

ISSN 2518-1726 (Online),  
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**6 (316)**

**ҚАРАША – ЖЕЛТОҚСАН 2017 Ж.  
НОЯБРЬ – ДЕКАБРЬ 2017 г.  
NOVEMBER – DECEMBER 2017**

**1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963**

**ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR**

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы  
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

**Жұмаділдаев А.С.** проф., академик (Қазақстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Қазақстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Өмірбаев У.У.** проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Жүсіпов М.А.** проф. (Қазақстан)  
**Жұмабаев Д.С.** проф. (Қазақстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Қазақстан)  
**Бошқаев К.А.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Сұраған Д.** корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Қырғыстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Белорус)  
**Пашаев А.** проф., академик (Әзірбайжан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)  
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде  
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.  
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2017

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор  
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

**Джумадильдаев А.С.** проф., академик (Казахстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Казахстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Умирбаев У.У.** проф. чл.-корр. (Казахстан)  
**Жусупов М.А.** проф. (Казахстан)  
**Джумабаев Д.С.** проф. (Казахстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Казахстан)  
**Бошкаев К.А.** доктор PhD (Казахстан)  
**Сураган Д.** чл.-корр. (Казахстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Кыргызстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Беларусь)  
**Пашаев А.** проф., академик (Азербайджан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов  
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f  
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

**Dzhumadildayev A.S.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kalmenov T.Sh.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Zhantayev Zh.Sh.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Umirbayev U.U.** prof. corr. member. (Kazakhstan)  
**Zhusupov M.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Dzhumabayev D.S.** prof. (Kazakhstan)  
**Asanova A.T.** prof. (Kazakhstan)  
**Boshkayev K.A.** PhD (Kazakhstan)  
**Suragan D.** corr. member. (Kazakhstan)  
**Quevedo Hernando** prof. (Mexico),  
**Dzhunushaliyev V.D.** prof. (Kyrgyzstan)  
**Vishnevskiy I.N.** prof., academician (Ukraine)  
**Kovalev A.M.** prof., academician (Ukraine)  
**Mikhalevich A.A.** prof., academician (Belarus)  
**Pashayev A.** prof., academician (Azerbaijan)  
**Takibayev N.Zh.** prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.  
**Tiginyanu I.** prof., academician (Moldova)

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz](http://www.nauka-nanrk.kz/physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

## PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 6, Number 316 (2017), 115 – 130

**K.B.Jakupov**

Institute of mathematics and mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: [jakupovKB@mail.ru](mailto:jakupovKB@mail.ru)**COMPLICABILITY OF THE "DARCY LAW"  
IN THE FILTRATION THEORY**

**Annotation.** The question of the unrepresentative application of the "Darconian law" in the theory of spatial filtration is considered. The falsity of the transformation of the Navier equations of a viscous incompressible fluid into the multidimensional equations of "eacon Darcy" is described in detail. The contradictions of the "Darconian law" equations are shown to the law of friction and Newton's second law. It is established that the multidimensional equations of "Darcy's" correspond to potential (irrotational) flows of an incompressible fluid, which contradicts the theory of a viscous fluid. In the equations of "Darcon's law" the law of conservation of energy does not hold. Proceeding from the fact that the "Darconi" equations are composed of first-order derivatives, contradictory problems in setting the boundary conditions are revealed. In the "Darcy law", only in a one-dimensional stationary flow are all three laws of physics fulfilled if one model is modeled by Euler's equations for an ideal fluid and in the equation of continuity, take into account the loss (sink) or profit (source) of the mass of fluid per unit volume per unit time. On the same basis, it is proposed to model the filtration of a viscous liquid by the Navier equations.

**Keywords:** filtration, pressure, velocity, acceleration, equations.

**К.Б. Джакупов**

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

**КОМПЛИКАТИВНОСТЬ «ЗАКОНА ДАРСИ»  
В ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ**

**Аннотация.** Рассматривается вопрос о нерепрезентативности применения «закона Дарси» в теории пространственной фильтрации. Подробно освещается фальшивость трансформации уравнений Навье вязкой несжимаемой жидкости в многомерные уравнения «закона Дарси». Показаны противоречия уравнений «закона Дарси» закону трения и второму закону Ньютона. Установлено, что многомерные уравнения «закона Дарси» соответствуют потенциальным (безвихревым) течениям несжимаемой жидкости, что противоречит теории вязкой жидкости. В уравнениях «закона Дарси» не выполняется закон сохранения энергии. Исходя из факта, что уравнения «закона Дарси» составлены из производных 1-го порядка, выявлены противоречивые проблемы постановки граничных условий. В «закоме Дарси» только в одномерном стационарном течении выполняются все три закона физики, если одномерную фильтрацию моделировать уравнениями Эйлера идеальной жидкости и в уравнении неразрывности учитывать потерю (сток) или прибыль (источник) массы жидкости в единице объема в единицу времени. На этой же основе предлагается моделировать фильтрацию вязкой жидкости уравнениями Навье.

**Ключевые слова:** фильтрация, давление, скорость, ускорение, уравнения.

Формула зависимости скорости фильтрации  $v = |\mathbf{v}|$  от пьезометрического уклона  $s$  опубликована французским инженером Дарси в 1856г. [1-2] :

$$v = -\chi \frac{dh}{ds}, \quad (1)$$

и названа *законом Дарси*. В (1)  $h = \frac{p}{\rho g} + z$  пьезометрический напор, ось  $z$  направлена

вертикально вверх, направление  $s$  составляет с осью  $z$  угол пьезометрического уклона,  $\chi$  – коэффициент фильтрации (для песка  $\chi$  изменяется в интервале 0,01- 0,0001 м/сек). Важно то, что в

(1) модуль скорости равен  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |\mathbf{v}|$ , так как из-за *пористости среды* фильтрация

является существенно пространственным движением, происходящим со скоростью  $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$ , в силу чего, надо полагать, Дарси измерял в своих экспериментах не одну

какую-либо компоненту скорости, а именно величину полной скорости  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ ,

поэтому формула (1) должна быть оформлена подробнее:

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = -\chi \frac{dh}{ds} \quad (2)$$

В том случае, когда направление уклона вертикально, т.е.  $s=z$ , из (2) вытекает, как следствие, формула:

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = -\chi \frac{d}{dz} \left( \frac{p}{\rho g} + z \right) \quad (3)$$

Опять же пористость среды, *огибание частицами жидкости твердых составляющих пористой среды*, делает течение трехмерным:  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ , что учтено в (3).

В той же книге [1] приводятся значения коэффициента фильтрации  $\chi$  для различных сред. Можно ожидать, что значения коэффициента фильтрации  $\bar{\chi}$  будут другими, если следуя 2-му закону Ньютона, по которому **сила** вызывает обратно **пропорциональное массе ускорение**, т.е. вместо гидротехнической формулы Дарси необходимо использовать закон динамики:

$$\frac{dv_s}{dt} = -\chi \frac{dh}{ds}, v_s = \mathbf{v} \cdot \mathbf{s}, |\mathbf{s}| = 1,$$

положив коэффициент пористости равным  $\chi = \frac{1}{\rho}$ , тем самым избежать противоречий с одним из

основных законов физики. В принципе надо исходить из того, что при построении математических моделей того или иного явления, где действуют силы, вызывающие движение, непременно руководствоваться законами Ньютона, законами сохранения материи и энергии. Математические модели, нарушающие законы физики, должны быть отвергнуты, как не имеющие физического обоснования.

1. Уравнение динамики «закона Дарси» является фальшивым, так как не соответствует закону трения  $\mathbf{F}_{тр} = -k\mathbf{v}$  и 2-му закону Ньютона

Формула Дарси (2), преобразованная к формуле (3) вертикального уклона, в дальнейшем была *низведена* до откровенно одномерной формулы

$$w = -\chi \frac{d}{dz} \left( \frac{p}{\rho g} + z \right),$$

введенной только для одной вертикальной компоненты скорости, волон- арно перенесена на пространственную фильтрацию со скоростью  $\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$  и записана в качестве “**закона Дарси**” [1]:

$$\mathbf{v} = -\chi \nabla \left( \frac{p}{\rho g} + z \right) \quad (1.1)$$

Необходимо отметить, что формулу (1) Дарси использовал в расчетах дренажа. Поэтому применение в инженерной практике данной формулы для грубого подсчета вертикального расхода жидкости в грунте вполне было допустимо, в то время как обобщение (1.1) для пространственной фильтрации вступает в **противоречие с законами физики** и сталкивается с **проблемой постановки адекватных процессу фильтрации граничных условий для давления и скорости**.

В дальнейшем была предпринята попытка дать обоснование “закону Дарси” (1.1), используя уравнение динамики вязких сред

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla p = \mu \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{F}, \quad (1.2)$$

в котором ускорение приравнено к нулю

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0 \quad (1.3)$$

В результате уравнение Навье (1.2) нивелируется до уравнения Стокса для “ползущих движений” [4-5]:

$$\nabla p = \mu \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{F} \quad (1.4)$$

**Гипотеза (Полубаринова-Кочина П.Я.[1])**, что в грунте, состоящем из твердых частиц, можно применить формулу трения  $\mathbf{F}_{mp} = -k\mathbf{v}$  при скольжении твердых тел, по которой силы вязкого трения в уравнениях Навье (1.2) предполагаются пропорциональными скорости

$$\mu \Delta \mathbf{v} = -k\mathbf{v}$$

В результате “закон Дарси” (1.1) оформлен из 2-х уравнений [1].

Уравнения динамики

$$k\mathbf{v} = -\text{grad} p + \rho \mathbf{F}, \quad (1.5)$$

и уравнения неразрывности несжимаемых жидкостей

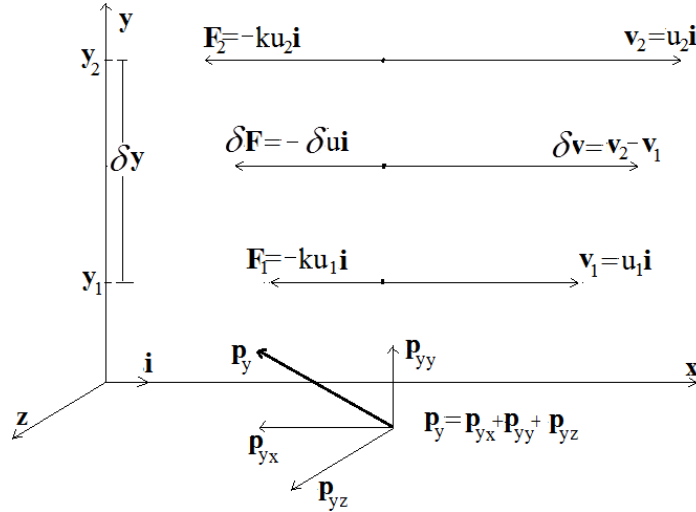
$$\text{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1.6)$$

Фальшивость гипотезы и уравнения (1.5) установлена в следующей теореме.

**Теорема. Уравнение динамики (1.5) «закона Дарси» противоречит закону трения  $\mathbf{F}_{mp} = -k\mathbf{v}$  и второму закону Ньютона.**

**Доказательство.** В самом деле, на каждую частицу  $m_i$ , движущуюся со скоростью  $\mathbf{v}_i$  действует сила трения  $\mathbf{F}_{mpi} = -k\mathbf{v}_i$ , поэтому в индивидуальном объеме  $\delta\tau$  среднemasсовая сила трения по определению равна

$$\mathbf{F}_{mp} = \sum_i \mathbf{F}_{mpi} m_i / \sum_i m_i = - \sum_i k\mathbf{v}_i m_i / \sum_i m_i = -k\mathbf{v}, \quad \mathbf{F}_{mp} = -k\mathbf{v}$$



Пусть течение вязкой жидкости происходит со скоростью  $\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$  так, что  $u > 0$ . Сила трения  $\mathbf{F}_{mp} = -k\mathbf{v}$  есть сумма разложений по осям  $\mathbf{F}_{mp} = \mathbf{F}_{(x)} + \mathbf{F}_{(y)} + \mathbf{F}_{(z)}$ . Поэтому на плоскости  $y_1$  сила трения  $\mathbf{F}_{(x)}$  равна  $\mathbf{F}_1 = -ku_1\mathbf{i}$ , на плоскости  $y_2 = y_1 + \delta y$ ,  $\delta y > 0$   $\mathbf{F}_2 = -ku_2\mathbf{i}$ . Образуются приращения сил и скоростей:  $\delta\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_1$ ,  $\delta u = u_2 - u_1 > 0$ ,  $\delta\mathbf{F} = -k\delta u\mathbf{i}$ ,  $\delta\mathbf{F} \uparrow\downarrow \mathbf{i}$ . Вводится линейная плотность  $\mathbf{f} = \frac{\delta\mathbf{F}}{\delta y}$ ,  $\delta\mathbf{F} = \delta y\mathbf{f}$ . По определению средний вектор касательного напряжения  $\mathbf{p}_{yxcp} = \delta\mathbf{F} / \delta\sigma$ ,  $\delta\sigma = \delta x\delta z$  параллелен и одинаково направлен с силами трения  $\mathbf{p}_{yxcp} \uparrow\uparrow \delta\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{p}_{yxcp} \uparrow\uparrow \mathbf{f}$ .

Коэффициент пропорциональности приводит к равенствам  $\mathbf{f} = k'\mathbf{p}_{yxcp}$ ,  $k' > 0$ ,  $\mathbf{p}_{yxcp} \uparrow\downarrow \mathbf{i}$ ,  $k'\mathbf{p}_{yxcp}\delta y = -k\delta u\mathbf{i}$ .

Скалярное произведение на орт  $\mathbf{i}$ :  $k'\mathbf{p}_{yxcp}\delta y \cdot \mathbf{i} = -k\delta u\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}$ .

В результате получаются

$$k'\mathbf{p}_{yxcp} \cdot \mathbf{i}\delta y = k'|\mathbf{p}_{yxcp}||\mathbf{i}|\delta y \cos 180^\circ = k'p_{yxcp} \cdot 1 \cdot \delta y \cdot (-1) = -k'p_{yxcp}\delta y,$$

$$-k\delta u\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = -k\delta u|\mathbf{i}||\mathbf{i}| \cdot \cos 0^\circ = -k\delta u \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -k\delta u$$

Из равенств  $-k'p_{yxcp}\delta y = -k\delta u$ ,  $p_{yxcp} = \frac{k}{k'} \frac{\delta u}{\delta y}$  в пределе вытекает закон трения

Ньютона  $p_{yx} = \lim_{\delta y \rightarrow 0} \frac{k}{k'} \frac{\delta u}{\delta y} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ ,  $\mu = \frac{k}{k'}$ .

Обобщения полученной формулы путем перестановок индексов и переменных дают касательные напряжения по другим осям координат



$$p_{xy} = \mu \frac{\partial v}{\partial x}, p_{zx} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}, p_{xz} = \mu \frac{\partial w}{\partial x}, p_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y}, p_{zy} = \mu \frac{\partial v}{\partial z}$$

Аналогично устанавливается формула вязкой составляющей  $\mathbf{p}_{xx}^0$  нормального напряжения  $\mathbf{p}_{xx} = -p\mathbf{i} + \mathbf{p}_{xx}^0$ . Пусть силы трения равны:  $\mathbf{F}_1 = -ku_1\mathbf{i}$  на плоскости  $x_1$  и  $\mathbf{F}_2 = -ku_2\mathbf{i}$  на плоскости  $x_2 = x_1 + \delta x$ ,  $\delta\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_1$ ,  $\delta\mathbf{F} = -k\delta u\mathbf{i}$ ,  $\delta u = u_2 - u_1 > 0$ , при этом  $\delta\mathbf{F} \uparrow\downarrow \mathbf{i}$ . Образуется линейная плотность силы  $\mathbf{f} = \delta\mathbf{F} / \delta x$ ,  $\delta\mathbf{F} = \delta x \mathbf{f}$ . По определению средний вектор нормального вязкого напряжения  $\mathbf{p}_{xxcp}^0 = \delta\mathbf{F} / \delta\sigma$ ,  $\delta\sigma = \delta y \delta z$  параллелен и одинаково направлен с силами трения  $\mathbf{p}_{xxcp}^0 \uparrow\uparrow \delta\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{p}_{xxcp}^0 \uparrow\uparrow \mathbf{f}$ . Коэффициент пропорциональности образует равенства  $\mathbf{f} = k'\mathbf{p}_{xxcp}^0$ ,  $k' > 0$ ,  $\mathbf{p}_{xxcp}^0 \uparrow\downarrow \mathbf{i}$ ,  $k'\mathbf{p}_{xxcp}^0 \delta x = -k\delta u\mathbf{i}$ .

Необходимо скалярное умножение на орт:  $k'\mathbf{p}_{xxcp}^0 \delta x \cdot \mathbf{i} = -k\delta u\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}$ .

В результате получаются

$$k'\mathbf{p}_{xxcp}^0 \cdot \mathbf{i} \delta x = k' \left| \mathbf{p}_{xxcp}^0 \right| \left| \mathbf{i} \right| \delta x \cos 180^\circ = k' p_{xxcp}^0 \cdot 1 \cdot \delta x \cdot (-1) = -k' p_{xxcp}^0 \delta x,$$

$$-k\delta u\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = -k\delta u \left| \mathbf{i} \right| \left| \mathbf{i} \right| \cdot \cos 0^\circ = -k\delta u \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -k\delta u$$

Равенства  $-k' p_{xxcp}^0 \delta x = -k\delta u$ ,  $p_{xxcp}^0 = \frac{k}{k'} \frac{\delta u}{\delta x}$ , в пределе дают вязкий член

нормального напряжения  $p_{xx}^0 = \lim_{\delta y \rightarrow 0} \frac{k}{k'} \frac{\delta u}{\delta x} = \mu \frac{\partial u}{\partial x}$ .

Обобщения полученной формулы перестановками нижних индексов дают соответствующие нормальные напряжения  $p_{yy}^0 = \mu \frac{\partial v}{\partial y}$ ,  $p_{zz}^0 = \mu \frac{\partial w}{\partial z}$ .

Полные нормальные напряжения являются суммой давления и вязких составляющих

$$p_{xx} = -p + p_{xx}^0 = -p + \mu \frac{\partial u}{\partial x}, p_{yy} = -p + p_{yy}^0 = -p + \mu \frac{\partial v}{\partial y}, p_{zz} = -p + p_{zz}^0 = -p + \mu \frac{\partial w}{\partial z},$$

т.е. индексной записи имеем напряжения  $p_{ji} = -p\delta_{ji} + \mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , подставляя которые в

уравнение динамики сплошной среды напряжениях

$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v} \left( \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} \right) = \rho \mathbf{F} + \frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z}$  выводим уравнения, соответствующие закону

трения  $\mathbf{F}_{mpi} = -k\mathbf{v}_i$ :

$$\rho \frac{dv_i}{dt} + v_i \left( \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \rho F_i, i, j = 1, 2, 3$$

Данное уравнение по концепциям «закона Дарси» (1.3) (ускорение равно нулю  $\frac{dv_i}{dt} = 0$  и несжимаемая жидкость (1.6)) упрощается :

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \rho F_i, i, j = 1, 2, 3 \quad (1.7)$$

Полагая  $\mu = const$ ,  $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \mu \Delta v_i$ , скалярные уравнения (1.7) переписываем в векторное уравнение

$$-\mu \Delta \mathbf{v} = -grad p + \rho \mathbf{F},$$

которое, очевидно, **не совпадает** с уравнением динамики «закона Дарси»

$$k\mathbf{v} = -grad p + \rho \mathbf{F}, \quad (1.8)$$

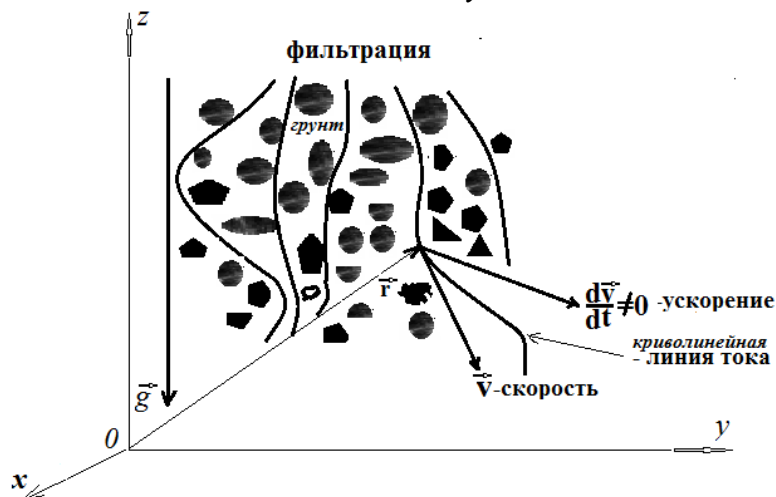
так как по логике вывода  $-\mu \Delta \mathbf{v} \neq k\mathbf{v}$ ! Таким образом, уравнение (1.8) «закона Дарси» **фальшивое**. Что требовалось доказать.

Уравнение (1.2) является аналогом 2-го закона Ньютона, записанного в единице объема,

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right) + \nabla p = \mu \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{F},$$

согласно чему в модели (1.5), (1.6) получается, что при фильтрации по «закону Дарси» ускорения частиц жидкости

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = 0$$



равны нулю, следовательно, скорости  $\mathbf{v} = const$  есть постоянные векторы и по первому закону Ньютона частицы жидкости должны двигаться по **прямолинейным траекториям**.

На рисунке показано обтекание жидкостью частиц грунта по криволинейным траекториям, что неизбежно создает центростремительную составляющую ускорения, в силу чего ускорение не

равно нулю  $\frac{d\mathbf{v}}{dt} \neq 0!!!$

**Фальшивость** применений уравнения Стокса «ползущих движений» (1.4) и уравнения (1.5) «закона Дарси» для расчетов многомерных течений при переменных скоростях  $\mathbf{v} \neq const$  полностью доказана, ибо не выполняется второй закон Ньютона.

## 2. Проблемы постановки граничных условий

Сложность постановки граничных условий, адекватных моделируемому физическому процессу фильтрации, уже видна из одномерных уравнений «закона Дарси». В самом деле, система уравнений (1.5), (1.6)

$$k\mathbf{v} = -\text{grad}p + \rho\mathbf{F}, \quad \text{div}\mathbf{v} = 0$$

в течениях параллельно оси  $z$  со скоростью  $\mathbf{v} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + w\mathbf{k}$  в проекции на ось  $z$  приводится к уравнениям

$$kw = -\frac{dp}{dz} - \rho g, \quad \frac{dw}{dz} = 0$$

Из данного уравнения вытекает постоянство скорости  $w = \text{const}$ . Для определения  $\text{const}$  необходимо и достаточно задать скорость в одной точке  $w(z_0) = w_0 = \text{const}$ .

В данном случае для вычисления давления из первого уравнения

$$kw_0 = -\frac{dp}{dz} - \rho g,$$

тоже достаточно задать его значение в одной точке и решение есть

$$p(z) = p(z_0) - (kw_0 + \rho g)(z - z_0)$$

**Факт постоянства скорости в одномерном течении и линейное распределение давления является доказательством абсурдности перевода одномерной дренажной формулы Дарси (1) на пространственную векторную формулу (1.1), присвоив название «закона Дарси».**

В декартовой системе уравнения «закона Дарси» имеют вид:

$$ku = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x, \quad kv = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho F_y, \quad kw = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

Проблемы постановки граничных условий для уравнений “закона Дарси” вытекают из того, что в (1.5), (1.6) входят только **первые производные** от искомых функций  $u, v, w, p$ . Поэтому, для  $u$  и  $p$  должны быть поставлены **по одному граничному условию** на линиях, параллельных оси  $x$ , для  $v$  и  $p$  - **по одному граничному условию** на линиях, параллельных оси  $y$ , для  $w$  и  $p$  - **по одному граничному условию** на линиях, параллельных оси  $z$ , *т.е. только на отдельных участках границы исследуемой области течения, а не на всей границе в целом.*

По теореме Остроградского – Гаусса  $\iiint_{\tau} \text{div}\mathbf{v}d\tau = \iint_{\sigma} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}d\sigma$  из уравнения неразрывности (1.6) вытекает жесткое условие на граничные значения компонент скорости

$$\iint_{\sigma} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}d\sigma = 0 \quad (2.3)$$

## 3. Граничные условия Дирихле и Неймана

Проблема постановки граничных условий усложняется уже для двумерных уравнений, не говоря о трехмерных:

$$ku = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x, \quad kw = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

Ради простоты рассуждений границу  $\sigma$  плоской области  $\tau$  выберем в виде прямоугольника. По вышесказанному, если на участке границы  $\sigma_1$  задано граничное условие  $u|_{\sigma_1} = \varphi_1$ , и на участке границы  $\sigma_2$  задано  $w|_{\sigma_2} = \varphi_2$ , то в силу вхождения в уравнения (3.1) первых производных от давления  $\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial z}$  должны быть заданы граничные условия на противоположных участках границы  $\sigma_3, \sigma_4$  в виде (рис.1)  $p = \lambda$  и  $p = q$ .

Практикуемая до сих пор методика решения уравнений (1.5), (1.6) использует уравнение эллиптического типа

$$\operatorname{div} \frac{1}{k} (\operatorname{grad} p - \rho \mathbf{F}) = 0, \quad (3.3)$$

что является следствием подстановки (1.5) в (1.6). Интеграл по области  $\tau$  от обеих частей (3.3) приводит к равенству

$$\iiint_{\tau} \operatorname{div} \frac{1}{k} (\operatorname{grad} p - \rho \mathbf{F}) d\tau = \iint_{\sigma} \frac{1}{k} (\operatorname{grad} p - \rho \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} d\sigma = 0 \quad (3.3')$$

Таким образом, для двумерного уравнения (3.3) в силу связи (3.1) граничными условиями будут

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x\right)|_{\sigma_1} = k\varphi_1, \quad \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z\right)|_{\sigma_2} = k\varphi_2, \\ p|_{\sigma_3} = q, \quad p|_{\sigma_4} = \lambda \end{aligned} \quad (3.4)$$

Решая краевую задачу (3.3), (3.4) относительно давления  $p$ , компоненты скорости вычисляются из (3.1):

$$u = \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x\right) / k, \quad w = \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z\right) / k \quad (3.5)$$

во всей области  $\tau$ , в том числе на участках  $\sigma_3, \sigma_4$  границы.

Ставится вопрос: удовлетворяют ли полученные в результате решения краевой задачи (3.3), (3.4) значения компонент скорости условию (2.3), которое для плоской области  $\tau$  является одномерным интегралом в данном случае  $\sigma$  - кривая, ограничивающая  $\tau$ ?

$$\begin{aligned} \uparrow_z \sigma_4 \quad p = \lambda \\ u|_{\sigma_1} = \varphi_1 \\ p = q \\ \sigma_1 \quad \sigma_3 \\ w|_{\sigma_2} = \varphi_2 \\ \sigma_{2,x} \Rightarrow \end{aligned}$$

Рисунок 1

#### 4. Граничные условия типа Неймана

На той же двумерной задаче рассмотрим постановку граничных условий Неймана на участках  $\sigma_3$  и  $\sigma_4$  границы, на  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  они уже имеются:

$$\left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x\right)\Big|_{\sigma_1} = k\varphi_1, \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z\right)\Big|_{\sigma_2} = k\varphi_2, \quad (4.1)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\Big|_{\sigma_3} = \varphi_3, \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\Big|_{\sigma_4} = \varphi_4 \quad (4.2)$$

По закону Дарси (1.5), из краевых условий (4.2) вытекает, что на участках  $\sigma_3$  и  $\sigma_4$  границы скорости равны

$$u\Big|_{\sigma_3} = (-\varphi_3 + \rho F_x)/k, w\Big|_{\sigma_4} = (-\varphi_4 + \rho F_z)/k \quad (4.3)$$

Таким образом, граничные значения

$$\varphi_1, \varphi_2, (-\varphi_3 + \rho F_x)/k, (-\varphi_4 + \rho F_z)/k$$

должны быть таковыми, чтобы выполнялось условие (2.3). Кроме того, должно быть выполнено условие разрешимости (3.3') с учетом граничных условий (4.1), (4.2).

**Парадокс** применения "закона Дарси" в виде многомерной задачи (1.5), (1.6) заключается в том, что в силу уравнения неразрывности (3.2) для  $u$  достаточно одного граничного условия  $u\Big|_{\sigma_1} = \varphi_1$ , а из-за (4.3) имеет место второе граничное условие  $u\Big|_{\sigma_3} = (-\varphi_3 + \rho F_x)/k$ , что является излишним, так как уравнение (3.2) первого порядка по  $x$ , аналогичная ситуация возникает и для  $w$ : два краевых условия  $w\Big|_{\sigma_2} = \varphi_2, w\Big|_{\sigma_4} = (-\varphi_4 + \rho F_z)/k$ , ибо в уравнении неразрывности (3.2) стоит производная  $\frac{\partial w}{\partial z}$ , и такая же ситуация лишних краевых условий для компонент скорости возникает в трехмерных задачах.

Ясно, что граничное условие Неймана

$$\frac{\partial p}{\partial n}\Big|_{\sigma} = \text{grad}p \cdot \mathbf{n} = \psi$$

должно удовлетворять согласно (3.3) критерию разрешимости

$$\iint_{\sigma} \frac{1}{k} (\text{grad}p - \rho \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} d\sigma = 0, \iint_{\sigma} \left(\frac{1}{k} \text{grad}p \cdot \mathbf{n} - \frac{1}{k} \rho \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\right) d\sigma = 0,$$

и равенству

$$\iint_{\sigma} \frac{1}{k} (\text{grad}p - \rho \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} d\sigma = \iint_{\sigma} \left(\frac{1}{k} \psi - \frac{1}{k} \rho \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\right) d\sigma = 0$$

#### 5. Парадоксы уравнений «закона Дарси» (1.5), (1.6).

**Фальшивость уравнения неразрывности в «законе Дарси»**

**Первый парадокс:** уравнения «закона Дарси» (1.5), (1.6) в консервативном поле сил описывает безвихревое (потенциальное) течение.

Вычислим циркуляцию вектора скорости  $\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r}$  по произвольному контуру  $\Gamma$ , которая в теории фильтрации по «закону Дарси» (1.5), (1.6) равна:

$$\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\Gamma} \frac{1}{k} (\text{grad}p - \rho \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{r} \quad (5.1)$$

Пусть течение происходит под действием консервативных сил тяжести

$$\mathbf{F} = -\text{grad}\Pi, \quad (5.2)$$

$\Pi$  – потенциальная энергия.

В данном случае подынтегральное выражение в (5.1) равно

$$\frac{1}{k} (-\text{grad}p + \rho \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{k} \left( -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \Pi \right) \rho d\mathbf{r} = -\frac{\rho}{k} d\left(\frac{p}{\rho} + \Pi\right) \quad (5.3)$$

Для постоянных  $\rho = \text{const}$ ,  $k = \text{const}$  интеграл по замкнутому контуру в правой части (5.1) равен нулю:

$$\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\Gamma} \frac{1}{k} (\text{grad}p - \rho \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{r} = -\frac{\rho}{k} \iint_{\Gamma} d\left(\frac{p}{\rho} + \Pi\right) = 0 \quad (5.4)$$

В результате из (5.1) для потенциальных сил получается равенство нулю циркуляции вектора скорости по любому замкнутому контуру

$$\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = 0 \quad (5.5)$$

Совершается переход к поверхностному интегралу по теореме Стокса

$$\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S \text{rot} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} ds = 0 \quad (5.6)$$

Здесь  $S$  – произвольная поверхность, натянутая на контур  $\Gamma$ . По лемме Дюбуа-Раймонда из (5.6) вытекает равенство нулю вихря (ротора) скорости

$$\text{rot} \mathbf{v} = 0 \quad (5.7)$$

во всей области течения.

Другое доказательство равенства (5.7) вытекает из тождества

$$\text{rot} \mathbf{v} = -\frac{1}{k} \text{rot} \text{grad} \left( \frac{p}{\rho} + \Pi \right) = 0$$

Течения, в которых вихрь скорости всюду равен нулю  $\text{rot} \mathbf{v} = 0$ , как известно, являются *потенциальными течениями идеальных жидкостей* [4]. Потенциал скорости для двумерных течений рассмотрен П.Я.Полубариной-Кочинной в [1]. В той же книге [1] признается, что силы сопротивления, которые испытывает частица жидкости в поре, **зависят от внутреннего трения жидкости. Внутреннее трение – неотъемлемое свойство вязких жидкостей, в вязких жидкостях потенциальные течения невозможны, ротор скорости отличен нуля  $\text{rot} \mathbf{v} \neq 0$ .**

**Второй парадокс:** уравнение «закона Дарси» (1.5) противоречит закону сохранения энергии.

Потенциал скорости  $\Phi$  вводится известной формулой

$$\mathbf{v} = \text{grad} \Phi \quad (5.8)$$

Подставляя (5.2) и (5.8) в уравнение (1.5) закона Дарси, найдем

$$\text{grad}(k\Phi + p + \rho\Pi) = 0, \quad (5.9)$$

откуда вытекает интеграл

$$(k\Phi + p + \rho\Pi) = \text{const}, \quad (5.10)$$

где *const* одна и та же для всей области течения. С другой стороны, для стационарных безвихревых течений идеальных жидкостей имеет место интеграл Лагранжа-Коши [4]:

$$\frac{|\mathbf{v}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \Pi = \text{const} \quad (5.11)$$

Очевидно из (5.10) не получается интеграл Лагранжа-Коши. Приравнение *const* в (5.10) и (5.11), приводит к парадоксальному равенству в “законе Дарси”

$$k\Phi = \rho \frac{|\text{grad}\Phi|^2}{2} \quad (5.12)$$

Парадоксальность (5.12) связана с тем, что потенциал скорости  $\Phi$  определяется с точностью до произвольной константы, а  $\text{grad}\Phi$  эту константу игнорирует.

Нетрудно видеть, что интеграл Лагранжа-Коши (5.11) выражает закон сохранения механической энергии в единице объема сплошной среды.

В течениях же по “закону Дарси” получается интеграл (5.10).

**Очевидно, что интеграл (5.10) «закона Дарси» противоречит закону сохранения энергии (5.12).**

**Третий парадокс: уравнение «закона Дарси» (1.5) противоречит теореме Мещерского (закону изменения импульса) или второму закону Ньютона.**

Основной закон динамики  $\frac{dm\mathbf{v}}{dt} = \sum_k \mathbf{f}_k$  гласит, что силы  $\sum_k \mathbf{f}_k$  по теореме Мещерского вызывают изменение импульса  $m\mathbf{v}$ .

Продифференцировав, можно представить закон в виде

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v} \frac{dm}{dt} = \sum_k \mathbf{f}_k$$

**Всякое** движение материальной среды в ньютоновской механике подчиняется теореме Мещерского, следовательно, и движение в грунте, должно подчиняться данному закону.

**Таким образом, из теоремы Мещерского следуют 2 факта. Первый факт: в “законе Дарси” ускорение равно нулю  $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0$ .**

**Но тогда по первому закону Ньютона частицы должны совершать прямолинейные движения с постоянными скоростями, что возможно только в одномерном течении по направлению оси “z”, или покоиться.**

В гидродинамике наглядной иллюстрацией таких **прямолинейных** стационарных течений, в которых **ускорение равно нулю**, являются течение Куэтта, течение Пуазейля между параллельными плоскостями с зазором  $h$ :  $u = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (h^2 - y^2)$ , течение Хагена-Пуазейля в

трубе радиуса  $b$  и др.

$$[4]: v_z = -\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dz} (b^2 - r^2).$$

Возможно, что Дарси они были известны и положив, соответственно,

$$k = c \rho \alpha \left( \frac{2\mu}{h^2 - y^2} \right), k = c \rho \alpha \left( \frac{4\mu}{b^2 - r^2} \right),$$

инженер Дарси применил готовые формулы для расчета дренажа.

**Второй факт из теоремы Мещерского просто необходим в моделировании фильтрации - закон сохранения массы в фильтрационных течениях должен учитывать мощности стоков (потери) и источников (прибыли):**

$$\frac{dm}{dt} = J, \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = J \quad (*)$$

Для несжимаемой жидкости получается  $\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{J}{\rho}$ , что доказывает фальшивость уравнения

неразрывности (1.6) в «законе Дарси», ибо в одномерной фильтрации уравнение  $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$  превращается в равенство  $\frac{dw}{dz} = 0$ , откуда следует постоянство скорости  $w = \text{const} = w_0$ ,

что абсурдно в грунтовых течениях.

В силу всего этого применение «закона Дарси» (1.5), (1.6) для расчетов двумерных и трехмерных течений теряет физический смысл из-за противоречия с первым законом Ньютона, как только в течении возникают криволинейные линии тока. Прямолинейности линий тока может и не быть из-за указанных выше парадоксов с граничными условиями.

Приравнивание к нулю ускорения

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = 0$$

оправдывается следующими соображениями [1]. *Первое:* в стационарном течении частная производная по времени равна нулю  $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$ , но для нестационарного течения локальное

ускорение не равно нулю  $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \neq 0$ , и предпринятая в монографии [1] попытка приравнивания его к

нулю не выдерживает строгой критики. *Второе:* что произведения в конвективном переносе

$u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}$  ничтожно малы. Стационарность фильтрации, наверное, не всегда имеет

место из-за действия внешних условий, а произведения в  $u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}$  могут быть вовсе

не малыми. Покажем этот факт для одной формулы переноса, например,  $w \frac{dw}{dz}$ .

Пусть  $w = \varepsilon F(\cos \alpha z)$ , где  $\alpha = \text{const} \gg 1$  очень большое конечное число,  $\varepsilon$  - параметр, обеспечивающий малость функции  $w$ ,  $F$ - ограниченная вместе с производной дифференцируемая функция. Производная равна  $\frac{dw}{dz} = -\varepsilon F' \alpha \sin \alpha z$ . **Поэтому произведение**

$w \frac{dw}{dz} = -\alpha \varepsilon^2 F F' \sin \alpha z$  **есть конечное число, достаточно положить  $\alpha = \text{const} * \varepsilon^{-2}$ .**

Аналогичных примеров можно привести достаточное количество, например, функции со слабыми разрывами, чтобы убедиться в том, что **приравнивание к нулю ускорения** в теории фильтрации



нефизично, поэтому ошибочно. **Нефизично из-за противоречия с основным законом динамики – именно, со вторым законом Ньютона, который гласит: действие силы вызывает ускорение**

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} \neq 0.$$

Как было отмечено в (3.3), распространенным методом решения уравнений (1.5), (1.6) «закона Дарси» является сведение системы к одному уравнению эллиптического типа

$$\operatorname{div} \frac{1}{k} \operatorname{grad} p = \operatorname{div} \rho \mathbf{F}$$

при указанных выше краевых условиях.

Надо признать, что **важнейшим критерием верности** полученного решения уравнения (3.3) является то, что для вектора скорости, определенного по формуле (1.5) «закона Дарси», должно выполняться не только условие (2.3), но в первую очередь равенство нулю ускорения

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = 0,$$

т.е. давление в стационарной фильтрации должно удовлетворять уравнению, вытекающему из

$$\begin{aligned} \text{данного равенства: } & \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x\right) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{k}(-\nabla p + \rho \mathbf{F})\right] + \left(-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho F_y\right) \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{k}(-\nabla p + \rho \mathbf{F})\right] + \\ & + \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z\right) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{k}(-\nabla p + \rho \mathbf{F})\right] = 0, \nabla \equiv \operatorname{grad} \end{aligned} \quad (5.13)$$

во всех точках фильтрации, что не является автоматическим следствием решения уравнений (1.5), (1.6), как это имеет место в течениях Куэтта, Пуазейля между параллельными плоскостями, Хагена-Пуазейля в трубе, где ускорения тождественно равны нулю [4].

Получается **четвертый парадокс**: давление в «закона Дарси» (1.5), (1.6) определяется как решение уравнения (3.3), с другой стороны, согласно первому и второму законам Ньютона, давление должно быть еще решением системы из трех проекций векторного уравнения (5.13).

Итого, для одной функции давления  $p$  возникает 4 уравнения, что еще раз показывает **абсурдность** и **фальшивость** применения уравнений «закона Дарси» (1.5), (1.6) в многомерной фильтрации.

## 6. Включение стоков и источников массы в уравнение неразрывности необходимо для выполнения закона изменения импульса (теорема Мещерского) в одномерной фильтрации. Естественные уравнения пространственной фильтрации

Рассмотрим одномерное стационарное течение параллельно направлению силы тяжести  $\mathbf{g}$  идеальной несжимаемой жидкости с компонентами скорости  $u=0, v=0, w \neq 0$ :

$$\rho w \frac{dw}{dz} + w \frac{d\rho w}{dz} = -\frac{dp}{dz} - \rho g \quad (6.1)$$

Данное уравнение есть проекция на ось “z” стационарного уравнения Эйлера

$$\rho \left( u \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right) + \mathbf{v} \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = -\nabla p + \rho \mathbf{F}$$

Далее, учитывая фильтрацию в грунте, в законе сохранения массы введем мощность источника или стока в виде

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{v} = J, \rho = \text{const}, \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = J \quad (6.2)$$

Данное уравнение в случае одномерного течения  $u=0, v=0, w \neq 0$  приводится к виду

$$\rho \frac{dw}{dz} = J \quad (6.3)$$

Подставляя (6.3) в (6.1), найдем

$$wJ + wJ = -\frac{dp}{dz} - \rho g \quad (6.4)$$

Обозначая  $k = 2J$  получаем формулу (3).

Таким образом, в исходной дренажной формуле инженера Дарси (3) выполняется теорема Мещерского, то есть ускорение не равно нулю, если в законе сохранения массы есть источники и стоки массы!!!

Творцы пространственных уравнений под наименованием «закон Дарси» использовали фальшивое уравнение неразрывности (1.6)  $div \mathbf{v} = 0$ , поэтому все расчеты, выполненные с применением уравнений (1.5) и (1.6) являются априори фальшивыми!

Доказанная выше теорема и применения закона сохранения массы (\*) в виде (6.2), (6.3) являются физическими и теоретическими обоснованиями того факта, что в моделировании фильтрации надо исходить из уравнений Навье

$$\rho \frac{dv_i}{dt} + v_i J = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{k}{k'} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \rho F_i, i, j = 1, 2, 3,$$

и уравнения неразрывности с учетом стоков и источников массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div \rho \mathbf{v} = J$$

**Примечание.** В уравнениях Навье в сплошном потоке вязкой жидкости используется динамическая вязкость  $\frac{k}{k'} = \mu$ .

### 7. Включение в уравнения коэффициента пористости среды.

Пористость грунта естественным образом влияет на определение коэффициента трения. Частицы жидкости при движении в грунте с коэффициентом пористости  $0 < s < 1$  испытывают торможение от соприкосновения с твердыми частицами грунта, что значительно увеличивает силу

$$\text{трения } \mathbf{F}_{mp} = -\frac{k}{s} \mathbf{v}.$$

В результате изложенный выше вывод уравнений динамики для пористых сред принимает вид

$$\rho \frac{dv_i}{dt} + v_i J = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{k}{k'} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \rho F_i, i, j = 1, 2, 3, \frac{k}{k'} = \mu$$

Коэффициент пористости также учитывается в уравнении неразрывности

$$\frac{\partial s \rho}{\partial t} + div \rho \mathbf{v} = J$$

### Выводы

Уравнения «закон Дарси» для пространственной фильтрации являются фальшивыми, так как противоречат 2-му закону Ньютона, законам сохранения массы и энергии. Следовательно, фальшивыми являются результаты расчетов с применениями уравнений «закон Дарси».

**Теорема и закон сохранения массы (\*) (6.2), (6.3) являются физическими и теоретическими обоснованиями применения в теории фильтрации уравнений Навье в форме**

$$\rho \frac{dv_i}{dt} + v_i J = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu}{s} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \rho F_i, i, j = 1, 2, 3,$$

**и уравнения неразрывности с учетом стоков или источников массы**

$$\frac{\partial s \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = J$$

**Если фильтрация происходит под давлением  $p(x, y, z_0, t) = p_0$  на поверхности  $z = z_0$ , граничные условия должны быть заданы только для 2-х проекций скорости  $u(x, y, z_0, t) = u_0, v(x, y, z_0, t) = v_0$ , а третья компонента скорости вычисляется из**

**аппроксимации уравнения неразрывности** 
$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} = J - \frac{\partial s \rho}{\partial t} - \frac{\partial \rho u}{\partial x} - \frac{\partial \rho v}{\partial y}.$$

Алгоритмы численной реализации данной модели изложены в [12], [20].

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод -М.: Изд-во "Наука", 1977г. С.664.  
 [2] Darcy H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, 1856.  
 [3] Джакупов К.Б. Генеалогии уравнений Стокса и Навье. Степенные реологические законы и уравнения // Известия НАН РК, сер.ф.-м., 3(313), май-июнь 2017г. с.64-80. ISSN 2518-1726.  
 [4] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.-М.: «Наука», 1973г. С.783.  
 [5] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.- М.: «Наука», 1974г.С.711.  
 [6] Аравин В.И. и Нумеров С.Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. - М.: Гостехиздат. 1953г. С.616.  
 [7] Nied D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. N. Y. etc: Springer, 1992. 408p.  
 [8] Нумеров С.Н. О необходимости учета сил инерции в основных уравнениях теории фильтрации// В сб.: Вопр. прикладной математики и геометрического моделирования. Ленингр. инж.-стр. ин-т, 1962г., с.18-21.  
 [9] Hirt C.W. and Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries// J.Comput.Phys., 1981, Vol.39, pp.201-225.  
 [10] Jakupov K.B. RHEOLOGICAL LAWS OF VISCOUS FLUID DYNAMICS // Известия НАН РК, сер.физ.-мат., 1(293), январь-февраль 2014г. с.51-55. ISSN 1991-346X  
 [11] U.Piomelli. Large-eddy simulation: achievements and challenges // Progress in Aerospace Sciences 35 (1999) 335-362.  
 [12] Джакупов К.Б. Ликвидация фальсификаций и модернизация основ механики сплошной среды-А:Типография «Гылым Ордасы», 2017г. 439с  
 [13] Spalart P. R.: Strategies for turbulence modelling and simulations, Int.J. Heat Fluid Flow, 21, pp. 2, (2000).  
 [14] Джакупов К.Б. Моделирование термобародиффузий с химическими реакциями в жидкостях и газах // Известия НАН РК, серия физ.-мат., 6(310), ноябрь-декабрь 2016 г.с.80-88. ISSN 2518-1726.  
 [15] Egorov, Y, Menter, F.R. and Cokljat D.: Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Flow Predictions. Part 2: Application to Aerodynamic Flows, companion paper, J. Flow Turbulence and Combustion, Vol. 85, No. 1.  
 [16] Джакупов К.Б. О  $k-\varepsilon$ , LES, Рейнольдси и степенных моделях // Известия НАН РК, серия физ.-мат.,1(311) январь-февраль 2017 г.с.144-159. ISSN 2518-1736.  
 [17] Menter, F.R., Egorov, Y, (2010): The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description, J. Flow Turbulence and Combustion, Vol. 85, No. 1  
 [18] Jakupov K.B. About gipotese of Stokes and rheological laws. -Almaty "Gylym Ordasy", P.172.  
 [19] Strelets, M.: Detached Eddy Simulation of massively separated flows. AIAA Paper 2001-879, (2001).  
 [20] Джакупов К.Б. Коррекции теоретических парадоксов механики сплошной среды-А:Типография «Гылым Ордасы», 2015г. 416 с.

#### REFERENCES

- [1] Polubarinova-Kochina P.Ya. Theory of groundwater movement -M.: Publishing house "Science", 1977. 664p.  
 [2] H.Darcy. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, 1856.  
 [3] Jakupov K.B. Genealogy of the Stokes and Navier equations. Degree rheological Laws and equations // Proceedings of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, ser.f.-m., 3 (313), May-June 2017. p.64-80. ISSN 2518-1726.  
 [4] Loitsyansky LG Mechanics of fluid and gas.-M.: Nauka, 1973.

- [5] Schlichting G. The theory of the boundary layer .- М.: Nauka, **1974**, p.711.
- [6] Aravin V.I. And Numerov SN Theory of motion of liquids and gases In an undeformable porous medium. - Moscow: Gostekhizdat. **1953**. 616p.
- [7] Nied D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. N. Y. etc: Springer, **1992**. 408p.
- [8] Numerov SN On the need to take into account the forces of inertia in the basic equations of the theory Filtration // In the collection: Vopr. Applied mathematics and geometric Modeling. Leningr. Ing.-P. In-t, **1962**, p.18-21.
- [9] C.W.Hirt and B.D.Nichols. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries// J.Comput.Phys.,**1981**,Vol.39, pp.201-225.
- [10] Jakupov K.B. RHEOLOGICAL LAWS OF VISCOUS FLUID DYNAMICS // Izvestiya NAS of RK, ser.fiz.-mat., 1 (293), January-February **2014**. p.51-55. ISSN 1991-346X
- [11] U.Piomelli. Large-eddy simulation: achievements and challenges // Progress in Aerospace Sciences 35 (1999) 335-362.
- [12] Jakupov K.B. Elimination of falsifications and modernization of the foundations of mechanics of continuous-A: The printing house "The White Orders", **2017**. 439p.
- [13] Spalart P. R.: Strategies for turbulence modelling and simulations, Int.J. Heat Fluid Flow, 21, pp. 2, (**2000**).
- [14] Jakupov K.B. Modeling of thermobarodiffusion with chemical reactions in Fluids and gases // Izvestiya NAS RK, series of Physics and Mathematics, 6 (310), November-December. **2016** p.80-88. ISSN 2518-1726.
- [15] Egorov, Y, Menter, F.R. and Cokljat D.: Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Flow Predictions. Part 2: Application to Aerodynamic Flows, companion paper, J. Flow Turbulence and Combustion, Vol. 85, No. 1.
- [16] Jakupov K.B. About, LES, Reynolds and power models // Izvestiya NAS RK, series of Physics and Mathematics, 1 (311) January-February **2017**, p.144-159. ISSN 2518-1736.
- [17] Menter, F.R., Egorov, Y, (2010): The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description, J. Flow Turbulence and Combustion, Vol. 85, No. 1
- [18] Jakupov K.B. About gipoteze of Stokes and rheological laws. – Almaty: "Gylym Ordasy", 172p.
- [19] Strelets, M.: Detached Eddy Simulation of massively separated flows. AIAA Paper 2001-879, (**2001**).
- [20] Jakupov K.B. Corrections of theoretical paradoxes of mechanics continuous Wednesday-A: Typography "The White Ordas", **2015**. 416p.

#### К. Б. Жақып-тегі

ҚР БҒМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан

#### «Дарси ЗАҢЫНЫҢ» СҮЗГІ ТЕОРИЯСЫНДАҒЫ КОМПИЛЯТИВТІГІ

**Аннотация.** Кеңістік сүзгі теориясында «Дарси заңын» қолдануы репрезентативтік еместігінің мәселесі қойылған. Сығылмайтын тұтқырлы сұйықтықтың Навье теңдеулерінің көпөлшемелі «Дарси заңының» теңдеулеріне алмастырылғаны тыңғылықты жарықталған. «Дарси заңының» теңдеулері үйкеліс заңына және Ньютонның екінші заңына қарсы келетіндігі көрсетілген. Көпөлшемелі «Дарси заңының» теңдеулерінің сығылмайтын сұйықтықтардың дәрмендік (құйынсыз) ағыстарына сәйкес екендігі орнатылған, оның тұтқырлы сұйықтықтардың теориясына қарсы келетіндігі көрсетілген. «Дарси заңының» теңдеулері 1-ші дәрежелі туындылардан құрастырылғаны факт екені мәлімет, оның салдарынан шекаралық шарттар қоюда қайшыланған мәселелер шығатыны көрсетілген. «Дарси заңында» тек қана бір өлшемелі стационар ағыстарда физиканың үш заңы бірдей орындалады, егерде бірөлшемелі сүзуді идеалдық сұйықтықтардың Эйлер теңдеулерімен модельдесе және үзіліссіздік теңдеуінде массаның көлеммен уақыттың бірдіктерінде жоғалтуын немесе қосылуын ескерсе. Осыны негіздеп тұтқырлы сұйықтықтардың сүзілуін Навье теңдеулерімен модельдеу ұсынылған.

**Тірек сөздер:** сүзгі, қысым, жылдамдық, үдеу.

#### Сведения об авторе:

Джакупов Кенес Баженович - доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН.

**Служебный адрес:** РГП Институт математики и математического моделирования КМ МОН РК, 050010, ул.Пушкина,125, г.Алматы, Казахстан.

МАЗМҰНЫ

<i>Асанова А.Т.</i> Сынықтар әдісінің жүктелген және интегралдық-дифференциалдық параболалық теңдеулер үшін периодты есепті шешуге қолданылуы .....	5
<i>Сергазина А.М., Есмаханова Қ.Р., Ержанов К.К., Тунгушбаева Д.И.</i> (1+1)-өлшемді локалды емес фокусталған сызықты емес шредингер теңдеуі үшін дарбу түрлендіруі.....	14
<b>Боос Э.Г.</b> <i>Темиралиев Т*, Избасаров М., Самойлов В.В., Покровский Н.С., Турсунов Р.А.</i> Импульсі 32 ГЭВ/С антипротон-протондық аннигиляциялық реакциясында екінші реттік зарядталған бөлшектердің бұрыштық корреляциясы.....	22
<i>Бошқаев Қ.А., Жәми Б.А., Қалымова Ж.А., Бришева Ж.Н.</i> Шекті температуралар мен жалпы салыстырмалық теориясының әсерлерін ескергендегі статикалық ақ ергежейлі жұлдыздар.....	27
<i>Мурзахметов А.Н., Федотов А.М., Гришко М.В., Дюсембаев А.Е.</i> Әлеуметтік-экономикалық қоғамдарда инновацияның таралуын модельдеу.....	39
<i>Оразбаев С.А., Рамазанов Т.С., Досболаев М.Қ., Габдуллин М.Т., Әмірбеков Д.Б.</i> Жоғары жиілікті разряд плазмасында супергидрофобты беттер алу әдісі.....	45
<i>Сарсенбаев Х.А., Хамзина Б.С., Колдасова Г.А., Исаева Г.Б.</i> Ұңғымаларды игеру кезінде ұңғымаларды шаюдағы отандық және шетелдік технологияларды қолдану ерекшеліктері .....	52
<i>Қабылбеков К.А., Омашова Г.Ш.</i> MATLAB жүйесін қолданып жылу тасымалдауды зерттеуге арналған зертханалық жұмыстарды орындауды ұйымдастыру.....	56
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Нурбакова Г.С., Сайдуллаева Г.Г., Рустембаева С.Б.</i> В–S ауысуының формфакторларын есептеу .....	67
<i>Нурбакова Г.С., Хабыл Н., Валиолда Д.С., Тюлемисов Ж.Ж.</i> $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ Ауысуы үшін формфакторлар.....	78
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> Ойдан шығарылған аймақтар әдістемесінің гидродинамикадағы репрезентаттығы .....	85
<i>Мусрепова Э., Жидебаева А.Н., Шалданбаев А.Ш.</i> Сингуляр әсерленген, бірінші ретті теңдеудің, Кошилік есебін шешудің операторлық әдістері.....	96
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Нурбакова Г.С., Жаугашева С.А., Мұратхан Ж.</i> Кварктардың коварианттық моделінде $V_s \rightarrow f$ ауысуы.....	108
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> «Дарси заңының» сүзгі теориясындағы компилятивтігі .....	115
<i>Глуценко Н.В., Горлачев И.Д., Желтов А.А., Киреев А.В., *Мұқашев Қ.М., Платов А.В.</i> УКП-2-1 үдеткішімен жүргізілетін физикалық эксперименттерді орындауды автоматтандыру.....	131
<i>Қабылбеков К.А., Омашова Г.Ш.</i> MATLAB жүйесін қолданып гидродинамикадан компьютерлік зертханалық жұмыстарды орындауды ұйымдастыру.....	139
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С.С.</i> Жердің тәулік дәуірлі электр токтары.....	146
<i>Моисеева Е.С., Найманова А.Ж.</i> Көлденең үрленетін ағынша мен жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан жоғары ағыспен әсерлесу механизмдеріне кіре берістегі шекаралық қабаттың әсері.....	154
<i>Глуценко Н.В., Горлачев И.Д., Желтов А.А., Киреев А.В., *Мұқашев Қ.М., Платов А.В.</i> УКП-2-1 үдеткішімен жүргізілетін физикалық эксперименттерді орындауды автоматтандыру.....	163
<i>Ахмедиярова А.Т., Мамырбаев О.Ж.</i> Петри желісімен қалалық жол көлігі қозғалысын модельдеу.....	171

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Асанова А.Т.</i> Применение метода ломаных к решению периодической задачи для нагруженного и интегро-дифференциального параболических уравнений .....	5
<i>Сергазина А.М., Есмаханова К.Р., Ержанов К.К., Тунгушбаева Д.И.</i> Преобразования Дарбу для (1+1)-мерного нелокального фокусированного нелинейного уравнения шредингера.....	14
<i>Боос Э.Г., Темиралиев Т.*</i> , <i>Избасаров М., Жаутыков Б.О., Самойлов В.В., Покровский Н.С., Турсунов Р.А.</i> Угловые корреляции вторичных заряженных частиц в реакциях антипротон-протонной аннигиляции ПРИ 32 ГЭВ/С.....	22
<i>Бошкаев К.А., Жами Б.А., Калымова Ж.А., Бришева Ж.Н.</i> Статические белые карлики с учетом эффектов конечных температур и общей теории относительности.....	27
<i>Мурзахметов А.Н., Федотов А.М., Гришко М.В., Дюсембаев А.Е.</i> Моделирование распространения инновации в социально-экономических системах.....	39
<i>Оразбаев С.А., Рамазанов Т.С., Досболаев М.Қ., Габдуллин М.Т., Өмірбеков Д.Б.</i> Способ получения супергидрофобных поверхностей в плазме ВЧ разряда.....	45
<i>Сарсенбаев Х.А., Хамзина Б.С., Колдасова Г.А., Исаева Г.Б.</i> Особенности применения отечественных и зарубежных технологий промывки скважин при освоении скважин.....	52
<i>Кабылбеков К.А., Омашова Г.Ш.</i> Организация выполнения компьютерных лабораторных работ по исследованию теплопереноса с применением системы MATLAB.....	56
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Нурбакова Г.С., Сайдуллаева Г.Г., Рустембаева С.Б.</i> Вычисление формфакторов В-S перехода.....	67
<i>Нурбакова Г.С., Хабыл Н., Валиолда Д.С., Тюлемисов Ж.Ж.</i> Формфактор для перехода $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ .....	78
<i>Джакупов К.Б.</i> Репрезентативность метода фиктивных областей в гидродинамике.....	85
<i>Мусрепова Э., Жидебаева А.Н., Шалданбаев А.Ш.</i> Об операторных методах решения сингулярно возмущенной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с переменным коэффициентом.....	96
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Нурбакова Г.С., Жаугашева С.А., Муратхан Ж.</i> $V_s \rightarrow \phi$ переход в ковариантной модели кварков.....	108
<i>Джакупов К.Б.</i> Компилятивность “Закона Дарси” в теории фильтрации.....	115
<i>Глуценко Н.В., Горлачев И.Д., Желтов А.А., Киреев А.В., *Мукашев К.М., Платов А.В.</i> Автоматизация проведения физических экспериментов на ускорителе УСП-2-1.....	131
<i>Кабылбеков К.А., Омашова Г.Ш.</i> Организация выполнения компьютерных лабораторных работ по гидродинамике с применением системы MATLAB.....	139
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С. С.</i> Земные электрические токи с суточными периодами.....	146
<i>Моисеева Е.С., Найманова А.Ж.</i> Влияние толщины пограничного слоя на входе на механизмы взаимодействия сверхзвукового потока с поперечно дуваемой струей.....	154
<i>Глуценко Н.В., Горлачев И.Д., Желтов А.А., Киреев А.В., Мукашев К.М., Платов А.В.</i> Автоматизация проведения физических экспериментов на ускорителе УСП-2-1.....	163
<i>Ахмедиярова А.Т., Мамырбаев О.Ж.</i> Моделирование транспортных систем города с помощью сетей Петри.....	171

CONTENTS

<i>Assanova A.T.</i> Application of polygonal method to solve of periodic problem for loaded and integro-differential parabolic equations .....	5
<i>Sergazina A., Yesmakhanova K., Yerzhanov K., Tungushbaeva D.</i> Darboux transformation for the (1+1)-dimensional nonlocal focusing nonlinear schrödinger equation.....	14
<i>Boos E., Temiraliyev T., Izbasarov M., Zhautykov B., Samoiloov V., Pokrovsky N., Tursunov R.</i> Angle correlations of secondary charged particles in the reactions of antiproton-proton annihilation at 32 GEV/S.....	22
<i>Boshkayev K.A., Zhami B.A., Kalymova Zh.A., Brisheva Zh.N.</i> Static white dwarfs taking into account the effects of finite temperatures and general relativity.....	27
<i>Murzakhmetov A.N., Fedotov A.M., Grishko M.B., Dyusembaev A.E.</i> Modeling of distribution of innovation in socio-economic systems.....	39
<i>Orazbayev S.A., Ramazanov T.S., Dosbolayev M.K., Gabdullin M.T., Omirbekov D.B.</i> The method of obtaining hydrophobic surfaces in the plasma of rf discharge.....	45
<i>Sarsenbayev Kh.A., Khamzina B.S., Koldassova G.A., Issayeva G.B.</i> Features of application of domestic and foreign technologies of washing of wells at development of wells .....	52
<i>Kabyzbekov K. A., Omashova G. SH.</i> Organization of implementation of computer laboratory works for the study of heat transfer with the use of MATLAB system.....	56
<i>Issadykov A.N., Ivanov M.A., Nurbakova G.S., Saidullaeva G.G., Rustembayeva S.B.</i> Calculation of B-S transition form factors .....	67
<i>Nurbakova G.S., Habyln, Valiolda D.S., Tyulemissov Zh. Zh.</i> Form factors for $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ transition.....	78
<i>Jakupov K.B.</i> Representation of the method of the fiction areas in hydrodynamics.....	85
<i>Musrepova E., Zhidebaeva A.N., Shaldanbaeva A.Sh.</i> On operator methods for solving a singularly perturbed Cauchy problem for an ordinary differential equation of the first order with a variable coefficient.....	96
<i>Issadykov A.N., Ivanov M.A., Nurbakova G.S., Zhaugasheva S.A., Muratkhan Zh.</i> $B_s \rightarrow \phi$ Transition in covariant quark model.....	108
<i>Jakupov K.B.</i> Complicability of the "Darcy law" in the filtration theory.....	115
<i>Gluschenko N.V., Goralchev I.D., Zheltov A.A., Kireev A.V., Mukshev K.M., Platov A.V.</i> Automation of experimentation at Accelerator UKP-2-1 .....	131
<i>Kabyzbekov K. A., Omashova G. SH.</i> Organization of implementation of computer laboratory works on hydrodynamics with application of MATLAB.....	139
<i>Baydullaev S., Baydullaev S. S.</i> Earth electric currents with diurnal periods.....	146
<i>Moisseyeva Ye., Naimanova A. E.</i> Effect of boundary layer thickness at inlet on patterns of interaction of supersonic flow with transverse injected jet.....	154
<i>Gluschenko N.V., Goralchev I.D., Zheltov A.A., Kireev A.V., Mukshev K.M., Platov A.V.</i> Automation of experimentation at accelerator UKP-2-1 .....	163
<i>Akhmediyarova A.T., Mamyrbayev O.</i> Modeling of transport system with the help of Petri net.....	171

---

**Publication Ethics and Publication Malpractice  
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

---

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.



Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Редакторы *М. С. Ахметова, Т.А. Апендиев*  
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 20.12.2017.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
11,2 п.л. Тираж 300. Заказ 6.

---

---

*Национальная академия наук РК*  
*050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19*