ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

♦

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

♦

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

6 (316)

ҚАРАША – ЖЕЛТОҚСАН 2017 Ж.
НОЯБРЬ – ДЕКАБРЬ 2017 г.
NOVEMBER – DECEMBER 2017

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде 01.06.2006 ж. берілген **№5543-Ж** мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18, www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

---

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 6, Number 316 (2017), 96 – 107

UDC 517.94

E. Musrepova, A.N. Zhidebaeva, A.Sh. Shaldanbaev

South Kazakhstan Pedagogical University, Shymkent
zhanat.dauletbeckyzi@mail.ru shaldanbaev51@mail.ru

ON OPERATOR METHODS FOR SOLVING A SINGULARLY PERTURBED CAUCHY PROBLEM FOR AN ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION OF THE FIRST ORDER WITH A VARIABLE COEFFICIENT

Abstract. In this paper, we obtain a spectral decomposition of the solution of the Cauchy problem in a space with an indefinite metric, and with this decomposition a boundary layer expansion of the solution of a singularly perturbed Cauchy problem is derived, for a model equation of the first order $\varepsilon y' + a(x)y(x) = f(x), y(0) = 0, a(x) > 0, f(x) \in W_2^n[0,1], a(x)\epsilon C^n[0,1]$.
Keywords: completely continuous operator, Hilbert-Schmidt's theorem, selfadjoint operator, Volterian operators, indefinite metric, Schmidt decomposition, completeness, orthonormal basis.

УДК 517.94

Э. Мусрепова, А.Н. Жидебаева, А.Ш. Шалданбаев

Оңтүстік Қазақстан педагогикалық университеті, Шымкент қ-сы

СИНГУЛЯР ӘСЕРЛЕНГЕН, БІРІНШІ РЕТТІ ТЕҢДЕУДІҢ, КОШИЛІК ЕСЕБІН ШЕШУДІҢ ОПЕРАТОРЛЫҚ ӘДІСТЕРІ

1. Кіріспе

Егер f(x)∈ $L^2(0,1)$, ал a(x)-дегеніміз, [0,1] кесіндісі бойында үзіксіз нақты функция болса, онда, мына,

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y'(x) + a(x)\, y(x) = f(x),\ x \in (0,1)\ ; \tag{1}$$

$$y(0)=0 \tag{2}$$

Коши есебінің шешімі $\varepsilon \to +0$ сәтінде қайда ұмтылады, жалпы бұл үшін $a(x)$ функциясы қандай болуы керек?

Бұл есепті шешудің көптеген әдістері бар [1-9],өкінішке орай,бұл әдістердің көпшілігі жартылай эмпиристік әдістер қатарына жатады,себебі, есептің қалдық мүшесі, оның коэффициенттері арқылы бағаланбаған.Біз бұл есепті операторлық әдіспен [10-17] шешіп, әлгі олқылықты толтырмақпыз.

2. Зерттеу әдістері

Анықтама 1. Егер Гилберттің Н кеңістігінің әрбір х∈Н элементін, былайша,

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} x_k e_k$$

етіп, Н кеңістігінде жинақталатын қатарға бірмәнді таратуға болса, онда $\{e_k\}, k = 1,2,,,$ элементтер системасын осы Н кеңістігінің базисі дейміз. Бірмәнділік дегеніміз әрбір x элементіне тек бір ғана $\{x_k\}, k = 1,2,,,$ коэффициенттер тізбегі сәйкес келеді дегенді білдіреді.

Анықтама 2. Егер барлық x,y ∈ D(A) элементтері үшін, мына, (Ax, y)=(x, Ay) теңдігі орындалса онда бұл операторды эрмиттік дейміз.

Теорема 1. Әсіре үзіксіз эрмиттік оператордың спектрі тек меншікті мәндерден тұрады, олардың әрбірі санеселі, және оларға $\lambda = 0$ нүктесі ғана шектік нүкте бола алады. Керісінше, осындай қасиетке ие, эрмиттік оператор әсіре үзіксіз.

Теорема 2. Егер A−дегеніміз Гилберттің Н кеңістігіндегі әсіре үзіксіз әрі жалқы оператор болса, онда әрбір x∈H үшін Ax элементі осы Н кеңістігінде жыйнақталатын, A операторының ортанормаланған меншікті векторларынан құралған, Фурьенің қатарына жіктеледі, яғни

$$Ax = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \left(x, \varphi_k \right) \cdot \varphi_k ,$$

мұндағы λ_k - дегеніміз A операторының меншікті мәндері, ал φ_k - меншікті векторлары .

Осы теоремадан екі салдар шығады.

Салдар 1. Егер әсіре үзіксіз әрі жалқы A операторы қайтымды болса, онда оның меншікті векторларынан Н кеңістігінің базисін құрауға болады

Салдар 2. Егер A операторы Гилберттің сеперабелді Н кеңістігінде әсіре үзіксіз әрі жалқы болса, онда бұл кеңісітікте A операторының меншікті векторларынан құралған ортанормаланған базис бар.

Анықтама 3. Егер, мына,

$$\int_a^b \int_a^b |k(\mathrm{s},\mathrm{t})|^2 ds dt \prec \infty$$

шарт орындалса, онда $a \prec s,t \prec b$ жыйынында анықталған $K(\mathrm{x},\mathrm{t})$ функциясын Гилберт пен Шмидтің ядросы дейміз, айтпақшы, мұндағы a мен b шамалы-да, бейшамалы-да болуы мүмкін.

Теорема 3. Егер $K(\mathrm{s},\mathrm{t})$- Гилберт пен Шмидтің ядросы болса, онда $t(\mathrm{x}) \in L^2(\mathrm{a},\mathrm{b})$ функциясына, мына, $g(\mathrm{s}) = \int_a^b K(\mathrm{s},\mathrm{t})\,\mathrm{f}(\mathrm{t})\,\mathrm{dt}$ функцияны сәйкестендіретін интегралдық оператор $L^2(\mathrm{a},\mathrm{b})$ кеңістігінде әсіре үзіксіз.

Лемма 1. Егер кез келген $x \in [0,1]$ үшін

$$\text{(a)}\ a(\mathrm{x}) = \mathrm{a}(1-\mathrm{x});\ a(\mathrm{x}) \in \mathrm{C}[0,1]$$

$$\text{(б)}\ Su(\mathrm{x}) = \mathrm{u}(1-\mathrm{x})$$

болса, онда SL_ε - операторы $L^2(0,1)$ кеңістігінде симметриялы.

Дәлелі. Мына, $u(\mathrm{x})$ және $v(\mathrm{x})$ функциялары L_ε операторының $\mathrm{D}(L_\varepsilon)$ аймағында жатсын делік, яғни $u(\mathrm{x}) \in \mathrm{D}(\mathrm{L}_\varepsilon)$. және $\mathrm{v}(\mathrm{x}) \in \mathrm{D}(\mathrm{L}_\varepsilon)$;

$$\mathrm{D}(\mathrm{L}_\varepsilon) = \left\{ y(\mathrm{x}) \in C^1(0,1] \cap C[0,1]; \mathrm{y}(0) = 0 \ \right\}.$$

Онда, төмендегі, формулалар орынды.

$$\left(SL_\varepsilon u, v \right) = \int_0^1 L_\varepsilon uSvdx = \int_0^1 \left[\varepsilon u' + a(\mathrm{x})\,\mathrm{u}(\mathrm{x}) \right] v(1-\mathrm{x})\,\mathrm{dx} = \varepsilon \cdot \int_0^1 v(1-\mathrm{x})\,\mathrm{du} + \int_0^1 d(\mathrm{x})\,\mathrm{u}(\mathrm{x})\,\mathrm{v}(1-\mathrm{x})\,\mathrm{dx} = \varepsilon\,\mathrm{v}(1-\mathrm{x})$$

$$\mathrm{u(x)}\int_0^1 +\varepsilon - \int_0^1 u(\mathrm{x})\,\mathrm{v'(1-x)\,dx} + \int_0^1 u(\mathrm{x})\,\mathrm{a(x)\,v(1-x)\,dx} = \left|a(\mathrm{x}) = \mathrm{a(1-x)}\right| =$$

$$\varepsilon(\mathrm{u}, \mathrm{S}\frac{d}{dx}\mathrm{v}) + \left(u, Sav\right) = (\mathrm{u}, \varepsilon\,\mathrm{S}\frac{d}{dx}\mathrm{v} + \mathrm{Sav}) = (\mathrm{u}, \mathrm{SL}_\varepsilon \mathrm{v}),$$

мұндағы $(\cdot,\cdot)$ - дегеніміз $L^2(\mathrm{a,b})$ кеңістігіндегі скаляр көбейтінді.

Лемма 2. Егернақты, үзіксіз $a(\mathrm{x})$ - функциясы, мына,

$$a(\mathrm{x}) \geq \alpha > 0, \forall\, \mathrm{x} \in [0,1]$$

шартты қанағаттандырса, онда кез келген $\mathrm{u(x)} \in \mathrm{D(L}_\varepsilon)$ функциясы үшін, мынадай,

$$\left\|\overline{SL_\varepsilon u}\right\| \geq \alpha \cdot \|u\| \qquad (3)$$

алғыбаға орынды мұндағы $(-)$ - дегеніміз қабындыру амалын білдіреді.

Дәлелі. Жоғарыдағы (1) теңдеудің екі жағын-да скаляр $\mathrm{u(x)} \in \mathrm{D(L}_\varepsilon)$ функциясына көбейтсек, мына, $(\mathrm{L}_\varepsilon \mathrm{u,u}) - \varepsilon \cdot (\mathrm{u',u}) + (\mathrm{au,u}) = (\mathrm{f,u})$ теңдікті аламыз, мұнан

$$\varepsilon(\mathrm{u',u}) = \varepsilon \cdot \int_0^1 u\,'udx = \varepsilon \int_0^1 udu = \varepsilon \cdot \left.\frac{u^2(\mathrm{x})}{2}\right|_0^1 = \frac{\varepsilon u^2(1)}{2} \geq 0;$$

мұнан,

$$(\mathrm{au,u}) \leq (\mathrm{t,u}) \leq \|t\| - \|u\| \ .$$

Жоруымыз бойынша $a(\mathrm{x}) \geq \alpha > 0$ болғандықтан, соңғы теңсіздіктен

$$\alpha \cdot \|u\|^2 \leq (\mathrm{au,u}) \leq \|t\| \cdot \|u\| => \alpha \cdot \|u\| \leq \|t\| = \|L_\varepsilon u\|.$$

S - унитар оператор болғандықтан, мына, $\|SL_\varepsilon u\| = \|L_\varepsilon u\|$ теңдік орынды, сондықтан $\|SL_\varepsilon u\| \geq \alpha \cdot \|u\|$. (4)

Егер $\mathrm{y(x)} \in \mathrm{D}(\overline{S\,\mathrm{L}_\varepsilon})$ болса, онда $\mathrm{y(x)} \in \mathrm{D(SL}_\varepsilon)$ тізбегі табылып, мына, $y_n(\mathrm{x}) \to \mathrm{y(x)}, \mathrm{SL}_\varepsilon\, y_n \to \mathrm{SL}_\varepsilon\, y$ шектік шарттар орындалады. Енді, мына, (4)

$$\|\mathrm{SL}_\varepsilon\, y_n\| \geq \alpha \|y_n\|$$

теңсіздікте $\wedge \to \infty$ деп шекке көшсек, онда (3) теңсіздігін аламыз, яғни лемманың тұжырымын.

Салдар 3.

(а) Кері $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}$ операторы бар;

(б) $\overline{SL_\varepsilon}$ операторының мәндерінің жыйыны тұйық, яғни $\overline{R(SL_\varepsilon)} = R\left(\overline{SL_\varepsilon}\right)$.

Шынында-да, егер $y \in \overline{R(SL_\varepsilon)}$ болса, онда $\{y_n\} \in R(\overline{SL_\varepsilon})$ тізбегі табылып $y_n \to \mathrm{y}$ болар еді, яғни $y_n = \overline{SL_\varepsilon} x_n \to y$. Онда алғыбаға бойынша $\|x_n - x_m\| \leq \|y_n - y_m\| : \alpha$, демек $\{x_n\}$ - фундаментәлді тізбек, сондықтан $x \in H$ элементі табылып $x_n \to x$ болады, мұнан $x_n \to x$,

$y_n = \overline{SL_\varepsilon} x_n \to y$. Біздің $\overline{SL_\varepsilon}$ операторымыздың тұйық болғандығынан, $x \in D\left(\overline{SL_\varepsilon}\right)$ және $y = \left(\overline{SL_\varepsilon}\right) x$ болады, яғни $y \in R\left(\overline{SL_\varepsilon}\right)$, бізге керегі-де осы еді.

Лемма 3. $\overline{SL_\varepsilon}$ - операторының өзгеру аймағы, немесе мәндерінің жыйын бүткіл $H = L^2(0,1)$ кеңістігі.

Дәлелі. Егер $f(\mathrm{x})$ функциясы $[0,1]$ кесіндісінде үзіксіз болса, онда, мына,

$$y(\mathrm{x},\varepsilon,\mathrm{f}) = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^x \frac{e(\mathrm{x})}{e(\mathrm{t})} f(\mathrm{t})\,\mathrm{dt} = L_\varepsilon^{-1} f \tag{5}$$

функция (1) - (2) Коши есебінің бірегей шешімі, мұндағы $e(\mathrm{x})$ -дегеніміз, сәйкес біртекті теңдеудің шешімі, яғни

$$\varepsilon \cdot e'(\mathrm{x}) + \mathrm{e}(\mathrm{x}) = 0; \mathrm{e}(0) = 1.$$

Шынында да, жоғарыдағы, (5) формуланы x бойынша дифференциалдасақ, онда

$$y'(\mathrm{x},\varepsilon,\mathrm{t}) = \frac{f(\mathrm{x})}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon}\int_0^x \frac{e'(\mathrm{x})}{e(\mathrm{t})} f(\mathrm{t})\,\mathrm{dt}, \varepsilon\, \mathrm{y}'(\mathrm{x},\varepsilon,\mathrm{t}) = \mathrm{f}(\mathrm{x}) + \int_0^x \frac{e'(\mathrm{x})}{e(\mathrm{t})} f(\mathrm{t})\,\mathrm{dt} =$$

$$= f(\mathrm{x}) - \int_0^x \frac{a(\mathrm{x})\,\mathrm{e}(\mathrm{x})}{\varepsilon e(\mathrm{t})} f(\mathrm{t})\,\mathrm{dt} = \mathrm{f}(\mathrm{x}) - \frac{a(\mathrm{x})}{\varepsilon}\int_0^x \frac{e(\mathrm{x})}{e(\mathrm{t})} f(\mathrm{t})\,\mathrm{dt} =$$

$$= f(\mathrm{x}) - \mathrm{a}(\mathrm{x})\,\mathrm{y}(\mathrm{x},\varepsilon,\mathrm{f}) \text{ , мұнан, } \varepsilon y'(\mathrm{x},\varepsilon,\mathrm{f}) + \mathrm{a}(\mathrm{x})\,\mathrm{y}(\mathrm{x},\varepsilon,\mathrm{f}) = \mathrm{f}(\mathrm{x})$$

Жоғарғы (5) формулада

$x = 0$ десек, онда $y(\mathrm{x},\varepsilon,\mathrm{f})\big|_{x=0} = 0$ боларын көреміз.

Алғыбағадан шешімнің бірегей екенін көреміз.

Салдар 4. Кезкелген $\mathrm{g}(\mathrm{x})$ - үзіксіз функциясы үшін, мына,

$SL_\varepsilon u(\mathrm{x}) = \mathrm{g}(\mathrm{x})$ операторлық теңдеудің тек бір ғана шешімі бар.

Дәлелі.Шынында-да, $\mathrm{g}(\mathrm{x})$ үзіксіз болғандықтан, мына $\mathrm{Sg}(\mathrm{x}) = \mathrm{g}(1-\mathrm{x})$ функциясы-да үзіксіз болады, ал, жоғарыда дәлелдегеніміз бойынша, $L_\varepsilon u(\mathrm{x}) = S\,\mathrm{g}(\mathrm{x})$ теңдеуінің тек бір ғана шешімі бар. Енді S операторымен осы теңдіктің екі жағына-да әсер етсек, онда $SL_\varepsilon u = \mathrm{g}$.

Үзіксіз функциялардың сызықтық көпсаласы $H = L^2(0,1)$ кеңістігінде тығыз орналасқан, сондықтан $\overline{R(SL_\varepsilon)} = H$, ал $R(SL_\varepsilon) \subset \mathrm{R}\left(\overline{SL_\varepsilon}\right)$болғандықтан $\overline{R(SL_\varepsilon)} \subset \overline{R\left(\overline{SL_\varepsilon}\right)} \subset H$, демек $\overline{R\left(\overline{SL_\varepsilon}\right)} = H$, сонымен 3 лемма дәлелденді.

Теорема 4. Егер нақты,үзіксіз $a(\mathrm{x})$ функциясы $[0,1]$ кесіндісінің кезкелген $x \in [0,1]$ нүктесі үшін, төмендегі,

(а) $a(\mathrm{x}) = a(1-\mathrm{x})$;

(б) $a(\mathrm{x}) \geq \alpha > 0$;

шарттардықанағаттандырса, онда

1) SL_εоператорының болмысы жалқы;
2) $\overline{SL_\varepsilon}$операторының қайтымы шектеулі, әрі ,әсіре үзіксіз.

Дәлелі:

1) SL_ε – операторы симметриялы, яғни $SL_E \subset (SL_E)^*$ мұндағы (*) жұлдызша сыңар оператордың белгісі. Сыңар оператор әруақта тұйық, сондықтан $\overline{SL_\varepsilon} \subset (\overline{SL_\varepsilon})^*=(SL_\varepsilon)^*$. Жоғарыда, дәлелденген 3 лемма бойынша $\overline{SL_\varepsilon}$ операторының мәндерінің жыйыны бүткіл H кеңістігі, сондықтан $Д(\overline{SL_\varepsilon})= Д(\overline{SL_\varepsilon})^* = Д((\overline{SL_\varepsilon})^*)$.

2) Кері $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}$ операторының бар екенін біз жоғарыда көрсеткенбіз, сонымен бірге ол тұйық және 3 лемма бойынша бүткіл H кеңістігінде анықталған, демек Банахтың тұйық график туралы теоремасы бойынша шектеулі. Біз оның әсіре үзіксіз екенін көрсетейік. Бұл қасиет (5) формула мен, мына,

$$0 \le \frac{e(x)}{e(t)} = \exp\left\{-\frac{1}{\varepsilon}\int_t^x a(s)ds\right\} \le 1$$

теңсіздіктің салдары, себебі, мына

$$(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}f(x) = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^1 \theta(x-t)\frac{e(x)}{e(t)}f(t)dt$$

интегралдық оператор Гильберт-Шмид класыныкі.

Теорема 5. Егер $[0,1]$ кесіндісі бойында үзіксіз нақты $a(\mathrm{x})$ функциясы осы $[0,1]$ кесіндісінің әрбір x нүктесінде, мына,

(а)$a(x) = a(1-x)$; $\forall x \in [0,1]$;

(б)$a(x) \ge \alpha > 0$; $\forall x \in [0,1]$;

шарттарды қанағаттандырса, онда $(\overline{SL_E})^{-1}$ операторының нормаланған векторлары $H = L^2(0,1)$ кеңістігінде ортонормаланған базис құрайды.

Дәлелі: Жоғарыда, көрсеткеніміз бойынша $\overline{SL_\varepsilon}$ - жалқы оператор, сондықтан, $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}$ операторы-да H кеңістігінде жалқы, әрі, әсіре үзіксіз. Жоғарыдағы, 1, 2 салдарлар бойынша, $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}$ операторының нормаланған меншікті векторлары H кеңістігінде ортонормаланған базис құрайды.

Салдар 5. Мына,

$$\mathcal{E}\varphi'(x) + a(x)\varphi(x) = \lambda y(1-x), x \in (0,1]\ \varphi(0) = 0$$

спектралді есептің нормаланған меншікті векторлары $L^2(0,1)$ кеңістігінде базис құрайды.

Дәлелі. Егер $\varphi_n(x)$ - дегеніміз $(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}$ операторының меншікті функциясы, ал λ_n^{-1} – меншікті мәні болса, онда,мына,

$$(\overline{SL_\varepsilon})^{-1}\varphi_n(x) = \lambda_n^{-1}\varphi_n(x), n = 1,2,...$$

теңдіктер орындалады, немесе

$$(\overline{L_\varepsilon})^{-1}S\varphi_n(x) = \lambda_n^{-1}\varphi_n(x),\ \lambda_n(\overline{L_\varepsilon})^{-1}\psi_n(x) = S\psi_n(x), \psi_n(x) = S\varphi_n(x)$$

Егер $S\psi_n(x) \in L^2(0,1)$болса, онда $(\overline{L_\varepsilon})^{-1}\varphi_n$ функциясының $L^2(0,1)$–ге тиісті бірінші ретті жалпы туындысы бар, сондықтан оны абсолютті үзіксіз деуімізге болады. Демек, жоғарыдағы теңдік бойынша, $S\psi_n$- абсолютті үзіксіз функция, онда $(\overline{L_\varepsilon})^{-1}\varphi_n$ үзіксіз дифференциалданады және $S\varphi_n(0) = 0, \textit{яғни} S\varphi_n(x) \in Д(L_E)$. Енді $\overline{L_\varepsilon}$ операторымен, мына, $\lambda_n\overline{L_\varepsilon}^{-1}\psi_n = S\psi_n$теңдіктің екі жағына-да әсер етсек, мынадай,

$$\lambda_n\psi_n = \overline{L_\varepsilon}S\psi_n = L_\varepsilon S\psi_n$$

$$L_E\varphi_n = \lambda_n S\varphi_n, S\psi_n(0) = \varphi_n(x)|_{x=0} = 0$$

$$\varepsilon\varphi_n'(x) + a(x)\varphi_n(x) = \lambda_n\varphi_n(1-x), n = 1,2,...$$

3. Негізгі нәтижелер

Теорема 6. Егер [0,1] кесіндісі бойында үзіксіз әрі нақты $a(x)$ функциясы, мына,

1) $\forall x \in [0,1]$үшін $a(x) = a(1-x)$
2) $\forall x \in [0,1]$үшін $a(x) \geq \alpha > 0$

шарттарға сай болса, онда Кошидің (1)-(2) есебінің кез келген $f(x) \in L^2(0,1)$үшін әлді шешімі бар және ол, мынадай,

$$y(x,\varepsilon,f) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Sf,\ \varphi_n)}{\lambda_n}\varphi_n(x)$$

мұндағы $\lambda_n(n = 1,2,\dots)$ - дегеніміз, мына

$$\varepsilon\varphi_n'(x) + a(x)\cdot\varphi_n(x) = \lambda_n\varphi_n(1-x), \varphi_n(0) = 0, n = 1,2,\dots$$

спектрәлді есептің меншікті мәндері, алφ_n– дегеніміз соларға сәйкес меншікті функциялар.

Дәлелі. S операторы мен (1) теңдіктің екі жағына-да әсер етеміз, сонда $SL_\varepsilon y = Sf$ болады, SL_ε – операторы $\overline{SL_\varepsilon}$ операторының таркезеңі сондықтан ол – да қайтымды, және, мына

$$y(x,\varepsilon,f) = (SL_\varepsilon)^{-1}Sf = \sum_{n=1}^{\infty}((SL_\varepsilon)^{-1}(Sf,\varphi_n)\cdot\varphi_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty}(Sf,(SL_\varepsilon)^{-1}\varphi_n)\cdot\varphi_n(x)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty}(Sf\frac{\varphi_n}{\lambda_n})\varphi_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(Sf,\ \varphi_n)}{\lambda_n}\ \varphi_n(x)$$

Теорема 7. Егер *e(x)*-дегеніміз, сәйкес біртекті теңдеудің фундаментәлды шешімі болса, яғни

$$\varepsilon e'(x) + a(x)e(x) = 0,$$
$$e(0) = 1,$$

онда, мына,

$$e(x) = \varepsilon\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varphi_n(1)}{\lambda_n}\varphi_n(x)$$

формула орындалады, мұндағы

$$\varepsilon\varphi_n'(x) + a(x)\varphi_n(x) = \lambda_n S\varphi_n(x)$$

$$\varphi_n(0) = 0$$

Дәлелі.*Sae(x)* функциясының Фүре коэффиценттерін есептейік:

$$(Sae,\varphi_n) = \left(Sae,\frac{\lambda_n S\varphi_n - \varepsilon\varphi_n'}{a}\right) = \left(Se,\ \lambda_n S\varphi_n - \varepsilon\varphi_n'\right) = \left(Se,\ \lambda_n S\varphi_n\right) - \varepsilon\left(Se,\varphi_n'\right);$$
$$\left(Se,\varphi_n'\right) = \int_0^1 Se\cdot d\varphi_n = Se\cdot\varphi_n(x)|_0^1 - \int_0^1 (Se)' - \varphi_n(x)dx =$$
$$= \varphi_n(1) + \int_0^1 Se'(x)\varphi_n(x)dx = \varphi_n(1) + (Se',\varphi_n),$$

Демек,

$(Sae,\varphi_n) = \lambda_n(e,\varphi_n) - \varepsilon\varphi_n(1) - \varepsilon\left(Se'\varphi_n\right) = \left|-\varepsilon e' = ae\right| = \lambda_n(e,\varphi_n) - \varepsilon\varphi_n(1) + (Sae,\varphi_n)$, n=1,2,…

мұнан,

$$\lambda_n(e,\varphi_n) = e - \varphi_n(1), \Rightarrow \ (e,\varphi_n) = \frac{\varepsilon\varphi_n(1)}{\lambda_n}, \Rightarrow e(x) = \sum\nolimits_{n=1}^{\infty}(e,\varphi_n)\,\varphi_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varepsilon\varphi_n(1)}{\lambda_n}\varphi_n(x)$$

Теорема 8. Егер [0,1] кесіндісінде үзіксіз, нақты *a(x)*-функциясы, мына,

(a)$\forall x \in [0,1]$үшін$a(1-x) = a(x)$

(*б*)$\forall x \in [0,1]$үшін $a(x) \geq \alpha > 0$

шарттарға сай болса, ал (1)-(2) Коши есебінің оң жағындағы бос мүшесі $f(x) \in W_2^n[0,1]$ болса осы (1)-(2) Коши есебінің шешімінің асимптотикасы, былай,

$$y(x,e,f) = \sum_{k=0}^{n-1}(-1)^k\left[\frac{J^k f(x)}{a(x)} - \frac{J^k f(0)}{a(0)}e(x)\right]\varepsilon^k + (-1)^n\,\varepsilon^n L_\varepsilon^{-1}J^n f(x)$$

таратылады, мұндағы$J^0 = I, Jf(x) = \frac{d}{d(x)}\frac{f(x)}{a(x)}$

$$\varepsilon e'(x) + a(x)e(x) = 0, e(0) = 1$$

$$\| L_\varepsilon^{-1}J^n f(x) \| \leq \frac{\|J^n f(x)\|}{\alpha} \tag{6}$$

Дәлелі. *Sf(x)=f(1-x)* функциясының Фүре коэффицеттерін есептейік:

$$(Sf,\varphi_n) = \left|\ \varepsilon\varphi_n' + a(x)\varphi_n = \ \lambda_n S\varphi_n\right| = \left(Sf,\ \lambda_n\frac{S\varphi_n}{a} - \frac{\varepsilon}{a}\varphi_n'\right) = \ \lambda_n\left(Sf,\frac{S\varphi_n}{a}\right) - \varepsilon\left(Sf,\frac{\varphi_n'}{a}\right)$$

$$= |Sa = a(1-x) = a(x)| = \ \lambda_n\left(S\frac{f}{a}, S\varphi_n\right) - \varepsilon\left(S\frac{f}{a},\varphi_n'\right)$$

$$= \ \lambda_n\left(\frac{f}{a},\varphi_n\right) - \varepsilon\left(S\frac{f}{a},\varphi_n'\right);$$

$$\left(S\frac{f}{a},\varphi_n'\right) = \int_0^1 S\frac{f}{a}d\varphi_n = \varphi_n(x)S\frac{f}{a}\Big|_0^1 - \int_0^1 (S\frac{f}{a})'\varphi_n(x)dx = \varphi_n(1)\frac{f(0)}{a(0)} + \int_0^1 S\left(\frac{f}{a}\right)'\varphi_n(x)dx$$

$$= \varphi_n(1)\frac{f(0)}{a(0)} + \left(S\left(\frac{f}{a}\right)'\varphi_n\right),$$

$$Sf,\varphi_n = \ \lambda_n\left(\frac{f}{a},\varphi_n\right) - \frac{f(0)}{a(0)} - \varepsilon\varphi_n(1) - \varepsilon\left(S\left(\frac{f}{a}\right)'\varphi_n\right)$$

Демек,

$$y(x,\varepsilon,f) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(Sf,\varphi_n}{\lambda_n}\varphi_n(x) \ = \frac{f(x)}{\alpha} - \frac{f(0)}{a(0)}\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon\frac{\varphi_n(1)}{\lambda_n}\varphi_n(x) - \varepsilon y\left(x,\varepsilon,\frac{d}{d(x)}\frac{f}{a}\right)$$

$$= \frac{f(x)}{a(x)} - \frac{f(0)}{a(0)}e(x) - \varepsilon y\left(x,\varepsilon,\frac{d}{dx}\frac{f}{a}\right)$$

Әрі қарай, математикалық индукция әдісі бойынша, мынадай,

$$y(x,\varepsilon,f)=\sum_{k=0}^{n-1}(-1)^k\left[\frac{J^k f(x)}{a(x)}-\frac{J^k f(0)}{a(0)}e(x)\right]\varepsilon^k+(-1)^n\,\varepsilon^n L_\varepsilon^{-1}J^n f(x),$$

мұндағы, $J^0=I, Jf(x)=\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{a(x)}$

Жоғарыдағы (6) қалдықтың бағамы (3) алғыбағамнан шығады.

4.Талқысы

Келесі,

$$\varepsilon y'+a(x)y=a(x)e^{k\int_0^x a(s)ds}, a(x)>0, k>0, x\in[0,1];$$
$$y(0)=0$$

мысал әдістің дәлдігінен хабар береді.

Бұл сәтте,

$Df(x)=\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{a}$болсын делік, $f(x)=a(x)e^{k\int_0^x a(s)ds}, k-const.$

Сонда,

$$Df(x)=ka(x)e^{\int_0^x a(s)ds},\rightarrow$$
$$y(x,\varepsilon,f)=e^{k\int_0^x a(s)ds}-e(x)-\varepsilon y(x,\varepsilon,Df).$$

Енді, $Df(x)$пен $f(x)$айырмасы kкөбейткіші екенін ескерсек, онда

$$y(x,\varepsilon,Df)=ky(x,\varepsilon,f),$$

сондықтан,

$$y(x,\varepsilon,f)=e^{k\int_0^x a(s)ds}-e(x)-\varepsilon\times ky(x,\varepsilon,f),\rightarrow$$
$$(1+\varepsilon k)\,y(x,\varepsilon,f)=e^{k\int_0^x a(s)ds}-e(x),\rightarrow$$
$$y(x,\varepsilon,f)=\frac{e^{k\int_0^x a(s)ds}-e(x)}{1+\varepsilon k}.$$
$$\lim_{\varepsilon\rightarrow+0}y(x,\varepsilon,f)=\begin{cases}e^{k\int_0^x a(s)ds}, x\neq 0,\\ 0, x=0.\end{cases}$$

$y(x,\varepsilon,f)=\frac{e^{k\int_0^x a(\tau)d\tau}}{1+\varepsilon k}$функциясы $|\varepsilon k|<1$сәтінде біздің теңдеудің (бірегей және дербес) аналитикалық шешімі болады.

5.Қорытынды

Әдісімізді Вишик пен Василеваның шекқатпарлық функция әдісімен саластыралық

$H=L^2(0,1)$ −кеңістігінде Кошидің, мынадай,

$$\varepsilon y'(x)+a(x)y(x)=f(x), x\in(0,1] \quad (7)$$
$$y(0)=0 \ (8)$$

сингуляр әсерленген есебін қарастыралық, мұндағы $a(x)$ пен $f(x)$қажетінше біртегіс функция, ал $\varepsilon>0$ −азшамалы параметр.

Осы (7)-(8) есептің шешімін, мына,

$$y(x,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{n-1}[\varphi_k(x)+\psi_k(\tau)]\varepsilon^k+\varepsilon^n R_n(x,\tau) \quad (9)$$

түрде іздейік, мұндағы $\tau=\frac{x}{\varepsilon}$ −шабан параметр. Осы өрнекті, жоғарыдағы, (7) теңдеуге апарып қоялық, сонда, мынадай,

$$\varepsilon\sum_{k=0}^{n-1}\left[\varphi_k'(x)+\dot{\psi}_k\times\frac{1}{\varepsilon}\right]\varepsilon^k+\varepsilon^{n+1}R_n'+$$

$$+a(x)\sum_{k=0}^{n-1}[\varphi_k(x)+\psi_k(\tau)]\,\varepsilon^k+\varepsilon^n a(x)R_n(x,\tau)=f(x),$$

теңдік аламыз, мұндағы $(\cdot)$ −жоғарғы нүкте арқылы τ −айнымалысы бойынша туынды белгіленген Жақшаларды ашайық;

$$\sum_{k=0}^{n-1}\varepsilon^{k+1}\varphi_k'(x)+\sum_{k=0}^{n-1}\dot{\psi}_k(\tau)\times\varepsilon^k+\varepsilon^{n+1}R_n'+$$

$$+\sum_{k=0}^{n-1}[a(x)\varphi_k(x)+a(x)\psi_k(\tau)]\varepsilon^k+$$

$$+\varepsilon^n a(x)R_n(x,\tau)=f(x),$$

$$\sum_{k=1}^{n-1}[\varphi_{k-1}'(x)+\dot{\psi}_k+a(x)\varphi_k(x)+a(x)\psi_k(\tau)]\varepsilon^k+$$

$$+\varepsilon^n\big(\varepsilon R_n'+a(x)R_n(x,\tau)+\varphi_{n-1}'\big)+\dot{\psi}_0(\tau)+a(x)\varphi_0(x)+a(x)\psi_0(\tau)=f(x)$$

Мұнан,

$$a(x)\times\varphi_0(x)=f(x),\rightarrow\varphi_0(x)=\frac{f(x)}{a(x)};$$

$$\dot{\psi}_0(\tau)+a(x)\psi_0(\tau)=0,\frac{\dot{\psi}_0}{\psi}=-a(x),\int_0^{\tau(x)}\frac{\dot{\psi}_0}{\psi}d\tau=-\int_0^x a(x)d\tau=$$

$$=-\int_0^x d(x)\frac{dx}{\varepsilon};\ l_n\psi_0(\tau)/_0^\tau=-\int_0^x\frac{d(\xi)}{\xi}d\xi,$$

$$l_n\frac{\psi_0(\tau)}{\psi_0(0)}=-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^x a(\xi)d\xi\,,\psi_0(\tau)=\psi_0(0)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^x a(\xi)d\xi},\tau=\frac{x}{\varepsilon}.$$

Әрі қарай, x −қа тәуелді функцияларды бөлек, ал τ −ға тәуелді функцияларды бөлек нөлге теңеп, мынадай:

$$\varphi_{k-1}'(x)+a(x)\varphi_k(x)=0,\rightarrow\varphi_k(x)=-\frac{\varphi_{k-1}'(x)}{a(x)};$$

$$\dot{\psi}_k+a(x)\psi_k(\tau)=0,\rightarrow\psi_k(\tau)=\psi_k(0)e^{-\frac{1}{\xi}\int_0^x a(\xi)d\xi};$$

теңдіктер аламыз. Енді бастапқы шартқа жүгінеміз:

$y(x,\varepsilon)/_{x=0}=0,\rightarrow\varphi_k(0)+\psi_k(0)=0,R_n(x,\tau)/_{x=0}=0.$

Демек, $\psi_k(0) = -\varphi_k(0), \rightarrow$

$$\psi(0) = -\varphi_0(0) = -\frac{f(0)}{a(0)}, \psi_1(0) = -\varphi_1(0) = \frac{\varphi_0'(0)}{a(0)}.$$

Ыңғайлы болу үшін, мынадай,

$$Df(x) = \frac{d}{dx}\frac{f(x)}{a(x)}. D^0 = I$$

белгілеулер енгізейік, сонда

$$\varphi_0(x) = \frac{f(x)}{a(x)} = \frac{D^0 f(x)}{a(x)},$$

$$\varphi_1(x) = -\frac{\varphi_0'(x)}{a(x)} = -\frac{1}{a(x)}\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{a(x)} = -\frac{Df(x)}{a(x)},$$

$$\varphi_2(x) = -\frac{\varphi_1'(x)}{a(x)} = \frac{D^2 f(x)}{a(x)}, \dots, \varphi_k(x) = (-1)^k \frac{D^k f(x)}{a(x)}.$$

Сондықтан,

$$\psi_k(\tau) = -\varphi_k(0) e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^x a(\xi)d\xi} = -(-1)^k \frac{D^k f(0)}{a(0)} \times e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^x a(\xi)d\xi}.$$

Қалдық $R_n(x,\tau)$мүшесі үшін, мынадай,

$$R_n' + a(x)R_n + \varphi_{n-1}' = 0,$$

теңдеу аламыз және оған, мынадай,

$$R_n(0_\tau 0) = 0$$

бастапқы шарт тіркеседі, яғни $R_n(x,\tau)$ функциясы, мынадай,

$$R_n' + a(x)R_n = -\varphi_{n-1}'(x) = (-1)^n D^n f(x)$$

$$R_n(x,\tau)/_{x=0} = 0$$

Коши есебінің шешімі. Демек, $R_n(x,\tau) = (-1)^n y(x,\varepsilon,D^n f)$, мұндағы $y(x,\varepsilon,D^n f)$ –дегеніміз сол бастапқы (7)-(8) есептің шешімі, оң жағы $(-1)^n D^n f(x)$ болған сәттегі.

Сонымен жоғарыдағы (7)-(8) есептің шешімі бар болса, онда ол, мынадай,

$$y(x,\varepsilon,f) = \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \left[\frac{D^k f(x)}{a(x)} - \frac{D^k f(0)}{a(0)} e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_0^x a(\xi)d\xi}\right] \varepsilon^k +$$

$$+\varepsilon^n (-1)^n y(x,\varepsilon,D^n f)$$

болады.

Әдістің әлсіз тұстары:

1) Жоғарыдағы (7)-(8) есептің шешімінің бар жоқтығы туралы ләм-лим деп ауыз ашпайды.
2) Неліктен шешімді (ол бар болған сәтте) (9) түрінде іздеуіміз керек?
3) Есептеу барысында, мынадай,

$$\varphi_{k-1}'(x) + a(x)\varphi_k(x) + \dot{\psi}_k(\tau) + a(x)\psi_k(\tau) = 0$$

бір теңдеуден, мынадай,

$$\varphi_{k-1}'(x) + a(x)\varphi_k(x) = 0, \dot{\psi}_k(\tau) + a(x)\psi_k(\tau) = 0$$

екі теңдеуге көшеді,шын мәнінде τ шамасы x –қа тәуелді $\left(\tau = \frac{x}{\varepsilon}\right)$ сондықтан бұл әрекетте негізсіздіктің ізі айқын байқалады.

4) Ең сорақысы, қалдық $R_n(x,\tau)$ мүшені қалай бағалау туралы ешнәрсе айтылмайды.

Қолданбалы математикада, мұндай әдістер көптеп кездеседі, олар қосымша мәліметті практикадан немесе, эксперименттен көріп тұрады, сондықтан, олар үшін нәтиежеге тез қол жеткізу маңызды, басқасын кейін көре жатармыз дейді-де, сол деймен қалып қояды.Біздің әдіісіміздің нақты әрі дәл екені айдан анық,ал жоғарыдағы әдісті эмпиристикалық десек те болады.

ӘДЕБИЕТ

[1] Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимтотические методы в теорий сингулярных возмущений.-М.: Высш. шк. 1990.-200с.

[2] Вишик М.И., Люстерник А.А. Регулярное вырождение и погранслойный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром // Успехи математических наук, 1957. №5. с.3-122.

[3] A. N. Tikhonov, Mat. Sbornik 27, 147-156 (1950), (in Russian).

[4] M. I. Imanaliev, Asymptotical Methods in the Theory of Singulary Perturbed Integro-Differential Systems, Ilim, Bishkek,

[5] S. Lomov, Introduction to the General Theory of Singular Perturbations, American Mathematical Society, Providence, RI,1992.

[6] V. Butuzov, Comput. Math. Math. Phys. 12, 14-34 (1972).

[7] A. Vasil’eva, and V. Tupchiev, Soviet Math. Dokl. 9, 179-183 (1968).

[8] V. Trenogin, Russian Math. Surveys 25, 119-156 (1970).

[9] T. Sh. Kal’menov, S. T. Akhmetova, and A. Sh. Shaldanbaev, Mat. Zh. Almaty 4, 41–48 (2004), (in Russian).

[10] T. Sh. Kal’menov, and U. A. Iskakova, Doklady Mathematics 45, 1460-1466 (2009).

[11] T. Sh. Kal’menov, and A. Sh. Shaldanbaev, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems 18, 352–369 (2010).

[12] A. Kopzhassarova, and A.Sarsenbi, Abstract and Applied Analysis 2012, 1-6 (2012), (Article ID 576843).

[13] Orazov I., Shaldanbaev A,Sh,Shomanbayeva M.About the nature of the spectrum of the periodic problemn for the heat equation with a deviating argument.// Abstract and Applied Analysis. Volume 2013(2013).Article ID 128363,6 pages htt://dx.doi.org/10.1155/2013/128363.

[14] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, Isabek 0razov,Solution of a singularly perturbed Cauchy problem using amethod of a deviating argument, AIP Conference Proceedings 1676, 020072 (2015); doi: 10.1063/1.4930498

[15] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, and Asylzat Kopzhassarova,

Solution of a singularly perturbed Cauchy problem for linear systems of ordinary differential equations by the method of spectral decomposition, AIP Conference Proceedings 1759, 020090 (2016); doi: 10.1063/1.4959704.

[16] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1-2. – М.: Мир, 1977.

[17] Ахиезер Н.Н., Глазман Н.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве.-М.:Наука ,1966.,-544с.

REFERENCES

[1] Vasil'eva A.B., Butuzov V.F. Asimtoticheskie metody v teorij singuljarnyh vozmushhenij.-M.: Vyssh. shk. 1990.-200s.

[2] Vishik M.I., Ljusternik A.A. Reguljarnoe vyrozhdenie i pogranslojnyj sloj dlja linejnyh differencial'nyh uravnenij s malym parametrom // Uspehi matematicheskih nauk, 1957. №5. s.3-122.

[3] A. N. Tikhonov, Mat. Sbornik 27, 147-156 (1950), (in Russian).

[4] M. I. Imanaliev, Asymptotical Methods in the Theory of Singulary Perturbed Integro-Differential Systems, Ilim, Bishkek,

[5] S. Lomov, Introduction to the General Theory of Singular Perturbations, American Mathematical Society, Providence, RI,1992.

[6] V. Butuzov, Comput. Math. Math. Phys. 12, 14-34 (1972).

[7] A. Vasil’eva, and V. Tupchiev, Soviet Math. Dokl. 9, 179-183 (1968).

[8] V. Trenogin, Russian Math. Surveys 25, 119-156 (1970).

[9] T. Sh. Kal’menov, S. T. Akhmetova, and A. Sh. Shaldanbaev, Mat. Zh. Almaty 4, 41–48 (2004), (in Russian).

[10] T. Sh. Kal’menov, and U. A. Iskakova, Doklady Mathematics 45, 1460-1466 (2009).

[11] T. Sh. Kal’menov, and A. Sh. Shaldanbaev, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems 18, 352–369 (2010).

[12] A. Kopzhassarova, and A.Sarsenbi, Abstract and Applied Analysis 2012, 1-6 (2012), (Article ID 576843).

[13] Orazov I., Shaldanbaev A,Sh,Shomanbayeva M.About the nature of the spectrum of the periodic problemn for the heat equation with a deviating argument.// Abstract and Applied Analysis. Volume 2013(2013).Article ID 128363,6 pages htt://dx.doi.org/10.1155/2013/128363.

[14] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, Isabek 0razov,Solution of a singularly perturbed Cauchy problem using amethod of a deviating argument, AIP Conference Proceedings 1676, 020072 (2015); doi: 10.1063/1.4930498

[15] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, and Asylzat Kopzhassarova,

Solution of a singularly perturbed Cauchy problem for linear systems of ordinary differential equations by the method of spectral decomposition, AIP Conference Proceedings 1759, 020090 (2016); doi: 10.1063/1.4959704.

[16] Rid M., Sajmon B. Metody sovremennoj matematicheskoj fiziki. T.1-2. – M.: Mir, 1977.

[17] Ahiezer N.N., Glazman N.M. Teorija linejnyh operatorov v gil'bertovom prostranstve.-M.:Nauka ,1966.,-544s.

УДК 517.94

Э. Мусрепова, А.Н. Жидебаева, А.Ш. Шалданбаев

Южно-Казахстанский педагогический университет, г.Шымкент

ОБ ОПЕРАТОРНЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Аннотация. В данной работе получено спектральное разложение решении задачи Коши в простанстве с индефинитной метрикой,и с помощью этого разложения выведено погранслойное разложение решении сингулярно возмущенной задачи Коши, для модельного уравнения первого порядка $\varepsilon y' + a(x)y(x) = f(x), y(0) = 0, a(x) > 0, f(x) \in W_2^n[0,1], a(x)\epsilon C^n[0,1]$.

Ключевые слова: вполне непрерывный оператор,терема Гилберта –Шмидта, самосопряженный оператор, вольтеровые операторы, индефинитная метрика, разложение Шмидта, полнота, ортонормированный базис.

МАЗМҰНЫ

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www:nauka-nanrk.kz

http://www.physics-mathematics.kz

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Т.А. Апендиев*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 20.12.2017.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
11,2 п.л. Тираж 300. Заказ 6.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19