - (B^{-1}f)'(0)\psi(x) - \varepsilon y(x, \varepsilon, \frac{d^2}{dx^2} B^{-1}f)$$

формула шығады.

Әрі қарай, математикалық индукцияны қолдануымызға болады.

$$y(x, \varepsilon, f) = \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k [B^{-1}D^k f(x) - (B^{-1}D^k f(x))'(0) * \psi(x)] \varepsilon^k + (-1)^n \varepsilon^n y(x, \varepsilon, D^n f).$$

Алынған нәтижені тұжырымдап қоялық.

Теорема 3. Егер $a > 0, b \geq 0, \varepsilon > 0, f(x) \in C^n[0,1]$ болса, онда Кошидің келесі,

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x), x \in [0,1] \quad (2.7.1)$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0 \quad (2.7.2)$$

есебінің шешімі, мынадай,

$$y(x, \varepsilon, f) = \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k [B^{-1} D^k f(x) - (B^{-1} D^k f(x))'(0) * \psi(x)] \varepsilon^k + (-1)^n \varepsilon^n y(x, \varepsilon, D^n f)$$

болады, мұндағы,

$$D^0 = I, Df(x) = \frac{d^2}{dx^2} B^{-1} f(x),$$

$$B^{-1} f(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{a} e^{-\int_t^x \frac{b}{a} d\xi} dt.$$

$$\psi(x) = \frac{e^{k_2 x} - e^{k_1 x}}{k_2 - k_1}, k_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4\varepsilon b}}{2\varepsilon};$$

$$||y(x, \varepsilon, D^n f)|| \leq \frac{||D^n f||}{a\sqrt{2}}.$$

4. Талқысы

Мысал.

$$\varepsilon y'(x) + ay(x) = 1, x \in (0, 1]; \quad (7)$$

$$y(0) = 0$$

Бұл есептің шешімі

$$y(x, \varepsilon) = \frac{1 - e^{-\frac{a}{\varepsilon}x}}{a}, \text{ мұнан } (8)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y(x, \varepsilon) = \begin{cases} 0, & x = 0 \text{ болған сәтте;} \\ \frac{1}{a}, & x \neq 0 \text{ болған сәтте.} \end{cases} \quad (9)$$

Жоғарыдағы (8) функцияның үзіксіз екені айдан анық, бірақ оның шегі (9) үзікті функция, демек жинақталу бірқалыпты емес. Теңдеудің оң жағы $f(x) = 1$ өте біртегіс әдемі функция, солай бола тұра, ол бірқалыпты жинақталуды қамтамасыз ете алмайды, демек, бірқалыпты жинақталуды қамтамасыз ету үшін теңдеудің оң жағына біртегістіктен басқа қосымша шарттар қою керек сыйақты.

Жоғарыдағы (0.1)-(7) есептің шешімі, мынадай

$$y(x, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x f(t) e^{-\frac{a}{\varepsilon}(x-t)} dt \quad (10)$$

болары айдан анық, егер $f(x) \in C[0,1]$, яғни ол $[0,1]$ кесіндісі бойында үзіксіз болса, онда

$$y(x, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x [f(t) - f(0)] e^{-\frac{a}{\varepsilon}(x-t)} dt + \frac{f(0)}{\varepsilon} \int_0^x e^{-\frac{a}{\varepsilon}(x-t)} dt,$$

$$\int_0^x e^{-\frac{a}{\varepsilon}(x-t)} dt = \left| \begin{matrix} x-t=s \\ -dt=ds \end{matrix} \right| = \int_0^x e^{-\frac{a}{\varepsilon}s} ds =$$

$$= e^{-\frac{a}{\varepsilon}s} \left(-\frac{\varepsilon}{a} \right) \Big|_0^x = \frac{\varepsilon}{a} \left(1 - e^{-\frac{a}{\varepsilon}x} \right), \text{ мұнан}$$

$$y(x, \varepsilon) - \frac{f(0)}{a} \left(1 - e^{-\frac{a}{\varepsilon}x} \right) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x [f(t) - f(0)] e^{-\frac{a}{\varepsilon}(x-t)} dt;$$

Соңғы интегралды, былай,

$$\left| \int_0^x [f(t) - f(0)] e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt \right| \leq \max_{0 \leq t \leq \varepsilon} |f(t) - f(0)| + \int_{\varepsilon}^x |f(x) - f(0)| e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt \leq$$

$$\leq \max_{0 \leq t \leq \varepsilon} |f(t) - f(0)| + 2 \max_{0 \leq t \leq 1} |f(t)| \times \int_0^x e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt \leq$$

$$\leq \max_{0 \leq t \leq \varepsilon} |f(t) - f(0)| + 2 \|f\|_c \times \frac{\left(1 - e^{-\frac{a}{\varepsilon}x} \right) \varepsilon}{a}$$

бағалауға болады, бірақ бұл баға бөліміндегі ε —ға төтеп бере алмайды. Мұнан шығар қорытынды есеп қарапайым болып көрінгенмен, қалпақпен ұрып алар, есептер қатарына жатпайды.

Егерде теңдеудің оң жағына қосымша шарт жүктесек, яғни $f(x) \in W_2^1[0,1]$ болса, онда

$$\left\| y(x, \varepsilon) - \frac{f(x)}{a} \right\| \leq \frac{\sqrt{\varepsilon}}{a\sqrt{2a}} [f|0| + \|f'\|]$$

боларын көруге болады

Егерде (10) формулада алмастыру жасасак ол, мына,

$$y(x, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x f(x-t) e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt$$

түрге келеді. Енді оң жақтағы интегралды, $f(x) \in W_2^n[0,1]$, сәтінде бөліктеп интегралдасак, онда мынадай,

$$\begin{aligned} \int_0^x f(x-t) e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt &= \dots = e^{-\frac{a}{\varepsilon}x} \sum_{k=1}^n (-1)^k f^{(k-1)}(0) \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^k - \\ &- \sum_{k=1}^n f^{(k-1)}(x) (-1)^k \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^k + (-1)^n \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^n \int_0^x f^{(n)}(x-t) e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt = \\ &= \left| t = \frac{x}{\varepsilon} \right| = \sum_{k=1}^n \left[\frac{(-1)^k f^{(k-1)}(0) e^{-at}}{a^k} - \frac{(-1)^k f^{(k-1)}(x)}{a^k} \right] \varepsilon^k + \\ &+ (-1)^n \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^n \int_0^x f^{(n)}(x-t) e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt, = \\ &= \sum_{k=1}^n [r_k(t) + P_k(x)] \varepsilon^k + (-1)^n \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^n \int_0^x f^{(n)}(x-t) e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt; \\ \left\| \int_a^x f^{(n)}(x-t) e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt \right\| &\leq \|f^{(n)}(x-t)\| \left(\int_0^1 e^{-\frac{2a}{\varepsilon}t} dt \right)^{\frac{1}{2}} \leq \\ &\leq \|f^{(n)}(x)\| \left[\left(\frac{\varepsilon}{-2a} e^{-\frac{2a}{\varepsilon}t} \right) / 0 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \|f^{(n)}(x)\| \times \left(\frac{\varepsilon}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}, \rightarrow \\ \left\| \int_0^x f^{(n)}(x-t) e^{-\frac{a}{\varepsilon}t} dt \right\| &\leq \|f^{(n)}(x)\| \left(\frac{\varepsilon}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Біз жоғарыда есепті қарабайыр әдістердің бірі арқылы шығаруға әрекет жасадық, бірақ мұнымыз іске аспады.

Егер $\varepsilon y'(x) + ay(x) = f(x)$, $y(0) = 0$; $a - \cos nt$ болса, онда

$$\frac{\varepsilon}{a} y(x) + \int_0^x y(t) dt = \frac{1}{a} \int_0^x f(t) dt.$$

Енді $\lambda = \frac{\varepsilon}{a}$, $F(t) = \frac{1}{a} \int_0^x f(t) dt$, $Jy(x) = \int_0^x y(t) dt$ болсын, десек, онда

$$\begin{aligned} (\lambda I + J)y(x) &= F(t), y(x) = R_\lambda F(t) = (J + \lambda I)^{-1} F(t) = \\ &= \frac{1}{a} (J + \lambda I)^{-1} J f(t) = \frac{1}{a} \left(J + \frac{\varepsilon}{a} I \right)^{-1} J f(x). \end{aligned}$$

J –интегралдау операторы әсіре үзiксіз операторлар қатарына жатады сондықтан, оның резольвентасы $R_\lambda = (J + \lambda I)^{-1}$ операторы да әсіре үзiксіз, ал оның өзі $\lambda = 0$ нүктесінен басқа барлық нүктелерде аналитикалық оператор функция, ал $\lambda = 0$ нүктесі елеулі (существенная) ерекше нүкте. Сондықтан, жалпы, алғанда,

$$\lim_{\lambda > 0} y(x, \lambda) = \lim_{\lambda > 0} (J + \lambda I)^{-1} F(t)$$

шегі жоқ ,сондықтан, тақырыпты тамам деуге болар еді. Бірақ λ белгілі бір қыйсықтың бойымен, немесе, нүктелермен ұмтылғанда ондай шек бар болып және ол керек болып тұр. Бұл тақырыптың өміршеңділігі мен өзектілігі осында болса керек. Келесі бөлімде біз қолданыста жүрген әдістерге талдау жасаймыз.

5.Қорытынды

Әдісімізді С.А. Ломовтың тұрландыру әдісімен салыстырайық, есептеулерді жеңілдету үшін, қарапайым жағдайды қарастыралық.

$H = L^2(0,1)$ –кеңістігінде Кошидің, мынадай,

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y'(x) + a(x)y(x) = f(x) \quad (11)$$

$$y(0) = 0 \quad (12)$$

сингуляр әсерленген есебін қарастыралық, мұндағы $\varepsilon \rightarrow 0$ –кезкелген параметр, ал $a(x)$ пен $f(x)$ мейлінше біртегіс функциялар.

Екі x және τ айнымалыларына тәуелді $u(x, \tau, \varepsilon)$ функциясы, $\tau = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x a(\xi) d\xi$ болған сәтте, (11)-(12) есептің шешімі болсын деп жорыйық, яғни

$$y(x, \varepsilon) = u(x, \tau, \varepsilon) / \tau = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x a(\xi) d\xi.$$

Осы формуланы x бойынша дифференциалдайық:

$$y' = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \tau} \times \frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a(x)}{\varepsilon} \times \frac{\partial u}{\partial \tau}.$$

Осы формуланы (11) теңдеуге апарып қояйық,

$$\left[\varepsilon \frac{\partial u}{\partial x} + a(x) \frac{\partial u}{\partial \tau} + a(x)u(x, \tau, \varepsilon) \right]_{\tau = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x a(\xi) d\xi} = f(x)$$

Сондай-ақ, $x = 0$ болған сәтте, (12)-формуладан

$$y(0, \varepsilon) = u(0, 0, \varepsilon) = 0$$

Әрі қарай, τ –ды екінші айнымалысы деп сонан, келесі,

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial u}{\partial x} + a(x) \frac{\partial u}{\partial \tau} + a(x)u(x, \tau, \varepsilon) = f(x) \\ u(0, 0, \varepsilon) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$(14)$$

есепті қарастырайық.

Бұл есептің бірімәнді шешілуі үшін (14) шарттың жетіспейтіні айдан анық, себебі теңдеу екі айнымалыға тәуелді дербес туындысы, ал бастапқы шарт тек бір ғана (0,0) нүктесінде берілген. Солай болса-да біз бұл есептің шешімін, мына,

$$u(x, \tau, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon^k u_k(x, \tau) + \varepsilon^n R_n(x, \tau, \varepsilon) \quad (15)$$

түрде іздейміз. Осы өрнекті жоғарыдағы (13) теңдеуге апарып қойып, төмендегі формулаларды аламыз.

$$\begin{aligned} & \varepsilon \left[\sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon^k \frac{\partial u_k}{\partial x} + \varepsilon^n \frac{\partial R_n}{\partial x} \right] + a(x) \left[\sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon^k \frac{\partial u_k}{\partial \tau} + \varepsilon^n \frac{\partial R_n}{\partial \tau} \right] + \\ & + a(x) \left[\sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon^k u_k(x, \tau) + \varepsilon^n R_n(x, \tau, \varepsilon) \right] = f(x), \\ & \sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon^{k+1} \frac{\partial u_k}{\partial x} + \sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon^k a(x) \frac{\partial u_k}{\partial \tau} + \sum_{k=0}^{n-1} a(x) u_k(x, \tau) \varepsilon^k + \\ & + \varepsilon^{n+1} \frac{\partial R_n}{\partial x} + \varepsilon^n a(x) \frac{\partial R_n}{\partial \tau} + \varepsilon^n a(x) R_n(x, \tau, \varepsilon) = f(x); \\ & \sum_{k=1}^n \varepsilon^k \frac{\partial u_{k-1}}{\partial x} + \sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon^k a(x) \frac{\partial u_k}{\partial \tau} + \sum_{k=0}^{n-1} a(x) u_k(x, \tau) \varepsilon^k + \\ & + \varepsilon^{n+1} \frac{\partial R_n}{\partial x} + \varepsilon^n a(x) \frac{\partial R_n}{\partial \tau} + \varepsilon^n a(x) R_n(x, \tau, \varepsilon) = f(x). \\ & \sum_{k=1}^{n-1} \varepsilon^k \left[\frac{\partial u_{k-1}}{\partial x} + a(x) \frac{\partial u_k}{\partial \tau} + a(x) u_k(x, \tau) \right] + a(x) \frac{\partial u_0}{\partial \tau} + a(x) u_0(x, \tau) + \\ & + \varepsilon^n \left[\varepsilon \frac{\partial R_n}{\partial x} + a(x) \frac{\partial R_n}{\partial \tau} + a(x) R_n(x, \tau, \varepsilon) + \frac{\partial u_{n-1}}{\partial x} \right] = f(x) \quad (16) \end{aligned}$$

Енді ε –ның бірдей дәрежелі коэффициенттерін теңестірсек, онда, мынадай,

$$a(x) \frac{\partial u_0}{\partial \tau} + a(x)u_0(x, \tau) = f(x), \frac{\partial u_0}{\partial \tau} + u_0 = \frac{f(x)}{a(x)}, \rightarrow$$

$$u_0(x, \tau) = \frac{f(x)}{a(x)} + C_0(\tau)e^{-\tau}, u_0(0,0) = \frac{f(0)}{a(0)} + C_0(0) = 0, C_0(0) = -\frac{f(0)}{a(0)}$$

Таңдау еркіндігін пайдаланып.

$$u_0(x, \tau) = \frac{f(x)}{a(x)} - \frac{f(0)}{a(0)}e^{-\tau}$$

болсын делік. Басқаша таңдағанда нәтижесі қалдықтан көрінер еді.

Жоғарыдағы (16) формуланың бірінші жақсасын нөлге теңеп, мынадай,

$$a(x) \left[\frac{\partial u_k}{\partial \tau} + u_k(x, \tau) \right] = -\frac{\partial u_{k-1}}{\partial x}, \rightarrow$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial \tau} + u_k(x, \tau) = -\frac{1}{a(x)} \frac{\partial}{\partial x} u_{k-1}(x, \tau)$$

теңдіктерді аламыз.

Енді $k = 1$ десек, онда

$$\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + u_1(x, \tau) = -\frac{1}{a(x)} \frac{\partial}{\partial x} u_0(x, \tau) = -\frac{1}{a(x)} \frac{d f(x)}{dx}$$

Мынадай, $D^0 = I, Df(x) = \frac{d f(x)}{dx a(x)}$ белгілеулер енгізсек, онда, былай,

$$u_0(x, \tau) = \frac{D^0 f(x)}{a(x)} - \frac{D^0 f(0)}{a(0)} e^{-\tau},$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + u_1(x, \tau) = -\frac{Df(x)}{a(x)}$$

болады. Анология бойынша

$$u_1(x, \tau) = -\left[\frac{Df(x)}{a(x)} - \frac{Df(0)}{a(0)} e^{-\tau} \right];$$

Енді $k = 2$ десек, онда

$$\frac{\partial u_2}{\partial \tau} + u_2(x, \tau) = -\frac{1}{a(x)} \frac{\partial}{\partial x} u_1(x) = \frac{1}{a(x)} D^2 f(x), \rightarrow$$

$$u_2(x, \tau) = \left[\frac{D^2 f(x)}{a(x)} - \frac{D^2 f(0)}{a(0)} e^{-\tau} \right].$$

Осы процессті жалғастыра берсек, онда, мынадай

$$u_k(x, \tau) = (-1)^k \left[\frac{D^k f(x)}{a(x)} - \frac{D^k f(0)}{a(0)} e^{-\tau} \right], k = 0, 1, 2, \dots, n - 1 \quad (17)$$

формулаға келеміз. Қалдық мүшеге, мынадай,

$$\varepsilon \frac{\partial R_n}{\partial x} + a(x) \frac{\partial R_n}{\partial \tau} + a(x) R_n(x, \tau, \varepsilon) + \frac{\partial u_{n-1}}{\partial x} = 0$$

теңдеу аламыз.

Енді, мына, жайды

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} R_n(x, \tau)_{\tau = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x a(\xi) d\xi} &= \frac{\partial R_n}{\partial x} + \frac{\partial R_n}{\partial \tau} \times \frac{\partial \tau}{\partial x} = \\ &= \frac{\partial R_n}{\partial x} + \frac{a(x)}{\varepsilon} \frac{\partial R_n}{\partial \tau}, \rightarrow \varepsilon \frac{d}{dx} R_n = \varepsilon \frac{\partial R_n}{\partial x} + a(x) \frac{\partial R_n}{\partial \tau}, \end{aligned}$$

аңғарсақ, онда қалдық мүшеге, мынадай

$$\begin{aligned} \varepsilon R_n' + a(x) R_n &= -\frac{\partial u_{n-1}}{\partial x} = (-1)^n D^n f(x) \\ R_n|_{x=0} &= 0 \end{aligned}$$

Кошидің есебін аламыз. Демек,

$$R_n(x) = (-1)^n y(x, \varepsilon, D^n f(x)), \quad (18)$$

мұндағы $y(x, \varepsilon, D^n f(x))$ – дегеніміз сол бастапқы Кошидің есебінің шешімі, тек оң жағында $D^n f(x)$ тұр. Енді (18) мен (17) апарып (15)-ге қойсақ

$$\begin{aligned} y(x) = u(x, \tau, \varepsilon) /_{\tau = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x a(\xi) d\xi} &= \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \left[\frac{D^k f(x)}{a(x)} - \frac{D^k f(0)}{a(0)} e^{-\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x a(\xi) d\xi} \right] + \\ &+ (-1)^n y(x, \varepsilon, D^n f), \end{aligned}$$

мұндағы $D^0 = I, Df(x) = \frac{d}{dx} \frac{f(x)}{a(x)}$,

Енді әдістің әлсіз тұстарына көз жүгіртейік.

- 1) Есептің шешімінің бар-жоқтығы туралы ешнәрсе айтылмайды;
- 2) Жоғарыдағы (13)-(14) есептің шешімдер жыйыны туралы дерек жоқ;
- 3) Осы есептің шешімі (15) түрінде боларына кім кепілдік береді, бұл сәттегі қалдық $R_n(x, \tau, \varepsilon)$ мүше туралы мәлімет жоқ;
- 4) Жоғарыдағы (16) теңдікте бірдей дәрежелі ε – дардың коэффициенттерін теңестіруге кім бізге құқық берді. Солай істеуге болар еді, егер $u(x, \tau, \varepsilon)$ –ның ε –ге тәуелділігі аналитикалық болса, яғни ол әрбір шегеленген x –тың мәні үшін ε –ның аналитикалық функциясы болса. Ең жоқ дегенде, бұлай жасау үшін қалдық мүше $R_n(x, \tau, \varepsilon)$ туралы алдыналар мәлімет керек;

5) Қалдық $R_n(x, \tau, \varepsilon)$ мүшенің бағасы туралы ешнәрсе жоқ.

Демек, бұл әдісті-ге жартылай эмпиристикалық деуге болады, ал біздің әдісіміз нақты тұжырымдарға негізделген, және нәтижеміз [2] еңбектің жетістіктерімен жақсы үйлесіп тұр.

ӘДЕБИЕТ

- [1] Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений.-М.: Высш. шк. 1990.-200с.
- [2] Вишик М.И., Люстерник А.А. Регулярное вырождение и погранслоный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром // Успехи математических наук, 1957. №5. с.3-122.
- [3] A. N. Tikhonov, Mat. Sbornik 27, 147-156 (1950), (in Russian).
- [4] M. I. Imanaliev, Asymptotical Methods in the Theory of Singularly Perturbed Integro-Differential Systems, Ilim, Bishkek,
- [5] S. Lomov, Introduction to the General Theory of Singular Perturbations, American Mathematical Society, Providence, RI, 1992.
- [6] V. Butuzov, Comput. Math. Math. Phys. 12, 14-34 (1972).
- [7] A. Vasil'eva, and V. Tupchiev, Soviet Math. Dokl. 9, 179-183 (1968).
- [8] V. Trenogin, Russian Math. Surveys 25, 119-156 (1970).
- [9] T. Sh. Kal'menov, S. T. Akhmetova, and A. Sh. Shaldanbaev, Mat. Zh. Almaty 4, 41-48 (2004), (in Russian).
- [10] T. Sh. Kal'menov, and U. A. Iskakova, Doklady Mathematics 45, 1460-1466 (2009).
- [11] T. Sh. Kal'menov, and A. Sh. Shaldanbaev, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems 18, 352-369 (2010).

- [12] A. Kopzhassarova, and A. Sarsenbi, *Abstract and Applied Analysis* 2012, 1-6 (2012), (Article ID 576843).
- [13] Orazov I., Shaldanbaev A., Shomanbayeva M. About the nature of the spectrum of the periodic problem for the heat equation with a deviating argument. // *Abstract and Applied Analysis*. Volume 2013(2013). Article ID 128363, 6 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2013/128363>.
- [14] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, Isabek Orazov, Solution of a singularly perturbed Cauchy problem using a method of a deviating argument, *AIP Conference Proceedings* 1676, 020072 (2015); doi: 10.1063/1.4930498
- [15] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, and Asylzat Kopzhassarova,
- [16] Solution of a singularly perturbed Cauchy problem for linear systems of ordinary differential equations by the method of spectral decomposition, *AIP Conference Proceedings* 1759, 020090 (2016); doi: 10.1063/1.4959704.
- [17] Ахиезер Н.Н., Глазман Н.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве.-М.:Наука, 1966.,-544с.
- [18] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1-2. – М.: Мир, 1977.

REFERENCES

- [1] Vasil'eva A.B., Butuzov V.F. *Asimtoticheskie metody v teorii singularnykh vozmushhenij*.-М.: Vyssh. shk. 1990.-200s.
- [2] Vishik M.I., Ljusternik A.A. *Reguljarnoe vyrozhdenie i pogranslojnyj sloj dlja linejnykh differencial'nykh uravnenij s malym parametrom* // *Uspehi matematicheskikh nauk*, 1957. №5. s.3-122.
- [3] A. N. Tikhonov, *Mat. Sbornik* 27, 147-156 (1950), (in Russian).
- [4] M. I. Imanaliev, *Asymptotical Methods in the Theory of Singularly Perturbed Integro-Differential Systems*, Ilim, Bishkek,
- [5] S. Lomov, *Introduction to the General Theory of Singular Perturbations*, American Mathematical Society, Providence, RI, 1992.
- [6] V. Butuzov, *Comput. Math. Math. Phys.* 12, 14-34 (1972).
- [7] A. Vasil'eva, and V. Tupchiev, *Soviet Math. Dokl.* 9, 179-183 (1968).
- [8] V. Trenogin, *Russian Math. Surveys* 25, 119-156 (1970).
- [9] T. Sh. Kal'menov, S. T. Akhmetova, and A. Sh. Shaldanbaev, *Mat. Zh. Almaty* 4, 41-48 (2004), (in Russian).
- [10] T. Sh. Kal'menov, and U. A. Iskakova, *Doklady Mathematics* 45, 1460-1466 (2009).
- [11] T. Sh. Kal'menov, and A. Sh. Shaldanbaev, *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems* 18, 352-369 (2010).
- [12] A. Kopzhassarova, and A. Sarsenbi, *Abstract and Applied Analysis* 2012, 1-6 (2012), (Article ID 576843).
- [13] Orazov I., Shaldanbaev A., Shomanbayeva M. About the nature of the spectrum of the periodic problem for the heat equation with a deviating argument. // *Abstract and Applied Analysis*. Volume 2013(2013). Article ID 128363, 6 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2013/128363>.
- [14] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, Isabek Orazov, Solution of a singularly perturbed Cauchy problem using a method of a deviating argument, *AIP Conference Proceedings* 1676, 020072 (2015); doi: 10.1063/1.4930498
- [15] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, and Asylzat Kopzhassarova,
- [16] Solution of a singularly perturbed Cauchy problem for linear systems of ordinary differential equations by the method of spectral decomposition, *AIP Conference Proceedings* 1759, 020090 (2016); doi: 10.1063/1.4959704.
- [17] Ахиезер Н.Н., Глазман Н.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве.-М.:Наука, 1966.,-544с.
- [18] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1-2. – М.: Мир, 1977.

УДК 517.94

Бесбаев Г.А.,¹ Шалданбаев А.Ш.,¹ Акылбаев М.И.²

¹Южно-Казахстанский государственный университет, г.Шымкент

²Казахстанский инженерно-педагогический университет Дружбы народов, г.Шымкент

РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ЗАДАЧИ КОШИ, ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ, ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ

Аннотация. В данной работе получено спектральное разложение решения задачи Коши в пространстве с индефинитной метрикой, и с помощью этого разложения выведено погранслоное разложение решения сингулярно возмущенной задачи Коши, для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка $L_\varepsilon y = \varepsilon y''(x) + a y'(x) + by(x) = f(x)$, $a, b - const$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$; $f(x) \in L^2(0,1)$, $y(x) \in C^2(0,1) \cap C^2[0,1]$.

Ключевые слова: вполне непрерывный оператор, самосопряженный оператор, теорема Гилберта – Шмидта, вольтеровы операторы, индефинитная метрика, разложение Шмидта, полнота, ортонормированный базис.

МАЗМҰНЫ

| | |
|---|----|
| <i>Сайдуллаева Н.С., Қабылбеков К.А., Пазылова Д.Т., Тагаев Н.С., Каликулова А.О.</i> Электр тізбегінің сыртқы кедергісінде бөлінетін қуатты зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты орындауды ұйымдастыру..... | 5 |
| <i>Асанова А.Т., Аширбаев Х.А., Сабалахова А.П.</i> Гиперболалық тектес дербес туындылы интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін бейлокал есеп туралы..... | 11 |
| <i>Сайдуллаева Н.С., Қабылбеков К.А., Пазылова Д.Т., Аширбаев Х.А., Каликулова А.О.</i> Компьютерлік зертханалық жұмыстарды орындау үшін бірмәнді емес есептер мен берілгендері түгел емес есептерді құрастыру..... | 19 |

Аспан механикасының, жұлдыздар жүйесінің және ядролық астрофизика мәселелері

| | |
|--|----|
| <i>Дубовиченко С.Б., Буркова Н.А., Джазаиров-Кахраманов А.В., Ткаченко А.С., Бейсенов Б.У., Мукаева А.Р.</i> Радиациялық ${}^3\text{He}^4\text{He}$ басып алу астрофизикалық S-факторы..... | 25 |
| <i>Ибраимова А.Т.</i> Жұлдызды шоғырлардың сандық үлгілеріндегі жарқырағыштылық кескіні..... | 32 |
| <i>Гайсина В.Н., Денисюк Э.К., Валиуллин Р.Р., Кусакин А.В., Шомшекова С.А., Рева И.В.</i> , NGC 5548 Айнымалы сейферт ғаламы..... | 41 |
| <i>Демченко Б.И., Воропаев В.А., Комаров А.А., Серебрянский А.В., Усольцева Л.А., Акниязов Ч.Б.</i> , KAZSAT-2 және KAZSAT-3 Қазақстандық байланыс серіктері үшін әлеуетті қауіпті геотұрақты серіктер | 50 |
| <i>Акниязов Ч.Б.</i> Ғарыштық коқыс бұлтындағы объекттердің соқтығысу ықтималдылығын анықтауды болжауға арналған қысқа және ұзақ мерзімді әдіс..... | 57 |
| <i>Серебрянский А.В., Кругов М.А., Валиуллин Р.Р., Комаров А.А., Демченко Б.И., Усольцева Л.А., Акниязов Ч.Б.</i> , Қазақстандағы ассы-түрген обсерваториясының жаңа оптикалық кешені | 66 |
| <i>Демченко Б.И., Комаров А.А., Кругов М.А., Рева И.В., Серебрянский А.В., Усольцева Л.А.</i> , 2016 жылы Тянь-шань және ассы-түрген обсерваторияларында геостационар серіктерді бақылау нәтижелері..... | 74 |

Жұлдыздардың және тұмандықтардың зерттеулері

| | |
|---|-----|
| <i>Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Кругов М.А.</i> , PC 12 және M1-46 планеталық тұмандықтардың спектрлік зерттеулері..... | 81 |
| <i>Павлова Л.А., Вильковиский Э.Я.</i> Жас жұлдыздарда X-гау эмиссиялар құрылуының негізгі механизмдері | 90 |
| <i>Павлова Л.А., Вильковиский Э.Я.</i> Хебигтің AeBe қос жұлдыздарынан X-гау эмиссияларды бақылау | 96 |
| <i>Павлова Л.А.</i> Жас жұлдыздар қабаттарындағы айнымалылықтың құрылымдарын және механизмдерін зерттеу..... | 102 |
| <i>Тереженко В.М.</i> , «Жұлдыздардың спектродетекциялық каталогы» O-B-жұлдыздар үшін бақыланатын және есептелген жұлдыздар шамасын және түстерінің көрсеткіштерін салыстыру..... | 110 |
| <i>Шестакова Л.И., Рева И.В., Кусакин А.В.</i> WD1145+017 ақ ергежей маңындағы планетоидтардың транзиттік өтуі және олардың термиялық эволюциясы..... | 117 |
| <i>Серебрянский А.В., Шестакова Л.И., Рева И.В.</i> WD1145 + 017 ақ ергежейдің жарқырау қисығының талдауы..... | 123 |
| <i>Айманова Г.К., Серебрянский А.В., Рева И.В.</i> SDSS 1507 + 52 катаклизмалық айнымаланың фотометрлік зерттеулері..... | 129 |
| <i>Тереженко В.М.</i> , Фотометрлік мәліметтер бойынша энергияның спектрлік таралуының абсолютизациясы..... | 136 |
| <i>Шестакова Л.И., Демченко Б.И.</i> , Соңғы спектрлік кластардағы жұлдыздар жанында сублимациялану процесінде шаң-тозаңды бөлшектердің орбиталық эволюциясы..... | 143 |
| <i>Шомшекова С.А., Рева И.В., Кондратьева Л.Н.</i> , Тянь-Шань Астрономиялық Обсерваториясындағы 1-метрлік телескопқа арналған фотометрлік жүйені стандарттау..... | 155 |

Күннің және күн жүйесі денелерінің физикасы

| | |
|--|-----|
| <i>Минасянц Г.С., Минасянц Т.М.</i> , Жеделдетілген протондар қуатына корональ шығарулардың соққы толқынының әсері..... | 162 |
| <i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А.</i> , 2004-2016 жылдары Юпитердің солтүстік және оңтүстік жартышарларында аммиактың жұту жолында асимметрияны зерттеу..... | 170 |
| <i>Каримов А.М., Лысенко П.Г., Тейфель В.Г., Филиппов В.А.</i> Юпитердің галилейлік серіктеріндегі өзара бірігулерді және тұтылуды зерттеу (халықаралық бағдарлама РНЕМУ-15). | 179 |
| <i>Тейфель В.Г., Каримов А.М., Лысенко П.Г., Филиппов В.А., Харитонова Г.А., Хоженец А.П.</i> , Юпитер: көпжылдық бақылаулар бойынша бес негізгі ендік белдіктерінде молекулалық жұтудың вариациясы..... | 185 |
| <i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> 2016 жылы экватор бойында және юпитердің орталық меридианында аммиак және метанның жұту вариациясы. 8 Жұту жолағы үшін салыстырмалы талдау..... | 192 |
| <i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> Юпитер дискісі бойынша аммиакты және метанды жұтудың кеңістікті-уақыттық вариациясы параметрлерінің корреляциялық өзара байланысы және олардың күн қарқындылығы индексімен байланысы | 204 |
| <i>Серебрянский А.В., Усольцева Л.А., Комаров А.А., Рева И.В.</i> Атмосфералық экстинкцияның лездік мәндері және ауысуы коэффициенттері..... | 209 |

* * *

| | |
|---|-----|
| <i>Ақылбаев М.И., Бесбаев Г.А., Шалданбаев А.Ш.</i> Коэффициенті айнымалы, бірінші ретті кәдімгі дифференциалдық теңдеудің сингуляр әсерленген Коши есебін спектралді таралым әдісі арқылы шешу..... | 215 |
| <i>Құдайберген А.Д., Байгісова Қ.Б., Жетпісбаев Қ.У., Алжамбекова Г.Т., Сәрсембаева Б.Д.</i> Нанокұрылымдардың ЖТАӨ қасиеттеріне әсері..... | 223 |
| <i>Бесбаев Г.А., Шалданбаев А.Ш., Ақылбаев М.И.</i> Коэффициенттері тұрақты екінші ретті кәдімгі дифференциалдық теңдеудің сингуляр әсерленген Кошилік есебін шешудің операторлық әдісі туралы..... | 230 |
| <i>Жақып-тегі К.Б.</i> Гуктың заңы анизотроптық денелердің серпілімдік теориясында..... | 241 |
| <i>Қабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Абдрахманова Х.К., Джумагалиева А.И., Қыдырбекова Ж.Б.</i> MATLAB бағдарламалық пакетін қолданып «Тікбұрыш екі диэлектрик жазықтық ішінде орналасқан ұзын, зарядталған өткізгіштен құралған жүйенің электр өрісін модельдеу» атты зертханалық жұмысты орындауды ұйымдастыру | 252 |
| <i>Қабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Тоқжигитова А.А., Абдикерова Ж.Р.</i> Айнымалы ток тізбегіндегі индуктивті катушканың реактивті кедергісінің тоқ жиілігіне тәуелдігін зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастыру..... | 259 |
| <i>Нысанбаева С.Қ., Тұрлыбекова Г.Қ., Майлина Х.Р., Манабаев Н.К., Омаров Т.К., Мырзашева Ф.Т.</i> Акустикалық интерферометрде конденсирленген орталардағы ультрадыбыстық жұтылу коэффициентін зерттеу..... | 266 |
| <i>Сэрээтэр Гульбахыт, Дюсембина Ж.К.</i> Модульдік оқыту технологиясын математика сабағында қолдану..... | 274 |

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| <i>Сайдуллаева Н.С., Кабылбеков К.А., Пазылова Д.Т., Тагаев Н.С., Каликулова А.О.</i> Организация выполнения компьютерной лабораторной работы по исследованию мощности выделяемой на внешней нагрузке электрической цепи..... | 5 |
| <i>Асанова А.Т., Аширбаев Х.А., Сабалахова А.П.</i> О Нелокальной задаче для системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа..... | 11 |
| <i>Сайдуллаева Н.С., Кабылбеков К.А., Пазылова Д.Т., Аширбаев Х.А., Каликулова А.О.</i> Конструирование неоднозначных задач и задач с недостающими данными для выполнения компьютерных лабораторных работ | 19 |

Проблемы небесной механики, динамики звездных систем и ядерной астрофизики

| | |
|--|----|
| <i>Дубовиченко С.Б., Буркова Н.А., Джазаиров-Кахраманов А.В., Ткаченко А.С., Бейсенов Б.У., Мукаева А.Р.,</i> Астрофизический S-фактор радиационного $^3\text{He}^4\text{He}$ захвата..... | 25 |
| <i>Ибраимова А.Т.,</i> Профили светимости в численных моделях звездных скоплений..... | 32 |
| <i>Гайсина В.Н., Денисюк Э.К., Валиуллин Р.Р., Кусакин А.В., Шомшекова С.А., Рева И.В.,</i> Переменность сейфертовской галактики NGC 5548..... | 41 |
| <i>Демченко Б.И., Воропаев В.А., Комаров А.А., Серебрянский А.В., Усольцева Л.А., Акниязов Ч.Б.,</i> Геостационарные спутники, потенциально опасные для Казахских спутников связи KAZSAT-2 и KAZSAT-3..... | 50 |
| <i>Акниязов Ч.Б.,</i> Коротко-временной и долговременной подход для прогноза определения вероятности столкновения объектов в облаке космического мусора..... | 57 |
| <i>Серебрянский А.В., Кругов М.А., Валиуллин Р.Р., Комаров А.А., Демченко Б.И., Усольцева Л.А., Акниязов Ч.Б.,</i> Новый оптический комплекс на обсерватории Ассы-Турген в Казахстане..... | 66 |
| <i>Демченко Б.И., Комаров А.А., Кругов М.А., Рева И.В., Серебрянский А.В., Усольцева Л.А.,</i> Результаты наблюдений геостационарных спутников в Тянь-Шанской и Ассы-Тургенской обсерваториях в 2016 году..... | 74 |

Исследование звезд и туманностей

| | |
|---|-----|
| <i>Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Кругов М.А.,</i> Спектральные исследования планетарных туманностей PC 12 и M1-46..... | 81 |
| <i>Павлова Л.А., Вильковиский Э.Я.,</i> Основные механизмы формирования X-гау эмиссии в молодых звездах..... | 90 |
| <i>Павлова Л.А., Вильковиский Э.Я.,</i> Наблюдения X-гау эмиссии от двойных звезд AeVe Хербига..... | 96 |
| <i>Павлова Л.А.,</i> Исследование структуры и механизмов переменности в оболочках молодых звезд..... | 102 |
| <i>Терецко В.М.,</i> Сравнение наблюдаемых и вычисленных звездных величин и показателей цвета для O-B-звезд «Спектрофотометрического каталога звезд»..... | 110 |
| <i>Шестакова Л.И., Рева И.В., Кусакин А.В.,</i> Транзитные прохождения планетоидов около белого карлика WD1145+017 и их термическая эволюция..... | 117 |
| <i>Серебрянский А.В., Шестакова Л.И., Рева И.В.,</i> Анализ кривой блеска белого карлика WD1145+017..... | 123 |
| <i>Айманова Г.К., Серебрянский А.В., Рева И.В.</i> Фотометрические исследования катаклизмической переменной SDSS 1507 + 52 | 129 |
| <i>Терецко В.М.,</i> Абсолютизация спектрального распределения энергии звезд по фотометрическим данным..... | 136 |
| <i>Шестакова Л.И., Демченко Б.И.,</i> Орбитальная эволюция пылевых частиц в процессе сублимации около звезд поздних спектральных классов..... | 143 |
| <i>Шомшекова С.А., Рева И.В., Кондратьева Л.Н.,</i> Стандартизация фотометрической системы 1-метрового телескопа ТШАО..... | 155 |

Физика Солнца и тел солнечной системы

| | |
|---|-----|
| <i>Минасянц Г.С., Минасянц Т.М.,</i> Влияние ударной волны корональных выбросов на энергию ускоренных протонов... 162 | |
| <i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А.,</i> Исследование асимметрии в ходе поглощения аммиака в северном и южном полушариях Юпитера в 2004-2016 годах..... | 170 |
| <i>Каримов А.М., Лысенко П.Г., Тейфель В.Г., Филиппов В.А.,</i> Наблюдения взаимных соединений и затмений галилеевых спутников Юпитера (Международная программа RHEMU-15)..... | 179 |
| <i>Тейфель В.Г., Каримов А.М., Лысенко П.Г., Филиппов В.А., Харитонова Г.А., Хоженец А.П.,</i> Юпитер: вариации молекулярного поглощения в пяти основных широтных поясах по многолетним наблюдениям..... | 185 |
| <i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> Вариации поглощения аммиака и метана вдоль экватора и центрального меридиана юпитера в 2016 году. Сравнительный анализ для 8 полос поглощения..... | 192 |
| <i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.,</i> Корреляционные взаимосвязи параметров пространственно-временных вариаций аммиачного и метанового поглощения по диску Юпитера и их связь с индексом солнечной активности..... | 204 |
| <i>Серебрянский А.В., Усольцева Л.А., Комаров А.А., Рева И.В.,</i> Коэффициенты перехода и мгновенные значения атмосферной экстинкции..... | 209 |

* * *

| | |
|--|-----|
| <i>Ақылбаев М.И., Бесбаев Г.А., Шалданбаев А.Ш.</i> Решение сингулярно возмущенной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с переменным коэффициентом, методом отклоняющегося аргумента..... | 215 |
| <i>Кудайберген А.Д., Байгисова К.Б., Жетписбаев К.У., Алджамбекова Г.Т., Сарсембаева Б.Д.</i> Влияние наноструктуры на свойства ВТСП | 223 |
| <i>Бесбаев Г.А., Шалданбаев А.Ш., Ақылбаев М.И.</i> Решение сингулярно возмущенной задачи Коши, для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, операторным методом..... | 230 |
| <i>Джакупов К.Б.</i> Закон Гука в теории упругости анизотропных тел | 241 |
| <i>Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Абдрахманова Х.К., Джумагалиева А.И., Кыдырбекова Ж.Б.</i> Организация выполнения лабораторной работы «Моделирование электрического поля системы, состоящей из диэлектрического угольника и длинного заряженного проводника» с использованием пакета программ MATLAB..... | 252 |
| <i>Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Токжигитова А.А., Абдикерова Ж.Р.</i> Организация выполнения компьютерной лабораторной работы по исследованию зависимости реактивного сопротивления катушки индуктивности от частоты переменного тока..... | 259 |
| <i>Нысанбаева С.К., Турлыбекова Г.К., Майлина Х.Р., Манабаев Н.К., Омаров Т.К., Мырзаева Ф.Т.</i> Исследование коэффициента ультразвукового поглощения в конденсированных средах на акустическом интерферометре | 266 |
| <i>Сэрээтэр Гульбахыт, Дюсембина Ж.К.</i> Технология модульного обучения на уроках математики..... | 274 |

CONTENTS

| | |
|--|----|
| <i>Saidullayeva N.S., Kabyrbekov K.A., Pazylova D.T., Tagaev N.S., Kalikulova A.O.</i> Organization of computer lab work to study the power of an electrical circuit oozed on an exterior loading..... | 5 |
| <i>Assanova A.T., Ashirbaev H.A., Sabalakhova A.P.</i> On the nonlocal problem for a system of the partial integro-differential equations of hyperbolic type..... | 11 |
| <i>Saidullayeva N.S., Kabyrbekov K.A., Pazylova D.T., Ashirbaev Kh.A., Kalikulova A.O.</i> Designing the ambiguous tasks and tasks with missing data for performance of computer laboratory works..... | 19 |

Problems of celestial mechanics, dynamics of stellar systems and nuclear astrophysics

| | |
|--|----|
| <i>Dubovichenko S. B., Burkova N.A., Dzhezairov-Kakhramanov A.V., Tkachenko A.S., Beisenov B.U., Mukaeva A.R.</i> Astrophysical S-factor for the radiative $^3\text{He}^4\text{He}$ capture..... | 25 |
| <i>Ibraimova A.T.</i> Luminosity profiles in numerical models of star clusters..... | 32 |
| <i>Gaisina V., Denissyuk E., Valiullin R., Kusakin A., Shomsheikova S., Reva I.</i> Variability of Seyfert galaxy NGC 5548..... | 41 |
| <i>Demchenko B. I., Komarov A. A., Serebryansky A. V., Voropaev V. A., Usoltseva L. A., Akniyazov C. B.</i> Geostationary satellites, potentially dangerous for Kazakhstan communication satellites KAZSAT-2 AND KAZSAT-3..... | 50 |
| <i>Akniyazov C. B.</i> Short- and long- term approach collision probability of the objects in space debris cloud..... | 57 |
| <i>Serebryanskiy A., Krugov M., Valiullin R., Komarov A., Demchenko B., Usoltseva L., Akniyazov Ch.</i> The new optical complex at assy-turgen observatory in Kazakhstan..... | 66 |
| <i>Demchenko B. I., Komarov A. A., Krugov M.A., Reva I.V., Serebryansky A.V., Usoltseva L. A.</i> Results of observations of geostationary satellites at Tien Shan and Assy- Turgen astronomical observatory in 2016 | 74 |

The study of stars and nebulae

| | |
|---|-----|
| <i>Kondratyeva L., Rspaev F., Krugov M.</i> Spectral study of the planetary nebulae PC 12 and M1-46..... | 81 |
| <i>Pavlova L.A., Vil'koviskij E.Ya.</i> The main formation mechanisms of X-Ray emission of the young stars..... | 90 |
| <i>Pavlova L.A., Vilkoviskij E.Ya.</i> Observations of X-ray emission from binaries herbig AeBe stars..... | 96 |
| <i>Pavlova L.A.</i> Investigating of the structure and mechanisms variability in envelopes of young stars..... | 102 |
| <i>Tereschenko V. M.</i> The comparison of the observed and calculated magnitudes and color-indexes for O-B-stars of "Spectrophometrical catalogue of stars"..... | 110 |
| <i>Shestakova L.I., Pesa H.B., Kysakun A.B.</i> Transit passages of planetoids near white dwarf WD1145 + 017 and their thermal evolution..... | 117 |
| <i>Serebryanskiy A.V., Shestakova L.I., Reva I.V.</i> Analysis of light curves of the white DWARF | 123 |
| <i>Aimanova G. K., Serebryanskiy A. V., Reva I.V.</i> Photometric studies of the cataclysmic variable SDSS 1507 + 52..... | 129 |
| <i>Tereschenko V. M.</i> The absolutization of spectral energy distribution of stars on spectral and photometric data | 136 |
| <i>Shestakova L.I., Demchenko B.I.</i> Orbital evolution of dust particles in the sublimation process around stars of late spectral classes | 143 |
| <i>Shomsheikova S. A., Reva I. V., Kondratyeva L.N.</i> Standardization of the photometric system of the 1-meter telescope on TShAO..... | 155 |

Physics of the Sun and solar system bodies

| | |
|---|-----|
| <i>Minasyants G.S., Minasyants T.M.</i> Effect of the shock wave of coronal ejection on the energy of accelerated protons..... | 162 |
| <i>Vdovichenko V.D., Kirienko G.A.</i> Ammonia absorption asymmetry along the latitudes of the northern and southern hemispheres of Jupiter from 2004-2016 observations | 170 |
| <i>Karimov A.M., Lysenko P.G., Tejfel V.G., Filippov V.A.</i> The observations of the Jipiter galilean satellites mutual occultations and eclipses (PHEMU-15 international program)..... | 179 |
| <i>Tejfel V.G., Karimov A.M., Lysenko P.G., Filippov V.A., Kharitonova G.A., Khozhenetz A.P.</i> Jupiter: variations of the molecular absorption at five main latitudinal belts from longtime observations..... | 185 |
| <i>Vdovichenko V.D., Kirienko G.A., Lysenko P.G.</i> The variations of ammonia and methane absorption along the jovian equator and central meridian in 2016. Comparative analysis of the eight absorption bands..... | 192 |
| <i>Vdovichenko V.D., Kirienko G.A., Lysenko P.G.</i> Mutual correlations of the parameters of the methane and ammonia absorption spatial-temporal variations over jovian disk and their connections with the solar activity index | 204 |
| <i>Serebryanskiy A., Usoltseva L., Komarov A., Reva I.</i> The trasformation coefficients and instantaneous values of atmospheric extinction..... | 209 |

* * *

| | |
|---|-----|
| <i>Akylbaev M.I., Besbayev G.A., Shaldanbaev A.Sh.</i> Solution of a singularly perturbed Cauchy problem, for an ordinary differential equation of the first order with a variable coefficient, by the method of a deviating argument..... | 215 |
| <i>Kudaibergen A.D., Baigisova K.B., Zhetpisbayev K.U., Aldzhambekova G.T., Sarsembayeva B.D.</i> Effect of nanostructures on HTSC properties | 223 |
| <i>Besbayev G.A., Shaldanbaev A.Sh., Akylbayev M.I.</i> Solution of a singularly perturbed Cauchy problem, for an ordinary differential equation of the second order with constant coefficients, by the operator method..... | 230 |
| <i>Jakupov K.B.</i> Hook's law in the theory of elasticity of anisotropic bodies..... | 241 |
| <i>Kabyrbekov K. A., Ashirbaev H.A., Abdrahmanova H. K., Dzhumagaliyeva A.I., Kydybekova Zh.B.</i> Managing the implementation of laboratory work "Simulation of the electric field of a system consisting of dielectric triangles and long conductor charged" with using MATLAB software package | 252 |
| <i>Kabyrbekov K.A., Saidahmetov P.A., Omashova G.Sh., Tokzhigitova A.A., Abdikerova Zh.R.</i> The organization of performance of computer laboratory operation on examination of dependence of condensance of inductance coils from frequency of the alternating current..... | 259 |
| <i>Nysanbaeva S.K., Turlybekova G.K., Maylina Kh.R., Manabaev N.K., Omarov T.K., Myrzacheva F.T.</i> Research of the ultrasonic absorption coefficient in condensed states on acoustic interferometer..... | 266 |
| <i>Sereeter G., Dyusembina Zh.K.</i> Using modular technology at math lesson..... | 274 |

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 27.07.2017.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
17,8 п.л. Тираж 300. Заказ 4.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19