ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ

♦

СЕРИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

♦

PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES

4 (302)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2015 ж.
ИЮЛЬ – АВГУСТ 2015 г.
JULY – AUGUST 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18, www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 138 – 144

ABOUT SELF-CONJUGACY SIGNS IN ESSENTIAL THE OPERATOR OF STORM LIOUVILLE

A. B. Imanbaeva, S. T. Ahmetova, A. Sh. Shaldanbaev

M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan.
E-mail: shaldanbaev51@mail.ru

Keywords: self-conjugacy in essential the operator, the operator Shturma-Liuvillya.

Abstract. Definition 1.1. Densely certain operator A in Hilbert space is called symmetric, if $A \subset A^*$, that $D(A) \subset D(A^*)$ is if $A\varphi = A^*\varphi$ for all $\varphi \in D(A)$.

Definition 1.2. The operator is called self-conjugate, if $A = A^*$, that is in only case when , A when it is symmetric and $D(A) = D(A^*)$.

The symmetric operator always allows short circuit, as $D(A) \subset D(A^*)$, so, area densely century. If $A \subset A^*$, it is symmetric, A^* - the closed expansion A .. Therefore the smallest closed expansion A^{**} o of the operator A has to contain in A^*, so for the symmetric operator we have

$$A \subset A^{**} \subset A^*.$$

For the closed symmetric operator we have

$$A = A^{**} \subset A^*,$$

and for the self-conjugate operator

From here it is visible that the closed symmetric operator is self-conjugate in only case when when it is symmetric.

Definition 1.3. The symmetric operator is called in essential self-conjugate if his short circuit is self-conjugate. If close, the subset is called as essential range of definition of the operator if short circuit of narrowing of the operator on coincides page.

If in the essential it is self-conjugate, it imt one and only one self-conjugate expansion. Really, if to assume that - self-conjugate expansion, it is closed and from it is received. From here. Therefore.

Fairly and the converse, namely if the operator has one and only one self-conjugate expansion, - it is self-conjugate in the essential.

We will note that the symmetric operator can have many self-conjugate expansions or absolutely not have them.

PROBLEM DEFINITION. We will consider in Hilbert space of operators of Storm Liouville $Ly=-y''(x)$, $x\in(0,1)$, (1.1)

$$\begin{cases} a_{11}y(0)+a_{12}y'(0)+a_{13}y(1)+a_{14}y'(1)=0, \\ a_{21}y(0)+a_{22}y'(0)+a_{23}y(1)+a_{24}y'(1)=0. \end{cases} \quad (1.2)$$

where - any complex numbers.

It is asked, under what conditions on coefficients these operators will be self-conjugate in essential?

Due to the objective we will note the following known results.

Theorem 1.1 [1]. If coefficients of boundary conditions real numbers, a problem of Storm Liouville (or the operator Shturma-Liuvillya) it is self-conjugate, in only case when, when equality takes place

$$\Delta_{12}=\Delta_{34} \quad (1.3)$$

where - the minors made from - го and - го matrix columns

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

made of coefficients of a boundary condition (1.2).

If kompleksnoznachna coefficients, criteria of self-conjugacy has the following appearance [2].

Theorem 1.2 [2]. Let, where - it is positive, the derivative is absolutely continuous on an interval, and function - is continuous and valid. Let

$$U_y=\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y(0) \\ y'(0) \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y(1) \\ y'(1) \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Forms are self-conjugate in only case when, when

$$\begin{cases} \dfrac{\overline{m}_{11}m_{12}-\overline{m}_{12}m_{11}}{p(0)}=\dfrac{\overline{n}_{11}n_{12}-\overline{n}_{12}n_{11}}{p(1)}, \\ \dfrac{\overline{m}_{21}m_{22}-m_{21}\overline{m}_{22}}{p(0)}=\dfrac{\overline{n}_{21}n_{22}-n_{21}\overline{n}_{22}}{p(1)}, \\ \dfrac{\overline{m}_{11}m_{22}-m_{21}\overline{m}_{12}}{p(0)}=\dfrac{\overline{n}_{11}n_{22}-n_{21}\overline{n}_{12}}{p(1)}. \end{cases} \quad (1.6)$$

We will note that if coefficients - are valid, only the last condition is required.

УДК 517.91

О ПРИЗНАКАХ САМОСОПРЯЖЕННОСТИ В СУЩЕСТВЕННОМ ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

А. Б. Иманбаева, С. Т. Ахметова, А. Ш. Шалданбаев

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: самосопряженость в существенном оператора , оператор Штурма-Лиувилля.

Аннотация. В настоящей работе установлен один критерии самосопряжености в существенном оператора Штурма-Лиувилля.

1. Введение.

Определение 1.1. Плотно определенный оператор A в гильбертовом пространстве H называется симметрическим, если $A\subset A^*$, то есть если $D(A)\subset D(A^*)$ и $A\varphi=A^*\varphi$ для всех $\varphi\in D(A)$.

Определение 1.2. Оператор A называется самосопряженным, если $A = A^*$, то есть тогда и только тогда, когда A симметричен и $D(A) = D(A^*)$.

Симметрический оператор всегда допускает замыкание, поскольку $D(A) \subset D(A^*)$, а значит, область $D(A^*)$ плотно в H. Если A симметричен, то A^* - замкнутое расширение A. Поэтому наименьшее замкнутое расширение A^{**} оператора A должно содержаться в A^*, итак для симметрического оператора имеем

$$A \subset A^{**} \subset A^*.$$

Для замкнутого симметрического оператора имеем

$$A = A^{**} \subset A^*,$$

а для самосопряженного оператора

$$A = A^{**} = A^*.$$

Отсюда видно, что замкнутый симметрический оператор A самосопряжен тогда и только тогда, когда A^* симметричен.

Определение 1.3. Симметрический оператор A называется в существенном самосопряженным, если его замыкание $\overline{A}$ самосопряжено. Если A замкнут, то подмножество $D \subset D(A)$ называется существенной областью определения оператора A, если замыкание сужения оператора A на D совпадает с A.

Если A в существенном самосопряжен, то он имет одно и только одно самосопряженное расширение. Действительно, если предположить, что B - самосопряженное расширение A, то B замкнут и из $B \supset A$ получаем $B \supset A^{**}$. Отсюда $B = B^* \subset \left(A^{**}\right)^* = A^{**}$. Поэтому $B = A^{**}$.

Справедливо и обратное утверждение, а именно, если оператор A имеет одно и только одно самосопряженное расширение, то A - самосопряжен в существенном.

Отметим, что симметрический оператор может иметь много самосопряженных расширений или совсем их не иметь.

Постановка задачи. Рассмотрим в гильбертовом пространстве $H = L^2(0,1)$ операторов Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x),\ x \in (0,1), \tag{1.1}$$

$$\begin{cases} a_{11}y(0) + a_{12}y'(0) + a_{13}y(1) + a_{14}y'(1) = 0, \\ a_{21}y(0) + a_{22}y'(0) + a_{23}y(1) + a_{24}y'(1) = 0. \end{cases} \tag{1.2}$$

где a_{ij} $(i = 1,2;\ j = 1,2,3,4)$ - произвольные комплексные числа.

Спрашивается, при каких условиях на коэффициенты эти операторы окажутся самосопряженными в существенном?

В связи с поставленной задачей отметим следующие известные результаты.

Теорема 1.1 [1]. Если коэффициенты a_{ij} граничных условий действительные числа, то задача Штурма-Лиувилля (или оператор Штурма-Лиувилля) самосопряжена, тогда и только тогда, когда имеет место равенство

$$\Delta_{12} = \Delta_{34} \tag{1.3}$$

где Δ_{ij} - миноры составленные из i - го и j - го столбцов матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}, \tag{1.4}$$

составленной из коэффициентов граничного условия (1.2).

Если коэффициенты a_{ij} комплекснозначны, то критерии самосопряженности имеет следующий вид [2].

Теорема 1.2 [2]. Пусть $Ly=-(py')'+qy$, где $p(x)$- положительна, производная $p'(x)$ абсолютно непрерывна на интервале $[0,1]$, а функция $q(x)$- непрерывна и действительна. Пусть

$$U_y=\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} y(0) \\ y'(0)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} y(1) \\ y'(1)\end{pmatrix}. \tag{1.5}$$

Формы U самосопряжены тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} \dfrac{\overline{m}_{11}m_{12}-\overline{m}_{12}m_{11}}{p(0)}=\dfrac{\overline{n}_{11}n_{12}-\overline{n}_{12}n_{11}}{p(1)}, \\ \dfrac{\overline{m}_{21}m_{22}-m_{21}\overline{m}_{22}}{p(0)}=\dfrac{\overline{n}_{21}n_{22}-n_{21}\overline{n}_{22}}{p(1)}, \\ \dfrac{\overline{m}_{11}m_{22}-m_{21}\overline{m}_{12}}{p(0)}=\dfrac{\overline{n}_{11}n_{22}-n_{21}\overline{n}_{12}}{p(1)}. \end{cases} \tag{1.6}$$

Отметим, что если коэффициенты m_{ij}, n_{ij}- действительны, то требуется только последнее условие.

2. Методы исследований. Для вывода основного результата настоящей работы были использованы следующие, легко доказываемые леммы.

Лемма 2.1. Если $f(x)$ непрерывна в сегменте $[0,1]$ и

$$Ly=-y''(x)=f(x), \tag{2.1}$$

$$\begin{cases} a_{11}y(0)+a_{12}y'(0)+a_{13}y(1)+a_{14}y'(1)=0 \\ a_{21}y(0)+a_{22}y'(0)+a_{23}y(1)+a_{24}y'(1)=0 \end{cases} \tag{2.2}$$

то при

$$\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}\neq 0$$

существует обратный оператор L^{-1}, который имеет вид

$$y(x)=L^{-1}f(x)=\int_0^x \frac{-\Delta_{13}xt-(\Delta_{12}+\Delta_{32})x+(\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14})t+\Delta_{32}+\Delta_{42}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}f(t)dt+$$
$$\int_x^1 \frac{-\Delta_{13}xt-(\Delta_{32}+\Delta_{34})t+(\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{34})x+\Delta_{32}+\Delta_{42}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}f(t)dt. \tag{2.3}$$

Лемма 2.2. Интегральный оператор

$$K^*g(x)=\int_0^1 K^*(x,t)g(t)dt, \tag{2.4}$$

является сопряженным оператором к интегральному оператору

$$Kf(x)=\int_0^1 K(x,t)f(t)dt,$$

в пространстве $L^2(0,1)$ тогда и только тогда, когда

$$K^*(x,t)=\overline{K(t,x)}. \tag{2.5}$$

Следует отметить, что ядро $K(x,t)$ из класса Гильберта-Шмидта.

Лемма 2.3. Если $\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}\neq 0$ существует обратный оператор L^{-1} к оператору Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2), сопряженный к которому имеет вид

$$\left(L^{-1}\right)^* g(x)=\int_0^1 G^*(x,t)g(t)dt, \tag{2.6}$$

где

$$G^*(x,t)=\begin{cases}\dfrac{-\overline{\Delta}_{13}xt-(\Delta_{34}+\Delta_{32})x+\left(\overline{\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{34}}\right)t+\overline{\Delta}_{32}+\overline{\Delta}_{42}}{\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}}, & 0\le t\le x;\\ \dfrac{-\overline{\Delta}_{13}xt-\left(\overline{\Delta_{12}+\Delta_{32}}\right)t+\left(\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}}\right)+x+\overline{\Delta}_{32}+\overline{\Delta}_{42}}{\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}}, & x\le t\le 1.\end{cases} \tag{2.7}$$

Лемма 2.4. Если оператор Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) является обратимым в пространстве $L^2(0,1)$, то сопряженный оператор L^* имеет следующий вид

$$L^*z=-z''(x), \tag{2.8}$$

$$\begin{cases}\overline{\Delta}_{13}y(0)-\left(\overline{\Delta_{34}+\Delta_{32}}\right)y'(0)-\overline{\Delta}_{13}y(1)-\left(\overline{\Delta_{12}+\Delta_{14}}\right)y'(1)=0,\\ \left(\overline{\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{34}}\right)y(0)-\left(\overline{\Delta_{32}+\Delta_{42}}\right)y'(0)+\left(\overline{\Delta}_{12}+\overline{\Delta}_{32}\right)y(1)+\left(\overline{\Delta}_{12}+\overline{\Delta}_{24}\right)y'(1)=0,\end{cases} \tag{2.9}$$

Лемма 2.5. Если $\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}\neq 0$, то оператор Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) симметричен тогда и только тогда, когда

$$\begin{gathered}\frac{\Delta_{13}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\overline{\Delta}_{13}}{\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}},\\ \frac{\Delta_{12}+\Delta_{32}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\overline{\Delta}_{34}+\overline{\Delta}_{32}}{\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}},\\ \frac{\Delta_{32}+\Delta_{42}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\overline{\Delta}_{32}+\overline{\Delta}_{42}}{\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}}.\end{gathered} \tag{2.10}$$

Лемма 2.6. Если $\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}\neq 0$, то оператор Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) обратим, замыкаем и имеет место формула

$$\overline{L^{-1}}=\left(\overline{L}\right)^{-1}. \tag{2.11}$$

Лемма 2.7. Если $A\subset A^*$ и $R(A)=H$, то $A=A^*$.

3. Результаты исследований

Теорема 3.1. Если

$$\textbf{а)}\ \Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}\neq 0, \tag{3.1}$$

$$\textbf{б)}\ \begin{gathered}\frac{\Delta_{13}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\overline{\Delta}_{13}}{\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}},\\ \frac{\Delta_{12}+\Delta_{32}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\overline{\Delta}_{34}+\overline{\Delta}_{32}}{\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}},\\ \frac{\Delta_{32}+\Delta_{42}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\overline{\Delta}_{32}+\overline{\Delta}_{42}}{\overline{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}},\end{gathered} \tag{3.2}$$

то оператор Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) самосопряжен в существенном в пространстве $L^2(0,1)$.

Доказательство. В силу условий (3.1), (3.2) и леммы 2.5 оператор Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) симметричен, а в силу леммы (2.6) он замыкаем. Замыкание любого симметрического оператора будет симметрическим оператором.

Таким образом, замыкание оператора Штурма-Лиувилля L является симметрическим оператором, область значений, которого $R(\overline{L})$ совпадает со всем пространством $H=L^2(0,1)$ (см.2.11).

Тогда в силу леммы 2.7 имеет место равенство $\left(\overline{L}\right)^*=\overline{L}$, т.е. оператор $\overline{L}$ самосопряжен, что и утверждалось теоремой 3.1.

4. Выводы. Результаты данной работы могут быть использованы в спектральной теории операторов [3-14].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения.- Харьков, 1939, 717с.

[2] Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: ИЛ, 1958, 474с.

[3] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов задачи Коши. - Республиканский научный журнал «Наука и образования ЮК» № 27, 2002. с. 58-62.

[4] Шалданбаев А.Ш. Об операторах симметрии. - Республиканская научная конференция "Дифференциальные уравнения и теория колебаний" – Алматы, 10-12 октября 2002г, с. 81-84.

[5] Шалданбаев А.Ш., Аширбекова К.Ш. О кратности спектра оператора Штурма-Лиувилля. Республиканская научная конференция "Дифференциальные уравнения и теория колебаний". – г. Алматы, 10-12 октября 2002г., с. 84-86.

[6] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов периодической и антипериодической задачи. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 25-30.

[7] Шалданбаев А.Ш., Аширбекова Ж.Ш. Об одном необходимом признаке симметрии задачи Штурма-Лиувилля. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 133-136.

[8] Шалданбаев А.Ш. Необходимое и достаточное условие существования сильного решения для параболического уравнения с обратным течением времени. - КазНУ им. АльФараби «Вестник», г. Алматы, №2 (53), 2007. – с.58-72.

[9] Шалданбаев А.Ш. О формулах следов одного класса операторов Штурма-Лиувилля. - Башкирский Государственный Университет, «Вестник», том 14, №2, 2009. – с.351-355.

[10] Шалданбаев А.Ш. О сингулярно возмущенной задаче Коши в пространстве $L^2(0,1)$. // Математический журнал. г.Алматы, 2008, т.8, №4(30), с. 88-97.

[11] Шалданбаев А.Ш. Решение сингулярно возмущенной задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами методом отклоняющегося аргумента. // Вестник КазНУ, серия мат.-мех., инф., 2010г, №1, с. 85-87.

[12] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. Об одном рекуррентном методе решения сингулярно сингулярно возмущенной задачи Коши для уравнения второго порядка. // Математические труды. г.Новосибирск. 2010, т.13, №2, с. 128-138.

[13] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction. Iournal of Jnverse and ill- posed problems.2010,v18,№4,p.352-369.

[14] Шалданбаев А.Ш. Спектральные разложения корректных-некорректных начально краевых задач для некоторых классов дифференциальных уравнений.- 193с, LAP LAMBEPT Academic Pyblishing. http://dnb.d-nb.de. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

REFERENCES

[1] Ajns Je.L. Obyknovennye differencial'nye uravnenija.- Harkov, 1939, 717s.

[2] Koddington Je.A., Levinson N. Obyknovennye differencial'nye uravnenija. - M.: IL, 1958,

[3] Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. O polnote sobstvennyh vektorov zadachi Koshi. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanija JuK» № 27, 2002. s. 58-62.

[4] Shaldanbaev A.Sh. Ob operatorah simmetrii. - Respublikanskaja nauchnaja konferencija "Differencial'nye uravnenija i teorija kolebanij" – Almaty, 10-12 oktjabrja 2002g, s. 81-84.

[5] Shaldanbaev A.Sh., Ashirbekova K.Sh. O kratnosti spektra operatora Shturma-Liuvillja. Respublikanskaja nauchnaja konferencija "Differencial'nye uravnenija i teorija kolebanij". – g. Almaty, 10-12 oktjabrja 2002g., s. 84-86.

[6] Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. O polnote sobstvennyh vektorov periodicheskoj i antiperiodicheskoj zadachi. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie JuK» №34, 2003g, - s. 25-30.

[7] Shaldanbaev A.Sh., Ashirbekova Zh.Sh. Ob odnom neobhodimom priznake simmetrii zadachi Shturma-Liuvillja. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie JuK» №34, 2003g, - s. 133-136.

[8] Shaldanbaev A.Sh. Neobhodimoe i dostatochnoe uslovie sushhestvovanija sil'nogo reshenija dlja parabolicheskogo uravnenija s obratnym techeniem vremeni. - KazNU im. Al'Farabi «Vestnik», g. Almaty, №2 (53), 2007. – s.58-72.

[9] Shaldanbaev A.Sh. O formulah sledov odnogo klassa operatorov Shturma-Liuvillja. - Bashkirskij Gosudarstvennyj Universitet, «Vestnik», tom 14, №2, 2009. – s.351-355.

[10] Shaldanbaev A.Sh. O singuljarno vozmushhennoj zadache Koshi v prostranstve . // Matematicheskij zhurnal. g.Almaty, 2008, t.8, №4(30), s. 88-97.

[11] Shaldanbaev A.Sh. Reshenie singuljarno vozmushhennoj zadachi Koshi dlja sistemy obyknovennyh differencial'nyh uravnenij s peremennymi kojefficientami metodom otklonjajushhegosja argumenta. // Vestnik KazNU, serija mat.-meh., inf., 2010g, №1, s. 85-87.

[12] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. Ob odnom rekurrentnom metode reshenija singuljarno singuljarno vozmushhennoj zadachi Koshi dlja uravnenija vtorogo porjadka. // Matematicheskie trudy. g.Novosibirsk. 2010, t.13, №2, s. 128-138.

[13] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction. Iournal of Jnverse and ill- posed problems.2010,v18,№4,p.352-369.

[14] Shaldanbaev A.Sh. Spektral'nye razlozhenija korrektnyh-nekorrektnyh nachal'no kraevyh zadach dlja nekotoryh klassov differencial'nyh uravnenij.- 193c, LAP LAMBEPT Academic Pyblishing. http://dnb.d-nb.de. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

ШТУРМ-ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРЫНЫҢ ТЕГІ ЖАЛҚЫ БОЛУЫНЫҢ БЕЛГІЛЕРІ ТУРАЛЫ

А. Б. Иманбаева, С. Т. Ахметова, А. Ш. Шалданбаев

М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер: тегі жалқы оператор, Штурм-Лиувилл операторы.

Аннотация. Бұл еңбекте $Ly = -y''(x)$ Штурм-Лиувилл операторының тегі жалқы болуының бір белгісі табылды.

Поступила 07.07.2015 г.

Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

http://www.physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 14.07.2015.
Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
17,25 п.л. Тираж 300. Заказ 4.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19