ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**

♦

**СЕРИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**

♦

**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

4 (302)

**ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2015 ж.
ИЮЛЬ – АВГУСТ 2015 г.
JULY – AUGUST 2015**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 144 – 150

THE METHOD OF GENERALIZED FUNCTIONS IN STATIONARY BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR EQUATION OF THE DYNAMICS OF THE DRILL-STRING

A. Sergaliyev, L. Khajiyeva

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: khadle@mail.ru

Keywords: drill-string, rod, stationary vibrations, fundamental solution, the method of generalized functions.

Abstract. The method of generalized functions for the solution of stationary boundary value problem of the dynamics of transverse vibrations of the drill-string is considered. The drill string is modeled as an elastic rod rotating with constant angular speed and compressed by constant axial force. By means of the theory of generalized functions a generalized solution of the boundary value problem is constructed, which in case of regularity and differentiability coincides with the classical solution of the problem. Using the generalized Fourier transforms a fundamental solution is obtained and its properties, as properties of its first three derivatives, are studied. The methods of construction of resolving equations needed to determine the missing boundary conditions is shown, which allows to solve not only the direct boundary value problems, but also semi-inverse and inverse boundary value problems. Which in turn is very important for practical applications in the manufacture of a variety of controllers for measuring devices of constructions working in the conditions of variable dynamic impacts. The obtained solutions allows to determine stressed state of rod structures under a variety of geometric dimensions and elastic parameters, as well as throughout the entire range of vibration frequencies.

УДК 622.257.2

МЕТОД ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ В СТАЦИОНАРНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ БУРОВОЙ КОЛОННЫ

А. С. Сергалиев, Л. А. Хаджиева

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: буровая колонна, стержень, стационарные колебания, фундаментальное решение, метод обобщенных функций.

Аннотация. Рассмотрен метод обобщенных функций для решения стационарной краевой задачи динамики поперечных колебаний буровой колонны. Буровая колонна моделируется как упругий стержень, который вращается с постоянной угловой скоростью и находится под действием постоянной продольной нагрузки. С помощью теории обобщенных функций построено обобщенное решение поставленной краевой задачи, которое при условии регулярности и дифференцируемости совпадает с классическим решение краевой задачи. Используя обобщенное преобразование Фурье, получено фундаментальное решение и изучены его свойства, а также свойства его первых трех производных. Показан метод построения разрешающих уравнений, необходимых для определения недостающих краевых условий, что позволяет в итоге решать не только прямые краевые задачи, но и обратные и полуобратные краевые задачи. В свою очередь это очень важно для практических приложений при изготовлении разнообразных контроллеров для измерительных приборов конструкций, работающих в условиях переменных динамических воздействий. Полученные решения позволяют определять напряженное состояние стержневых конструкций при разнообразных геометрических размерах и упругих параметрах, а также во всем диапазоне частот колебаний.

Введение. В настоящее время интенсивное освоение недр Земли характеризуется ростом добычи нефти и природного газа. В странах с развитой добывающей промышленностью наиболее распространенным способом добычи нефтепродуктов является строительство вертикальных скважин путем бурения, которое является надежным и эффективным в различных горно-геологических условиях. Однако практика строительства нефтяных и газовых скважин показывает, что еще нередки случаи, когда происходит искривление вертикального ствола скважины, что ставит под угрозу возможность ее эксплуатации. Причинами искривления скважин может служить как появление нештатных ситуаций, вызванных критическими состояниями квазистатического равновесия и колебаний буровой штанги, так и браковка скважины за счет вращения буровой колонны, в результате которого генерируются центробежные и кориолисовы силы инерции. Таким образом, задачи моделирования динамики колебаний бурильных колонн в таких скважинах представляют существенный научный и прикладной интерес.

В данной работе рассматривается применение аппарата теории обобщенных функций к задачам колебания упругих стержней. Метод обобщенных функций является эффективным методом исследования задач математической физики, в силу того что классическое понятие дифференцируемости решений уравнений порой может резко сужать класс задач, полезных для приложений. При этом несущественен тип уравнений, он может быть эллиптическим, парабалическим, гиперболическим или даже смешанного типа. Решение динамических задач на основе метода обобщенных функций требует введения понятия обобщенного решения, что связанно с построением фундаментальных решений для исследуемых уравнений, особенностью которых является принадлежность к классу обобщенных функций. Поэтому на первом этапе рассматривается случай плоских стационарных колебаний буровой колонны.

Постановка задачи. Рассмотрим буровую колонну как упругий стержень длины L, который характеризуется плотностью ρ, жесткостью EJ, площадью поперечного сечения F, вращается с постоянной угловой скоростью w и находится под действием постоянной продольной нагрузки N. Поперечные перемещения сечений стержня задаем уравнением вида:

$$EJ\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + N\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \rho w^2 F u + \rho F\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f\left(z,t\right), \tag{1}$$

с граничными условиями шарнирного опирания стержня:

$$\begin{aligned} &u\left(\pm l,t\right) = 0, \\ &\left.\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right|_{z=\pm l} = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $u(z,t)$ – компоненты поперечных перемещений, $l = \dfrac{L}{2}$, $f(z,t)$ – действующая на стержень сила.

В нашем случае будем рассматривать периодическую во времени силу вида

$$f\left(z,t\right) = f\left(z\right)\exp\left(-i\omega t\right). \tag{3}$$

Для простоты введем следующие обозначения $c=\sqrt{\dfrac{EJ}{\rho F}}$, $q=\dfrac{N}{\rho F}$. Тогда (1) примет следующий вид:

$$c^2\frac{\partial^4 u}{\partial z^4}+q\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-w^2u+\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\tilde{f}\left(z,t\right), \tag{4}$$

где $\tilde{f}\left(z,t\right)=\dfrac{f\left(z,t\right)}{\rho F}$, далее знак ~ опускается.

Обобщенное решение краевой задачи. В силу гармоничности по времени действующих сил и граничных условий, решение задачи можно искать в виде $u\left(z,t\right)=u\left(z\right)\exp\left(-i\omega t\right)$, где комплексные амплитуды удовлетворяют следующему обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$c^2\frac{d^4 u}{dz^4}+q\frac{d^2 u}{dz^2}-w^2u+\omega^2u=f\left(z\right). \tag{5}$$

Для решения задачи используем метод обобщенных функций, основные идеи которого изложены в [1]. Для этого представим обобщенное решение краевой задачи в виде:

$$\hat{u}\left(z\right)=u\left(z\right)H\left(l-|z|\right),$$

где *H(z)* – функция Хевисайда, равная 0.5 в точке разрыва, *u(z)* – ее классическое решение. Из (5), использую операцию дифференцирования регулярных кусочно-дифференцируемых обобщенных функций [2], получим на $S'\left(R^1\right)$:

$$\begin{gathered}c^2\frac{d^4\hat{u}}{dz^4}+q\frac{d^2\hat{u}}{dz^2}-w^2\hat{u}+\omega^2\hat{u}=f\left(z\right)H\left(l-|z|\right)+q\left(\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=-l}\delta\left(z+l\right)-\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=l}\delta\left(z-l\right)\right)+\\+c^2\left(\left.\frac{d^3u}{dz^3}\right|_{z=-l}\delta\left(z+l\right)-\left.\frac{d^3u}{dz^3}\right|_{z=l}\delta\left(z-l\right)+\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=-l}\delta''\left(z+l\right)-\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=l}\delta''\left(z-l\right)\right),\end{gathered} \tag{6}$$

$\delta\left(z\right)$ – функция Дирака. Коротко запишем это уравнение в виде:

$$c^2\frac{d^4\hat{u}}{dz^4}+q\frac{d^2\hat{u}}{dz^2}-w^2\hat{u}+\omega^2\hat{u}=\hat{f}\left(z\right)+\hat{G}\left(z,u'\left(-l\right),u'\left(l\right),u'''\left(-l\right),u'''\left(l\right)\right). \tag{7}$$

Требуется определить решение (7) при полученной сингулярной правой части, которая зависит от значений производных искомой функции в граничных точках.

Решение уравнения (7) имеет вид свертки:

$$\hat{u}\left(z\right)=U\left(z,\omega\right)*\hat{f}\left(z\right)+U\left(z,\omega\right)*\hat{G}\left(z,...\right), \tag{8}$$

где $U\left(z,\omega\right)$ – фундаментальное решение уравнения (5):

$$c^2\frac{d^4U}{dz^4}+q\frac{d^2U}{dz^2}-w^2U+\omega^2U=\delta\left(z\right). \tag{9}$$

Как известно, если такая свертка существует, то обобщенное решение существует и оно единственно. А если оно регулярное и дифференцируемое, то совпадает с классическим.

Подставляя в (8) правую часть (6) и вычисляя, получим решение задачи в виде:

$$\begin{gathered}u\left(z\right)H\left(l-|z|\right)=\hat{f}\left(z\right)*U\left(z,\omega\right)+q\left(\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=-l}U\left(z+l,\omega\right)-\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=l}U\left(z-l,\omega\right)\right)+\\+c^2\left(\left.\frac{d^3u}{dz^3}\right|_{z=-l}U\left(z+l,\omega\right)-\left.\frac{d^3u}{dz^3}\right|_{z=l}U\left(z-l,\omega\right)+\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=-l}\frac{\partial^2U\left(z+l,\omega\right)}{\partial z^2}-\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=l}\frac{\partial^2U\left(z-l,\omega\right)}{\partial z^2}\right).\end{gathered} \tag{10}$$

Формула (10) определяет поперечные перемещения стержня по известным перемещениям, углам поворота, изгибающим моментам и перерезывающим силам на его концах. Однако, для каждой краевой задачи задаются только четыре граничных условия, например, в этом случае известны перемещения и изгибающие моменты на концах стержня. Для ее решения надо определить углы поворота и перерезывающие силы на его концах. Для определения недостающих краевых значений следует использовать краевые условия, исходя из свойств фундаментального решения *U(z,ω)*.

Фундаментальное решение и его свойства. Фундаментальное решение *U(z,ω)* удается построить аналитически с помощью обобщенного преобразования Фурье уравнения (9). Его трансформанта Фурье имеет следующий вид:

$$\bar{U}\left(\xi,\omega\right)=\frac{1}{\Delta\left(\xi,\omega\right)}, \tag{11}$$

где $\Delta\left(\xi,\omega\right)=c^2\xi^4-q\xi^2-(\omega^2+\mathrm{w}^2)=c^2\left(\xi^2-\lambda_1\right)\left(\xi^2-\lambda_2\right)$.

Корни квадратного относительно ξ^2 уравнения $\Delta\left(\xi,\omega\right)=0$:

$$\lambda_{1,2}=\frac{q\pm\sqrt{q^2+4c^2\left(\omega^2+w^2\right)}}{2c^2},$$

зависят только от трех параметров стержня: $c,\ \alpha=\dfrac{q}{2c},\ w$. Размерность $\left[\alpha\right]=\left[w\right]=\left[\omega\right]$.

В этих параметрах

$$\lambda_{1,2}=\frac{\alpha\pm\sqrt{\alpha^2+\omega^2+w^2}}{c}.$$

Их асимптотика по частоте следующая:

a) при $\omega\to\infty$: $\qquad \lambda_1\sim\dfrac{\omega}{c},\quad \lambda_2\sim-\dfrac{\omega}{c},$ (12)

b) при $\omega\to 0$: $\qquad \lambda_1\sim\dfrac{\alpha+\sqrt{\alpha^2+w^2}}{c},\quad \lambda_2\sim\dfrac{\alpha-\sqrt{\alpha^2+w^2}}{c}.$ (13)

Для построения оригинала удобно разложить $\dfrac{1}{\Delta\left(\xi,\omega\right)}$ в простые дроби. Тогда компоненты трансформанты (11) преобразуются к виду:

$$\bar{U}\left(\xi,\omega\right)=\frac{1}{c^2\left(\lambda_1-\lambda_2\right)}\left(\frac{1}{\xi^2-\lambda_1}-\frac{1}{\xi^2-\lambda_2}\right). \tag{14}$$

Из (14) видно, что для построения оригинала *U* надо построить оригинал функции

$$\psi^*(\xi,\omega)=\left(\xi^2-\lambda\right)^{-1}=F_z\left[\psi(\mathrm{z},\omega)\right].$$

Используя свойство непрерывности преобразования Фурье обобщенных функций, нетрудно показать, что функция $\dfrac{\sin\left(k\left|z\right|\right)}{k}$ имеет обобщенное преобразование Фурье вида:

$$F_z\left[\frac{\sin\left(k\left|z\right|\right)}{k}\right]=\left(\frac{1}{\left(\xi^2-\left(k+i0\right)^2\right)}+\frac{1}{\left(\xi^2-\left(k-i0\right)^2\right)}\right),$$

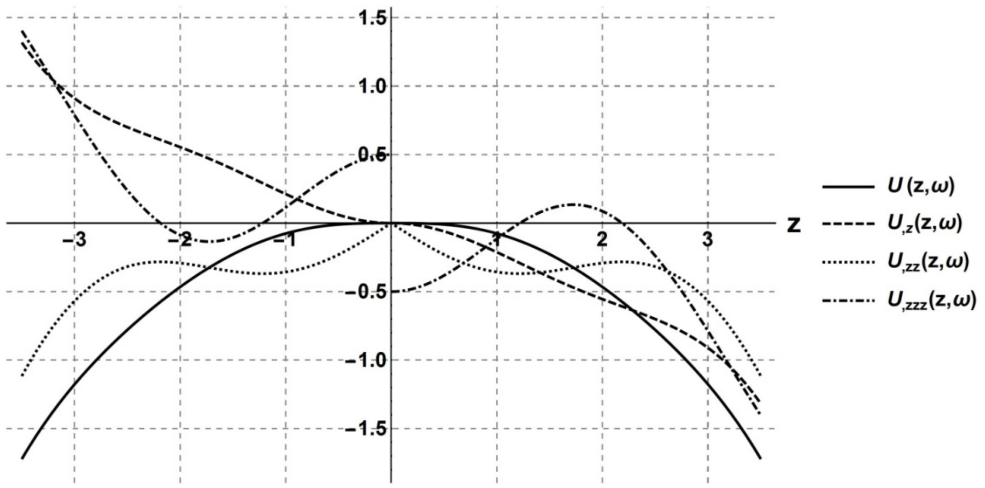
откуда следует, что

$$\psi\left(z,\lambda\right)=\frac{\sin\left(\sqrt{\lambda}\left|z\right|\right)}{2\sqrt{\lambda}}. \tag{15}$$

Таким образом, используя (15), получим выражение для фундаментального решения:

$$U(z,\omega)=\frac{1}{4c\sqrt{\alpha^2+\omega^2+w^2}}\left(\frac{\sin\left(\sqrt{\lambda_1}\,|z|\right)}{\sqrt{\lambda_1}}-\frac{\sin\left(\sqrt{\lambda_2}\,|z|\right)}{\sqrt{\lambda_2}}\right). \tag{16}$$

Заметим, что риманова поверхность фундаментального решения по ω однолистная, так как значения $U(z,\omega)$ не зависят от выбора знака радикалов $\sqrt{\lambda_{1,2}}$.



Фундаментальное решение $U(z,\omega)$ и его производные до 3-го порядка при $\omega=1$ ($c=1$, $q=1$, $\alpha=1$)

Из рисунка видно, что фундаментальное решение и его первые две производные являются регулярными обобщенными функциями, непрерывными в точке $x=0$:

$$U(\pm 0,\omega)=U(0,\omega)=0,\quad U,_z(\pm 0,\omega)=U,_z(0,\omega)=0,\quad U,_{zz}(\pm 0,\omega)=U,_{zz}(0,\omega)=0, \tag{17}$$

а его третья производная

$$U,_{zzz}(\mathrm{z},\omega)=\frac{1}{4c\sqrt{\alpha^2+\omega^2+w^2}}\left(\lambda_2\cos\left(\sqrt{\lambda_2}z\right)-\lambda_1\cos\left(\sqrt{\lambda_1}z\right)\right)\mathrm{sgn}(z)$$

в этой точке терпит разрыв первого рода:

$$U,_{zzz}(\pm 0,\omega)=\pm\frac{1}{2c^2} \tag{18}$$

(верхнему знаку соответствует левый предел в нуле, нижнему – правый). Эти особенности наглядно продемонстрированы на рис. 1 ($U,_z=\dfrac{\partial U}{\partial z}$ и т.д.).

Разрешающие уравнения краевой задачи. Используя (8) и предельные свойства $U(z,\omega)$ и ее производных при $z\to\pm 0$ (17), а также решение (10), получим систему из четырех линейных алгебраических уравнений в левой и правой граничных точках для определения четырех неизвестных функций на концах стержня:

$$\begin{aligned}
&0=-q\theta_2U(-2l,\omega)-c^2Q_2U(-2l,\omega)-c^2\theta_2U,_{zz}(-2l,\omega)+\hat{f}(z)*U(z,\omega)\Big|_{z=-l}\,,\\
&0=q\theta_1U(2l,\omega)+c^2Q_1U(2l,\omega)+c^2\theta_1U,_{zz}(2l,\omega)+\hat{f}(z)*U(z,\omega)\Big|_{z=l}\,,\\
&0.5\theta_1=-q\theta_2U,_z(-2l,\omega)-c^2Q_2U,_z(-2l,\omega)-c^2\theta_2U,_{zzz}(-2l,\omega)+\hat{f}(z)*U,_z(z,\omega)\Big|_{z=-l}\,,\\
&0.5\theta_2=q\theta_1U,_z(2l,\omega)+c^2Q_1U,_z(2l,\omega)+c^2\theta_1U,_{zzz}\,z(2l,\omega)+\hat{f}(z)*U,_z(z,\omega)\Big|_{z=l}\,,
\end{aligned} \tag{18}$$

где θ_1 и θ_2 – углы поворота на левом и правом концах стержня, соответственно; Q_1 и Q_2 – перерезывающие силы на концах стержня.

Если $\hat{f}(z)$ – регулярная функция, то

$$\hat{f}(z)*U(z,\omega)=H(l-|z|)\int_{-l}^{l} f(y)U(z-y,\omega)dy. \tag{19}$$

Для сингулярной $\hat{f}(z)$ – следует пользоваться определением свертки [2].

Разрешающую систему уравнений (18) представим в матричном виде:

$$\begin{Bmatrix} 0 & \left(qU+c^2U,_{zz}\right)_{(-2l)} & 0 & c^2U(-2l,\omega) \\ -\left(qU+c^2U,_{zz}\right)_{(2l)} & 0 & -c^2U(2l,\omega) & 0 \\ 0.5 & \left(qU,_z+c^2U,_{zzz}\right)_{(-2l)} & 0 & c^2U,_z(-2l,\omega) \\ -\left(qU,_z+c^2U,_{zzz}\right)_{(2l)} & 0.5 & -c^2U,_z(2l,\omega) & 0 \end{Bmatrix}\times\begin{Bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ Q_1\\ Q_2\end{Bmatrix}= \tag{20}$$

$$\left\{\hat{f}(z)*U(z,\omega)\Big|_{z=-l},\hat{f}(z)*U(z,\omega)\Big|_{z=l},\hat{f}(z)*U,_z(z,\omega)\Big|_{z=-l},\hat{f}(z)*U,_z(z,\omega)\Big|_{z=l}\right\}^T.$$

Такую систему линейных алгебраических уравнений легко построить для любой краевой задачи, оставляя в левой части слагаемые с неизвестными краевыми значениями искомых функций и перенося в правую часть – с известными.

Представим (20) в следующем виде:

$$\left\{M_{ij}(l,\omega)\right\}_{4\times4}\begin{pmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ Q_1\\ Q_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1(l,\omega)\\ b_2(l,\omega)\\ b_3(l,\omega)\\ b_4(l,\omega)\end{pmatrix}. \tag{21}$$

Определитель матрицы M_{ij} определяет спектр собственных упругих колебаний стержня, частоты которых должны удовлетворять характеристическому уравнению

$$\det\left\{M_{ij}(l,\omega_k)\right\}=0,\quad k=1,2... \tag{22}$$

В силу (16), это сложное трансцендентное уравнение, корни которого можно определять численно с помощью различных стандартных программ.

В случае собственных колебаний существование решений и его единственность определяется рангом расширенной матрицы системы, который зависит от действующих источников возмущений.

Для несобственных колебаний решение системы единственно и его определяем методом Крамера. После определения недостающих граничных функций с помощью формулы (7) определяем перемещения в стержне.

Заключение. Полученные решения позволяют определять напряженное состояние стержневых конструкций при разнообразных геометрических размерах и упругих параметрах, а также во всем диапазоне частот колебаний. При этом можно исследовать воздействие на них сосредоточенных силовых источников, описываемых сингулярными обобщенными функциями.

Нетрудно видеть, что алгоритм решения сохраняется и для обратных краевых задач, если на одном конце стержня задать не два краевых условия, а три, а на другом одно, недостающее для разрешимости системы, или даже 4 значения на одном, при неизвестных значениях на другом. Этот класс полуобратных и обратных задач очень важен для практических приложений при изготовлении разнообразных контроллеров для измерительных приборов конструкций, работающих в условиях переменных динамических воздействий.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Алексеева Л.А. Метод обобщенных функций в нестационарных краевых задачах для волнового уравнения // Математический журнал. – 2006. – Т. 6, № 1(19). – С. 16-32.
[2] Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. – М., 1978.

REFERENCES

[1] Alekseyeva L.A. The method of generalized functions in non-stationary boundary value problems for the wave equation // Mathematical Journal. – Vol. 6 (2006), №1(19), p.16-32.
[2] Vladimirov V.S. Generalized functions in mathematical physics. – M., 1978.

БҰРҒЫЛАУ БАҒАНЫНЫҢ ҚОЗҒАЛЫС ТЕҢДЕУІ ҮШІН СТАЦИОНАРЛЫ ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТЕГІ ЖАЛПЫЛАНҒАН ФУНКЦИЯ ӘДІСІ

А. С. Серғалиев, Л. А. Хаджиева

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: бұрғылау бағаны, стержень, стационарлы тербеліс, іргелі шешім, жалпыланған функция әдісі.

Аннотация. Бұрғылау бағанының көлденең қимасының қозғалысы туралы стационарлы шекаралық есебін шешудің жалпыланған функция әдісі қарастырылды. Бұрғылау бағаны серіппелі стержень ретінде моделденеді және тұрақты бұрыштық жылдамдықпен айналады, әрдайым тұрақты бойлық күшпен әсер етіледі. Жалпыланған функция теориясымен қойылған шекаралық есептің жалпы шешімі тұрғызылды және ол регулярлық және дифференциалданатындық шарттарымен шекаралық есептің классикалық шешімімен сәйкес келеді. Жалпыланған Фурье түрлендіруін қолдана отырып іргелі шешім алынды және оның қасиеттері зерттелді, сонымен қатар оның бастапқы үш туындысының қасиеттері зерттелді. Тура шекаралық есепті ғана емес, сонымен қатар кері және жартылай кері шекаралық есептерді шешуге мүмкіндік беретін жетіспейтін шекаралық шарттарды анықтау үшін шешілетін теңдеулерді тұрғызу әдісі көрсетілді. Бұл өз кезегінде айнымалы динамикалық әсерлер мен жұмыс жасайтын, конструкцияларды өлшеуші құрылғылары үшін әртүрлі контроллерларды дайындау барысында қолдану үшін өте маңызды. Алынған шешім әртүрлі геометриялық өлшемдерде, серпімді параметрлерде және тербеліс жиілігінің барлық аралықтарында стерженьді құрылғылардың күйін анықтауға мүмкіндік береді.

Поступила 07.07.2015 г.

Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

http://www.physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 14.07.2015.
Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
17,25 п.л. Тираж 300. Заказ 4.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19