

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**4 (302)**

**ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2015 ж.**

**ИЮЛЬ – АВГУСТ 2015 г.**

**JULY – AUGUST 2015**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

**Мұтанов Г. М.**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчеков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к е ң е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

**Г. М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

**G. M. Mutanov**,  
academician of NAS RK

Editorial board:

**A.A. Ashimov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

**I.N. Vishnievski**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**  
**ISSN 1991-346X**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

**N E W S**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 4, Number 302 (2015), 117 – 120

**THE CALCULATION INDEX OF SCATTERING  
IN THE EARTH'S ATMOSPHERE**

**A. M. Karimov**

Kazakh national university named after Al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: karalik0@yandex.ru

**Key words:** Index, indicatrix, scattering, atmosphere.

**Abstract.** In this article two options of calculation the index of scattering of sunlight passing through the Earth's atmosphere are discussed. Depending on the availability of certain parameters, it can be used in the calculation of one of the options. The essential components of computing are the latitude of observing site and the index of refraction in the Earth's atmosphere. In another instance, it is required more parameters: atmospheric density, refractive index, wavelength, and the number of drops of water vapor per unit volume, the number of dust

particles in the unit volume and the particle radius. These equations can be used in studies of the physical processes occurring in the Earth's atmosphere.

УДК 551.521

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ИНДИКАТРИСЫ РАССЕЯНИЯ В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ

А. М. Каримов

Казахский Национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

**Ключевые слова:** показатель, индикатриса, рассеяние, атмосфера.

**Аннотация.** Рассмотрены два варианта вычисления показателя индикатрисы рассеяния солнечного света проходящего через земную атмосферу. В зависимости от наличия тех или иных параметров, может быть использован в расчетах один из предложенных вариантов. Необходимыми компонентами вычислений являются значения широты места наблюдения и показатель преломления, в земной атмосфере. В другом случае, требуется большее количество параметров: плотность атмосферы, показатель преломления, длина волны, количество капель водяного пара в единичном объёме, количество частиц пыли в единичном объёме и радиус частиц. Полученные уравнения могут использоваться при исследованиях физических процессов происходящих в земной атмосфере.

**Введение.** При исследовании физических процессов протекающих в земной атмосфере, приходится учитывать рассеяние солнечного света частицами различных размеров, а также молекулами газов формирующих газовую оболочку Земли. Рассмотрение оптических свойств атмосферы, требует учёта функции ослабления приходящей к земной поверхности коротковолновой солнечной радиации. Одним из показателей снижения солнечного излучения проходящего через атмосферу Земли является индикатриса рассеяния. Которая определяется на основании спектрофотометрических измерений [1]. При обработке результатов измерений, имеют место затруднения при вычислениях и интерпретации их результатов.

**Цель работы.** Уточнения численных значений показателя индикатрисы рассеяния для расчётов в области физики земной атмосферы.

**Метод проведения работы.** Сопоставление накопленных закономерностей в данной области исследований, позволяет провести следующий метод анализа посвящённый этой проблематике: Показатель индикатрисы рассеяния  $\varkappa$ , связан с показателем поглощения  $k$ , следующим соотношением [2]:

$$4\pi\varkappa = k\lambda \quad \text{или} \quad \varkappa = \frac{k\lambda}{4\pi} \quad (1)$$

где  $\lambda$  – длина волны нм;  $\pi$  – 3,1415926; показатель поглощения;  $k$ , определяется следующим соотношением:

$$k = \alpha_{\Sigma}\rho \quad (2)$$

$\alpha_{\Sigma}$  – интегральный коэффициент рассеяния, который вычисляется по уравнению (3);  $\rho$  – плотность атмосферы кг/м<sup>3</sup>. Коэффициент рассеяния  $\alpha_{\Sigma}$  можно рассматривать как сумму релеевского рассеяния, рассеяние молекулами водяного пара и рассеяние на частицах пыли в атмосфере [1]:

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_R + \alpha_w + \alpha_D \quad (3)$$

где  $\alpha_R$  - коэффициент релеевского рассеяния, вычисляется по уравнению (4);  $\alpha_w$  - рассеяние молекулами водяного пара, вычисляется по закону Ми (5);  $\alpha_D$  - рассеяние на частицах пыли вычисляется по уравнению Стреттона и Хоутона (6) [1]:

$$\alpha_R = \frac{32\pi^3(n-1)^2}{3\lambda^4N} \quad (4)$$

где  $\pi$  – 3,1415926;  $n$  – показатель преломления;  $\lambda$  – длина волны нм;  $N$  – число Авогадро  $6,022 \times 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> [1].

$$\alpha_w = q\lambda^{-n} \quad (5)$$

где  $q$  – количество капель водяного пара в единичном объёме;  $\lambda$  – длина волны нм;  $n$  – показатель преломления, значения которого существуют в пределах от 0 до 4 [1].

$$\alpha_D = \frac{4\pi^2 r^3 q_*}{\lambda} \quad (6)$$

где  $\pi = 3,1415926$ ;  $r$  – радиус частиц мкм;  $\lambda$  – длина волны нм;  $q_*$  – количество частиц пыли в единичном объёме. Таким образом, подставляя в уравнение (1) расписанные коэффициенты имеем:

$$\kappa = \frac{\rho\lambda}{4\pi} \left( \frac{32\pi^3(n-1)^2}{3\lambda^4 N} + q\lambda^{-n} + \frac{4\pi^2 r^3 q_*}{\lambda} \right) = \frac{8\rho\pi^2(n-1)^2}{3\lambda^3 N} + \frac{\rho q}{4\pi\lambda^{-n+1}} + \rho\pi r^3 q_* \quad (7)$$

С другой стороны, показатель индикатрисы рассеяния  $\kappa$  можно получить из уравнения (8) [2]:

$$m = n(1+i\kappa) \quad (8)$$

$m$  – оптическая масса (толща) атмосферы;  $n$  – показатель преломления, значения которого существуют в пределах от 0 до 4;  $i$  – мнимое число равное -1. Из уравнения (8) имеем [2]:

$$\kappa = \frac{m-n}{ni} \quad (9)$$

$m$  – оптическую массу атмосферы можно найти из следующего соотношения [1,2]:

$$m = \sec z - \frac{2,8}{90-z} = \frac{90-z-2,8\cos z}{90\cos z - z\cos z} = - \int_0^\infty \rho ds \quad (10)$$

$z$  – угол падения солнечных лучей;  $\rho$  – плотность атмосферы;  $ds$  – элемент пути луча сквозь атмосферу [1]. Угол падения солнечных лучей  $z$ , можем получить из следующего уравнения [3]:

$$z = 90 \pm \delta - \varphi = 90 \pm 23,7 - \varphi \quad (11)$$

$z$  – угол падения солнечных лучей;  $\delta$  – угол наклона эклиптики к земному экватору, равный  $23,7^\circ$ . Для северного полушария эта величина берется со знаком плюс, для южного со знаком минус.  $\varphi$  – широта места наблюдения.

**Результаты работы.** Подставляя значение  $m$  из уравнения (10) в уравнение (9) получаем значение показателя индикатрисы рассеяния  $\kappa$ , которое можно приравнять с уравнением (7), в конечном итоге получаем выражение используемое для вычисления значения  $\kappa$ :

$$\kappa = -\frac{1}{n} \left( \frac{(\pm 23,7 - \varphi) - 2,8 \cos(90 \pm 23,7 - \varphi)}{90 \cos(90 \pm 23,7 - \varphi) - (90 \pm 23,7 - \varphi) \cos(90 \pm 23,7 - \varphi)} + n \right) = \frac{8\rho\pi^2(n^2 - 2n + 1)}{3\lambda^3 N} + \frac{\rho q}{4\pi\lambda^{-n+1}} + \rho\pi r^3 q_* \quad (12)$$

**Область применения результатов.** Полученные формулы можно использовать при расчётах в оптике атмосферы, гелиоэнергетике, метеорологии и астрофизике.

**Выводы.** Показатель индикатрисы рассеяния  $\kappa$ , можно определить двумя способами по уравнению (11). В первом случае достаточно значений широты места наблюдения  $\varphi$  (с учётом полушария) и показателя преломления  $n$  в земной атмосфере. Во втором случае существенно увеличивается ряд необходимых параметров: плотность атмосферы  $\rho$ , показатель преломления  $n$ , длина волны  $\lambda$ , количество капель водяного пара в единичном объёме  $q$ , количество частиц пыли в единичном объёме  $q_*$  и радиус частиц  $r$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Хромов С. П. Мамонтова Л. И. Метеорологический словарь. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 569 с.
- [2] Матвеев Л. Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 751 с.
- [3] Воронцов-Вельяминов Б. А. Астрономия. – М.: Просвещение, 1987. – 159 с.

#### REFERENCES

- [1] Khromov S. P. Mamontova L. I. *Meteorological dictionary*. L. Gidrometeoizdat. **1974**. 569 p. (in Russ.).
- [2] Matveev L. T. *Course of general meteorology. Atmospheric physics*. L. Gidrometeoizdat. **1984**. 751 p. (in Russ.).
- [3] Vorontsov-Vel'iaminov B. A. *Astronomy*. M. Prosveshchenie. **1987**. 159 p. (in Russ.).

## **ЖЕР АТМОСФЕРАСЫНДАҒЫ ШАШЫРАУДЫҢ ИНДИКАТРИСАНЫ КӨРСЕТКІШІ ЕСЕПТІГІ**

**Ә. М. Кәрімов**

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

**Тірек сөздер:** көрсеткіш, индикатриса, атмосфера, шашырау.

**Аннотация.** Мақала екі нұсқасы Жер атмосферасындағы арқылы күн сәулесінің өту шашырау индексін есептеу талқылайды. Белгілі бір параметрлер болуына байланысты, ол опцияларының бірін есептеу кезінде пайдаланылуы мүмкін. есептеу маңызды компоненттері ендік мәндері болып табылады және Жер атмосферасындағы сыну көрсеткіші. Атмосфералық тығыздығы, сыну индексі, толқын ұзындығы, бірлік көлемі, бір су буының тамшылардың саны, бірлік көлемі шаң бөлшектердің саны және бөлшектердің радиусы. Басқа жағдайда, параметрлер көп талап етеді. Бұл теңдеулер Жер атмосферасындағы жатқан физикалық процестерді зерттеу кезінде пайдаланылуы мүмкін.

*Поступила 07.07.2015 г.*



**Publication Ethics and Publication Malpractice  
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор *М. С. Ахметова*

Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 14.07.2015.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

17,25 п.л. Тираж 300. Заказ 4.