ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**

♦

**СЕРИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**

♦

**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

4 (302)

**ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2015 ж.
ИЮЛЬ – АВГУСТ 2015 г.
JULY – AUGUST 2015**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 215 – 221

ABOUT NATURE OF DEPENDENCE OF OWN VALUES OF THE OPERATOR OF STORM LIOUVILLE ON COEFFICIENT OF THE BOUNDARY CONDITION

A. B. Imanbaeva, S. T. Ahmetova, A. Sh. Shaldanbaev

M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan.
E-mail: shaldanbaev51@mail.ru

Keywords: Own values, operator Shturma-Liuvillya.

Abstract. We will consider in space of L ² (0,1) operator of Storm Liouville

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x),\ x \in (0,1) \tag{1.1}$$

$$y(0) = y'(1) + ay(1) = 0, \tag{1.2}$$

where a-real number, and λ-spectral parameter.

It is easy to establish that the operator (1.1)-(1.2) is symmetric and if a -1, rated own vectors of the operator Shturma-Liuvillya (1.1)-(1.2) form orthonormalized basis of space of L ² (0,1) [1].

Own values of the operator (1.1)-(1.2) depend on an and change at change of a. There is a question, what this dependence, in particular, whether there is no collision or consolidation of own values of the operator Shturma-Liuvillya (1.1)-(1.2).

We will note that such tasks arise, at division of variable regional tasks for the equations with private derivatives.

УДК 517.91

О ХАРАКТЕРЕ ЗАВИСИМОСТИ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ ОТ КОЭФФИЦИЕНТА ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ

А. Б. Иманбаева, С. Т. Ахметова, А. Ш. Шалданбаев

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: Собственные значения, оператор Штурма-Лиувилля.

Аннотация. В настоящей работе исследована завмсимость собственных значентий оператора Штурм-Лиувиля $Ly = -y''(x) = \lambda y(x),\ y(0) = y'(1) + ay(1) = 0$ от параметра a.

Введение.

1. Рассмотрим в пространстве $L^2(0,1)$ оператор Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x),\ \ x \in (0,1) \tag{1.1}$$

$$y(0) = y'(1) + ay(1) = 0, \tag{1.2}$$

где a- вещественное число, и λ- спектральный параметр.

Легко установить, что оператор (1.1)-(1.2) симметричен и если $a \neq -1$, то нормированные собственные векторы оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) образуют ортонормированный базис пространства $L^2(0,1)$ [1].

Собственные значения оператора (1.1)-(1.2) зависят от a и меняются при изменении a. Возникает вопрос, какова эта зависимость, в частности, не происходит ли столкновение или уплотнение собственных значений оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2).

Отметим, что такие задачи возникают, при разделении переменных краевых задач для уравнений с частными производными.

2.Методы исследований. Общее решение дифференциального уравнения

$$-y''(x) = \lambda y(x) \tag{2.1}$$

имеет вид

$$y(x,\lambda) = A\cos\sqrt{\lambda} + B\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}, (при\ \lambda \neq 0) \tag{2.2}$$

где A, B- произвольные постоянные зависящие, вообще говоря, от спектрального параметра λ. Подставив (2.2) в граничное условие (1.2), получим систему уравнений относительно неизвестных произвольных постоянных A, B.

$$\begin{cases} y(x,\lambda)\big|_{x=0} = A = 0, \\ y'(1,\lambda) + ay(1,\lambda) = -\sqrt{\lambda}A\sin\sqrt{\lambda} + B\cos\sqrt{\lambda} + a\left[A\cos\sqrt{\lambda} + B\dfrac{\sin\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\right] = 0, \end{cases} \Rightarrow$$

$$B\cos\sqrt{\lambda} + aB\frac{\sin\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} = B\left(\cos\sqrt{\lambda} + a\frac{\sin\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\right) = 0.$$

Следовательно, собственные значения оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) являются корнями характеристического определителя

$$\Delta(\lambda) = \cos\sqrt{\lambda} + a\frac{\sin\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} = 0. \tag{2.3}$$

3. Результаты исследований. Предположим, что $a \succ 0$, тогда

$$\Delta(\lambda) = a\frac{\cos\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\left(\frac{\sqrt{\lambda}}{a} + tg\sqrt{\lambda}\right).$$

Если $\lambda = 0$, то $\Delta(0) = 1 + a \succ 1$, поэтому величина $\lambda = 0$ не является собственным значением.

Если $\lambda = -\mu^2 \leq 0$, то

$$\Delta(-\mu^2) = \frac{a\cos i\mu}{i\mu}\left[\frac{i\mu}{a} + ith\mu\right] = ach\mu\left[\frac{\mu}{a} + th\mu\right],\ th\mu = \frac{e^{\mu} - e^{-\mu}}{e^{\mu} + e^{-\mu}},$$

$$\left[\frac{\mu}{a} + th\mu\right]' = \frac{1}{a} + \frac{1}{ch^2\mu} \succ \frac{1}{a} \succ 0.$$

$$\lim_{\mu\to-\infty}\left[\frac{\mu}{a} + th\mu\right] = -\infty,\ \lim_{\mu\to+\infty}\left[\frac{\mu}{a} + th\mu\right] = +\infty.$$

Следовательно, уравнение $F(\mu) = th\mu + \dfrac{\mu}{a}$ на числовой оси $(-\infty, +\infty)$ имеет единственный корень $\mu = 0$, тогда из $\lambda = -\mu^2$ имеем $\lambda = 0$. Поэтому в этом случае $(a \succ 0)$ отрицательные собственные значения отсутствуют, и все собственные значения (если есть) положительны $(a \succ 0 \Rightarrow \lambda_n \succ 0)$.

Если $\lambda = \mu^2 \succ 0$, то

$$\Delta(\lambda)\Big|_{\lambda=\mu^2} = \frac{a\cos\mu}{\mu}\left(tg\mu + \frac{\mu}{a}\right) = \frac{a\cos\mu}{\mu}\cdot F(\mu). \qquad (3.1)$$

Если $\cos\mu_0 = 0$, то из уравнения $\Delta(\mu_0^2) = 0$ имеем $\sin\mu_0 = 0$, тогда $1 = \sin^2\mu_0 + \cos^2\mu_0 = 0$, что невозможно. Таким образом, если $\Delta(\mu_0^2) = 0$, то $\cos\mu_0 \neq 0$, поэтому $F(\mu_0) = th\mu_0 + \frac{\mu_0}{a} = 0$. Обратно, если $F(\mu_0) = 0$ и $\mu_0 \neq 0$, то $\Delta(\mu_0^2) = 0$. Множество нулей функции $\Delta(\mu^2)$ совпадает с множеством, отличных от нуля, корней уравнения $F(\mu_0) = 0$, поэтому детально изучим свойства функции $F(\mu_0)$. Поскольку $\lambda = \mu_n^2$, то ограничимся изучением лишь неотрицательных корней уравнения $F(\mu) = 0$. Функция $F(\mu) = th\mu + \frac{\mu}{a}$ положительна в тех интервалах, где $tg\mu \succ 0$, т.е. при $n\pi \prec \mu \prec n\pi + \frac{\pi}{2}$, $n = 0,1,2,..$, поэтому в этих интервалах корни уравнения $F(\mu) = 0$ отсутствует. Пусть $n\pi - \frac{\pi}{2} \prec \mu \prec n\pi$, $n = 1,2,..$, тогда

$$F\left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -\infty,\ F(n\pi) = \frac{n\pi}{a} \succ 0,\ n = 1,2,..$$

$$F'(\mu) = \frac{1}{\cos^2\mu} + \frac{1}{a} \succ \frac{1}{a} \succ 0.$$

Следовательно, функция монотонно возрастает в интервале $\left(n\pi - \frac{\pi}{2}, n\pi\right)$, $n = 1,2,..$ от $-\infty$ до $\frac{n\pi}{a} \succ 0$, и обращаясь в нуль лишь в одной точке μ_n. Таким образом, уравнение $F(\mu) = 0$ имеет бесконечное множество положительных корней расположенных в интервалах $\left(n\pi - \frac{\pi}{2}, n\pi\right)$, $n = 1,2,..$, т.е. имеет место неравенство

$$n\pi - \tfrac{\pi}{2} < \mu_n(a) < n\pi, n = 1,2, \dots \qquad (3.2)$$

Теперь изучим поведение корней $\mu_n(a)$, $n = 1,2, \dots$ при изменении параметра a от 0 до $+\infty$. Из уравнения $F(\mu) = 0$ имеем $tg\mu_n = -\frac{\mu_n}{a}$ $(n = 1,2,\dots)$,

$$\mu_n = n\pi + arctg\left(-\frac{\mu_n}{a}\right) = n\pi - arctg\frac{\mu_n}{a},\ n = 1,2,\dots. \qquad (3.3)$$

Тогда

1) $\lim\limits_{a\to+\infty}\mu_n(a) = n\pi - arctg 0 = n\pi$, $n = 1,2,..$,

2) $\lim\limits_{a\to 0}\mu_n(a) = n\pi - \frac{\pi}{2}$, $n = 1,2,\dots$.

При изменении параметра a в пределах от 0 до $+\infty$ корни $\mu_n(a)$ не слипаются, что видно из неравенства

$$\mu_{n+1}(a)-\mu_n(a)=(n+1)\pi-arctg\frac{\mu_{n+1}(a)}{a}-n\pi+arctg\frac{\mu_n(a)}{a}=\pi+arctg\frac{\mu_n(a)}{a}-arctg\frac{\mu_{n+1}(a)}{a}\succ$$
$$\pi+0-\frac{\pi}{2}\succ\frac{\pi}{2}.$$

Следовательно,

$$\inf_{a\succ 0,m,n}\left|\mu_n(a)-\mu_m(a)\right|\geq\frac{\pi}{2},\; m,n=1,2,\dots. \qquad (3.4)$$

По теореме о неявной функции корни $\mu_n(a)$ непрерывно дифференцируемо зависит от параметра a [2.стр.95]. Продифференцировав уравнение $F(\mu)=0$ по параметру a, получим дифференциальное уравнение движения нулей $\mu_n(a)$, $n=1,2,..$ при изменении параметра a.

$$\frac{\dot{\mu}_n}{\cos^2\mu_n}+\frac{\dot{\mu}_n}{a}-\frac{\mu_n}{a^2}=0,\; n=1,2,..,$$

где $(\cdot)$- знак дифференцирования по параметру a. Преобразуем полученное дифференциальное уравнение, принимая во внимания исходное уравнение $F(\mu)=0$.

$$\left(\frac{1}{\cos^2\mu}+\frac{1}{a}\right)\cdot\dot{\mu}(a)=\frac{\mu(a)}{a^2};$$

$$tg\mu_n=-\frac{\mu_n}{a},\; 1+tg^2\mu^n=1+\frac{\mu_n^2}{a^2},$$

$$\frac{1}{\cos^2\mu_n}=1+\frac{\mu_n^2}{a^2},\; \left(1+\frac{\mu_n^2}{a^2}+\frac{1}{a}\right)\cdot\dot{\mu}=\frac{\mu_n}{a^2},\; \left(a^2+a+\mu_n^2\right)\cdot\dot{\mu}_n=\mu_n,$$

$$\dot{\mu}_n=\frac{\mu_n}{a^2+a+\mu_n^2}\succ 0,\; \forall a\succ 0. \qquad (3.5)$$

Следовательно, при изменении параметра a в сегменте $[0,+\infty)$ функция $\mu_n(a)$ принимает все значения из сегмента $\left[n\pi-\frac{\pi}{2},n\pi\right]$ монотонно возрастая от $n\pi-\frac{\pi}{2}$ до $n\pi$, $n=1,2,..$ (см. рисунок 1).

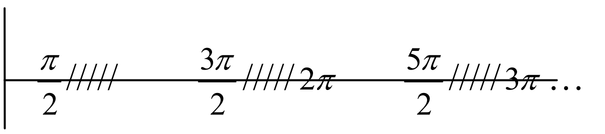

Рисунок 1

Оценим скорость стремления к своим граничным значениям корней $\mu_n(a)$, $n=1,2,..$ при применении параметра a. По теореме Лагранжа [2.стр.16] имеем

$$F(\mu_n)-F(n\pi)=0-\frac{n\pi}{a}=F'(\xi)(\mu_n-n\pi)=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\cos^2\xi}\right)(\mu_n-n\pi),$$

$$\mu_n-n\pi=\frac{-\frac{n\pi}{a}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{\cos^2\xi}}=-\frac{n\pi}{1+\frac{a}{\cos^2\xi}},\; \mu_n(a)\prec\xi\prec n\pi,$$

$$\mu_n = n\pi - \frac{n\pi}{1 + \dfrac{a}{\cos^2 \xi}}, \ \mu_n(a) \prec \xi \prec n\pi,$$

$$0 \prec n\pi - \mu_n = \frac{n\pi}{1 + \dfrac{a}{\cos^2 \xi}} \prec \frac{n\pi}{1+a}, \ \forall a \succ 0.$$

Следствие 3.1. $0 \prec 1 - \dfrac{\mu_n(a)}{n\pi} \prec \dfrac{1}{1+a}, \ 0 \prec a \prec +\infty.$

Теперь получим оценку для другой границы.

$$\mu_n(a) - \mu_n(0) = \dot{\mu}_n(\xi) \cdot a = \frac{\mu_n(\xi) \cdot a}{a^2 + a + \mu_n^2(\xi)} \prec \frac{a}{\mu_n(\xi)},$$

$$0 \prec \xi \prec a, \Rightarrow \mu_n(0) \prec \mu_n(\xi) \prec \mu_n(a), \Rightarrow \frac{1}{\mu_n(\xi)} \prec \frac{1}{\mu_n(0)},$$

$$0 \prec \mu_n(a) - \mu_n(0) \prec \frac{a}{\mu_n(0)} = \frac{a}{n\pi - \dfrac{\pi}{2}}, \ n = 1,2,..$$

Следствие 3.2. $0 \prec \mu_n(a) - n\pi + \dfrac{\pi}{2} \prec \dfrac{2}{\pi} \cdot a \ \ \left(\text{ïðèa} \to 0\right).$

Нами доказана следующая теорема 3.1.

Теорема 3.1. Если $a \geq 0$, то положительные нули функции

$$\Delta(\mu^2) = a\frac{\sin \mu}{\mu} + \cos \mu \tag{3.6}$$

локализованны в интервалах

$$n\pi - \frac{\pi}{2} \leq \mu_n(a) \prec n\pi, \ n = 1,2,\dots \tag{3.7}$$

При изменении параметра a от 0 до $+\infty$ нули $\mu_n(a)$ монотонно возрастают от $n\pi - \dfrac{\pi}{2}$ до $n\pi$ (см. рисунок 1).

Имеют места равенства

$$\begin{aligned} &1)\ \lim_{a \to +0} \mu_n(a) = n\pi - \frac{\pi}{2}, \ n = 1,2,.., \\ &2)\ \lim_{a \to +\infty} \mu_n(a) = n\pi, \ n = 1,2,..; \end{aligned} \tag{3.8}$$

и неравенства

$$\begin{aligned} &1)\ \mu_{n+1}(a) - \mu_n(a) \succ \frac{\pi}{2}, \ n = 1,2,.., \\ &2)\ 0 \prec n\pi - \mu_n(a) \prec \frac{n\pi}{1+a}, \ \forall a \geq 0 \ \ (a \to +\infty); \\ &3)\ 0 \prec \mu_n(a) - n\pi + \frac{\pi}{2} \prec \frac{a}{n\pi - \dfrac{\pi}{2}}, \ (a \to +0). \end{aligned} \tag{3.9}$$

Нули $\mu_n(a)$ являются решениями нелинейного дифференциального уравнения

$$\dot{\mu}_n(a) = \frac{\mu_n(a)}{a^2 + a + \mu_n^2(a)}, \; n = 1,2,... \qquad (3.10)$$

Интервал $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ не содержит нулей функции $\Delta(\mu^2)$ при всех $a \geq 0$.

Теорема 3.2. Если $a \geq 0$, то все собственные значения оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) положительны и удовлетворяют неравенств

$$(n\pi - \frac{\pi}{2})^2 \leq \lambda_n(a) \prec (n\pi)^2, \forall a \gg 0, \; n = 1,2,... \qquad (3.11)$$

При изменении параметра a от 0 до $+\infty$ собственные значения $\lambda_n(a)$ $n = 1,2,..$ монотонно возрастают от $(n\pi - \frac{\pi}{2})^2$ до $(n\pi)^2$.

Имеют места равенства

1) $\lim\limits_{a \to +0} \lambda_n(a) = (n\pi - \frac{\pi}{2})^2$, $n = 1,2,..$,

2) $\lim\limits_{a \to +\infty} \lambda_n(a) = (n\pi)^2$, $n = 1,2,..$; (3.12)

и неравенства

1) $\lambda_{n+1}(a) - \lambda_n(a) \succ n\pi^2$, $n = 1,2,..$,

2) $0 \prec (n\pi)^2 - \lambda_n(a) \prec \frac{2(n\pi)^2}{1+a}$, $\forall a \geq 0$ $(a \to +\infty)$;

3) $0 \prec \lambda_n(a) - (n\pi + \frac{\pi}{2})^2 \prec \frac{2an\pi}{n\pi - \frac{\pi}{2}}$, $(a \to +0)$, $n = 1,2,..$. (3.13)

4. Выводы. Результаты данной работы могут быть использованы в спектральной теории операторов [3-14].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Марченко В.А. Спектральная теория операторов Штурма-Лиувилля. - Киев: 1972.

[2] Араманович И.Г. и др. Математический анализ.- М.: Физматгиз, 1961, 350с.

[3] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов задачи Коши. - Республиканский научный журнал «Наука и образования ЮК» № 27, 2002. с. 58-62.

[4] Шалданбаев А.Ш. Об операторах симметрии. - Республиканская научная конференция "Дифференциальные уравнения и теория колебаний" – Алматы, 10-12 октября 2002г, с. 81-84.

[5] Шалданбаев А.Ш., Аширбекова К.Ш. О кратности спектра оператора Штурма-Лиувилля. Республиканская научная конференция "Дифференциальные уравнения и теория колебаний". – г. Алматы, 10-12 октября 2002г., с. 84-86.

[6] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов периодической и антипериодической задачи. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 25-30.

[7] Шалданбаев А.Ш., Аширбекова Ж.Ш. Об одном необходимом признаке симметрии задачи Штурма-Лиувилля. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 133-136.

[8] Шалданбаев А.Ш. Необходимое и достаточное условие существования сильного решения для параболического уравнения с обратным течением времени. - КазНУ им. АльФараби «Вестник», г. Алматы, №2 (53), 2007. – с.58-72.

[9] Шалданбаев А.Ш. О формулах следов одного класса операторов Штурма-Лиувилля. - Башкирский Государственный Университет, «Вестник», том 14, №2, 2009. – с.351-355.

[10] Шалданбаев А.Ш. О сингулярно возмущенной задаче Коши в пространстве $L^2(0,1)$. // Математический журнал. г.Алматы, 2008, т.8, №4(30), с. 88-97.

[11] Шалданбаев А.Ш. Решение сингулярно возмущенной задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами методом отклоняющегося аргумента. // Вестник КазНУ, серия мат.-мех., инф., 2010г, №1, с. 85-87.

[12] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. Об одном рекуррентном методе решения сингулярно сингулярно возмущенной задачи Коши для уравнения второго порядка. // Математические труды. г.Новосибирск. 2010, т.13, №2, с. 128-138.

[13] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction. Iournal of Jnverse and ill- posed problems.2010,v18,№4,p.352-369.

[14] Шалданбаев А.Ш. Спектральные разложения корректных-некорректных начально краевых задач для некоторых классов дифференциальных уравнений.- 193с, LAP LAMBEPT Academic Pyblishing. http://dnb.d-nb.de. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

REFERENCES

[1] Marchenko V.A. Spektral'naja teorija operatorov Shturma-Liuvillja. - Kiev: 1972.

[2] Aramanovich I.G. i dr. Matematicheskij analiz.- M.: Fizmatgiz, 1961, 350s.

[3] Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. O polnote sobstvennyh vektorov zadachi Koshi. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanija JuK» № 27, 2002. s. 58-62.

[4 Shaldanbaev A.Sh. Ob operatorah simmetrii. - Respublikanskaja nauchnaja konferencija "Differencial'nye uravnenija i teorija kolebanij" – Almaty, 10-12 oktjabrja 2002g, s. 81-84.

[5] Shaldanbaev A.Sh., Ashirbekova K.Sh. O kratnosti spektra operatora Shturma-Liuvillja. Respublikanskaja nauchnaja konferencija "Differencial'nye uravnenija i teorija kolebanij". – g. Almaty, 10-12 oktjabrja 2002g., s. 84-86.

[6] Shaldanbaev A.Sh., Ahmetova S.T. O polnote sobstvennyh vektorov periodicheskoj i antiperiodicheskoj zadachi. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie JuK» №34, 2003g, - s. 25-30.

[7] Shaldanbaev A.Sh., Ashirbekova Zh.Sh. Ob odnom neobhodimom priznake simmetrii zadachi Shturma-Liuvillja. - Respublikanskij nauchnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie JuK» №34, 2003g, - s. 133-136.

[8] Shaldanbaev A.Sh. Neobhodimoe i dostatochnoe uslovie sushhestvovanija sil'nogo reshenija dlja parabolicheskogo uravnenija s obratnym techeniem vremeni. - KazNU im. Al'Farabi «Vestnik», g. Almaty, №2 (53), 2007. – s.58-72.

[9] Shaldanbaev A.Sh. O formulah sledov odnogo klassa operatorov Shturma-Liuvillja. - Bashkirskij Gosudarstvennyj Universitet, «Vestnik», tom 14, №2, 2009. – s.351-355.

[10] Shaldanbaev A.Sh. O singuljarno vozmushhennoj zadache Koshi v prostranstve $L^2(0,1)$. // Matematicheskij zhurnal. g.Almaty, 2008, t.8, №4(30), s. 88-97.

[11] Shaldanbaev A.Sh. Reshenie singuljarno vozmushhennoj zadachi Koshi dlja sistemy obyknovennyh differencial'nyh uravnenij s peremennymi kojefficientami metodom otklonjajushhegosja argumenta. // Vestnik KazNU, serija mat.-meh., inf., 2010g, №1, s. 85-87.

[12] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. Ob odnom rekurrentnom metode reshenija singuljarno singuljarno vozmushhennoj zadachi Koshi dlja uravnenija vtorogo porjadka. // Matematicheskie trudy. g.Novosibirsk. 2010, t.13, №2, s. 128-138.

[13] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction. Iournal of Jnverse and ill- posed problems.2010,v18,№4,p.352-369.

[14] Shaldanbaev A.Sh. Spektral'nye razlozhenija korrektnyh-nekorrektnyh nachal'no kraevyh zadach dlja nekotoryh klassov differencial'nyh uravnenij.- 193c, LAP LAMBEPT Academic Pyblishing. http://dnb.d-nb.de. Email:info@lap-publishing.com,Saarbrucken 2011,Germanu.

ШТУРМ-ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРЫНЫҢ МЕНШІКТІ МӘНДЕРІНІҢ ШЕКАРАЛЫҚ КОЭФФИЦИЕНТКЕ ТӘУЕЛДІЛІГІНІҢ СЫЙПАТЫ

А. Б. Иманбаева, С. Т. Ахметова, А. Ш. Шалданбаев

М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер:меншікті мәндер, Штурм-Лиувилл операторы.

Аннотация. Бұл еңбекте $Ly = -y''(x) = \lambda y(x), \quad y(0) = y'(1) + ay(1) = 0$ Штурм-Лиувилл операторының меншікті мәндерінің а параметріне тәуелділігі зерттелді.

Поступила 07.07.2015 г.

Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

http://www.physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 14.07.2015.
Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
17,25 п.л. Тираж 300. Заказ 4.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19