

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

4 (302)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2015 ж.

ИЮЛЬ – АВГУСТ 2015 г.

JULY – AUGUST 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,

Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчечков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 4, Number 302 (2015), 167 – 172

ABOUT ONE NECESSARY SIGN OF FREQUENCY RATE OF OWN VALUES OF THE OPERATOR OF STORM LIOUVILLE

A. B. Imanbaeva, S. T. Ahmetova, A. Sh. Shaldanbaev

M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan.

E-mail: shaldanbaev51@mail.ru

Keywords: own values, frequency rate of a range, operator Shturma-Liuvillya.

Abstract. Problem definition. Many problems of a mathematical task give to a task definitions of own values and own functions of differential operators and decomposition of any function in a row (or integral) on own functions. So, for example, to such questions come always, applying Fourier's method to finding of the solution of the differential equation in private derivatives meeting these entry and regional conditions. Therefore differential operators attracted, both draw great attention and there are many works by it devoted.

Despite the fundamental results received so far the problem of spectral decomposition of differential operators still can't be considered settled. Here first of all it is necessary to point to a problem of determination of frequency rate of a range of the differential operator depending on properties of his coefficients [1].

Let Gilbert's space, - the operator Shturma-Liuvillya determined by conditions:

$$Ly = -y''(x) + q(x)y(x) = zy(x), \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} a_{11}y(0) + a_{12}y'(0) + a_{13}y(1) + a_{14}y'(1) = 0, \\ a_{21}y(0) + a_{22}y'(0) + a_{23}y(1) + a_{24}y'(1) = 0. \end{cases} \quad (1.2)$$

If for some own value of this operator there correspond two own functions, such own value is called multiple. It is asked what have to be coefficients of a regional condition (1.2) that the operator (1.1)-(1.2) had at least one multiple own value.

УДК 517.91

ОБ ОДНОМ НЕОБХОДИМОМ ПРИЗНАКЕ КРАТНОСТИ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

А. Б. Иманбаева, С. Т. Ахметова, А. Ш. Шалданбаев

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: собственные значения, кратность спектра, оператор Штурма-Лиувилля.

Аннотация. В настоящей работе установлен один признак кратности собственного значения оператора Штурма-Лиувилля.

1. Введение.

Постановка задачи. Многие задачи математической задачи приводят к задаче определения собственных значений и собственных функций дифференциальных операторов и разложения произвольной функции в ряд (или интеграл) по собственным функциям. Так, например, к такого рода вопросам приходят всегда, применяя метод Фурье для нахождения решения дифференциального уравнения в частных производных, удовлетворяющего данным начальным и краевым условиям. Поэтому дифференциальные операторы привлекали, и привлекают большое внимание и имеется много работ им посвященных.

Несмотря на фундаментальные результаты полученные до настоящего времени, проблему спектрального разложения дифференциальных операторов еще нельзя считать исчерпанной. Здесь в первую очередь следует указать на задачу определения кратности спектра дифференциального оператора в зависимости от свойств его коэффициентов [1].

Пусть $H = L^2(0,1)$ пространство Гильберта, L - оператор Штурма-Лиувилля, определенный условиями:

$$Ly = -y''(x) + q(x)y(x) = zy(x), \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} a_{11}y(0) + a_{12}y'(0) + a_{13}y(1) + a_{14}y'(1) = 0, \\ a_{21}y(0) + a_{22}y'(0) + a_{23}y(1) + a_{24}y'(1) = 0. \end{cases} \quad (1.2)$$

Если для некоторого собственного значения λ_0 этого оператора соответствуют две собственные функции, то такое собственное значение называется кратным. Спрашивается, какими должны быть коэффициенты краевого условия (1.2), чтобы оператор (1.1)-(1.2) имел хотя бы одного кратного собственного значения.

2. Методы исследований. Рассмотрим в пространстве $L^2(0,1)$ спектральную задачу

$$Ly = y'(1-x) = \lambda y(x), x \in (0,1) \quad (2.1)$$

$$\alpha y(0) + \beta y(1) = 0, \quad (2.2)$$

где α, β - произвольные комплексные числа. λ - спектральный параметр. Сначала найдем общего решения уравнения (2.1) и изучим ее свойства. Имеет место следующая лемма [2].

Лемма 2.1.

- (а) Пространство решений уравнения (2.1) одномерно;
- (б) Общее решение уравнения (2.1) имеет следующий вид

$$y(x, \lambda) = C \left[\cos \lambda \left(x - \frac{1}{2} \right) + \sin \lambda \left(x - \frac{1}{2} \right) \right], C - const. \quad (2.3)$$

- (в) Для любого нетривиального решения уравнения (2.1) имеет место формула

$$y(1-x, \lambda) = y(x, -\lambda). \quad (2.4)$$

- (г) Если $y(x, \lambda)$ есть решение уравнения (2.1) и

$$z(x, \lambda) = y(1-x, \lambda),$$

то

$$z'(1-x) = -\lambda z(x). \quad (2.5)$$

- (д) Если $\lambda \neq 0$, то пара $\varphi(x, \lambda), \varphi(x, -\lambda)$ образует базис решений уравнения Штурма-Лиувилля:

$$-y''(x) = \lambda^2 y(x), x \in (0,1), \quad (2.6)$$

где

$$\varphi(x, \lambda) = \cos \lambda \left(x - \frac{1}{2} \right) + \sin \lambda \left(x - \frac{1}{2} \right), \quad (2.7)$$

есть решение уравнения (2.1). Вронскиан этой пары вычисляется по формуле

$$W[\varphi(x, \lambda), \varphi(x, -\lambda)] = -2\lambda; \quad (2.8)$$

- (е) Если $\psi(x, \lambda) = \varphi(x, -\lambda)$, то пара

$$z_1(x, \lambda) = \varphi(x, \lambda) - \psi(x, \lambda), z_2(x, \lambda) = \varphi(x, \lambda) + \psi(x, \lambda) \quad (2.9)$$

образует базис в пространстве решений уравнения Штурма-Лиувилля (2.6), причем

$$\begin{aligned} z_1(1-x, \lambda) &= -z_1(x, \lambda); z_1(0) = -z_1(1), z'_1(0) = z'_1(1); \\ z_2(1-x, \lambda) &= z_2(x, \lambda); z_2(0) = z_2(1), z'_2(0) = -z'_2(1). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Эта лемма играет ключевую роль во всех наших дальнейших исследованиях, одним из следствий этой леммы является следующая

Лемма 2.2. Если оператор Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda^2 y(x), \quad (2.11)$$

$$\begin{cases} a_{11}y(0) + a_{12}y'(0) + a_{13}y(1) + a_{14}y'(1) = 0, \\ a_{21}y(0) + a_{22}y'(0) + a_{23}y(1) + a_{24}y'(1) = 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

имеет хотя бы одного кратного собственного значения, отличного от нуля, т.е. $\lambda_0 \neq 0$, то имеет место равенства

$$\Delta_{12} - \Delta_{34} = 0, \Delta_{14} + \Delta_{23} = 0, \quad (2.13)$$

где Δ_{ij} - минор составленный из i -го и j -го столбцов матрицы

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

составленный и коэффициентов граничного условия (2.12).

С помощью другого базиса получена следующая лемма 2.3, которые уточняют предыдущую лемму 2.2.

Лемма 2.3. Если оператор Штурма-Лиувилля (2.11)-(2.12) имеет хотя бы одно кратное собственное значение λ_0^2 , отличное от нуля, то имеет место равенства

$$\begin{aligned} 1) \Delta_{12} - \Delta_{34} &= 0; \\ 2) \Delta_{14} + \Delta_{23} &= 0; \\ 3) \lambda_0^2 \cdot \Delta_{42} + \Delta_{13} &= 0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Предположим, что оператор Штурма-Лиувилля имеет не менее двух кратных собственных значений, отличных от нуля, тогда из равенств

$$\lambda_0^2 \cdot \Delta_{42} + \Delta_{13} = 0, \lambda_1^2 \cdot \Delta_{42} + \Delta_{13} = 0$$

выводим, что $(\lambda_0^2 - \lambda_1^2)\Delta_{42} = 0, \Rightarrow \Delta_{42} = 0, \Delta_{13} = 0$.

Таким образом, имеет место следующая лемма 2.4.

Лемма 2.4. Если оператор Штурма-Лиувилля имеет не менее двух кратных собственных значений, отличных от нуля, то имеет место равенства

$$\begin{aligned} 1) \Delta_{12} - \Delta_{34} &= 0; \\ 2) \Delta_{14} + \Delta_{23} &= 0; \\ 3) \Delta_{42} = \Delta_{13} &= 0. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Определение 2.1. Оператор Штурма-Лиувилля (2.11)-(2.12) называется вырожденным, если ее спектр пуст или вся комплексная λ - плоскость.

Лемма 2.5 [3]. Оператор Штурма-Лиувилля (2.11)-(2.12) вырожден тогда и только тогда, когда

$$|\Delta_{42}| + |\Delta_{14} + \Delta_{32}| + |\Delta_{13}| = 0. \quad (2.17)$$

3. Результаты исследований

Теорема 3.1. Если оператор Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda^2 y(x), x \in (0,1),$$

$$\begin{cases} a_{11}y(0) + a_{12}y'(0) + a_{13}y(1) + a_{14}y'(1) = 0, \\ a_{21}y(0) + a_{22}y'(0) + a_{23}y(1) + a_{24}y'(1) = 0 \end{cases}$$

с линейно независимыми краевыми условиями, имеет не менее двух, отличных от нуля, кратных собственных значений, то граничное условие такого оператора имеет вид

$$y(0) = ky(1), y'(0) = ky'(1), \quad (2.18)$$

где $k^2 = 1$.

Доказательство. По нашему предположению оператор Штурма-Лиувилля имеет не менее двух кратных собственных значений. Известно, что спектр вырожденного оператора либо пуст, либо вся комплексная λ плоскость, причем все они являются однократными собственными значениями. Таким образом,

$$|\Delta_{14} + \Delta_{32}| \neq 0. \quad (2.19)$$

Следовательно, ни один из Δ_{14}, Δ_{32} не обращается в нуль.

Выводим граничного условия, удовлетворяющего всем этим требованиям. Из условия $\Delta_{14} \neq 0$ следует, что

$$\begin{cases} a_{11}y(0) + a_{12}y'(0) + a_{13}y(1) + a_{14}y'(1) = 0, \\ a_{21}y(0) + a_{22}y'(0) + a_{23}y(1) + a_{24}y'(1) = 0; \\ \begin{cases} a_{11}y(0) + a_{14}y'(1) = -a_{12}y'(0) - a_{13}y(1), \\ a_{21}y(0) + a_{24}y'(1) = -a_{22}y'(0) - a_{23}y(1). \end{cases} \end{cases}$$

Решим эту систему уравнений относительно $y(0), y'(1)$, методом Крамера.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -a_{12}y'(0) - a_{13}y(1), & a_{14} \\ -a_{22}y'(0) - a_{23}y(1), & a_{24} \end{vmatrix} = \Delta_{42}y'(0) + y(1)\Delta_{43};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11}, & -a_{12}y'(0) - a_{13}y(1) \\ a_{21}, & -a_{22}y'(0) - a_{23}y(1) \end{vmatrix} = \Delta_{21}y'(0) + y(1)\Delta_{31}.$$

Следовательно, имеет место равенства

$$\begin{aligned} y(0) &= \frac{\Delta_{42}}{\Delta_{14}}y'(0) + \frac{\Delta_{43}}{\Delta_{14}}y(1), \\ y'(1) &= \frac{\Delta_{21}}{\Delta_{14}}y'(0) + \frac{\Delta_{31}}{\Delta_{14}}y(1). \end{aligned}$$

В нашей ситуации $\Delta_{42} = \Delta_{13} = 0$, поэтому

$$y(0) = \frac{\Delta_{43}}{\Delta_{14}}y(1), y'(1) = \frac{\Delta_{21}}{\Delta_{14}}y'(0).$$

В силу пункта 1) леммы 2.3 имеет место равенство $\Delta_{12} = \Delta_{34}$, поэтому

$$\frac{\Delta_{43}}{\Delta_{14}} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta_{14}} = k.$$

Следовательно, граничное условие примет вид

$$y(0) = ky(1), y'(1) = ky'(0), \quad (2.20)$$

Аналогично из условия $\Delta_{23} \neq 0$ выводим, что

$$y'(0) = ky'(1), y(1) = ky(0). \quad (2.21)$$

Сравнивая формул (2.20) и (2.21), получим

$$y(0) = ky(1) = k^2y(0), y'(1) = ky'(0) = k^2y'(1).$$

Если $k = 0$, то $y(0) = y'(0) = 0$, тогда по теореме единственности решения задачи Коши, получим $y \equiv 0$, поскольку речь идет о нетривиальных решениях, то $k \neq 0$ и $k^2 = 1$.

4. Выводы. Результаты данной работы могут быть использованы в спектральной теории операторов [2-15].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. - М.: Наука, 1969, 526с.

- [2] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений с отклоняющимися аргументами. // Математический журнал, Алматы- 2004, т.4, №3, 41-48с.
- [3] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма-Лиувилля на конечном отрезке времени. // Известия АН РК, серия физ.-мат., Алматы-2000, 29-34с.
- [4] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов задачи Коши. - Республиканский научный журнал «Наука и образования ЮК» № 27, 2002. с. 58-62.
- [5] Шалданбаев А.Ш. Об операторах симметрии. - Республиканская научная конференция “Дифференциальные уравнения и теория колебаний” – Алматы, 10-12 октября 2002г, с. 81-84.
- [6] Шалданбаев А.Ш., Аширбекова К.Ш. О кратности спектра оператора Штурма-Лиувилля. Республиканская научная конференция “Дифференциальные уравнения и теория колебаний”. – г. Алматы, 10-12 октября 2002г., с. 84-86.
- [7] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов периодической и антипериодической задачи. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 25-30.
- [8] Шалданбаев А.Ш., Аширбекова Ж.Ш. Об одном необходимом признаке симметрии задачи Штурма-Лиувилля. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 133-136.
- [9] Шалданбаев А.Ш. Необходимое и достаточное условие существования сильного решения для параболического уравнения с обратным течением времени. - КазНУ им. АльФараби «Вестник», г. Алматы, №2 (53), 2007. – с.58-72.
- [10] Шалданбаев А.Ш. О формулах следов одного класса операторов Штурма-Лиувилля. - Башкирский Государственный Университет, «Вестник», том 14, №2, 2009. – с.351-355.
- [11] Шалданбаев А.Ш. О сингулярно возмущенной задаче Коши в пространстве $L^2(0,1)$. // Математический журнал. г.Алматы, 2008, т.8, №4(30), с. 88-97.
- [12] Шалданбаев А.Ш. Решение сингулярно возмущенной задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами методом отклоняющегося аргумента. // Вестник КазНУ, серия мат.-мех., инф., 2010г, №1, с. 85-87.
- [13] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. Об одном рекуррентном методе решения сингулярно возмущенной задачи Коши для уравнения второго порядка. // Математические труды. г.Новосибирск. 2010, т.13, №2, с. 128-138.
- [14] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction. Journal of Inverse and ill- posed problems.2010,v18,№4,p.352-369.
- [15] Шалданбаев А.Ш. Спектральные разложения корректных-некорректных начально краевых задач для некоторых классов дифференциальных уравнений.- 193с, LAP LAMBERT Academic Publishing. <http://dnb.d-nb.de>. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

REFERENCES

- [1] Najmark M.A. Linejnye differencial'nye operatory.- M.: Nauka, 1969, 526s.
- [2] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. K spektral'noj teorii uravnenij s otklonjajushhimisja argumentami.// Matematicheskij zhurnal, Almaty- 2004, t.4, №3, 41-48s.
- [3] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. O strukture spektra kraevoj zadachi Shturma-Liuvillja na konechnom otrezke vremeni.-/Izvestija AN RK, serija fiz.-mat., Almaty-2000, 29-34s.
- [4] Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. O polnote sobstvennyh vektorov zadachi Koshi. - Republikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovaniya JuK» № 27, 2002. s. 58-62.
- [5] Shaldanbaev A.Sh. Ob operatorah simmetrii. - Republikanskaja nauchnaja konferencija “Differencial'nye uravnenija i teorija kolebanij” – Almaty, 10-12 oktjabrja 2002g, s. 81-84.
- [6] Shaldanbaev A.Sh., Ashirbekova K.Sh. O kratnosti spektra operatora Shturma-Liuvillja. Republikanskaja nauchnaja konferencija “Differencial'nye uravnenija i teorija kolebanij”. – g. Almaty, 10-12 oktjabrja 2002g., s. 84-86.
- [7] Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. O polnote sobstvennyh vektorov periodicheskoj i antiperiodicheskoj zadachi. - Republikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie JuK» №34, 2003g, - s. 25-30.
- [8] Shaldanbaev A.Sh., Ashirbekova Zh.Sh. Ob odnom neobhodimom priznake simmetrii zadachi Shturma-Liuvillja. - Republikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie JuK» №34, 2003g, - s. 133-136.
- [9] Shaldanbaev A.Sh. Neobhodimoe i dostatochnoe uslovie sushhestvovanija sil'nogo reshenija dlja parabolicheskogo uravnenija s obratnym techeniem vremeni. - KazNU im. Al'Farabi «Vestnik», g. Almaty, №2 (53), 2007. – s.58-72.
- [10] Shaldanbaev A.Sh. O formulah sledov odnogo klassa operatorov Shturma-Liuvillja. - Bashkirskij Gosudarstvennyj Universitet, «Vestnik», tom 14, №2, 2009. – s.351-355.
- [11] Shaldanbaev A.Sh. O singuljarno vozmushhennoj zadache Koshi v prostranstve $L^2(0,1)$. // Matematicheskij zhurnal. g.Almaty, 2008, t.8, №4(30), s. 88-97.
- [12] Shaldanbaev A.Sh. Reshenie singuljarno vozmushhennoj zadachi Koshi dlja sistemy obyknovennyh differencial'nyh uravnenij s peremennymi koeficientami metodom otklonjajushhegosja argumenta. // Vestnik KazNU, serija mat.-meh., inf., 2010g, №1, s. 85-87.
- [13] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. Ob odnom rekurrentnom metode reshenija singuljarno vozmushhennoj zadachi Koshi dlja uravnenija vtorogo porjadka. // Matematicheskie trudy. g.Novosibirsk. 2010, t.13, №2, s. 128-138.
- [14] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction. Journal of Inverse and ill- posed problems.2010,v18,№4,p.352-369.
- [15] Shaldanbaev A.Sh. Spektral'nye razlozhenija korrektnyh-nekorrektnyh nachal'no kraevyh zadach dlja nekotoryh klassov differencial'nyh uravnenij.- 193с, LAP LAMBERT Academic Publishing. <http://dnb.d-nb.de>. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

**ШТУРМ-ЛИУВИЛЛІ ОПЕРАТОРЫНЫҢ МЕНШІКТІ МӘНДЕРІНІҢ
ЕСЕЛІ БОЛУЫНЫҢ БІР БЕЛГІСІ ТУРАЛЫ**

А. Б. Иманбаева, С. Т. Ахметова, А. Ш. Шалданбаев

М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер: меншікті мәндер, спектрдің еселігі, Штурм-Лиувилл операторы.

Аннотация. Бұл еңбекте шекаралық шарттары өзара тәуелсіз $Ly = -y''(x) = \lambda^2 y(x)$ Штурм-Лиувилл операторының меншікті мәндерінің еселік болуының бір белгісі табылды.

Поступила 07.07.2015 г.

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор *М. С. Ахметова*

Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 14.07.2015.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

17,25 п.л. Тираж 300. Заказ 4.