

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

6 (316)

**ҚАРАША – ЖЕЛТОҚСАН 2017 Ж.
НОЯБРЬ – ДЕКАБРЬ 2017 г.
NOVEMBER – DECEMBER 2017**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Жұмаділдаев А.С. проф., академик (Қазақстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Қазақстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Өмірбаев У.У. проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Жұмабаев Д.С. проф. (Қазақстан)
Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошқаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Сұраған Д. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Қырғыстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорус)
Пашаев А. проф., академик (Әзірбайжан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2017

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

Джумадилаев А.С. проф., академик (Казахстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Казахстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умирбаев У.У. проф. чл.-корр. (Казахстан)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Джумабаев Д.С. проф. (Казахстан)
Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Сураган Д. чл.-корр. (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Кыргызстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Пашаев А. проф., академик (Азербайджан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

Dzhumadildayev A.S. prof., academician (Kazakhstan)
Kalmenov T.Sh. prof., academician (Kazakhstan)
Zhantayev Zh.Sh. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umirbayev U.U. prof. corr. member. (Kazakhstan)
Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)
Dzhumabayev D.S. prof. (Kazakhstan)
Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)
Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)
Suragan D. corr. member. (Kazakhstan)
Quevedo Hernando prof. (Mexico),
Dzhunushaliyev V.D. prof. (Kyrgyzstan)
Vishnevskiy I.N. prof., academician (Ukraine)
Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)
Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)
Pashayev A. prof., academician (Azerbaijan)
Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.
Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz/physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 6, Number 316 (2017), 154 – 162

Ye. Moisseyeva¹, A. Naimanova²

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

²Institute of Mathematics and Mathematical Modeling MES RK, Almaty, Kazakhstan

E-mail: ¹k.moisseyeva@gmail.com, ²alt_naimanova@yahoo.com

**EFFECT OF BOUNDARY LAYER THICKNESS
AT INLET ON PATTERNS OF INTERACTION
OF SUPERSONIC FLOW WITH TRANSVERSE INJECTED JET**

Abstract. In the paper, the numerical investigation of the supersonic turbulent multispecies flow with transverse jet injection is performed. An effect of the boundary layer thickness at the inlet on the vortex system and mixing layer is studied. The value of the boundary layer thickness, for which there is an additional multi-structural separation zone ahead of the jet, is determined; the new vortices in front of the jet are identified. It is shown that with decreasing the thickness of the boundary layer at the inlet, the number of vortices in front of the jet is reduced, while additional vortex structures form behind the jet. An effect of the vortex systems on the jet / main flow mixing is revealed.

Keywords: turbulence, boundary layer, mixing layer, supersonic flow, transverse injection.

УДК: 533.6.011.5: 532.526

Е.С. Моисеева¹, А.Ж. Найманова²

¹Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

²Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

**ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ВХОДЕ
НА МЕХАНИЗМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО
ПОТОКА С ПОПЕРЕЧНО ВДУВАЕМОЙ СТРУЕЙ**

Аннотация. В данной работе выполнено численное исследование сверхзвукового течения многокомпонентной газовой смеси с поперечным вдувом струи. Изучено влияние толщины пограничного слоя на входе на вихревую систему и слой смешения. Определено значение толщины пограничного слоя, при котором возникает дополнительная многоструктурная область отрыва перед струей, получены новые вихревые системы перед струей. Показано, что при уменьшении толщины пограничного слоя на входе количество вихрей перед струей сокращается, тогда как за струей появляются дополнительные вихревые структуры. Выявлено влияние вихревых систем на процесс смешения вдуваемой струи и натекающего потока.

Ключевые слова: турбулентность, пограничный слой, слой смешения, сверхзвуковое течение, поперечный вдув.

1. Введение. Поперечный вдув струи в поток является эффективным способом сверхзвукового смешения и горения в сверхзвуковых камерах сгорания. На практике проблема взаимодействия газовой струи со сверхзвуковым потоком является основной в моделировании сверхзвуковых камер сгорания. Поле течения в такого рода установках достаточно сложное: турбулентное перемешивание топлива с окислителем, химические реакции, ударные волны, отрывная зона перед струей и за ней. Анализ влияния режимных параметров на механизмы взаимодействия струи и

потока, например, параметра нерасчетности, типа вдуваемого газа, местоположения вдува или толщины пограничного слоя, задаваемой на входе при расчете течения, позволяет улучшить эффективность сверхзвукового смешения. Однако при этом до настоящего момента не изучено в полной мере влияние толщины пограничного слоя на слой смешения.

Общая структура картины течения сверхзвукового потока с поперечно вдуваемой струей показана на рисунке 1 [1]. Турбулентный пограничный слой перед струей характеризуется парой противоположно вращающихся вихрей [1-3]. Эти вихри сносятся вниз по течению основным потоком, образуя подковообразные вихри и вихревой след в области за вдувом струи. Однако известны некоторые работы [2,4-8], в которых показаны дополнительные вихревые структуры в зависимости от режимных и геометрических параметров. Целью настоящей работы является изучение влияния толщины пограничного слоя на входе на механизмы взаимодействия струи и потока, в частности, на формирование вихревых систем за вдувом, которые определяются состоянием пограничного слоя перед струей и влияют на слой смешения.

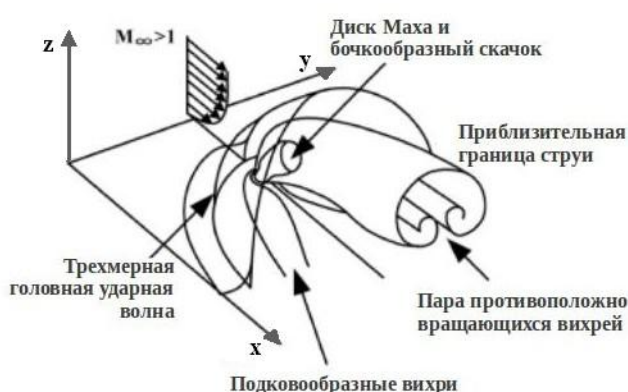


Рисунок 1 – Схематическое изображение поперечного вдува струи в сверхзвуковой поток [1]

2. Математическая модель и численный метод решения. Исходными уравнениями для рассматриваемой задачи является система осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для многокомпонентного турбулентного газа. Характерным параметром длины является диаметр сопла. Коэффициент динамической вязкости определяется как сумма коэффициентов молекулярной и турбулентной вязкости, где молекулярная вязкость определяется по формуле Уилке [9], а турбулентная вычисляется с помощью $k-\omega$ модели с учетом сжимаемости. На входе задаются параметры воздушного потока и вблизи стенки пограничный слой, на вдуве струи – параметры струи водорода. На нижней стенке выполняются условия прилипания и теплоизоляции, на верхней границе – условие симметрии, на боковых – мягкие граничные условия, и на выходной границе задаются условия неотражения [10].

Численное решение поставленной задачи осуществляется на основе существенно-неосциллирующей ENO-схемы третьего порядка точности, методология может быть найдена, например, в работах [11-12]. Решение полученной системы разностных уравнений осуществляется согласно принципу расщепления по направлениям методом матричной прогонки.

3. Результаты. Для верификации математической модели и апробации численного метода предварительно решается задача пространственного сверхзвукового турбулентного течения воздуха в канале с характерными параметрами, соответствующими эксперименту [13]: $Pr = 0.9$, $\gamma = 1.4$, $Re = 6.31 \cdot 10^4$, $M_\infty = 4$, $T_\infty = 500K$, индекс « ∞ » относится к параметрам потока. На рисунке 2 представлены основные характеристики течения в пограничном слое – распределение давления и профиль продольной скорости. Измерение проводится вблизи стенки в плоскости симметрии, нормальной к оси y , в сечении, где толщина пограничного слоя равна $\delta=2.7$ ($z^+ = 5694$). Здесь $z^+ = zu_\tau Re$ – универсальная динамическая переменная, $u_\tau = (0.5C_f)^{1/2}$

– динамическая скорость, $C_f = 0.0576(\text{Re } x)^{-1/5}$ – местный коэффициент сопротивления на стенке [14]. Из графика видно, что распределение давления (рисунок 2а) и профиль скорости (рисунок 2б) удовлетворительно согласуются с результатами работ [13,15-16].

Далее, для расчета поставленной задачи перпендикулярного вдува круглой струи водорода в трехмерный канал (рисунок 1) центр сопла помещается согласно [13] в сечении, соответствующем толщине пограничного слоя в канале $\delta_0=2.7$. Параметры струи также задаются в соответствии с экспериментом [13]: $M_0 = 1$, $T_0 = 1300\text{K}$; отношение динамических давлений $q \equiv \rho_0 \vec{V}_0^2 / \rho_\infty \vec{V}_\infty^2 = 1.0$, что соответствует $n = 15.61$; $d = 1.05\text{мм}$, индекс «0» относится к параметрам струи. Расчеты проводятся со следующими геометрическими параметрами: $H_x = 20$ – длина, $H_y = 15$ – ширина и $H_z = 10$ – высота расчетной области в калибрах; $x_0 = 10$, $y_0 = 7.5$ – расстояние от начала расчетной области до центра сопла.

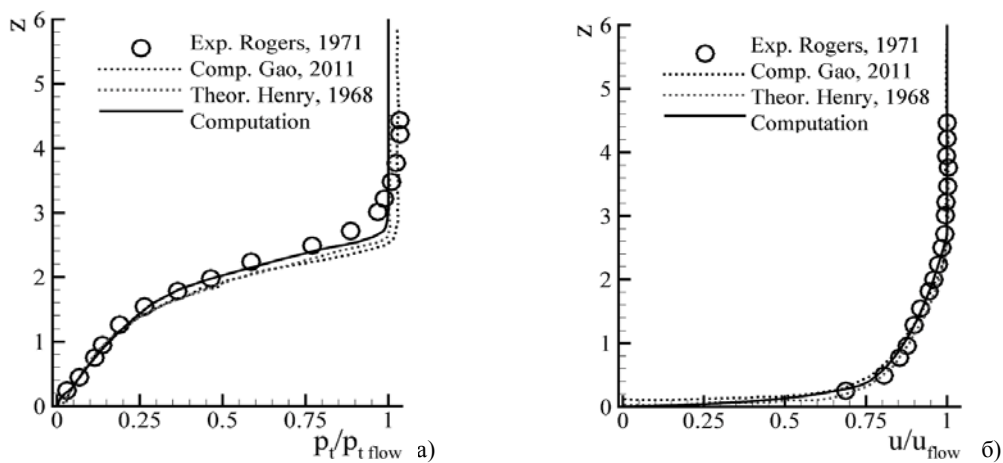


Рисунок 2 – Характеристики пограничного слоя в канале без вдува струи на стенке в плоскости симметрии, нормальной к оси y , результаты работ [13,15-16] и численный расчет: а) распределение полного давления, б) профиль скорости

На рисунке 3 показано поле изобар в плоскости симметрии, нормальной к оси. Вследствие торможения потока перед струей повышается давление и возникает головной скачок уплотнения 1. Вверх по течению от него отходит косой скачок уплотнения 2, за которым наблюдается зона сверхзвукового течения. Последующее торможение потока сопровождается повышением давления и появлением ударной волны – замыкающего скачка уплотнения 3, параллельного оси струи. Вследствие пересечения ударных волн 1, 2 и 3 образуется сложная λ -образная структура волн.

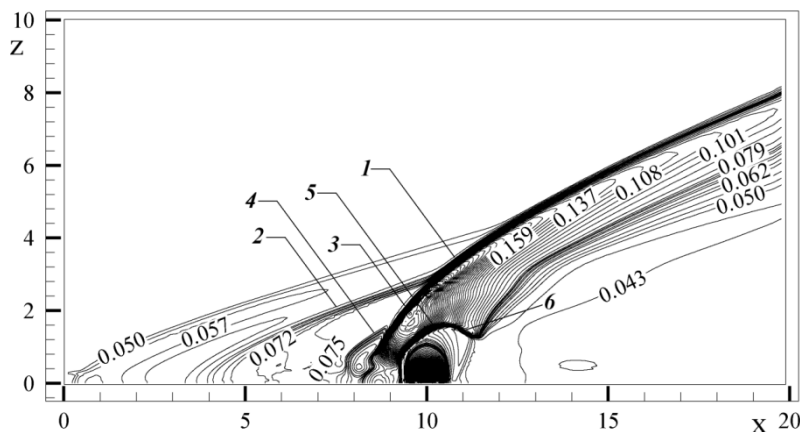


Рисунок 3 – Изобары в плоскости симметрии, нормальной к оси y , $\delta_0=2.7$

В передней застойной зоне давление понижается (линия 4) ввиду наибольшей скорости возвратного течения. За струей находится зона разрежения. На рисунке также виден висячий скачок 5. Его формирование обусловлено тем, что в результате вдува недорасширенной струи в поток давление в струе стремится выровняться с давлением окружающей среды, вследствие чего происходит расширение струи и образуются волны разрежения, которые движутся к границам струи. Семейство отраженных от границы струи волн разрежения формирует висячий скачок 5, замыкающийся диском Маха 6.

На рисунке 4 представлены линии тока и распределение массовой концентрации водорода в плоскости симметрии, нормальной к оси y . В большинстве известных работ, например, [1-3], рассматривается структура течения перед струей, состоящая только из двух подковообразных вихрей, существует также несколько работ, в которых описан третичный вихрь [2,4-6], однако здесь показано формирование двух пар вихрей (V_1 - V_4 , V_2 - V_3). При этом вихри V_2 и V_3 , примыкающие к стенке, вращаются против часовой стрелки, а вихри V_1 и V_4 – по часовой стрелке. Рассмотрим подробно механизм их образования.

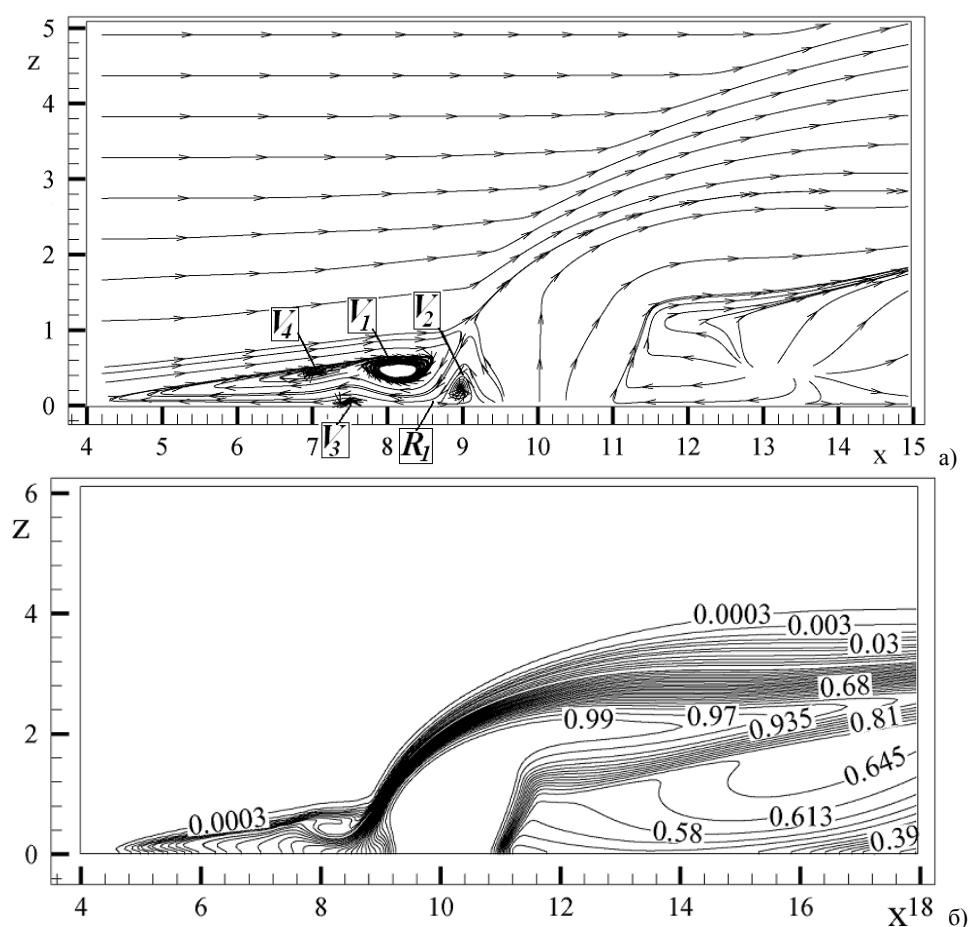


Рисунок 4 – Линии тока (а) и распределение массовой концентрации водорода (б) в плоскости симметрии, нормальной к оси y , $\delta_0=2.7$

Первый вихрь V_1 формируется вследствие отрыва пограничного слоя перед струей. Взаимодействие расширяющейся струи и замыкающего скачка уплотнения 3 на рисунке 3 приводит к появлению второго вихря V_2 . При этом из графика 4а видно, что эти вихри вращаются в противоположных направлениях. Очевидно, это объясняется тем, что часть потока воздуха непосредственно вблизи стенки, проходя участки скачков уплотнения, поворачивает вниз к стенке и проникает в зону отрывного течения, а затем растекается в противоположных направлениях, в результате чего образуется линия растекания потоков R_1 . При тчении газа в обратном

направлении от линии растекания R_1 пограничный слой повторно отрывается с образованием вихря V_3 . Очевидно, этот отрыв обусловлен ростом градиента давления вследствие следа слабого скачка 4 на рисунке 3. Далее поток отклоняется вверх из-за присутствия вихря V_3 , тогда как сверху на вихрь V_1 натекает основной поток, вследствие чего происходит пережим вихря V_1 и он разделяется на два с появлением вихря V_4 .

Влияние вихревой системы перед струей на процесс смешения струи и потока демонстрирует картина распространения массовых концентраций водорода. Так, из графика 4б видно, что часть водорода в области перед струей захватывается подковообразными вихрями V_1 - V_2 и распределяется вверх по потоку вплоть до линии отрыва.

На рисунке 5 показаны линии тока и распределение массовой концентрации водорода за струей в плоскости yz ($x=13.835$). Появление пары симметричных вихрей V_5 обусловлено тем, что непосредственно за струей у стенки образуется область пониженного давления, куда устремляется натекающий поток. Вихрь V_1 перед струей увлекается основным потоком и, разделяясь, генерирует систему V_6 . Вихри V_7 формируются вследствие бокового перетекания вихря V_3 . Незначительный размер этих вихрей обусловлен тем, что размер порождающего их вихря V_3 также мал. Пара вихрей V_8 генерируется вихрем V_2 .

Расчеты показывают, что за бочкообразной структурой за струей вихри V_8 смещаются к плоскости симметрии, а вихревые системы V_6 и V_7 удаляются от плоскости симметрии по мере их сноса вниз по потоку. Вихри V_8 с центрами вращения в слое смешения струи и потока, обтекая струю, увеличиваются в размере по мере их сноса вниз по потоку. Увеличение размеров этих вихрей вблизи струи, по всей видимости, обеспечивается наличием существенных градиентов давлений на границе струи и потока. Из рисунка 5а также заметно, что вихревые системы V_6 и V_7 служат своего рода кавернами для роста вихря V_8 , т.е. по мере удаления от плоскости симметрии вихрей V_6 и V_7 , каверна увеличивается, соответственно вихрь V_8 расширяется.

Рисунок 5б демонстрирует влияние боковых вихрей на расширение струи. С удалением от дуды вниз по потоку ядро максимальных концентраций уменьшается, а область смешения расширяется. Из сравнения рисунка 5а с рисунком 5б видно, что водород в основном скапливается в области вихрей V_8 . Здесь также можно увидеть роль вихрей V_6 и V_7 , образующих каверну. При этом численные расчеты показывают, что основной вклад в смешение струи и потока вносят подковообразные вихри V_6 и V_8 .

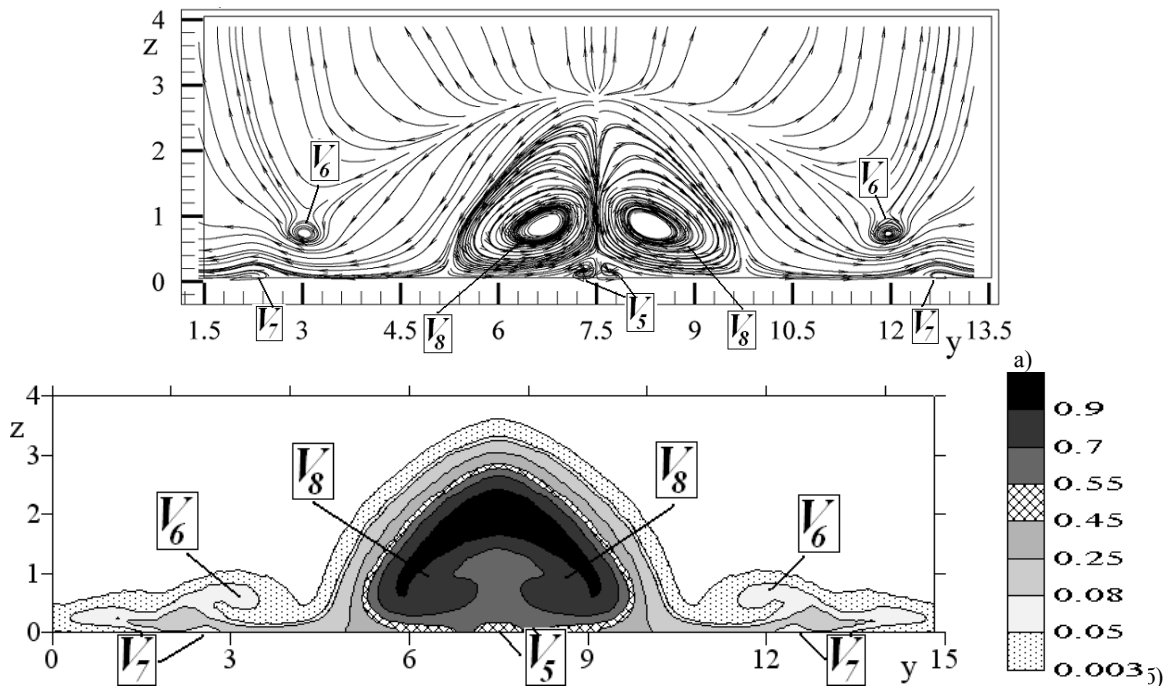


Рисунок 5 – Линии тока (а) и распределение массовой концентрации водорода (б) в сечении $x=13.835$, нормальной к оси x , $\delta_0=2.7$

Следует отметить, что в работе [7] были получены дополнительные вихревые системы в верхней и нижней частях области смешения за струей для задачи вдува одноатомного газа с параметрами нерасчетности $n=10$ и более. Однако приведенный выше анализ показывает, что в настоящем исследовании дополнительные вихревые системы в этих областях не наблюдаются. По-видимому, отсутствие этих вихрей обусловлено тем, что здесь расчеты производились с пограничным слоем на входе толщиной $\delta_x=2.6$, тогда как в [7] его толщина задавалась $\delta_x=1$, $Re=1.87 \cdot 10^7$.

Численные эксперименты, выполненные при меньших значениях толщины пограничного слоя, показывают уменьшение числа вихрей перед струей. К примеру, ниже (рисунки 6-8) приводятся результаты расчетов для случая, когда центр вдува струи помещается в точке, где толщина пограничного слоя в канале $\delta_0=0.616$. Для картины распределения изобар в плоскости симметрии (рисунок 6) не наблюдается заметного качественного расхождения с вышеописанным (рисунок 2). Однако в этом случае расчеты демонстрируют наличие только двух вихрей V_1 и V_2 и отклонение линий тока вблизи стенки (рисунок 7а). Видно, что отклонение потока от отрыва является недостаточным для разделения вихря V_1 . За струей рисунок 7а демонстрирует возникновение у основания диска Маха вихря V_9 , который и наблюдался в работе [7]. Формирование этого вихря обусловлено взаимодействием струи и восходящего потока под струей. В поперечном сечении (рисунок 8а) вихревые системы качественно не отличаются от систем для $\delta_0=2.7$ (рисунок 5а).

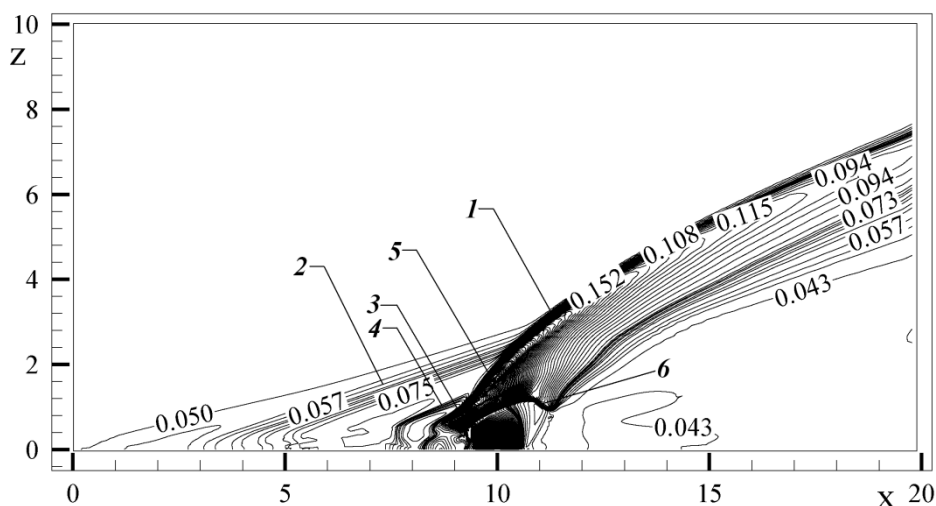


Рисунок 6 – Изобары в плоскости симметрии, нормальной к оси y , $\delta_0=0.616$

Из сравнения рисунков 4б и 7б видно, что при «тонком» пограничном слое подковообразные вихри выносят водород дальше вверх по потоку (перед струей), чем при «толстом». За вдувом струи при $\delta_0=2.7$ в области вблизи стенки наблюдается как водород, так и воздух, тогда как при $\delta_0=0.616$ только водород, т.е. в этом случае значения массовой концентрации водорода вблизи стенки значительно выше ($Y_1=0.903$ при $\delta_0=0.616$, $Y_1=0.39$ при $\delta_0=2.7$). Таким образом, при «тонком» пограничном слое смешение в основном происходит в верхней части слоя смешения, а большая часть водорода сконцентрирована вблизи стенки. Кроме того, сравнение рисунков 4б и 7б также показывает незначительное увеличение высоты проникновения водорода при $\delta_0=0.616$. В поперечном сечении ($x=13.385$, рисунки 5б, 8б), слой смешения при $\delta_0=2.7$ больше, чем при $\delta_0=0.616$. Максимальные значения массовой концентрации водорода при $\delta_0=2.7$ локализованы в ядре струи, тогда как при $\delta_0=0.616$ значение $Y_1=0.55$ достигает боковых границ.

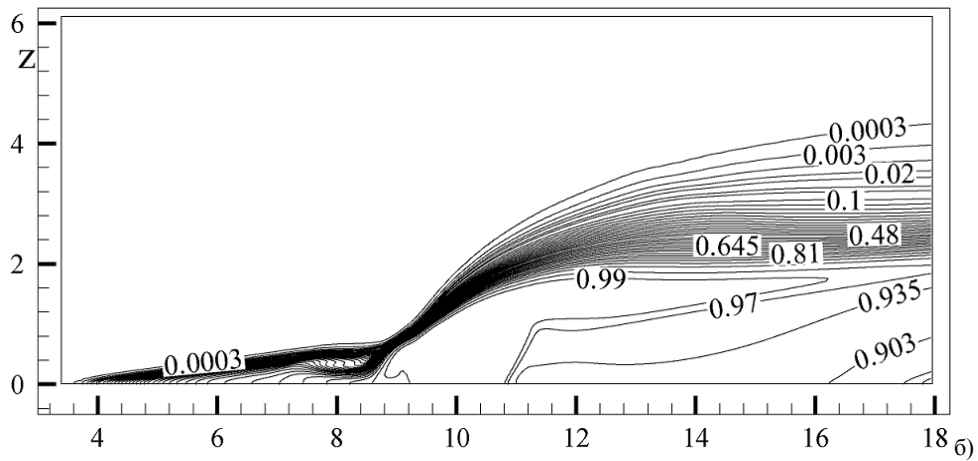
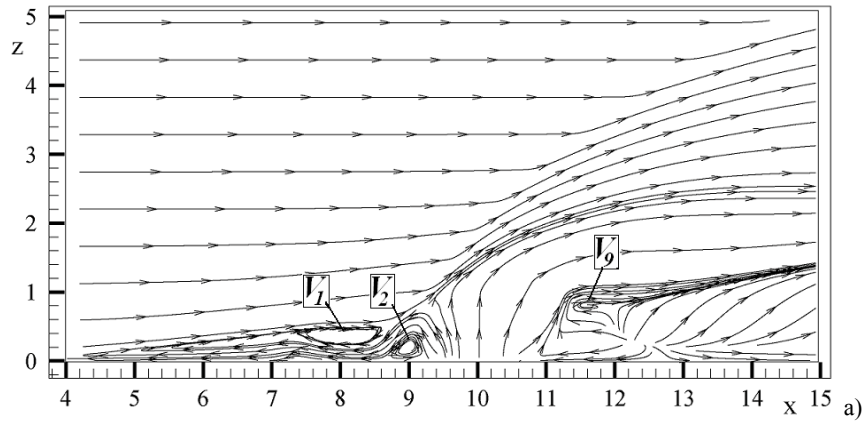


Рисунок 7 – Линии тока (а) и распределение массовой концентрации водорода (б) в плоскости симметрии, нормальной к оси y , $\delta_0=0.616$

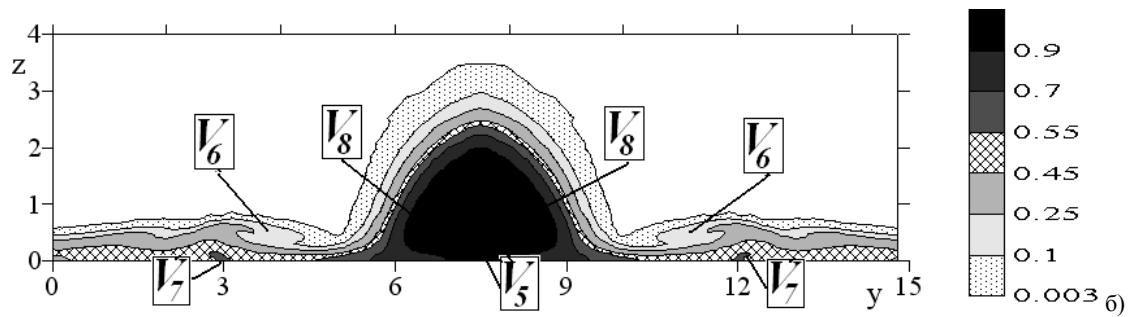
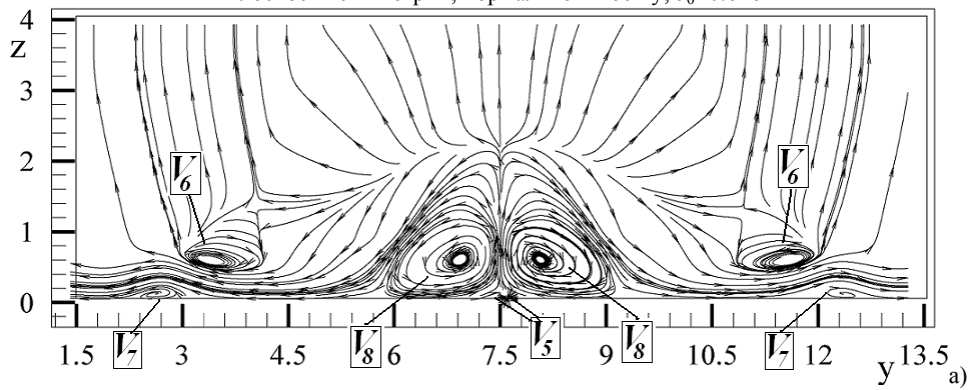


Рисунок 8 – Линии тока (а) и распределение массовой концентрации водорода (б) в сечении $x=13.835$, нормальной к оси x , $\delta_0=0.616$

Заключение. Вычислительные эксперименты, проведенные с целью выявить механизмы

образования вихревых систем, показали, что толщина пограничного слоя оказывает существенное влияние на вихревую структуру и слой смешения. Однако необходимы дальнейшие исследования в отношении отрывной зоны. Таким образом, следующий этап работы будет направлен на сравнение распределения давления на стенке с экспериментальными данными для количественной оценки длины зоны отрыва и подтверждения присутствия дополнительных вихрей.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Gruber MR, Nejad AS, Chen TH, Dutton JC. (2000) Transverse injection from circular and elliptic nozzles into a supersonic crossflow, *J Propul Power*, 16:449-457. DOI: 10.2514/2.5609
- [2] Erdem E, Kontis K. (2010) Numerical and experimental investigation of transverse injection flows, *Shock Waves*, 20:103-118. DOI: 10.1007/s00193-010-0247-1
- [3] Viti V, Neel R, Schetz J. (2009) Detailed flow physics of the supersonic jet interaction flow field, *Phys Fluids*, 21:1-16. DOI: 10.1063/1.3112736
- [4] Chenault CF, Beran PS. (1998) K- ϵ and Reynolds stress turbulence model comparisons for two-dimensional injection flows, *AIAA J*, 36:1401-1412. DOI: 10.2514/2.561
- [5] Borovoy V, Egorov I, Mosharov V, Radchenko V, Skuratov A, Struminskaya I. (2016) Entropy-layer influence on single-fin and double-fin/boundary-layer interactions, *AIAA J*, 54: 443-457. DOI: 10.2514/1.J053656
- [6] Borovoy V.Ya., Egorov I.V., Mosharov V.E., Radchenko V.N., Skuratov A.S., Struminskaya I.V. (2014) Shock waves/turbulent boundary layer interference near a fin and a pair of fins at the presence of entropy layer. Proceedings of International Conference on Methods of Aerophysical Research, Novosibirsk, Russia. P. 1-9.
- [7] Beketaeva A, Bruel P, Naimanova A. (2015) Vortical structures behind a transverse jet in a super-sonic flow at high jet to crossflow pressure ratios, *J Appl Mech Tech Phy*, 56:777-788. DOI: 10.1134/S0021894415050041
- [8] Dickmann DA, Lu FK. (2008) Shock/Boundary Layer Interaction Effects on Transverse Jets in Crossflow Over a Flat Plate. Proceedings of 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Seattle, USA. Paper AIAA 2008-3723
- [9] Лойцянский ЛГ (2003) *Механика жидкостей и газа*, седьмое издание. М.: Дрофа, Россия. ISBN: 5-7107-6327-6
- [10] Poinot TJ, Lele SK. (1992) Boundary conditions for direct simulation of compressible viscous flows, *J Comput Phys*, 101:104-129. DOI: 10.1016/0021-9991(92)90046-2
- [11] Бруель П, Найманова А. (2010) Расчет нормального вдува струи водорода в сверхзвуковом потоке воздуха, *Теплофизика и аэромеханика*, 17:565-546.
- [12] Моисеева ЕС, Найманова АЖ. (2014) Сверхзвуковое течение многокомпонентной газовой смеси с вдувом струи, *Вычислительные технологии*, 19: 51-66.
- [13] Rogers RC (1971) A study of the mixing of hydrogen injected normal to a supersonic airstream. NASA, Washington, United States, Report TN D-6114.
- [14] Шлихтинг Г (1974) *Теория пограничного слоя*. М.: Наука.
- [15] Gao ZX, Lee CH. (2011) Numerical research on mixing characteristics of different injection schemes for supersonic transverse jet, *Science China Technological Sciences*, 54:883-893. DOI: 10.1007/s11431-010-4277-9
- [16] Henry JR, Andrews EH, Jr., Pinckney SZ, McClinton CR., (1968) Boundary layer and starting problems on a short axisymmetric scramjet inlet, *Compressible Turbulent Boundary Layers*, 481-508, NASA SP-216.

REFERENCES

- [1] Gruber MR, Nejad AS, Chen TH, Dutton JC. (2000) Transverse injection from circular and elliptic nozzles into a supersonic crossflow, *J Propul Power*, 16:449-457. DOI: 10.2514/2.5609.
- [2] Erdem E, Kontis K. (2010) Numerical and experimental investigation of transverse injection flows, *Shock Waves*, 20:103-118. DOI: 10.1007/s00193-010-0247-1.
- [3] Viti V, Neel R, Schetz J. (2009) Detailed flow physics of the supersonic jet interaction flow field, *Phys Fluids*, 21:1-16. DOI: 10.1063/1.3112736.
- [4] Chenault CF, Beran PS. (1998) K- ϵ and Reynolds stress turbulence model comparisons for two-dimensional injection flows, *AIAA J*, 36:1401-1412. DOI: 10.2514/2.561.
- [5] Borovoy V, Egorov I, Mosharov V, Radchenko V, Skuratov A, Struminskaya I. (2016) Entropy-layer influence on single-fin and double-fin/boundary-layer interactions, *AIAA J*, 54: 443-457. DOI: 10.2514/1.J053656 .
- [6] Borovoy V.Ya., Egorov I.V., Mosharov V.E., Radchenko V.N., Skuratov A.S., Struminskaya I.V. (2014) Shock waves/turbulent boundary layer interference near a fin and a pair of fins at the presence of entropy layer. Proceedings of International Conference on Methods of Aerophysical Research, Novosibirsk, Russia. P. 1-9.
- [7] Beketaeva A, Bruel P, Naimanova A. (2015) Vortical structures behind a transverse jet in a super-sonic flow at high jet to crossflow pressure ratios, *J Appl Mech Tech Phy*, 56:777-788. DOI: 10.1134/S0021894415050041.
- [8] Dickmann DA, Lu FK. (2008) Shock/Boundary Layer Interaction Effects on Transverse Jets in Crossflow Over a Flat Plate. Proceedings of 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Seattle, USA. Paper AIAA 2008-3723.
- [9] Loitsyanskiy LG (1966) *Mechanics of liquids and gases*, second edition. Pergamon Press, Oxford, UK. ISBN: 9780080101255.
- [10] Poinot TJ, Lele SK. (1992) Boundary conditions for direct simulation of compressible viscous flows, *J Comput Phys*,

101:104-129. DOI: 10.1016/0021-9991(92)90046-2.

[11]Bruel P, Naimanova A. (2010) Computation of the normal injection of a hydrogen jet into a supersonic air flow, *Thermophys Aeromech*, 17:531-542. DOI: 10.1134/S0869864310040050.

[12]Moisseeva Ye, Naimanova A. (2014) Supersonic flow of multicomponent gaseous mixture with jet injection, *Computational Technologies*, 19:51-66. (In Russian).

[13]Rogers RC (1971) A study of the mixing of hydrogen injected normal to a supersonic airstream. NASA, Washington, United States, Rep. TN D-6114.

[14]Schlichting H (2000) *Boundary-layer theory*, eighth edition. Springer, Germany. ISBN: 3540662707.

[15]Gao ZX, Lee CH. (2011) Numerical research on mixing characteristics of different injection schemes for supersonic transverse jet, *Science China Technological Sciences*, 54:883-893. DOI: 10.1007/s11431-010-4277-9.

[16]Henry JR, Andrews EH, Jr., Pinckney SZ, McClinton CR., (1968) Boundary layer and starting problems on a short axisymmetric scramjet inlet, *Compressible Turbulent Boundary Layers*, 481-508. NASA SP-216

Е.С. Моисеева¹, А.Ж. Найманова²

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, Қазақстан

²Математика және математикалық модельдеу институты ҚР БҒМ, Алматы, Қазақстан

КӨЛДЕНЕҢ ҮРЛЕНЕТІН АҒЫНША МЕН ЖЫЛДАМДЫҒЫ ДЫБЫС ЖЫЛДАМДЫҒЫНАН ЖОҒАРЫ АҒЫСПЕН ӘСЕРЛЕСУ МЕХАНИЗМДЕРІНЕ КІРЕ БЕРІСТЕГІ ШЕКАРАЛЫҚ ҚАБАТТЫҢ ӘСЕРІ

Андатпа. Мәлім жұмыста көлденең үрленетін ағыншасы бар жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан жоғары көпкомпонентті газ қоспалары сандық зерттелді. Кіре берісте шекаралық қабаттың құйындар жүйесі мен араласу қабаттарына әсері зерделенді. Ағыншаның алдында пайда болатын қосымша үзілмелі көпжүйелі ортаның аймағында шекаралық қабаттың қалыңдығының мәні анықталды, ағыншаның алдында жаңа құйындар жүйесі табылды. Шекаралық қабаттың қалыңдығы кішірейген сайын ағыншаның алдындағы кіре берістегі құйындар саны азаятындығы, ал ағыншаның артында қосымша құйындар жүйесі пайда болатындығы көрсетілді. Ағын мен үрленетін ағыншаның араласу процесіне құйындар жүйесінің әсері анықталды.

Тірек сөздер: турбуленттілік, шекаралық қабат, араласу қабаты, жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан жоғары ағын, көлденең үрлеу.

МАЗМҰНЫ

<i>Асанова А.Т.</i> Сынықтар әдісінің жүктелген және интегралдық-дифференциалдық параболалық теңдеулер үшін периодты есепті шешуге қолданылуы	5
<i>Сергазина А.М., Есмаханова Қ.Р., Ержанов К.К., Тунгушбаева Д.И.</i> (1+1)-өлшемді локалды емес фокусталған сызықты емес шредингер теңдеуі үшін дарбу түрлендіруі.....	14
Боос Э.Г. <i>Темиралиев Т*, Избасаров М., Самойлов В.В., Покровский Н.С., Турсунов Р.А.</i> Импульсі 32 ГЭВ/С антипротон-протондық аннигиляциялық реакциясында екінші реттік зарядталған бөлшектердің бұрыштық корреляциясы.....	22
<i>Бошқаев Қ.А., Жәми Б.А., Қалымова Ж.А., Бришева Ж.Н.</i> Шекті температуралар мен жалпы салыстырмалық теориясының әсерлерін ескергендегі статикалық ақ ергежейлі жұлдыздар.....	27
<i>Мурзахметов А.Н., Федотов А.М., Гришко М.В., Дюсембаев А.Е.</i> Әлеуметтік-экономикалық қоғамдарда инновацияның таралуын модельдеу.....	39
<i>Оразбаев С.А., Рамазанов Т.С., Досболаев М.Қ., Габуллин М.Т., Өмірбеков Д.Б.</i> Жоғары жиілікті разряд плазмасында супергидрофобты беттер алу әдісі.....	45
<i>Сарсенбаев Х.А., Хамзина Б.С., Колдасова Г.А., Исаева Г.Б.</i> Ұңғымаларды игеру кезінде ұңғымаларды шаюдағы отандық және шетелдік технологияларды қолдану ерекшеліктері	52
<i>Қабылбеков К.А., Омашова Г.Ш.</i> MATLAB жүйесін қолданып жылу тасымалдауды зерттеуге арналған зертханалық жұмыстарды орындауды ұйымдастыру.....	56
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Нурбакова Г.С., Сайдуллаева Г.Г., Рустембаева С.Б.</i> В–S ауысуының формфакторларын есептеу	67
<i>Нурбакова Г.С., Хабыл Н., Валиолда Д.С., Тюлемисов Ж.Ж.</i> $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ Ауысуы үшін формфакторлар.....	78
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> Ойдан шығарылған аймақтар әдістемесінің гидродинамикадағы репрезентаттығы	85
<i>Мусрепова Э., Жидебаева А.Н., Шалданбаев А.Ш.</i> Сингуляр әсерленген, бірінші ретті теңдеудің, Кошилік есебін шешудің операторлық әдістері.....	96
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Нурбакова Г.С., Жаугашева С.А., Мұратхан Ж.</i> Кварктардың коварианттық моделінде $B_s \rightarrow \phi$ ауысуы.....	108
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> «Дарси заңының» сүзгі теориясындағы компилятивтігі	115
<i>Глуценко Н.В., Горлачев И.Д., Желтов А.А., Киреев А.В., *Мұқашев Қ.М., Платов А.В.</i> УКП-2-1 үдеткішімен жүргізілетін физикалық эксперименттерді орындауды автоматтандыру.....	131
<i>Қабылбеков К.А., Омашова Г.Ш.</i> MATLAB жүйесін қолданып гидродинамикадан компьютерлік зертханалық жұмыстарды орындауды ұйымдастыру.....	139
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С.С.</i> Жердің тәулік дәуірлі электр токтары.....	146
<i>Моисеева Е.С., Найманова А.Ж.</i> Көлденең үрленетін ағынша мен жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан жоғары ағыспен әсерлесу механизмдеріне кіре берістегі шекаралық қабаттың әсері.....	154
<i>Глуценко Н.В., Горлачев И.Д., Желтов А.А., Киреев А.В., *Мұқашев Қ.М., Платов А.В.</i> УКП-2-1 үдеткішімен жүргізілетін физикалық эксперименттерді орындауды автоматтандыру.....	163
<i>Ахмедиярова А.Т., Мамырбаев О.Ж.</i> Петри желісімен қалалық жол көлігі қозғалысын модельдеу.....	171

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Асанова А.Т.</i> Применение метода ломаных к решению периодической задачи для нагруженного и интегро-дифференциального параболических уравнений	5
<i>Сергазина А.М., Есмаханова К.Р., Ержанов К.К., Тунгушбаева Д.И.</i> Преобразования Дарбу для (1+1)-мерного нелокального фокусированного нелинейного уравнения шредингера.....	14
<i>Боос Э.Г., Темиралиев Т.*</i> , <i>Избасаров М., Жаутыков Б.О., Самойлов В.В., Покровский Н.С., Турсунов Р.А.</i> Угловые корреляции вторичных заряженных частиц в реакциях антипротон-протонной аннигиляции ПРИ 32 ГЭВ/С.....	22
<i>Бошкаев К.А., Жами Б.А., Калымова Ж.А., Бришева Ж.Н.</i> Статические белые карлики с учетом эффектов конечных температур и общей теории относительности.....	27
<i>Мурзахметов А.Н., Федотов А.М., Гришко М.В., Дюсембаев А.Е.</i> Моделирование распространения инновации в социально-экономических системах.....	39
<i>Оразбаев С.А., Рамазанов Т.С., Досболаев М.Қ., Габдуллин М.Т., Өмірбеков Д.Б.</i> Способ получения супергидрофобных поверхностей в плазме ВЧ разряда.....	45
<i>Сарсенбаев Х.А., Хамзина Б.С., Колдасова Г.А., Исаева Г.Б.</i> Особенности применения отечественных и зарубежных технологий промывки скважин при освоении скважин.....	52
<i>Кабылбеков К.А., Омашова Г.Ш.</i> Организация выполнения компьютерных лабораторных работ по исследованию теплопереноса с применением системы MATLAB.....	56
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Нурбакова Г.С., Сайдуллаева Г.Г., Рустембаева С.Б.</i> Вычисление формфакторов В-S перехода.....	67
<i>Нурбакова Г.С., Хабыл Н., Валиолда Д.С., Тюлемисов Ж.Ж.</i> Формфактор для перехода $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$	78
<i>Джакупов К.Б.</i> Репрезентативность метода фиктивных областей в гидродинамике.....	85
<i>Мусрепова Э., Жидебаева А.Н., Шалданбаев А.Ш.</i> Об операторных методах решения сингулярно возмущенной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с переменным коэффициентом.....	96
<i>Исадыков А.Н., Иванов М.А., Нурбакова Г.С., Жаугашева С.А., Муратхан Ж.</i> $V_s \rightarrow \phi$ переход в ковариантной модели кварков.....	108
<i>Джакупов К.Б.</i> Компилятивность “Закона Дарси” в теории фильтрации.....	115
<i>Глуценко Н.В., Горлачев И.Д., Желтов А.А., Киреев А.В., *Мукашев К.М., Платов А.В.</i> Автоматизация проведения физических экспериментов на ускорителе УСП-2-1.....	131
<i>Кабылбеков К.А., Омашова Г.Ш.</i> Организация выполнения компьютерных лабораторных работ по гидродинамике с применением системы MATLAB.....	139
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С. С.</i> Земные электрические токи с суточными периодами.....	146
<i>Моисеева Е.С., Найманова А.Ж.</i> Влияние толщины пограничного слоя на входе на механизмы взаимодействия сверхзвукового потока с поперечно дувимой струей.....	154
<i>Глуценко Н.В., Горлачев И.Д., Желтов А.А., Киреев А.В., Мукашев К.М., Платов А.В.</i> Автоматизация проведения физических экспериментов на ускорителе УСП-2-1.....	163
<i>Ахмедиярова А.Т., Мамырбаев О.Ж.</i> Моделирование транспортных систем города с помощью сетей Петри.....	171

CONTENTS

<i>Assanova A.T.</i> Application of polygonal method to solve of periodic problem for loaded and integro-differential parabolic equations	5
<i>Sergazina A., Yesmakhanova K., Yerzhanov K., Tungushbaeva D.</i> Darboux transformation for the (1+1)-dimensional nonlocal focusing nonlinear schrödinger equation.....	14
<i>Boos E., Temiraliyev T., Izbasarov M., Zhautykov B., Samoilov V., Pokrovsky N., Tursunov R.</i> Angle correlations of secondary charged particles in the reactions of antiproton-proton annihilation at 32 GEV/S.....	22
<i>Boshkayev K.A., Zhami B.A., Kalymova Zh.A., Brisheva Zh.N.</i> Static white dwarfs taking into account the effects of finite temperatures and general relativity.....	27
<i>Murzakhmetov A.N., Fedotov A.M., Grishko M.B., Dyusembaev A.E.</i> Modeling of distribution of innovation in socio-economic systems.....	39
<i>Orazbayev S.A., Ramazanov T.S., Dosbolayev M.K., Gabdullin M.T., Omirbekov D.B.</i> The method of obtaining hydrophobic surfaces in the plasma of rf discharge.....	45
<i>Sarsenbayev Kh.A., Khamzina B.S., Koldassova G.A., Issayeva G.B.</i> Features of application of domestic and foreign technologies of washing of wells at development of wells	52
<i>Kabylbekov K. A., Omashova G. SH.</i> Organization of implementation of computer laboratory works for the study of heat transfer with the use of MATLAB system.....	56
<i>Issadykov A.N., Ivanov M.A., Nurbakova G.S., Saidullaeva G.G., Rustembayeva S.B.</i> Calculation of B-S transition form factors	67
<i>Nurbakova G.S., Habyln., Valiolda D.S., Tyulemissov Zh. Zh.</i> Form factors for $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ transition.....	78
<i>Jakupov K.B.</i> Representation of the method of the fiction areas in hydrodynamics.....	85
<i>Musrepova E., Zhidebaeva A.N., Shaldanbaeva Sh.</i> On operator methods for solving a singularly perturbed Cauchy problem for an ordinary differential equation of the first order with a variable coefficient.....	96
<i>Issadykov A.N., Ivanov M.A., Nurbakova G.S., Zhaugasheva S.A., Muratkhan Zh.</i> $B_s \rightarrow \phi$ Transition in covariant quark model.....	108
<i>Jakupov K.B.</i> Complicability of the "Darcy law" in the filtration theory.....	115
<i>Gluschenko N.V., Goralchev I.D., Zheltov A.A., Kireev A.V., Mukshev K.M., Platov A.V.</i> Automation of experimentation at Accelerator UKP-2-1	131
<i>Kabylbekov K. A., Omashova G. SH.</i> Organization of implementation of computer laboratory works on hydrodynamics with application of MATLAB.....	139
<i>Baydullaev S., Baydullaev S. S.</i> Earth electric currents with diurnal periods.....	146
<i>Moisseyeva Ye., Naimanova A. E.</i> Effect of boundary layer thickness at inlet on patterns of interaction of supersonic flow with transverse injected jet.....	154
<i>Gluschenko N.V., Goralchev I.D., Zheltov A.A., Kireev A.V., Mukshev K.M., Platov A.V.</i> Automation of experimentation at accelerator UKP-2-1	163
<i>Akhmediyarova A.T., Mamyrbayev O.</i> Modeling of transport system with the help of Petri net.....	171

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Т.А. Апендиев*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 20.12.2017.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
11,2 п.л. Тираж 300. Заказ 6.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19