

<http://road.issn.org/issn/2518-1726>

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**5 (309)**

**ҚЫРКҮЙЕК – ҚАЗАН 2016 ж.  
СЕНТЯБРЬ – ОКТЯБРЬ 2016 г.  
SEPTEMBER – OCTOBER 2016**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

## ҚР ҰҒА ХАБАРЛАРЫ. ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

Бас редакторы  
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

**Жұмаділдаев А.С.** проф., академик (Қазақстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Қазақстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Өмірбаев У.У.** проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Жүсіпов М.А.** проф. (Қазақстан)  
**Жұмабаев Д.С.** проф. (Қазақстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Қазақстан)  
**Бошкаев К.А.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Сұраған Д.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Қырғыстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Белорус)  
**Пашаев А.** проф., академик (Әзірбайжан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

## ИЗВЕСТИЯ НАН РК. СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

Главный редактор  
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

**Джумадильдаев А.С.** проф., академик (Казахстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Казахстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Умирбаев У.У.** проф. чл.-корр. (Казахстан)  
**Жусупов М.А.** проф. (Казахстан)  
**Джумабаев Д.С.** проф. (Казахстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Казахстан)  
**Бошкаев К.А.** доктор PhD (Казахстан)  
**Сураган Д.** доктор PhD (Казахстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Кыргызстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Беларусь)  
**Пашаев А.** проф., академик (Азербайджан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

<http://road.issn.org/issn/2518-1726>

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz](http://www.nauka-nanrk.kz/physics-mathematics.kz)

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

**NEWS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC  
OF KAZAKHSTAN. SERIES OF PHYSICS AND MATHEMATICS**

Editor in chief

doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

Editorial board:

**Dzhumadildayev A.S.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kalmenov T.Sh.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Zhantayev Zh.Sh.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Umirbayev U.U.** prof. corr. member. (Kazakhstan)  
**Zhusupov M.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Dzhumabayev D.S.** prof. (Kazakhstan)  
**Asanova A.T.** prof. (Kazakhstan)  
**Boshkayev K.A.** PhD (Kazakhstan)  
**Suragan D.** PhD (Kazakhstan)  
**Quevedo Hernando** prof. (Mexico),  
**Dzhunushaliyev V.D.** prof. (Kyrgyzstan)  
**Vishnevskiy I.N.** prof., academician (Ukraine)  
**Kovalev A.M.** prof., academician (Ukraine)  
**Mikhalevich A.A.** prof., academician (Belarus)  
**Pashayev A.** prof., academician (Azerbaijan)  
**Takibayev N.Zh.** prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.  
**Tiginyanu I.** prof., academician (Moldova)

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**  
**ISSN 1991-346X**

<http://road.issn.org/issn/2518-1726>

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

## PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 5, Number 309 (2016), 129 – 134

**B.I. Demchenko, A.A. Komarov, M.V. Nifontova, L.A. Usoltseva**

Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan

**COMPARATIVE ANALYSIS OF SEVERAL METHODS  
OF ASTROMETRIC PROCESSING OF THE GSS OBSERVATIONS  
USING CCD-CAMERAS WITH NARROW FIELD OF VIEW**

**Abstract.** The main problem during astrometric data reduction of the positioning observations of celestial objects (comets, asteroids, satellites etc.) is to establish the correspondence between measured Cartesian coordinates and spherical coordinates of the reference standard stars from catalogs. For this purpose different modification of Therner method is used. In this paper we consider four such modification of different level of complication and provide their comparative characteristics. It is shown that an inclusion into critical function additional weighting factors and stabilizing terms significantly improve robustness and reliability of the method, and inclusion of apriori information allows analyzing astronomical images even if only one reference star is present on the field. The method of inclusion of apriori information without violation of linearity of the method is presented. The mathematical formulas suitable for practical implementation are also provided.

**Keywords:** Therner Method, astrometry, robustness, regularization.

УДК 519.95 - 629.7

**Б.И. Демченко, А.А. Комаров, М.В. Нифонтова, Л.А. Усольцева**

Астрофизический институт им. В.Г.Фесенкова, Алматы, Казахстан

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ  
АСТРОМЕТРИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ ГСС  
НА ССД-МАТРИЦЕ С МАЛЫМ ПОЛЕМ ЗРЕНИЯ**

**Аннотация.** При астрометрической обработке позиционных наблюдений космических объектов (комет, астероидов, ИСЗ и др.) основная проблема заключается в установлении соответствия между измеренными прямоугольными и каталожными сферическими координатами опорных звезд. Для этого используются различные варианты метода Тернера. В статье рассмотрены четыре таких варианта различной степени сложности и даны их сравнительные характеристики. Показано, что добавление в критериальную функцию дополнительных весовых множителей и стабилизирующих слагаемых существенно повышает устойчивость и надежность метода, а учет априорной информации позволяет обрабатывать астроснимки даже при наличии только одной опорной звезды. Дан способ учета априорной информации без нарушения линейности метода. Приведены рабочие формулы, пригодные для практического применения.

**Ключевые слова:** Метод Тернера, астрометрия, устойчивость, регуляризация.

Астрометрическая обработка любого астрономического снимка в конечном итоге сводится к определению связи между измеренными координатами  $(x, y)$  опорных звезд и их каталожными сферическими координатами  $(\alpha, \delta)$ . Если эта связь установлена, то обратная процедура позволит определить  $(\alpha, \delta)$  интересующего нас объекта по его известным измеренным координатам.

Для согласования каталожных и измеренных координат опорных звезд требуется учет многих астрометрических и инструментальных поправок (собственное движение звезд, прецессия, нутация, годичная абберация, рефракция, дисторсия и др.). Далее мы предполагаем, что все эти поправки учтены. Основная проблема – установление связи измеренных координат  $(x,y)$  и небесных координат  $(\alpha,\delta)$ . Ниже рассмотрены различные варианты решения этой задачи и даны их сравнительные характеристики.

Будем предполагать, что система координат матрицы  $(x,y)$  подвержена небольшим линейным искажениям, то есть она может быть слегка косоугольной (не ортогональной и не равномасштабной), однако отличия от ортогональности и равномасштабности невелики. Нелинейными искажениями мы пренебрегаем. Для малого поля зрения эти предположения обычно выполняются.

Введем промежуточную прямоугольную систему тангенциальных координат  $(\xi,\eta)$  по стандартным формулам [1,2]:

$$\xi = \frac{\cos(\delta) \sin(\alpha - A)}{\Delta}; \quad \eta = \frac{\sin(\delta) \cos(D) - \cos(\delta) \sin(D) \cos(\alpha - A)}{\Delta};$$

$$\Delta = \sin(\delta) \sin(D) + \cos(\delta) \cos(D) \cos(\alpha - A)$$

Если все астрометрические эффекты полностью учтены, то по построению эта система строго ортогональна и равномасштабна. Обратный переход:

$$tg(\alpha - A) = \frac{\xi}{H}; \quad tg(\delta) = \frac{\eta \cos(D) + \sin(D)}{H} \cos(\alpha - A); \quad H = \cos(D) - \eta \sin(D),$$

здесь  $A, D$  – сферические координаты центра кадра. Они могут быть заданы довольно грубо, например, с точностью до  $0.5^0$ . При небольшом поле зрения справедливы приближенные равенства:  $(\alpha - A) \cdot \cos(D) \approx \xi$ ;  $(\delta - D) \approx \eta$  ( $\alpha, \delta$  и  $A, D$  выражены в радианах).

Из наблюдений получают координаты  $(x, y)$  опорных звезд, для которых известны  $(\alpha, \delta)$ , а также координаты объекта  $(x_0, y_0)$ . Исходя из этих данных, требуется определить сферические координаты объекта  $(\alpha_0, \delta_0)$ .

Рассмотрим четыре алгоритма определения параметров перехода от  $(x,y)$  к  $(\xi,\eta)$ . Условно их обозначим как М1, М2, М3, М4. Будем ориентироваться только на линейные искажения. Как отмечено выше, нелинейные искажения здесь не рассматриваются. Они характерны для большого поля зрения и требуют отдельного исследования.

#### 1. Метод М1: 4 - параметрический метод Тернера

Предположим, что обе системы  $(\xi,\eta)$  и  $(x,y)$  ортогональны и равномасштабны по своим осям. Тогда справедливы следующие формулы:

$$\xi = a + c \cdot x - d \cdot y, \quad \eta = b + c \cdot y + d \cdot x,$$

здесь  $a, b, c, d$  – искомые коэффициенты перехода. Параметры  $a, b$  определяют относительный сдвиг систем координат,  $c, d$  – поворот и масштабирование:  $c = M \cdot \cos(\varphi)$ ,  $d = M \cdot \sin(\varphi)$ , ( $M$  – масштабный коэффициент,  $\varphi$  – угол поворота системы  $(\xi, \eta)$  относительно  $(x, y)$ , положительный при вращении против часовой стрелки).

Для поиска  $a, b, c, d$  используем критерий метода наименьших квадратов:

$$F(a, b, c, d) = \sum_{i=1}^n [(a + c x_i - d y_i - \xi_i)^2 + (b + c y_i + d x_i - \eta_i)^2] = \sum_{i=1}^n (\Delta \xi_i^2 + \Delta \eta_i^2) = \min,$$

где  $n$  – количество опорных звезд. Приравнивая к нулю частные производные от этой функции по  $a, b, c, d$ , получим линейную систему из 4-х уравнений с четырьмя неизвестными.

Достоинства метода М1:

- хорошая устойчивость,
- способен работать на двух опорных звездах (но если требуется оценить ошибки, то необходимо минимум 3 звезды).

Недостатки:

- сравнительно низкая точность при нарушении предположения об ортогональности и равномасштабности систем координат,
- возрастание ошибок в случае, если “центр тяжести” опорных звезд расположен далеко от объекта.

## 2. Метод М2: 6 - параметрический метод Тернера

Если система координат  $(x, y)$  не ортогональна или не равномасштабна, то переход от  $(x, y)$  к  $(\zeta, \eta)$  можно задать двумя независимыми формулами, отдельно по каждой оси:

$$\zeta = a + b \cdot x + c \cdot y, \quad \eta = d + e \cdot x + f \cdot y.$$

Для поиска параметров связи  $a, b, c, d, e, f$  используются два независимых критерия:

$$F_{\xi} = \sum_{i=1}^n (a + bx_i + cy_i - \xi_i)^2 = \sum_{i=1}^n \Delta \xi_i^2 = \min; \quad F_{\eta} = \sum_{i=1}^n (d + ex_i + fy_i - \eta_i)^2 = \sum_{i=1}^n \Delta \eta_i^2 = \min, \quad (1)$$

где параметры  $a, d$  задают сдвиг систем координат, а четыре других параметра определяются через масштабы и углы. Они равны:

$$b = M_x \cos(\varphi_x); \quad c = -M_y \sin(\varphi_y); \quad e = M_x \sin(\varphi_x); \quad f = M_y \cos(\varphi_y);$$

$$M_x = \sqrt{b^2 + e^2}; \quad \operatorname{tg}(\varphi_x) = e/b; \quad M_y = \sqrt{c^2 + f^2}; \quad \operatorname{tg}(\varphi_y) = -c/f. \quad (2)$$

$M_x$  – масштабный коэффициент по оси  $x$ ,  $\varphi_x$  – угол наклона оси  $\zeta$  к оси  $x$ .

$M_y$  – масштабный коэффициент по оси  $y$ ,  $\varphi_y$  – угол наклона оси  $\eta$  к оси  $y$ .

Фактически 6-параметрический метод сводится к решению двух систем нормальных уравнений с тремя неизвестными, отдельно по оси  $\zeta$  и по оси  $\eta$ .

Достоинства метода М2:

- имеет более высокую точность (по сравнению с М1),
- нечувствительность к большим линейным искажениям систем координат.

Недостатки:

- требуется минимум 3 звезды (если необходимо оценить ошибки, то 4 звезды),
- низкая устойчивость. В частности, если все звезды расположены вдоль прямой линии, то при любом их количестве критерии (1) приводят к вырожденным системам нормальных уравнений.

## 3. Метод М3: устойчивый 6 - параметрический метод Тернера

Этот метод сочетает в себе достоинства методов М1, М2 и частично устраняет их недостатки. Сначала формально запишем два 4- параметрических метода, отдельно по осям  $\zeta$  и  $\eta$ , но немного изменим критериальные функции:

По оси  $\zeta$ :

$$\zeta = u_1 + u_3 \cdot x - u_4 \cdot y, \quad \eta = u_2 + u_3 \cdot y + u_4 \cdot x, \quad (3)$$

$$F_{\xi} = \sum_{i=1}^n [(u_1 + u_3 x_i - u_4 y_i - \xi_i)^2 + p \cdot (u_2 + u_3 y_i + u_4 x_i - \eta_i)^2] = \sum_{i=1}^n (\Delta \xi_i^2 + p \cdot \Delta \eta_i^2) = \min \quad (4)$$

По оси  $\eta$ :

$$\zeta = v_1 + v_3 \cdot x - v_4 \cdot y, \quad \eta = v_2 + v_3 \cdot y + v_4 \cdot x, \quad (5)$$

$$F_{\eta} = \sum_{i=1}^n [p \cdot (v_1 + v_3 x_i - v_4 y_i - \xi_i)^2 + (v_2 + v_3 y_i + v_4 x_i - \eta_i)^2] = \sum_{i=1}^n (p \cdot \Delta \xi_i^2 + \Delta \eta_i^2) = \min \quad (6)$$

В этих формулах весовой коэффициент

$$p = \frac{1}{n-1} \text{ при } n > 1, \text{ и } p = 1 \text{ при } n = 1. \quad (7)$$

В итоге мы имеем две отдельные 4-параметрические задачи с параметрами  $(u_1, u_2, u_3, u_4)$ , и  $(v_1, v_2, v_3, v_4)$ , так что формально этот метод 8-параметрический. Однако он сводится к обычному 6-параметрическому методу, см. ниже.

Как следует из критериев (4), (6), при изменении внешнего стабилизирующего множителя  $p$  от 1 до 0 можно плавно перейти от 4-параметрической редукции к 6-параметрической. Мы выбрали весовой множитель  $p$  в виде (7), хотя это необязательно. После того, как указанные 8 параметров будут найдены, для вычисления  $(\zeta, \eta)$  по известным  $(x, y)$  используются первая формула из (3) и вторая формула из (5).

Параметры  $u_2$  и  $v_1$  в конечном итоге не нужны, поэтому их целесообразно исключить из алгоритма. Исключим, например, параметр  $u_2$ . Оптимальное значение этого параметра находится из условия равенства нулю частной производной

$$\frac{\partial F_{\xi}}{\partial u_2} = 2p \sum_{i=1}^n (u_2 + u_3 y_i + u_4 x_i - \eta_i) = 0, \text{ или } u_2 = \bar{\eta} - u_3 \bar{y} - u_4 \bar{x}. \quad (8)$$

Видно, что оптимальное значение  $u_2$  линейно выражается через  $u_3, u_4$  (черта сверху означает усреднение по всем опорным звездам). Подставляя (8) в критерий (4), мы исключим  $u_2$ . Аналогичным образом поступим с параметром  $v_1$ . Таким образом, метод из 8-параметрического становится 6-параметрическим. Одновременно с этим пропадает вырожденность критериев (4), (6) при  $p = 0$ .

Достоинства метода М3:

- высокая устойчивость (сравнима с устойчивостью 4-параметрического метода М1),
- способен работать на двух звездах (но, если требуется оценить ошибки, то необходимо минимум 3 звезды),
- точность М3 не хуже любого из методов М1, М2.

Недостатки:

- возрастание ошибок в случае, если объект находится далеко от центра тяжести опорных звезд (этот недостаток характерен и для двух предыдущим методов).

4. Метод М4: устойчивый 6-параметрический метод Тернера с регуляризацией.

При проведении астрономических наблюдений типичной является ситуация, когда наблюдения длительное время идут «в потоке», без перенастройки аппаратуры. Если другие внешние условия меняются незначительно, то масштабные и угловые параметры кадра практически постоянны. Это обстоятельство можно использовать в алгоритмах обработки.

Изменим критерии (4), (6) следующим образом (такой прием используется при решении некорректных задач, [3]):

$$\text{По оси } \xi: \quad F_{\xi} = \sum_{i=1}^n (\Delta \xi_i^2 + p \cdot \Delta \eta_i^2) + \beta \cdot [(u_3 - u_{30})^2 + (u_4 - u_{40})^2] = \min \quad (9)$$

$$\text{По оси } \eta: \quad F_{\eta} = \sum_{i=1}^n (p \cdot \Delta \xi_i^2 + \Delta \eta_i^2) + \beta \cdot [(v_3 - v_{30})^2 + (v_4 - v_{40})^2] = \min \quad (10)$$

Здесь  $\beta$  – заданный малый множитель,  $u_{30}, u_{40}$  – масштабные и угловые коэффициенты по оси  $\xi$ , «накопленные» по предыдущим кадрам,  $v_{30}, v_{40}$  – то же по оси  $\eta$ . Смысл дополнительных регуляризирующих слагаемых с множителем  $\beta$  очевиден. При  $\beta = 0$  метод М4 совпадает с М3. Если же  $\beta$  задать очень большим, то минимум критериальных функций (9), (10) достигается при  $u_3 = u_{30}, u_4 = u_{40}, v_3 = v_{30}, v_4 = v_{40}$ . Это означает, что масштабы и углы поворота систем координат неизменны. Свободными остаются только смещения осей координат, то есть параметры  $u_1$  и  $v_2$ . Задавая подходящим образом значение  $\beta$ , можно добиться желаемого компромисса между устойчивостью метода и согласованностью с исходными данными.

Оптимальные значения внешнего множителя  $\beta$  обычно лежат в пределах от  $10^{-6}$  до  $10^{-3}$ . Конкретное значение  $\beta$  вначале можно найти из критерия невязки [4] (то есть численное значение дополнительного регуляризирующего слагаемого должно быть сравнимо с ожидаемой погрешностью наблюдений), а затем уточнить по большой статистике наблюдений.

Достоинства метода М4:

- устойчивость М4 выше, чем любого из методов М1 – М3;
- М4 формально способен работать даже по одной опорной звезде. В этом случае достигается строгий минимум функций (9-10):  $F_{\xi} = F_{\eta} = 0$ ;
- точность М4 не хуже точности методов М1-М3;
- метод М4 дает хорошие результаты и тогда, когда объект находится далеко от центра тяжести опорных звезд.

Недостатки:



– М4 требует «хорошего старта», то есть первый кадр должен содержать достаточно большое количество опорных звезд, равномерно распределенных по полю зрения. Первый кадр обрабатывается с  $\beta = 0$ . (Три предыдущих метода работают индивидуально по каждому кадру, для них отдельный старт не нужен).

– при резком изменении внешних условий, например, при перенастройке аппаратуры, метод М4 требует перезапуска, так как масштабные и угловые параметры изменятся.

По совокупности характеристик последний метод имеет несомненные преимущества. Поэтому запишем в явном виде системы нормальных уравнений для этого метода. В соответствии с предыдущими формулами, искомыми параметрами являются  $u_1, u_3, u_4$  и  $v_2, v_3, v_4$  ( $u_2$  и  $v_1$  исключены).

По оси  $\xi$  (горизонтальная ось, обычно это ось  $\alpha$ ):

$$\begin{aligned} C_{11} \cdot u_1 + C_{12} \cdot u_3 + C_{13} \cdot u_4 &= C_{14} \\ C_{21} \cdot u_1 + C_{22} \cdot u_3 + C_{23} \cdot u_4 &= C_{24} \\ C_{31} \cdot u_1 + C_{32} \cdot u_3 + C_{33} \cdot u_4 &= C_{34} \end{aligned} \quad (11)$$

По оси  $\eta$  (вертикальная ось, обычно это ось  $\delta$ ):

$$\begin{aligned} D_{11} \cdot v_2 + D_{12} \cdot v_3 + D_{13} \cdot v_4 &= D_{14} \\ D_{21} \cdot v_2 + D_{22} \cdot v_3 + D_{23} \cdot v_4 &= D_{24} \\ D_{31} \cdot v_2 + D_{32} \cdot v_3 + D_{33} \cdot v_4 &= D_{34} \end{aligned} \quad (12)$$

Элементы нормальных матриц **C**, **D** равны:

$$\begin{aligned} C_{11} &= 1; \quad C_{12} = \bar{x}; \quad C_{13} = -\bar{y}; \quad C_{14} = \bar{\xi}; \\ C_{21} &= \bar{x}; \quad C_{22} = \bar{x}^2 + p(\bar{y}^2 - (\bar{y})^2) + \beta/n; \quad C_{23} = -\bar{xy} + p(\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}); \\ C_{24} &= \bar{x}\bar{\xi} + p(\bar{y}\bar{\eta} - \bar{y} \cdot \bar{\eta}) + \beta \cdot u_{30}/n; \\ C_{31} &= -\bar{y}; \quad C_{32} = -\bar{xy} + p(\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}); \quad C_{33} = \bar{y}^2 + p(\bar{x}^2 - (\bar{x})^2) + \beta/n; \\ C_{34} &= -\bar{y}\bar{\xi} + p(\bar{x}\bar{\eta} - \bar{x} \cdot \bar{\eta}) + \beta \cdot u_{40}/n; \\ D_{11} &= 1; \quad D_{12} = \bar{y}; \quad D_{13} = \bar{x}; \quad D_{14} = \bar{\eta}; \\ D_{21} &= \bar{y}; \quad D_{22} = \bar{y}^2 + p(\bar{x}^2 - (\bar{x})^2) + \beta/n; \quad D_{23} = \bar{xy} - p(\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}); \\ D_{24} &= \bar{y}\bar{\eta} + p(\bar{x}\bar{\xi} - \bar{x} \cdot \bar{\xi}) + \beta \cdot v_{30}/n; \\ D_{31} &= \bar{x}; \quad D_{32} = \bar{xy} - p(\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}); \quad D_{33} = \bar{x}^2 + p(\bar{y}^2 - (\bar{y})^2) + \beta/n; \\ D_{34} &= \bar{x}\bar{\eta} - p(\bar{y}\bar{\xi} - \bar{y} \cdot \bar{\xi}) + \beta \cdot v_{40}/n; \end{aligned}$$

Черта сверху означает усреднение соответствующего выражения по всем звездам. Например,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \bar{x}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2; \quad \bar{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i; \quad \bar{x} \cdot \bar{y} = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

Матрицы **C**, **D** симметричны и положительно определены, поэтому для решения линейных систем (11-12) можно без ограничений использовать компактный метод квадратных корней, так как под знаком корня отрицательные числа не появляются, [5]. После того, как эти системы решены, переход от  $(x, y)$  к  $(\xi, \eta)$  осуществляется по единым формулам:

$$\xi = u_1 + u_3 \cdot x - u_4 \cdot y, \quad \eta = v_2 + v_3 \cdot y + v_4 \cdot x$$

Дополнительно по формулам (2) можно вычислить параметры  $M_x, \varphi_x, M_y, \varphi_y$ . Сравнивая эти значения между собой, можно сделать определенные выводы относительно величины линейных искажений кадра.

Наконец, если требуется минимизировать ошибки округления и корректно оценить погрешности в определении сферических координат объекта, то в качестве начала отсчета

измеренных координат ( $x$ ,  $y$ ) лучше брать не левый верхний угол матрицы (как это обычно делается), а измеренные координаты самого объекта.

Работа выполнена в рамках целевой научно-технической программы: «Астрофизические исследования звездных и планетных систем», проект N 0073-9/ПЦФ-15-МОН.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Жаров В.Е. Сферическая астрономия. Фрязино.– 2006. – 480с.
- [2] Подобед В.В., Нестеров В.В. Общая астрометрия. М. . – Наука. – 1975. – 552с.
- [3] Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М. . – Наука, 1974, 323с.
- [4] Арефьева М.В. Решение уравнения типа свертки методом регуляризации с применением быстрого преобразования Фурье и критерия невязки. //Вычислительные методы и программирование. – вып.35. – 1981. – С.51-68
- [5] Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. М. . – Наука. – 1972. – 368с.

#### REFERENCES

- [1] Zharov V.E. *Sfericheskaia astronomija*, Frjazino, 2006, 480 p. (in Russ.).
- [2] Podobed V.V., Nesterov V.V. *Obshhaja astrometrija*, M., Nauka, 1975, p.552. (in Russ.).
- [3] Tihonov A.N., Arsenin V.Ja. *Metody reshenija nekorrektnyh zadach*, M., Nauka, 1974, p.323. (in Russ.).
- [4] Arefeva M.V. *Reshenie uravnenija tipa svertki metodom reguljarizacii s primeneniem bystrogo preobrazovanija Fur'e i kriterija nevjazki*, Vychislitel'nye metody i programmirovanie, vyp.35, 1981, p.p.51-68. (in Russ.).
- [5] Kopchenova N.V., Maron I.A. *Vychislitel'naja matematika v primerah i zadachah*, M., Nauka, 1972, p.368. (in Russ.).

**Б.И. Демченко, А.А. Комаров, М.В. Нифонтова, Л.А. Усольцева**

В.Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты, Алматы, Қазақстан

#### КӨРУ ШЕГІ АЗ ССД-МАТРИЦАДА ГТС БАҚЫЛАУЛАРДЫҢ АСТРОМЕТРИЯЛЫҚ ӨНДЕУЛЕРІНІҢ ӘРТҮРЛІ ӘДІСТЕРІНІҢ САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУЫ

**Аннотация.** Ғарыш объектілердің позициялық бақылаулары астрономиялық өңдеулері кезінде (кометалар, астероидтар, ЖЖС және т.б.) негізгі мәселе тірек жұлдыздардың өлшенген тік бұрыштары мен каталогтық сфералық координаттары арасындағы сәйкес белгіленгендермен қорытындылады. Бұл үшін Тернер әдісінің әртүрлі әдістер нұсқалары пайдаланылады. Мақалада қиындық дәрежесінің осындай төрт нұсқасы қарастырылды және олардың салыстырмалы сипаттамалары берілді. Қосымша салмақты көбейткіштер өлшемдік функциясы және тұрақты қосылғыштар қосылуы әдістің тұрақтылығы мен дәйектілігі көрсетілді, ал априорлық ақпарат есебі тек бір тірек жұлдыздың болуы кезінде де астрокескіндерді өңдеуге мүмкіндік береді. Априорлық ақпарат есебі әдістің сызықтық бұзылуысыз тәсілі берілді. Тәжірибелік қолдануға жарамды жұмыс формалары келтірілді.

**Түйін сөздер:** Тернер әдісі, астрометрия, тұрақтылық, жүйелілік.

## МАЗМҰНЫ

### Жұлдыздардың және тұмандықтардың зерттеулері

<i>Серебрянский А.В., Гайнуллина Е.Р., Халикова А.В.</i> , ТУС3215-906-1 айнымалы жұлдыз: бүгілген жаркылдың талдауы және жіктеуі.....	5
<i>Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Аймуратов Е.К., Отебай А.Б.</i> , V725 Тау объектісінің спектрлік және фотометрлік бақылауларының нәтижелері.....	12
<i>Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Аймуратов Е.К.</i> , M1-65 планеталық тұмандықтың айнымалылығы.....	22
<i>Павлова Л.А.</i> , Жұлдыз маңындағы құрылымдардың қалыптасуына магниттік өрістердің әсері.....	29
<i>Кокумбаева Р.И., Хруслов А.В., Кусакин А.В.</i> , GSC 3601-01531 және GSC 3601-01504 екі жаңа айнымалы жұлдыздар .....	35

### Аспан механикасының және жұлдыздар жүйесінің мәселелері

<i>Дубовиченко С.Б., Джазаиров-Кахраманов А.В., Буркова Н.А., Ткаченко А.С.</i> , Астрофизикалық энергия кезінде радиациялық ${}^2\text{H}^3\text{He}$ басып алу .....	41
<i>Зулыхаров А.Т., Коньсбаев Т.К., Чечин Л.М.</i> , Қараңғы материя есебімен ғаламдар релаксацияларының уақытын бағалау.....	50

### Күннің және күн жүйесі денелерінің физикасы

<i>Шестакова Л.И., Демченко Б.И.</i> , А тобы жұлдыздары дискілерінде атомдар мен иондар динамикасына бүгілген жарық қысымының әсері.....	55
<i>Демченко Б.И., Шестакова Л.И.</i> , Күн маңындағы сублимация процессінде оливин тозақ бөлшектерінің орбиталық дамуы .....	64
<i>Шестакова Л.И., Демченко Б.И.</i> , А тобы жұлдыздары маңындағы сублимация процессінде силикатты тозақ бөлшектерінің орбиталық дамуы.....	73
<i>Минасянц Г.С., Минасянц Т.М., Томозов В.М.</i> Күннің минимум белсенді кезіндегі иондық энергиямен Fe/O қатынасының өзгеруі. I. күнде дақтар жоқ болғанда Fe және O иондарының энергетикалық спектрлері.....	81
<i>Минасянц Г.С., Минасянц Т.М., Томозов В.М.</i> Күн белсенділігі минимумында иондар қуатымен Fe/O мәнінің өзгеруі. II. Циклдің минимумында ғарыш сәулелерінің аномалды компоненттерінің ролі.....	86
<i>Тейфель В.Г., Каримов А.М., Харитонова Г.А.</i> , Сатурндағы аммиактың жұтылуы – 2009 жылы күн мен түннің теңелуі кезеңінде ендік вариациялар асимметриясы .....	91
<i>Каримов А.М., Лысенко П.Г., Тейфель В.Г.</i> , Сатурнның солтүстік жартышары - 2015 жылы метан және аммиактың жұтылуы .....	97
<i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> 2016 жылдың көріну маусымында юпитер дискісі бойынша метанның-аммиактың жұтылуын зерттеу I. Экватор аймағы .....	104
<i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> жылдың көріну маусымында юпитер дискісі бойынша метанның-аммиактың жұтылуын зерттеу. II. Ендік вариациялар .....	110
<i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> 2016 жылдың көріну маусымында Юпитерде метан-аммиак жұтылуын зерттеу III. Үлкен Қызыл Дақ (ҮҚД).....	118
<i>Демченко Б.И., Воропаев В.А., Комаров А.А., Молотов И.Е., Серебрянский А.В., Усольцева Л.А.</i> , Көптеген геотұрақты серіктердің кейбір сипаттамалары.....	124
<i>Демченко Б.И., Комаров А.А., Нифонтова М.В., Усольцева Л.А.</i> , Көру шегі аз CCD-матрицада ГТС бақылауларының астрономиялық өңдеулерінің әртүрлі әдістерінің салыстырмалы талдауы.....	129
<i>Демченко Б.И., Комаров А.А., Кругов М.А., Рева И.В., Серебрянский А.В., Усольцева Л.А.</i> , Тянь-Шань Астрономиялық Обсерваториясы бекетінде геотұрақты серіктерді бақылау жағдайы.....	135
<i>Шомищева С.А., Рева И.В., Кондратьева Л.Н., Отебай А.Б.</i> , Тянь-Шань Астрономиялық Обсерваториясының 1-метрлік телескобында фотометрлік жүйесін стандарттау.....	140
<i>Терещенко В.М.</i> , SSP-5A фотоэлектрлік фотометрі жұмысының сипаттамасы және ерекшеліктері.....	146
<i>Терещенко В.М., Шамро А.В.</i> , Абсолютті өлшемдер үшін спектрограф. Оптика-механикалық блоктың сызбасы және құрылымы.....	155

### Теориялық зерттеулер

<i>Қалдыбекова Б.Қ., Решетова Г.В.</i> Арнайы ішектен жасалған тордың сандық нәтижелері.....	160
<i>Бакирова Э.А., Қадырбаева Ж.М.</i> Жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін сызықты көпнүктелі шеттік есептің шешілімділігі туралы.....	168
<i>Бесбаев Г.А., Көпжасарова А.А., Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш.</i> Гурса операторының Крейн кеңістігіндегі жалқылығы туралы.....	176
<i>Жұмәлі А.С., Решетова Г.В.</i> Жерасты ерітінділеудің микроскопиялық динамикасын сандық моделдеу.....	188
<i>Бақтыбаев Қ., Дәлелханқызы А., Қиқымова І., Мырзагулов А.</i> Әсерлесуші бозондар моделін уран ядросының деформацияланған изотоптарына қолдану.....	195
<i>Көпжасарова А.А., Бесбаев Г.А., Абылкасымова Э. А., Шалданбаев А.Ш.</i> Толқын теңдеуінің шартарапты волтерлі есептерінің Крейннің кеңістігіндегі спектралдік таралымдары.....	203
<i>Шоманбаева М.Т., Көпжасарова А.А., Бесбаев Г.А., Шалданбаев А.Ш.</i> Толқындық теңдеуінің шартарапты шекаралық есебінің спектрлік қасиеттері.....	213
<b>Қазақстанның астрономиялық ғылым 75 жыл.</b> .....	224

СОДЕРЖАНИЕ

Исследование звезд и туманностей

<i>Серебрянский А.В., Гайнуллина Е.Р., Халикова А.В.</i> , Переменная звезда TYC3215-906-1: анализ кривой блеска классификация.....	5
<i>Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Аймуратов Е.К., Отебай А.Б.</i> , Результаты спектральных и фотометрических наблюдений объекта V725 Тау.....	12
<i>Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Аймуратов Е.К.</i> , Переменность планетарной туманности M1-65 .....	22
<i>Павлова Л.А.</i> , Влияние магнитных полей на формирование околосветных структур .....	29
<i>Кокумбаева Р.И., Хруслов А.В., Кусакин А.В.</i> , Две новые переменные звезды GSC 3601-01531 и GSC 3601-01504... ..	35

Проблемы небесной механики и динамики звездных систем

<i>Дубовиченко С.Б., Джазаиров-Кахраманов А.В., Буркова Н.А., Ткаченко А.С.</i> , Радиационный $^2\text{H}^3\text{He}$ захват при астрофизических энергиях .....	41
<i>Зулыхаров А.Т., Коньсбаев Т.К., Чечин Л.М.</i> , Оценка времени релаксации галактик с учетом темной материи.....	50

Физика Солнца и тел солнечной системы

<i>Шестакова Л.И., Демченко Б.И.</i> , Действие светового давления на динамику атомов и ионов в осколочных дисках звезд класса А.....	55
<i>Демченко Б.И., Шестакова Л.И.</i> , Орбитальная эволюция пылевых частиц оливина в процессе сублимации около Солнца .....	64
<i>Шестакова Л.И., Демченко Б.И.</i> , Орбитальная эволюция силикатных пылевых частиц в процессе сублимации около звезд класса А .....	73
<i>Минасянц Г.С., Минасянц Т.М., Томозов В.М.</i> Изменение отношения Fe/O с энергией ионов в минимуме солнечной активности. I. Энергетические спектры ионов Fe и O при отсутствии пятен на Солнце.....	81
<i>Минасянц Г.С., Минасянц Т.М., Томозов В.М.</i> Изменение отношения Fe/O с энергией ионов в минимуме солнечной активности. II. Роль аномальной компоненты космических лучей в минимуме цикла.....	86
<i>Тейфель В.Г., Каримов А.М., Харитонова Г.А.</i> , Аммиачное поглощение на Сатурне - асимметрия широтных вариаций в период равноденствия 2009 года.....	91
<i>Каримов А.М., Лысенко П.Г., Тейфель В.Г.</i> , Северное полушарие Сатурна - поглощение метана и аммиака в 2015 году .....	97
<i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> Исследование молекулярного поглощения по диску Юпитера в сезон видимости 2016 года I. экваториальная область.....	104
<i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> , Исследование молекулярного поглощения на Юпитере в сезон видимости 2016 года II. Широтные вариации.....	110
<i>Вдовиченко В.Д., Кириенко Г.А., Лысенко П.Г.</i> Исследование молекулярного поглощения на Юпитере в сезон видимости 2016 года. III. Большое Красное Пятно (БКП) .....	118
<i>Демченко Б.И., Воропаев В.А., Комаров А.А., Молотов И.Е., Серебрянский А.В., Усольцева Л.А.</i> , Некоторые характеристики множества геостационарных спутников.....	124
<i>Демченко Б.И., Комаров А.А., Нифонтова М.В., Усольцева Л.А.</i> , Сравнительный анализ различных методов астрометрической обработки наблюдений ГСС на CCD-матрице с малым полем зрения.....	129
<i>Демченко Б.И., Комаров А.А., Кругов М.А., Рева И.В., Серебрянский А.В., Усольцева Л.А.</i> , Условия наблюдений геостационарных спутников на пункте Тянь-Шанская Астрономическая Обсерватория.....	135
<i>Шомищева С.А., Рева И.В., Кондратьева Л.Н., Отебай А.Б.</i> , Стандартизация фотометрической системы 1-метрового телескопа Тянь-Шанской Астрономической Обсерватории.....	140
<i>Тереценок В.М.</i> , Характеристики и особенности работы фотоэлектрического фотометра SSP-5A .....	146
<i>Тереценок В.М., Шамро А.В.</i> , Спектрограф для абсолютных измерений. Схема и конструкция оптико-механического блока.....	152

Теоретические исследования

<i>Калдыбекова Б. К., Решетова Г. В.</i> Численные результаты специальной сетки из струн.....	160
<i>Бакирова Э.А., Кадирбаева Ж.М.</i> О разрешимости линейной многоточечной краевой задачи для нагруженных дифференциальных уравнений.....	168
<i>Бесбаев Г.А., Көпжасарова А.А., Сапрыгина М.Б., Шалданбаев А.Ш.</i> О самосоряженности оператора Гурса в пространстве Крейна.....	176
<i>Жумали А.С., Решетова Г.В.</i> Численное моделирование микроскопической динамики подземного выщелачивания.....	188
<i>Бактыбаев К., Далелханкызы А., Кикымова I., Мырзабаев А.</i> Применение модели взаимодействующих бозонов в деформированных изотопах ядра урана.....	195
<i>Көпжасарова А.А., Бесбаев Г.А., Абылкасымова Э. А., Шалданбаев А.Ш.</i> Спектральные разложения решения вольтерровых нелокальных краевых задач волнового уравнения.....	203
<i>Шомамбаева М.Т., Көпжасарова А.А., Бесбаев Г.А., Шалданбаев А.Ш.</i> Спектральные свойства нелокальной краевой задачи волнового уравнения .....	213
<b>75 лет казахстанской астрономической науке.....</b>	<b>224</b>

## CONTENTS

## Investigation of stars and nebulae

<i>Serebryanskiy A.V., Gaynullina E.R., Khalikova A.V.</i> Variable star TYC3215-906-1: light curve analyses and classification .....	5
<i>Kondratyeva L., Rspaev F., Aimuratov Ye., Otebay A.</i> Results of the spectral and photometric observations of the object V725 Tau .....	12
<i>Kondratyeva L., Rspaev F., Aimuratov Ye.</i> , Variability of the planetary nebula M1-65.....	22
<i>Pavlova L.A.</i> , The influents magnetic field on the forming circumstellar structure.....	29
<i>Kokumbaeva R.I., Khruslov A.V., Kusakin A.V.</i> , GSC 3601-01531 and GSC 3601-01504, two new variable stars.....	35

## Problems of celestial mechanics and dynamics of stellar systems

<i>Dubovichenko S.B., Dzhazairov-Kakhramanov A.V., Burkova N.A., Tkachenko A.S.</i> , Radiative ${}^2\text{H}^3\text{He}$ capture at astrophysical energies .....	41
<i>Zulpykharov A. T., Konysbayev T.K., Chechin L.M.</i> The relaxation time estimation for galaxies with account of Dark matter.....	50

## Physics of sun and bodies of the Solar system

<i>Shestakova L.I., Demchenko B.I.</i> , The action of radiation pressure on the dynamics of atoms and ions in debris disks of A-type stars.....	55
<i>Demchenko B.I., Shestakova L.I.</i> , Orbital evolution of olivine dust grain during sublimation process near the Sun.....	64
<i>Shestakova L.I., Demchenko B.I.</i> , Orbital evolution of silicate dust particles during sublimation near A-type stars.....	73
<i>Minasyants G.S., Minasyants T.M., Tomozov V.M.</i> Variations of Fe/O Ratio with Ion's Energies in the Solar Activity Minimum. I. Energy Spectra of Fe and O Ions on the Spotless Sun .....	81
<i>Minasyants G.S., Minasyants T.M., Tomozov V.M.</i> Variations of Fe/O Ratio with Ion's Energies in the Solar Activity Minimum. II. Role of anomalous component of the cosmic rays in a cycle minimum.....	86
<i>Tejfe V.G.I., Karimov A.M., Kharitonova G.A.</i> The ammonia absorption in Saturn – an asymmetry of latitudinal variations at the 2009 equinox.....	91
<i>Karimov A.M., Lysenko P.G., Tejfe V.G.I., Kharitonova G.A.</i> , Northern hemisphere of SATURN – the methane and ammonia absorption in 2015.....	97
<i>Vdovichenko V.D., Kirienko G.A., Lysenko P.G.</i> , The study of molecular absorption over Jovian disk in season of 2016 visibility. I. Equatorial area.....	104
<i>Vdovichenko V.D., Kirienko G.A., Lysenko P.G.</i> The study of molecular absorption on Jupiter in visibility season of 2016. II. Latitudinal variations.....	110
<i>Vdovichenko V.D., Kirienko G.A., Lysenko P.G.</i> The study of molecular absorption on Jupiter in visibility season of 2016. III. Great Red Spot (GRS).....	118
<i>Demchenko B. I., Komarov A. A., Molotov I. E., Serebryansky A. V., Usoltseva L. I., Voropaev V.A.</i> Some features of geostationary satellites ensemble.....	124
<i>Demchenko B. I., Komarov A. A., Nifontova M.V., Usoltseva L. I.</i> , Comparative analysis of several methods of astrometric processing of the GSS observations using CCD-cameras with narrow field of view.....	129
<i>Demchenko B. I., Komarov A. A., Krugov M.A., Reva I.V., Serebryansky A. V., Usoltseva L. I.</i> , Condition of observations of geostationary satellites at Tien Shan astronomical observatory.....	135
<i>Shomshenkova S. A., Reva I.V., Kondratyeva L.N., Otebay A.B.</i> , Standardization of the photometric system of the 1-meter telescope of Tien-Shan Astronomical Observatory.....	140
<i>Tereschenko V. M.</i> , The characteristics and peculiarities of the photoelectrical photometer SSP-5A operation.....	146
<i>Tereschenko V. M., Shamro A. V.</i> , Spectrograph for absolute measurements. Scheme and construction of the optic-mechanic block.....	152

## Theoretical studies

<i>Kaldybekova B.K., Reshetova G. V.</i> Numerical results of special grid of strings.....	160
<i>Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M.</i> On a solvability of linear multipoint boundary value problem for the loaded differential equations.....	168
<i>Besbayev G. A., Kopzhasarova A.A., Saprygina M.B., Shaldanbayev A.Sh.</i> On self-conjugation of the operator of goursat in crane space .....	176
<i>Zhumali A.S., Reshetova G.V.</i> Numerical modelling of microscopic dynamics of in-situ leaching.....	188
<i>Baktybaev K., Dalelkhankyzy A., Kyqymova I., Myrzabaev A.</i> Applying the model of interacting bosons in a deformed nucleus of uranium isotopes.....	195
<i>Kopzhasarova A.A., Besbayev G. A., Abylkassymova E.A., Shaldanbayev A.SH.</i> Spectral resolutions of solution of voltaire nonlocal boundary value problems of a wave equation.....	203
<i>Shomanbayeva M. T., Kopzhasarova A.A., Besbayev G. A., Shaldanbayev A.Sh.</i> Spectral properties of a nonlocal boundary value problem of a wave equation.....	213
<b>75 years of Kazakhstan's astronomical science</b> .....	224

**Publication Ethics and Publication Malpractice  
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

<http://road.issn.org/issn/2518-1726>

Редактор *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев*  
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 25.09.2016.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
14 п.л. Тираж 300. Заказ 5.