ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

♦

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

♦

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

4 (302)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2015 ж.
ИЮЛЬ – АВГУСТ 2015 г.
JULY – AUGUST 2015

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 250 – 256

STABILITY AND BIFURCATION OF RESONANCE DIFFERENCE-DYNAMICAL SYSTEMS (RDS)

K. B. Bapaev[1], S. S. Slamzhanova[2]

[1]Institute of Mathematics and Mathematical Modeling MES RK, Almaty, Kazakhstan,
[2]I. Zhansugurov Zhetysu university, Taldykorgan, Kazakhstan

Key words: difference-dynamic system, normalization bifurcation, resonance, strong stability.

Abstract. A nonlinear difference-dynamical systems (DDS) with parameter are considered in critical case complex-conjugate m-pair roots modulo equal to one.

Such DDS are subdivided neatly into resonance and no resonance from mathematical point of view. However, as a practical matter, this subdivision is conditioned character, when, for example, coefficients of DDS are known approximately.

Each resonance DDS is arbitrarily near (in terms of coefficients) to some no resonance DDS, and vice versa. It is not clear a priori, how these DDS are connected by conditions of stability. We arrive to statement of a new problem about strong stability, strong instability and to change of DDS's stability with ontinuous depending in parameters.

Preliminary a method of normalization is used to DDS for solving these problems, an interconnection is established between of normalization's types, ordinary (at fixed parameter's value), continuously (when the parameter is changed continuously on defined domain).

Problems on the strong stability and changing of stability are considered in detail. The results provide to make non trivial conclusions by property of DDS about DDS's stability close to resonance.

УДК 517.962

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ И БИФУРКАЦИИ РЕЗОНАНСНЫХ РАЗНОСТНО-ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ (РДС)

К. Б. Бапаев[1], С. С. Сламжанова[2]

[1]Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан,
[2]Жетысуский университет им. И. Жансугурова, Талдыкорган, Казахстан

Ключевые слова: разностно-динамическая система, бифуркация, резонанс, сильная устойчивость.

Аннотация. В работе рассматриваются нелинейно разностно-динамические системы (РДС) с параметром в критическом случае m-пар комплексно-сопряженных корней по модулю равных единице.

С математической точки зрения такие РДС-ы четко подразделяются на резонансные и нерезонансные. Однако, с практической точки зрения, когда, например, коэффициенты РДС известны лишь, приближенно подобная классификация носит условный характер.

Любая резонансная РДС сколь угодно близка (в смысле коэффициентов) к некоторой нерезонансной РДС, и наоборот. Априори неясно как связаны свойствами устойчивости этих РДС. Это приводит нас к постановке новой задачи, о сильной устойчивости, сильной неустойчивости и смене устойчивости РДС с непрерывно зависящим от параметра.

Для решения этих задач предварительно применяется к РДС метод нормализации, устанавливается взаимосвязь между типами нормализации, обычной (при фиксированном значении параметра), непрерывной (когда параметр непрерывно меняется в определенной области).

Подробно изучена задача о сильной устойчивости и смене устойчивости. Полученные результаты позволяют по свойствам резонансных РДС сделать нетривиальный вывод об устойчивости РДС близких к резонансным.

Объект исследования, задача об устойчивости в критическом случае РДС, когда характеристическое уравнение первого приближения имеет m-пар комплексно-сопряженных корней по модулю равных единице, были в ряде работ [1–20].

В предлагаемой работе мы рассмотрим РДС зависящие от параметра связанные с указанными критическими случаями.

С математической точки зрения такие РДС-ы подразделяются на резонансные и нерезонансные [6]. Однако, с практической точки зрения, когда, например, коэффициенты РДС известны, лишь приближенные, подобная классификация носит условный характер. Любая резонансная РДС, сколь угодно близка (в смысле близости коэффициентов) к некоторой нерезонансной РДС, и наоборот. Априори неясно, как связаны свойства устойчивости этих РДС.

Для изучения интересующей нас связи рассматривается РДС непрерывно зависящая от ε. Вводится понятие сильной устойчивости. Такой РДС в точке ε_0. Строится непрерывная нормальная форма, рассматриваемая РДС на основе которой, для некоторых типов резонансных РДС получены условия сильной устойчивости и выделены случаи бифуркации свойства устойчивости.

I. Рассмотрим РДС

$$x_{n+1} = \mathrm{A}(\varepsilon)x_n + X(\varepsilon, x_n) \qquad (1_\varepsilon)$$

правой части которой непрерывно зависят от параметра $\varepsilon \in U$, где $R \supset U$ - некоторый интервал.

Будем говорить, что РДС (1_ε) устойчива в точке $\varepsilon_0 \in U$ если нулевое решение РДС (1_{ε_0}) устойчиво по Ляпунову.

Определение 1. РДС (1) сильно устойчива (неустойчива) в точке $\varepsilon_0 \in U$ если существует такая δ - окрестность точки ε_0 что (1_ε) устойчива (неустойчива) при всех ε из этой окрестности. В противном случае, ε_0 - точка бифуркации свойства устойчивости.

Задача о сильной устойчивости и бифуркациях может решаться на линейном и нелинейном уровнях.

В первом случае основную роль играет поведение собственных чисел и структура нормальной формы матрицы $\mathrm{A}(\varepsilon)$ [3].

Для выявления нелинейных эффектов, связанных с прохождением РДС (1_ε) через резонанс будем предполагать выполненными следующие требования:

а) при $\forall \varepsilon \in U$ матрица $\mathrm{A}(\varepsilon)$ имеет m - пар комплексно – сопряженных собственных чисел $e^{\pm i\varphi_s(\varepsilon)}$.

б) существует линейное непрерывное по ε преобразование, приводящее $\mathrm{A}(\varepsilon)$ к непрерывной по ε матрице, в которой комплексно – сопряженных по модулю единице собственным числом, соответствует диагональный блок. Все остальные собственные числа имеют при $\forall \varepsilon \in U$ по модулю меньших единицы.

Определение 2. РДС (1_ε) обладает внутренним резонансном в точке ε_0, если существует целочисленный m - мерный вектор l с взаимно простыми компонентами такой, что справедливо сравнение:

$$\left(l, \varphi\left(\varepsilon_0\right)\right) = \sum_{j=1}^{m} l_j \varphi_j\left(\varepsilon_0\right) \equiv 0 \left(\operatorname{mod} 2\pi\right) \qquad (1)$$

число $\|l\| = \sum_{j=1}^{m} \left|l_j\right|$ - называется порядком резонанса.

При сделанных выше ограничениях, именно, резонансные точки являются точками “подозрительными” на бифуркацию.

II. Укороченные РДС в комплексных переменных примет вид:

$$z_{n+1} = diag\left(e^{i\varphi_1(\varepsilon)}...e^{i\varphi_m(\varepsilon)}\right)z_n + \sum_{j=L}^{\infty} f^{(j)}\left(\varepsilon, z_n, \overline{z}_n\right) \tag{2}$$

$L \geq 2$, где $f^{(j)} - m$ - мерные вектор – формы с непрерывными по ε коэффициентами.

Эффективным методом исследования устойчивости РДС (2) при фиксированном ε в резонансных и нерезонансных случаях является приведение исходной РДС к нормальной форме [7, 12, 13]. Однако для задачи о сильной устойчивости обычная нормальная форма мало пригодна, поскольку нормализующее преобразование будет разрывным по ε в резонансных точках.

В связи с этим возникает вопрос о существовании для РДС (2) непрерывной нормальной формы.

Применяя к РДС (1) суперпозиции бесконечных количество полиномиальных преобразований [7-9] получим, по понятиям устойчивости эквивалентную с (2) следующую РДС:

$$y_{n+1} = \Lambda(\varepsilon)y_n + \sum_{j=2}^{\infty} \overline{\Pi}^{(j)}(\varepsilon, y_n, \overline{y}_n), \tag{3}$$

где $\overline{\Pi}^{(j)}$ - векторная форма j - го порядка с коэффициентами непрерывно зависящими от параметра ε, которую обозначим через $\overline{\Pi}_{p,q}{}^{(j)}$ при члена $y_n^p * \overline{y}_n^q$ здесь $p = (p_1, p_2, ..., p_m)$, $q = (q_1, q_2, ..., q_m)$, $p_j, q_j \geq 0$ - целые, $\|p\| = \sum_{\tau=1}^{m} p_\tau$, $\|p+q\| = j$.

Определение 3. [17] Бивекторы (p,q) и соответствующие им коэффициенты и члены в *S*-ых уравнениях РДС – а (3) назовет резонансными, если существует такие $\varepsilon_* \in U$, что справедливо равенство

$$\left(p - q - \delta_s,\ \varphi(\varepsilon_*)\right) \equiv 0 \left(\mathrm{mod}\, 2\pi\right) \tag{4}$$

Обозначим через $\mathrm{P}_U^{(s)}$ - множество всех резонансных бивекторов в s - ых уравнениях. Это множество имеет вид $P_U^{(s)} = P_{U,0}^{(s)} \cup P_{U,1}^{(s)}$, где $P_{U,0}^{(s)}$ - множество бивекторов тождественного резонанса т.е. $p = q + \delta_s$. $\mathrm{P}_{U,1}^{(s)}$ - множество бивекторов внутреннего резонанса т.е. $p - q - \delta_s = \chi \cdot \kappa$, где $\chi \neq 0$ -младшая норма последних векторов ровна $\|\kappa\| - 1$ где κ - соответствующий резонансный вектор.

Теорема 1. При любом выборе непрерывных по ε нерезонансных коэффициентов в (3), в ней можно так подобрать непрерывные резонансные коэффициенты, что будет существовать непрерывное в U замены переменных в РДС (2_ε)

$$z_n = \Pi\left(\varepsilon, y_n, \overline{y}_n\right) \tag{5}$$

переводящее ее к непрерывной нормальной форме:

$$y_{sn+1} = e^{i\varphi_s(\varepsilon)} y_{sn} + \sum_{\mathrm{P}_U^{(s)}} \overline{\Pi}_{p,q}^{(s)} y_n^p y_n^{-q} \tag{6}$$

сравним структуру РДС (6) со структурой обычной нормальной формы при некотором фиксированном $\varepsilon = \varepsilon_0$. Обозначим

$$\mathrm{P}_{\varepsilon_0}^{(s)} = \left\{(p,q) \big/ \left(p - q - \delta_s,\ \varphi(\varepsilon_*)\right) \equiv 0\left(\mathrm{mod}\, 2\pi\right)\right\}.$$

Очевидно, что $\mathrm{P}_{\varepsilon_0}^{(s)} \subseteq \mathrm{P}_U^{(s)}$.

При обычной нормализации, в нормальной форме содержатся только члены с $(p,q)\in \mathrm{P}_{\varepsilon_0}^{(s)}$. В системе же (6) кроме них, присутствуют еще те, для которых $(p,q)\in \mathrm{P}_{U}^{(s)}\setminus \mathrm{P}_{\varepsilon_0}^{(s)}$. Обе формы совпадут в точке ε только в том случае, если $\mathrm{P}_{U}^{(s)}\setminus \mathrm{P}_{\varepsilon_0}^{(s)}=\varnothing$. В проколотой же окрестности точки ε_0 они различны, если ε_0 - резонансная точка. Обычная нормализация будет непрерывной лишь в том случае, когда $\mathrm{P}_{U}^{(s)}=\varnothing$. Если ε_0 единственная резонансная точка в U, то в этой точке коэффициенты обычных и непрерывных нормальных форм совпадают.

Заметим, что при любом способе нормализации коэффициенты нормализующего преобразования, при членах j- го порядка участвует в образовании коэффициентов нормальной формы, не ранее $L+j-1$- го порядка (L - младший порядок нелинейных членов).

III. Пусть точка ε_0 резонансная, и порядок единственного младшего резонанса равна $1+L=2N+1$ причем, ε_0 - изолированный корень сравнения (1). В качестве области U возьмем стол малую окрестность точки ε_0, что в проколотой окрестности $\overset{0}{U}$ нет резонансов порядка $<2N+3$.

Проведя непрерывную нормализацию до $2N+1$ - го порядка включительно, получим [18].

$$y_{sn+1}=e^{i\varphi_s(\varepsilon)}y_{sn}+\alpha(\varepsilon)\overline{y}_{sn}^{\kappa-\delta_s}+y_{sn}\sum_{\|p\|=N}\alpha_p^{(s)}\omega_n^p+\mathrm{O}_\varepsilon\left(\|y_n\|\right)^{2N+2} \qquad (7_\varepsilon)$$

где все коэффициенты непрерывны и ограничены для $\forall\varepsilon\in U$. δ_s- символ Кронекера $\omega_n=(\omega_{1n}...\omega_{mn}),\quad \omega_\tau=y_n\cdot\overline{y}_n$.

В большинство случаев РДС (7_ε) в $2N$- ом приближении (модельная РДС) обладает семейством решения $V_0(\varepsilon,\omega_n)=(\gamma^0(\varepsilon),\omega_n)$, где γ^0 удовлетворяют системе уравнений

$$\mathrm{B}(\varepsilon_0)\gamma^0=0,\ \text{где}\ \mathrm{B}(\varepsilon_0)=\begin{pmatrix}a,...a_m\\ b,...b_m\end{pmatrix}, \qquad (8)$$

$$\alpha_s=a_s+ib_s$$

необходимым и достаточным условием устойчивости модельной РДС (7_ε) являются существование среди семейства V_0 знак определенных функций [4].

Лемма 1. Если матрица $\mathrm{B}(\varepsilon)$ сохраняет ранг в U и число отличных от нуля компонент векторов $a=(a_1...a_m)$ или $b=(b_1...b_m)$ превосходит ранг матрицы B, то модельная РДС (7_ε) имеет семейство непрерывных по ε решений:

$$V(\varepsilon,\omega_n)=(\gamma(\varepsilon),\omega_n),\quad \varepsilon\in U,\ V(\varepsilon_0,\omega_n)=V_0 \qquad (9)$$

Для того, чтобы среди (9) имелось знако-определенные при всех $\varepsilon\in\overset{0}{U}$, необходимо и достаточно выполнения одного из следующих условий:

1) $Rang\quad B=2$ существует такие ν_1,ν_2,ν_3 что:

$$signD_{\nu_1\nu_2}=signD_{\nu_2\nu_3}=-signD_{\nu_1\nu_3} \qquad (10)$$

$$D_{j\tau}^0=a_j^0b_\tau^0-a_\tau^0b_j^0$$

2) $Rang\quad B=1$ и существует такие j,τ что:

$$signa_j^0a_\tau^0=-1(signb_j^0b_\tau^0) \qquad (11)$$

Вычислим полную разность функции (9) в силу системы (7_{ε})

$$\Delta V_n = W_{N+1}(\varepsilon, \omega) + 0_{\varepsilon}\left(\|y_n\|^{2N+3}\right)$$

Здесь W_{N+1} - форма $N+1$ - го порядка от ω_n.

Обозначим через G^0 множество тех γ^0, для которых $W_{N+1}(\varepsilon_0, \omega_n)$ - определенно-отрицательна. Через M_0 - обозначим множество решений (8), а через M_0^+- множество строго положительных решений.

Теорема 2. Пусть РДС (7) такова, что матрица В сохраняет ранг и $G_0 \neq \varnothing$, тогда а) РДС (7) сильно асимптотически устойчива в точке ε_0, если выполняются (10) или (11) и $G_0 \cap \mathrm{M}_0^+ \neq 0$; б) РДС (7) сильно неустойчива в точке ε_0, если $G^0 \cap \left(\mathrm{M}_0 / \ \mathrm{M}_0^+\right) \neq 0$.

IV. При нарушении условий теоремы 2 зачастую наблюдается бифуркация свойства устойчивости. Чтобы показать это, проведем в каждой точке $\varepsilon \in U$ обычную нормализацию РДС (2) до $2N+1$ - го порядка включительно:

$$y_{sn+1}^* = e^{i\varphi_s(\varepsilon)} y_{sn}^* + y_{sn}^* \sum_{\|p\|=N} \alpha_p^{(s)*}(\varepsilon)\omega_n^p + \mathrm{O}_{\varepsilon}^*\left(\|y_n\|^{2N+2}\right). \tag{12}$$

При $N > L,\ \ \alpha_p^{(s)*}(\varepsilon) = \alpha_p^{(s)}(\varepsilon)$, а нелинейности O^* - неограниченны при $\varepsilon \to \varepsilon_0$. Если $N = L$ то $\alpha_p^{(s)*}(\varepsilon) = \alpha_p^{(s)}$ и $\alpha_p^{(s)*}$ также неограниченны в точке ε_0.

Положим, $\alpha_s(\varepsilon) = |\alpha_s| \exp(i\beta(\varepsilon))$ и отождествим углы $\beta(\varepsilon)$ с точками тригонометрического круга. Рассмотрим все возможные треугольники, образованные тройками точек $\beta_{\nu_1}^0, \beta_{\nu_2}^0, \beta_{\nu_3}^0$.

Лемма 2. Для выполнения условия (10) (соответственно (11)) необходимо и достаточно чтобы среди $\beta_{\nu_1}^0, \beta_{\nu_2}^0, \beta_{\nu_3}^0$ - имеется остроугольной (все треугольники вырождаются, причем хотя бы один вырождается в диаметр). Основной случай при нарушении (10) или (11), характеризуются тем, что все треугольники либо вырождаются в точку либо тупоугольные. В этом случае, существует такая нумерация углов, что

$$\beta_1^0 \leq \beta_2^0 \leq \ldots \leq \beta_m^0 < \beta_1^0 + \pi \tag{13}$$

При выполнении (13) РДС (7) неустойчива [8,9].

Теорема 3. Пусть $G_0 \neq \varnothing$ и $N > L$. Тогда если существует строго положительный вектор $\gamma^0 \in G_0$ и выполняется (13), то ε_0 - точка бифуркации типа взрывной неустойчивости. Асимптотическая устойчивость в $\overset{0}{U}$ сменяется неустойчивостью в точке ε_0.

При доказательстве теоремы 3 существенно используется совпадение коэффициентов при членах тождественного резонанса (7) и (12) [16].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ulam S.M. A collection of Mathematical Problems». Interscience Fracts in Pure and Applied Mathematics, 8 (1960).

[2] Zehuder E. Homoclinic points near elliptic fixed p-ints. Comm. Pure and Apple Math, 26 (1973). P. 131-182.

[3] Арнольд В.Н. О матрицах, зависящих от параметра. 1971, с.10-14, УМН.Т., вып. 2 (158).

[4] Шиманов К.Н., Казеева Н.И. Основная теорема о критических случаях разностных систем. ДУ, 1971. Т. 7. №5.

[5] Mira C. Traversie dun cas critique pour une recurrence de deuxiem ardre, sons l effect dun variation de parametre. C.R. Acad. Sci Paris, 268 A (1969).

[6] Мира С. Метод определения области устойчивости двойных точек нелинейного разностного уравнения. В кн.: Чувствительность автоматических систем. – Москва, «Наука» 1968.

[7] Бапаев К.Б. Нормализация систем нелинейных разностных уравнений, КазНУ-НГУ, препринт №1, 1995. Алматы-Новосибирск, С. 60.

[8] Бапаев К.Б. Устойчивость решения системы нелинейных разностных уравнений в одном критическом случае. КазНУ-НГУ, препринт№2, 1995. Алматы-Новосибирск, С.46

[9] Бапаев К.Б. Устойчивость систем разностных уравнений в критическом случае при наличии резонанса и в случаях близких к критическим. КазНУ-НГУ, препринт №3, С.64.

[10] Бапаев К.Б. Устойчивость дискретных систем в критическом случае. ДАН. Москва. 1996. Т. 349, №4. С. 442-445.

[11] Бапаев К.Б. Устойчивость решений нелинейных итерационных систем уравнений. Динамика сплошной среды. выпуск 114, 1999. С.16-20.

[12] Бапаев К.Б. Нормальная форма нелинейных РДС. I. Мат. журн. Алматы 2003.Т. 3, №1. С. 42-54.

[13] Бапаев К.Б. Нормальная форма нелинейных РДС.II., Мат. журн. Алматы, 2004. Т. 4, №1. С.33-40.

[14] Бапаев К.Б., Бапаева С.К., Жунусова А.Т. О существовании m-параметрических суммируемых многообразий для РДС. Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды X Международной Четаевской Конференции, Т. 2. Казань. 2012. С.119-128.

[15] Бапаев К.Б. Устойчивость ДДС при нескольких резонансах, Докл. НАН РК. № 5, 1999. С.3-12.

[16] Бапаев К.Б. Устойчивость ДДС в критическом случае, Докл. НАН РК. № 6, 1999. С. 5-27.

[17] Бапаев К.Б., Нысамбаев Ж.Н. О структуре резонансных членов разностных уравнений, ИА РК, препринт. №14, 1995. С.1-6.

[18] Бапаев К.Б., Сламжанова С.С. О критерии ограниченности разностно-динамических систем (РДС). Збірнік Науковых II Рацъ. Міжнародноі Конференціі. «Наука Сучасність Викаики XXI Століття». Частина V. Центр Науковых Публікацій. М. Киів. 31 січня 2014 року. С. 7-10.

[19] Бапаев К.Б., Сламжанова С.С. О некоторых задачах дискретных динамических систем. Актуальные проблемы современной науки. №5 (78) 2014. Москва. ISSN 1680-2721. С. 97-103.

[20] Бапаев К.Б. Исследование периодических решений нелинейных РДС с помощью функций Ляпунова. В печати.

REFERENCES

[1] S.M. Ulam. A collection of Mathematical Problems». Interscience Fracts in Pure and Applied Mathematics, 8 (1960).

[2] E. Zehuder. Homoclinic points near elliptic fixed p-ints. Comm. Pure and Apple Math, 26 (1973). P. 131-182

[3] Arnol'd B.N. O matritsakh, zavisiashikh ot parametra. UMN T. vip 2(158). 1971. P. 10-14.

[4] Shimanov K.N., Kazeeva N.I. Osnovnaya teorema o kriticheskikh sluchaiakh raznostnykh sistem. DU, T. 7, № 5. 1971.

[5] Mira C. Traversie dun cas critique pour une recurrence de deuxiem ardre, sons l effect dun variation de parametre.- C.R. Acad. Sci Paris, 268 A (1969).

[6] Mira S. Metod opredelenia oblasti ustoichivosti dvoinykh tochek nelineinogo raznostnogo uravneniya. V kn.: Chuvstvitel'nost' avtomaticheskikh sistem -Moskva, Nauka. 1968.

[7] Bapaev K.B. Normalizatsiya sistem nelineinykh raznostnykh uravnenii. KazNU –NGU, preprint № 1. 1995. Almaty-Novosibirsk. P. 60.

[8] Bapaev K.B. Ustoichivost' reshenia sistemy nelineinykh raznostnykh uravnenii v odnom kriticheskom sluchae. KazNU –NGU, preprint № 2. 1995, Almaty-Novosibirsk. P. 46.

[9] Bapaev K.B. Ustoichivost' sistem raznostnykh uravnenii v kriticheskom sluchae pri nalichii rezonansa i v sluchaiyakh blizkikh k kriticheskim. KazNU –NGU, preprint № 3. P. 64.

[10] Bapaev K.B. Ustoichivost' diskretnykh sistem v kriticheskom sluchae. DAN, Moskva. 1996. T. 349. № 4. P. 442-445.

[11] Bapaev K.B. Ustoichivost' reshenii nelineinykh iteratsionnykh sistem uravnenii. Dinamica sploshnoi sredy. vypusk 114, 1999. P. 16-20.

[12] Bapaev K.B. Normal'naiya forma nelineinykh RDS. I. Mat. Journ. Almaty, 2003. T. 3, №1, P. 42-54.

[13] Bapaev K.B. Normal'naia forma nelineinikh RDS. II., Mat. Journ. Almaty, 2004. T. 4, №1, P. 33-40.

[14] Bapaev K.B., Bapaeva S.K. Zhunusova A.T. O sushestvovanii m-parametricheskikh summiruemykh mnogoobrazii dlia RDS. Analiticheskaia mekhanica, ustoichivost' i upravlenie, Trudy X Mezhdunarodnoi Chetaevskoi konferencii, T. 2, Kazan' 2012. P. 119-128.

[15] Bapaev K.B. Ustoichivost' DDS pri neskol'kikh rezonansakh. Doklady NAN RK. № 5, 1999. P.3-12

[16] Bapaev K.B. Ustoichivost' DDS v kriticheskom sluchae. Doklady NAN RK. № 6, 1999. P.5-27.

[17] Bapaev K.B., Nysambaev Zh.N. O strukture rezonansnykh chlenov raznostnykh uravnenii. IA RK. Preprint №14, 1995. P.1-6.

[18] Bapaev K.B., Slamzhanova S.S. O kriterii ogranichenosti raznostno-dinamicheskikh sistem (RDS). Zbirnik Naukovykh II Rats'. Mizhnarodnoi konferentsii «Nauka Cuchastnost' Vikaiki XXI Stolettiya». Chastina V. Tsentr Naukovykh Publikatsii. M. Kiiv. 31 sichniya 2014 roku. P.7-10.

[19] Bapaev K.B., Slamzhanova S.S. O nekotorykh zadachakh diskretnykh dinamicheskikh sistem. Aktual'nye problemy sovremennoi nauki. №5 (78). 2014. Moskva. ISSN 1680-2721. P. 97-103.

[20] Bapaev K.B. Issledovanie periodicheskikh reshenii nelineinykh RDS s pomosh'iyu funkcii L'iyapunova. V pechati.

РЕЗОНАНСТЫ АЙЫРМА-ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ОРНЫТЫҚТЫЛЫҒЫ МЕН БИФУРКАЦИЯЛАНУЫ.

К. Б. Бапаев[1], С. С. Сламжанова[2]

[1] ҚР БҒМ Математика және математикалық үлгілеу институты, Алматы, Қазақстан,
[2] И. Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған, Қазақстан

Тірек создер: айырымды-динамикалық жүйе, бифуркация, резонанс, табанды орнықтылық, уздіксіз нормалдау,.

Аннотация. Жұмыста сызықты емес параметрден тәуелді айырымды-динамикалық жүйенің бірінші жуықтауының мінездемелік түберлерінің модулдері бірге тең m-комплекстік түйіндес болған дүдімал жағдайдың орнықтылығы қарастырылған. Математикалық тұрғыдан мұндай айырылымдылық-динамикалқ жүйелер резонансты және резонансты емес болып екіге айырылады. Дегенмен практикалық тұрғыдан динамикалық жүйелердің коэфиициенттері тек жуықша анықталатын болғандықтан жүйелерді жоғарыда айтылғандай бөлу шартты мінездемелік сипат алады. Өйткені кез келген резонансты айырымды-динамикалық жүйе (коэффициенттерінің жуықтығы бойынша) белгілі бір резонансты емес айырымдық динамикалық жүйеге жақын болады және керісінше.

Міне осы жақындық бізді айырымдық-динамикалық жүйелерді сапалы зерттеу теориясында тағанды орнықтылық, тағанды орнықсыздық және параметрден үздіксіз тәуелді айырымдық динамикалық жүйелердің орнықтылығының айырбасталуы есебін қоюға алып келді.

Бұл есепті шешу үшін алдын-ала айырымдық-динамикалық жүйеге нормалдау әдісі қолданылды, онда қарапайым нормалдау (параметір тұрақты ді қабылдағанда) мен үздіксіз нормалдау (параметр белгі бір үздіксіз өзгергенде) арасында байланыстар орнатылады.

Тағандық орнықтылықпен тағандық орнықсыздықтар тереңдетіліп қарастырылды, алынған нәтижелер айырымдық-динамикалық жүйелердің резонанстық қасиеттері бойынша олардың резонансқа жақын жағдайлары үшін тұжырым жасауға мүмкіндік алынды.

Поступила 07.07.2015 г.

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www:nauka-nanrk.kz

http://www.physics-mathematics.kz

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 14.07.2015.
Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
17,25 п.л. Тираж 300. Заказ 4.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19