

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ФЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

ХАБАРЛАРЫ

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ

◆
СЕРИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

◆
PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES

4 (302)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2015 ж.
ИЮЛЬ – АВГУСТ 2015 г.
JULY – AUGUST 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Бас редактор

ҚР ҰҒА академигі,
Мұтанов Г. М.

Редакция алқасы:

физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ф.докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнчеков Ж.Ж.**; физ.-мат. ф.докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ф. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әмірбаев Ү.Ү.**

Редакция кеңесі:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзіrbайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзіrbайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ф. докторы, проф. **Йозеф Банас** (Польша)

Г л а в н ы й р е д а к т о р

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Р е д а к ц и о н на я кол л е г и я:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадильдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Р е д а к ц и о н н ы й с о в е т:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

Editorial board:

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member. of NAS RK; **V.N. Kovsov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirkayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 4, Number 302 (2015), 246 – 249

**EXCLUSION OF SMALL DENOMINATORS
IN THE TWO-BODY PROBLEM**

**M. D. Shinibaev¹, A. A. Bekov¹, E. A. Akinbekov², B. N. Rakhimzhanov³,
M. K. Baubekova⁴, G. A. Abdulaeva⁴**

¹JSC «National Center of Space Researches and Technologies», Almaty, Kazakhstan;

²South-Kazakhstan State University after M.Auezov, Shymkent, Kazakhstan;

³Kokshetausky State University after Sh.Ualikhanov, Kokshetau, Kazakhstan;

⁴South-Kazakhstan State Pedagogical Institute, Shymkent, Kazakhstan.

E-mail: shinibaev_maxsut@mail.ru, bekov@mail.ru

Keywords: resonance, orbits, small denominator, the gravitational field, the force function, Earth satellite, polar coordinates.

Abstract. It is known that the problems of the mechanics of space flight in the majority cannot be solved in closed form in quadratures, therefore, apply various approximate methods for solving systems of differential equations of motion. One of the important methods of the study of perturbed motion of a space object associated with the construction of new types of intermediate orbits. All intermediate orbit, used in mechanics of space flight, can be divided into three types [1,3]:

- 1) the unperturbed Keplerian orbit;
- 2) semi-analytical intermediate orbit;
- 3) Nekipelova intermediate orbit.

Each of them has certain advantages and flaws. Give a brief description of the intermediate orbit.

The choice of the Keplerian orbit best when the eccentricity of the investigated orbit is small and the amount of time the movement is small. As soon as the eccentricity of the orbit is equal to and greater than the limit Laplace $e = 0,667$ of keplero the ellipse becomes unacceptable, so as decision submitted by the ranks, becoming divergent and to save the required accuracy of the calculations required values have to take into account a large number of members of these series.

Furthermore the orbits of type 1, 2 and type 3 can be resonant. That is, regardless of the decision of the investigator (in the odds) appear «small denominators». Therefore, as of today universal variables without «small denominators» is the question of the hour.

In the article are built such variables in the problem of two bodies.

ИСКЛЮЧЕНИЕ «МАЛЫХ ЗНАМЕНАТЕЛЕЙ» В ЗАДАЧЕ ДВУХ ТЕЛ

**М. Д. Шинибаев¹, А. А. Беков¹, Е. А. Акинбеков², Б. Н. Рахимжанов³,
М. К. Баубекова⁴, Ж. А. Абдулаева⁴**

¹АО «НЦКИТ», Алматы, Казахстан;

²Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан;

³Кокшетауский государственный университет им. Ш. Уалиханова, Кокшетау, Казахстан;

⁴Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент, Казахстан

Ключевые слова: резонанс, орбита, малый знаменатель, поле тяготения, силовая функция, спутник Земли, полярные координаты.

Аннотация. Известно, что задачи механики космического полета в большинстве своем не могут быть проинтегрированы в замкнутом виде в квадратурах, поэтому применяются различные приближенные методы решения систем дифференциальных уравнений. Один из актуальных методов изучения возмущенного движения космического объекта связан с построением новых типов промежуточных орбит. Все промежуточные орбиты, применяемые в механике космического полета можно условно разделить на три вида [1, 3]:

- 1) невозмущенные кеплеровские орбиты;
- 2) полуаналитические промежуточные орбиты;
- 3) некеплеровские промежуточные орбиты.

Каждая из них обладает преимуществами и изъянами. Дадим краткую характеристику промежуточных орбит.

Выбор кеплеровской орбиты выгоден, когда эксцентриситет исследуемой орбиты мал и промежуточок времени движения невелик. Как только эксцентриситет орбиты становится равным или больше предела Лапласа $e = 0,667$ кеплеров эллипс становится неприемлемым, так как решения, представленные рядами, становятся расходящимися и для сохранения требуемой точности вычислений искомых величин приходится учитывать большое количество членов этих рядов.

Кроме того все орбиты и типа 1, и типа 2, и типа 3 могут быть резонансными, то есть в решениях независимо от исследования (в коэффициентах) появляются «малые знаменатели». Поэтому на сегодня актуальны универсальные переменные без «малых знаменателей». В статье построены такие переменные в задаче двух тел.

Пусть тело P совершает движение около центра масс тела P_0 , тогда в переделах задачи двух тел имеем следующие дифференциальные уравнения движения [1]

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu x}{r^3} = 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{\mu y}{r^3} = 0, \quad \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\mu z}{r^3} = 0 \right\} \quad (1)$$

где \bar{r}, x, y, z – радиус-вектор и координаты тела P; $\mu = f(m_0 + m)$; f – постоянная тяготения; m_0 – масса центрального тела P_0 ; $m \approx 0$ – масса пробного тела P.

Дифференциальные уравнения (1) допускают интегралы площадей:

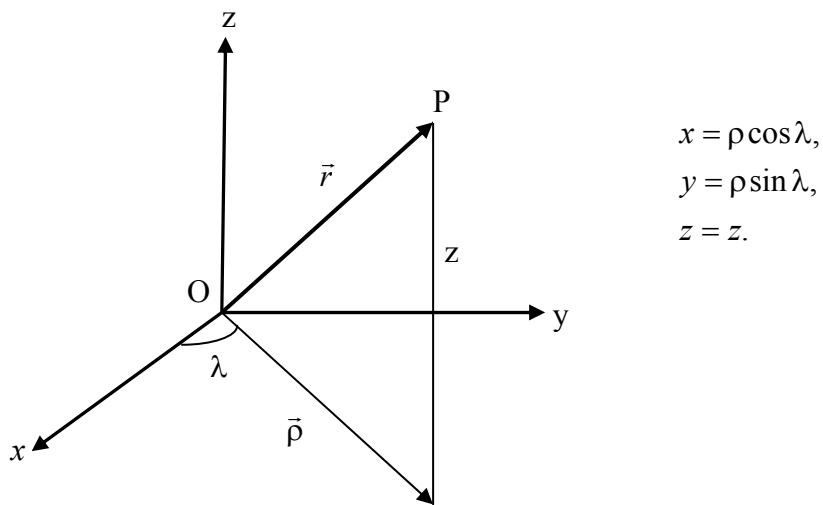
$$y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} = C_1, \quad z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} = C_2, \quad x \dot{y} - y \dot{x} = C_3 \quad (2)$$

и интеграл энергии

$$V^2 = \frac{2\mu}{r} + h, \quad V^2 = \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \quad (3)$$

где h – постоянная интеграла энергии и $C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}$ – постоянная интеграла площадей.

Перейдем к цилиндрической системе координат ρ, λ, z , где $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$, ρ – проекция \bar{r} на плоскость Oxy (где O – центр масс тела P_0), $\lambda = \angle(x, \rho)$ – истинная долгота.



Тогда дифференциальные уравнения (1) будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\rho}{dt^2} - \rho \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)^2 + \frac{\mu\rho}{r^3} &= 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\rho^2 \frac{d\lambda}{dt} \right) = 0; \\ \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\mu z}{r^3} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Из второго уравнения (4) имеем другую форму записи интеграла площадей

$$\rho^2 \frac{d\lambda}{dt} = C, \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{C}{\rho^2},$$

где C – постоянная интеграла площадей.

Введем новые безразмерные переменные в следующем виде [2]:

$$w = \frac{C^2}{\mu} \cdot \frac{1}{\rho}, \quad s = \frac{z}{\rho} = \frac{\mu}{C^2} zw, \quad (5)$$

тогда после перехода от (4) к уравнениям Клеро-Лапласа [1]

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2u}{d\lambda^2} + u &= \frac{\mu}{C^2} (1 + s^2)^{-\frac{3}{2}}, \quad u = \frac{1}{\rho}, \quad \frac{d^2s}{d\lambda^2} + s = 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

найдем

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2w}{d\lambda^2} + w &= (1 + s^2)^{-\frac{3}{2}}, \quad \frac{d^2s}{d\lambda^2} + s = 0. \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

При резонансе из (5) $\rho \rightarrow \infty$, $w \rightarrow 0$, и в случае отсутствия «финальных движений» z ограниченная функция $z < \rho$, поэтому из (6)-(7) $s = \xi \cdot w$, где $\xi = \frac{\mu z}{C^2}$ – безразмерная ограниченная величина, следовательно, при $\rho \rightarrow \infty$ переменные $w \rightarrow 0$, $\xi \rightarrow 0$, $s \rightarrow 0$ позволяют исключить «малые знаменатели».

Таким образом, мы нашли непрерывные универсальные безразмерные переменные w, ξ, s для задачи двух тел, которые не теряют смысла, как в резонансных, так и в нерезонансных областях движения пробного тела, что имеет практическую значимость во всех резонансных задачах теории космического полета.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / В.К.Абалакин, Е.П.Аксенов, Е.А.Гребенников, В.Г.Демин, Ю.А.Рябов.– М.: Наука, 1976.– 864 с.
- [2] Шинибаев М.Д. Поступательно-вращательные движения твердого тела в стационарном и нестационарном поле тяготения Земли.– Алматы, 2010.– 132 с.
- [3] Шинибаев М.Д. Поступательные движения пассивно гравитирующего тела в центральном и нецентральном поле тяготения.- Алматы: РИО ВАК РК, 2001.– 128 с.

REFERENCES

- [1] Spravochnoe rukovodstvo po nebesnoj mehanike i astrodinamike / V.K.Abalakin, E.P.Aksenov, E.A.Grebenikov, V.G.Demin, Ju.A.Raybov.–M.: Nauka, 1976.–864 s. (in Russ)
- [2] Shinibaev M.D. Postupatelno- vrashatelnye dvigenij tverdogo tela v stacionarnom i nestacionarnom pole taygoteniya Zemli.– Almaty: Gilim, 2010.– 132 s. (in Russ).
- [3] Shinibaev M.D. Postupatelnye dvigenij passivno gravitiruyoushego tela v centralnom i necentralnom pole taygotenia.– Almaty: RIO VAK RK, 2001.– 128 s. (in Russ).

«КІШІ БӨЛГІШТЕРДЫ» ЕКІ ДЕНЕ ЕСЕБІНДЕ ЖОЮ ӘДІСІ

**М. Д. Шыныбаев¹, А. А. Беков¹, Е. А. Ақынбеков², Б. Н. Рахымжанов³,
М. К. Баубекова⁴, Ж. А. Абдулаева⁴**

¹«Үлттүк Фарыштық Зерттеулер мен Технологиялар Орталығы» АҚ, Алматы, Қазақстан;

²М.Әуезов атындағы Онтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан;

³«Ш. Уалиханов атындағы Көкшетау мемлекеттік университеті», Көкшетау, Қазақстан;

⁴Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық институты, Шымкент, Қазақстан

Тірек сөздер: резонанс, орбита, кіші бөлгіш, тартылыс өрісі, күш функциясы, Жер серігі, полярлық координаттар.

Аннотация. Фарыштық ұшу механикаға дифференциалдық теңдеулер нақты түрде интегралданбайды, сондықтан түрлі жуықтап интегралдау әдістері колданылады. Фарыштық объектінің ауытқу қозғалысын зерттеудің өзекті әдістерінің бірі аралық орбитаның жаңа түрін құруға байланысты Фарыштық ұшу механикасында колданылатын барлық аралық орбиталарды шартты түрде үшке бөлуге болады:

- 1) ауытқымаған кеплер орбиталары;
- 2) жартылай аналитикалы орбиталар, олар кеплер элементтеріне сүйенеді;
- 3) кеплер элементтеріне тәуелсіз орбиталар.

Бұлардың ерекшеліктеріне байланысты тиімді және тиімсіз жақтары бар.

Кысқаша сипаттама беріп өтейік. Кеплер орбитасы эксцентриситет Лаплас шектеуіне тәуелді, $e = 0,667$ болғанда шешімді бейнелейтін қатарлар жинақталмай қалады да қолданыстан жаралызың танытады.

Тағы да 1,2 типті және 3-ші типті орталық орбиталар резонанстық қозғалыста болуы мүмкін. Осыған байланысты шешімдердегі коэффициенттерде «кіші бөлгіштер» пайда болады. Сондықтан әзір «кіші бөлгішсіз» айнымалыларды орнату өзекті проблема катарына кіреді.

Мақалада осындай универсалдық айнымалылар екі дене есебінде орнатылды.

Поступила 07.07.2015 г.

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор М. С. Ахметова
Верстка на компьютере Д. Н. Калкабековой

Подписано в печать 14.07.2015.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
17,25 п.л. Тираж 300. Заказ 4.