

ISSN 2518-1726 (Online),  
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**1 (311)**

**ҚАҢТАР – АҚПАН 2017 ж.  
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2017 г.  
JANUARY – FEBRUARY 2017**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы  
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

**Жұмаділдаев А.С.** проф., академик (Қазақстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Қазақстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Өмірбаев У.У.** проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Жүсіпов М.А.** проф. (Қазақстан)  
**Жұмабаев Д.С.** проф. (Қазақстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Қазақстан)  
**Бошқаев К.А.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Сұраған Д.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Қырғыстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Белорус)  
**Пашаев А.** проф., академик (Әзірбайжан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)  
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде  
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.  
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2017

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор  
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

**Джумадильдаев А.С.** проф., академик (Казахстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Казахстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Умирбаев У.У.** проф. чл.-корр. (Казахстан)  
**Жусупов М.А.** проф. (Казахстан)  
**Джумабаев Д.С.** проф. (Казахстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Казахстан)  
**Бошкаев К.А.** доктор PhD (Казахстан)  
**Сураган Д.** доктор PhD (Казахстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Кыргызстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Беларусь)  
**Пашаев А.** проф., академик (Азербайджан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов  
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f  
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

**Dzhumadildayev A.S.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kalmenov T.Sh.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Zhantayev Zh.Sh.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Umirbayev U.U.** prof. corr. member. (Kazakhstan)  
**Zhusupov M.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Dzhumabayev D.S.** prof. (Kazakhstan)  
**Asanova A.T.** prof. (Kazakhstan)  
**Boshkayev K.A.** PhD (Kazakhstan)  
**Suragan D.** PhD (Kazakhstan)  
**Quevedo Hernando** prof. (Mexico),  
**Dzhunushaliyev V.D.** prof. (Kyrgyzstan)  
**Vishnevskiy I.N.** prof., academician (Ukraine)  
**Kovalev A.M.** prof., academician (Ukraine)  
**Mikhalevich A.A.** prof., academician (Belarus)  
**Pashayev A.** prof., academician (Azerbaijan)  
**Takibayev N.Zh.** prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.  
**Tiginyanu I.** prof., academician (Moldova)

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN  
**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 1, Number 311 (2017), 127 – 136

UDC 629.195+531.1

**M.D. Shinibaev<sup>1</sup>, S.S. Dairbekov<sup>2</sup>, S.A. Zholdasov<sup>2</sup>,  
 G.E. Myrzakasova<sup>2</sup>, D.R. Aliaskarov<sup>2</sup>, S.A. Shekerbekova<sup>2</sup>, A.G.Sadybek<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>National Center of Space Researches and Technologies», Almaty, Kazakhstan;<sup>2</sup>University of Syr-Daria, Zhetysai, Kazakhstan

### USE OF THE NEW VERSION OF THE PROBLEM OF TWO CENTERS IN THE THREE-BODY PROBLEM

**Abstract.** For the first time, “a new version of the problem of two fixed centers” was introduced in 2016. The main difference between the “new version” of the “traditional problem of two fixed points” is as follows:

1. The gravitational field of two fixed mass approximated gravitational field axially symmetric oblate spheroid:

$$A = B = nC, \quad n \neq 0, \quad n > 0,$$

where  $A, B, C$  – the main central moments of inertia.

2. Version unlike other involves the use of this old problem to the theory of motion near Earth satellites.

It should be noted that the problem of motion of a particle under the influence of gravity of two fixed centers first appeared in the XIX century and has remained intact, as no one could find the corresponding analog in nature. Finally in 1961, through the work of E.A. Grebenikov, V.G. Demin and E.P. Aksenov it was revealed the possibility of the application of this problem to the theory of the motion of artificial satellites. So the old problem which was first posed and solved by L. Euler came into our lives. In the article “A new version of the problem of two fixed centers” is used to define new solutions of the restricted circular three-body problem, which is still relevant in the Space flight theory.

**Key words:** Earth satellite, the problem of two fixed centers, the gravitational field, three-body problem, test-body, the motion test body, restricted circular three-body problem.

УДК 629.195+531.1

**М.Д.Шинибаев<sup>1</sup>, С.С. Даирбеков<sup>2</sup>, С.А.Жолдасов<sup>2</sup>,  
 Д.Р. Алиаскаров<sup>2</sup>, Г.Е. Мырзакасова<sup>2</sup>, С.А. Шекербекова<sup>2</sup>, А.Ж.Садыбек<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Национальный центр космических исследований и технологий, г. Алматы, Казахстан;<sup>2</sup>Университет Сыр-Дария, г. Джетысай, Казахстан;E-mail: [shinibaev\\_maxsut@mail.ru](mailto:shinibaev_maxsut@mail.ru)

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НОВОЙ ВЕРСИИ ЗАДАЧИ ДВУХ НЕПОДВИЖНЫХ ЦЕНТРОВ В ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

**Аннотация.** Впервые «новая версия задачи о двух неподвижных центрах» была введена в 2016 году [1, с. 186-188]. Главное отличие «новой версии» от «традиционной задачи двух неподвижных центров» заключается в следующем:

1. Поле тяготения двух неподвижных масс аппроксимирована полем тяготения осесимметричного сжатого сфероида

$$A = B = nC, \quad n \neq 0, \quad n > 0,$$

где  $A, B, C$  – главные центральные моменты инерции тела.

2. Версия в отличие от остальных предполагает применение этой старой задачи к теории движения близких спутников.

Следует отметить, что задача о движении материальной точки под действием притяжения двух неподвижных центров впервые появилась XIX веке и оставалась неиспользованной, так как никто не мог найти соответствующий ей аналог в природе. Наконец, в 1961 году, благодаря работам Е.А.Гребеникова, В.Г. Демина и Е.П. Аксенова, выяснилась возможность приложения этой задачи к теории движения искусственных спутников Земли. Так, старая задача, которая впервые поставлена и решена Л.Эйлером, вошла в нашу жизнь.

В данной статье новая версия задачи двух неподвижных центров используется для определения нового решения ограниченной круговой задачи трех тел, которая по сей день актуальна в теории космического полета.

**Ключевые слова:** спутник Земли, задача двух неподвижных центров, гравитационное поле, задача трех тел, пробное тело, движение пробного тела, ограниченная круговая задача трех тел.

## 1. Введение

Пусть две точки  $m_1$  и  $m_2$  обращаются вокруг их общего центра масс  $O$  по круговым орбитам радиуса  $a$  и  $b$  (рис.1).

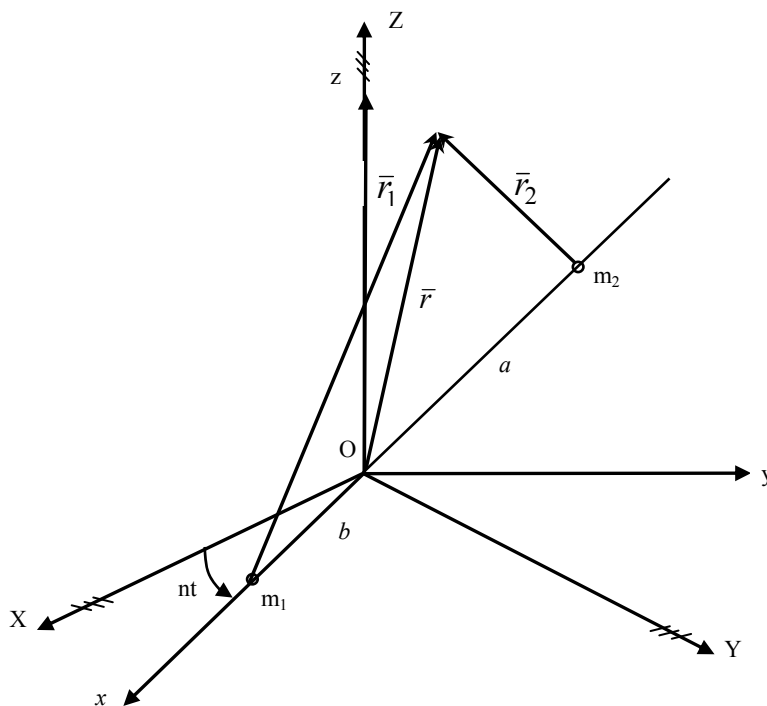


Рисунок 1 - Расположение масс относительно подвижной  $Oxuz$  и неподвижной  $OXYZ$  систем координат

На рис.1 массы  $m_3 < m_2 < m_1$ , причем  $m_3 \ll m_1$  и  $m_3 \ll m_2$ .

Равновесие гравитационных и центробежных сил требует[2, с. 21]:

$$f \frac{m_1 m_2}{\ell^2} = m_2 a \alpha^2 = m_1 b \alpha^2, \quad \ell = a + b, \quad (1)$$

где  $f$  – гравитационная постоянная,  $n$  – общая угловая скорость вращения масс  $m_1$  и  $m_2$  относительно центра  $O$ .

Из (1) имеем

$$a = \frac{m_1 \ell}{M}, \quad b = \frac{m_2 b}{M}, \quad M = m_1 + m_2. \quad (2)$$

В силу вращения основных масс  $m_1$  и  $m_2$ , силовая функция и гамильтониан задачи явно зависят от времени, поэтому задача в подвижной системе координат становится неинтегрируемой. Силовая функция задачи и соответственно гамильтониан не будут зависеть явно от времени в системе координат, где массы  $m_1$  и  $m_2$  остаются неподвижными [1, с. 26]. Повернем подвижную систему координат  $Oxyz$  относительно оси  $Z$  на угол  $(-nt)$ , тогда  $m_1$  и  $m_2$  будут неподвижны (рис. 2)

$$\left. \begin{aligned} X &= x \cos nt + y \sin nt \\ Y &= -x \sin nt + y \cos nt, \\ Z &= z. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Если удастся проинтегрировать дифференциальные уравнения задачи в системе координат  $OXYZ$ , то это же решение можно получить в подвижной системе координат, так как, повернув на угол  $(nt)$ , имеем

$$\left. \begin{aligned} X &= x \cos nt - y \sin nt \\ Y &= x \sin nt + y \cos nt, \\ Z &= z. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

отсюда находим

$$\left. \begin{aligned} x &= X \cos nt + Y \sin nt \\ y &= -X \sin nt + Y \cos nt, \\ z &= Z. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

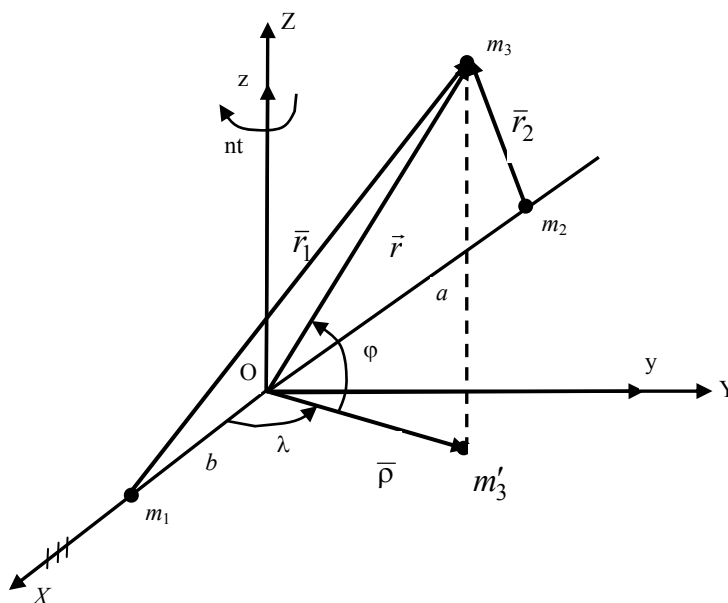


Рисунок 2 - Переход к неподвижной системе координат

Здесь в сферической системе координат имеем

$$\begin{aligned} X &= r \cos \varphi \cos \lambda, \quad Y = r \cos \varphi \sin \lambda, \quad Z = r \sin \varphi, \\ r_1 &= [(X - b)^2 + Y^2]^{1/2}, \quad r_2 = [(X + a)^2 + Y^2]^{1/2}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$X_1 = b, Y_1 = 0, X_2 = -a, Y_2 = 0.$$

## 2. Новая версия задачи двух неподвижных центров и его применение

Аппроксимируем поле тяготения двух неподвижных центров полем тяготения «гипотетического тела», тогда (рис. 2) примет вид (рис. 3). Далее предположим, что:

1. «Гипотетическое тело» представляет собой сжатый сфероид

$$A = B = nC, n > 0,$$

где  $A, B, C$  – главные центральные моменты инерции.

2. Тело вращается вокруг оси динамической симметрии. Тогда силовая функция, учитывающая фигуру тела, имеет вид

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{\alpha_0}{r^3} - \frac{3}{2} \frac{\alpha_0}{r^3} \cos^2 \varphi = \frac{\mu}{r} + \frac{\alpha_0}{r^3} \left( 1 - \frac{3}{2} \cos^2 \varphi \right). \quad (7)$$

где

$$\mu = f(m_1 + m_2), C = m_1 b^2 + m_2 a^2, \alpha_0 = fC(n-1)$$

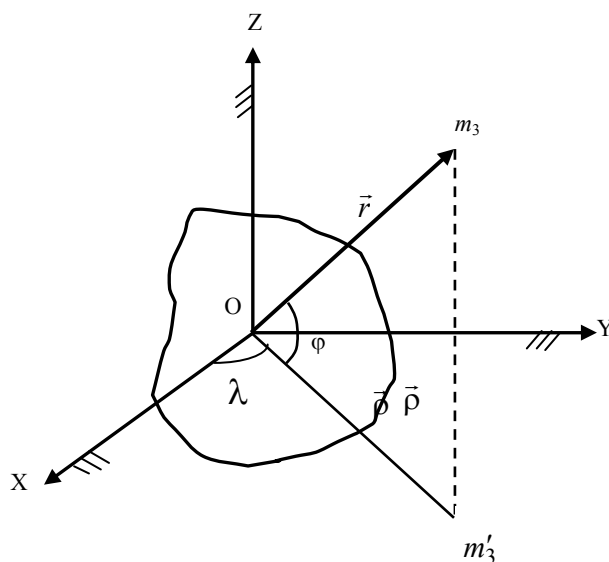


Рисунок 3 - «Гипотетическое тело» в сферической системе координат

В неподвижной системе координат гамильтониан задачи имеет вид

$$H = T - U = \frac{1}{2} \left( p_r^2 + \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} p_\lambda^2 + \frac{1}{r^2} p_\varphi^2 \right) - \frac{\mu}{r} - \frac{\alpha_0}{r^3} \left( 1 - \frac{3}{2} \cos^2 \varphi \right). \quad (8)$$

где  $T$  – кинетическая энергия,  $p_r, p_\lambda, p_\varphi$  – импульсы, определенные выражениями

$$p_r = \dot{r}, p_\varphi = r^2 \dot{\varphi}, p_\lambda = r^2 \dot{\lambda} \cos^2 \varphi = \alpha_2 - \text{const}.$$

Уравнение Гамильтона-Якоби имеет вид

$$\left( \frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} \left( \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right)^2 - \frac{2\mu}{r} - \frac{2\alpha_0}{r^3} \left( 1 - \frac{3}{2} \cos^2 \varphi \right) - 2\alpha_1 = 0, \quad (9)$$

так как  $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$ . В (9)  $\alpha_1$  – постоянная интеграла энергии.

Полный интеграл (9) представим так



$$V = -\alpha_1 t + W_1(r) + W_2(\lambda) + W_3(\varphi). \quad (10)$$

Перепишем (9) с учетом (10), умножив на  $r^2$

$$\left( r \frac{dW_1}{dr} \right)^2 + \frac{1}{\cos^2 \varphi} \alpha_2^2 + \left( \frac{dW_3}{d\varphi} \right)^2 - 2\mu r - \frac{2\alpha_0}{r} + \frac{3\alpha_0}{r} \cos^2 \varphi - 2\alpha_1 r^2 = 0. \quad (11)$$

Введем обозначение  $\frac{dW^2}{d\lambda} = \alpha_2$ , прибавим  $\pm \alpha_3^2$

$$\left[ \left( r \frac{dW_1}{dr} \right)^2 - \frac{2\alpha_0}{r} - 2\mu r - 2\alpha_1 r^2 + \alpha_3^2 \right] + \left[ \frac{\alpha_2^2}{\cos^2 \varphi} + \left( \frac{dW_3}{d\varphi} \right)^2 + \frac{3\alpha_0}{r} \cos^2 \varphi - \alpha_3^2 \right] = 0. \quad (12)$$

Исходя из (12), имеем

$$\begin{aligned} \frac{dW_2}{d\lambda} &= \alpha_2, \quad W_2 = \alpha_2 \lambda, \\ \frac{dW_1}{dr} &= \sqrt{\frac{2\alpha_0}{r^3} + \frac{2\mu}{r} + 2\alpha_1 - \frac{\alpha_3^2}{r^2}}, \\ W_1 &= \int \sqrt{\frac{2\alpha_1 r^3 + 2\mu r^2 - \alpha_3^2 r + 2\alpha_0}{r^3}} dr, \\ \frac{dW_3}{d\varphi} &= \sqrt{\frac{3\alpha_0}{-r} \cos^2 \varphi - \frac{\alpha_2^2}{\cos^2 \varphi} + \alpha_3^2}, \\ W_3 &= \int \sqrt{\frac{3\alpha_0}{-r} \cos^4 \varphi + \alpha_3^2 \cos^2 \varphi - \alpha_2^2} \frac{d\varphi}{\cos \varphi}, \end{aligned}$$

Перепишем (10)

$$\begin{aligned} V &= -\alpha_1 t + \int \sqrt{\frac{2\alpha_1 r^3 + 2\mu r^2 - \alpha_3^2 r + 2\alpha_0}{r}} \frac{dr}{r} + \alpha_2 \lambda + \\ &+ \int \sqrt{\frac{3\alpha_0}{-r} \cos^4 \varphi + \alpha_3^2 \cos^2 \varphi - \alpha_2^2} \frac{d\varphi}{\cos \varphi}. \end{aligned} \quad (13)$$

В соответствии с теоремой Якоби имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \alpha_1} &= \beta_1, & \frac{\partial V}{\partial \alpha_2} &= \beta_2, & \frac{\partial V}{\partial \alpha_3} &= \beta_3, \\ \frac{\partial V}{\partial r} &= p_r, & \frac{\partial V}{\partial \lambda} &= p_\lambda, & \frac{\partial V}{\partial \varphi} &= p_\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Используя (14), найдем явные выражения с учетом (13)

$$\beta_1 + t = \int \frac{r^{3/2} dr}{\sqrt{2\alpha_1 r^3 + 2\mu r^2 - \alpha_3^2 r + 2\alpha_0}}, \quad (15)$$

$$\beta_2 = \lambda - \int \frac{\alpha_2}{\sqrt{\frac{3\alpha_0}{-r} \cos^4 \varphi + \alpha_3^2 \cos^2 \varphi - \alpha_2^2}} \frac{d\varphi}{\cos \varphi}, \quad (16)$$

$$\beta_3 = -\alpha_3 \int \frac{1}{\sqrt{2\alpha_1 r^3 + 2\mu r^2 - \alpha_3^2 r + 2\alpha_0}} \frac{dr}{\sqrt{r}} + \alpha_3 \int \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\frac{3\alpha_0}{-r} \cos^4 \varphi + \alpha_3^2 \cos^2 \varphi - \alpha_2^2}}, \quad (17)$$

$$\dot{r} = p_r, \quad \alpha_2 = r^2 \dot{\lambda} \cos^2 \varphi, \quad r^2 \dot{\varphi} = p_\varphi. \quad (18)$$

а остальные три квадратуры служат для проверки выражений для импульсов.

Используя (15), исключим из (17) интеграл, содержащий  $\gamma$ :

$$\frac{\beta_3}{\alpha_3} + \frac{(\beta_1 + t)}{r^2} = \int \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\frac{3\alpha_0}{-r} \cos^4 \varphi + \alpha_3^2 \cos^2 \varphi - \alpha_2^2}}, \quad (19)$$

с другой стороны, из (16) имеем

$$\left( \frac{\lambda - \beta_2}{\alpha_2} \right) \cos^2 \varphi = \int \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\frac{3\alpha_0}{-r} \cos^4 \varphi + \alpha_3^2 \cos^2 \varphi - \alpha_2^2}}, \quad (20)$$

отсюда

$$\left. \begin{aligned} \frac{\beta_3}{\alpha_3} + \frac{(\beta_1 + t)}{r^2} - \left( \frac{\lambda - \beta_2}{\alpha_2} \right) \cos^2 \varphi &= 0, \\ \alpha_2 &= r^2 \dot{\lambda} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Из (21) следует, что наличие выражения  $\gamma$  сведет задачу к квадратурам.

Проинтегрируем (15) для случая эллиптического типа движения. В этом случае  $\alpha_1 < 0$ , поэтому (15) имеет вид

$$\beta_1 + t = \int \frac{\sqrt{r^3} dr}{\sqrt{-2\alpha_1 r^3 + 2\mu r^2 - \alpha_3^2 r - 2\alpha_0}}, \quad \mu > 0, \quad \alpha_0 > 0. \quad (22)$$

По теореме Декарта в полиномах

$$G_4(r) = -2\alpha_1 r^3 + 2\mu r^2 - \alpha_3^2 r - 2\alpha_0, \quad (23)$$

$$G_4(-r) = 2\alpha_1 r^3 + 2\mu r^2 + \alpha_3^2 r - 2\alpha_0. \quad (24)$$

В (23) две смены знака, а в (24) - одна смена знака, следовательно, один отрицательный и два положительных корня. Пусть корни полинома расположены так:

$$d_1 > d_2 > d_3,$$

где  $d_1$  и  $d_2$  - положительные корни,  $d_3$  - отрицательный корень.

Преобразуем (22) к следующему виду

$$\tau = \int \frac{\sqrt{r^3} dr}{\sqrt{-r^3 + a_1 r^2 + a_2 r + a_3}}, \quad (25)$$

где

$$\tau = \sqrt{2\alpha_1} (\beta_1 + t), \quad a_1 = \frac{\mu}{\alpha_1}, \quad a_2 = -\frac{\alpha_3^2}{2\alpha_1}, \quad a_3 = -\frac{\alpha_0}{\alpha_1}.$$

Полином  $G_4(r)$  положителен на двух интервалах

$$d_2 \leq r \leq d_1, \quad r \leq d_3,$$

причем второй интервал выпадает, так как  $r > 0$ .

Перейдем от (25) к нормальной форме Лежандра [3, с. 647]

$$\tau = \mu_0 \int_0^\psi \frac{\sqrt{r^3} d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}, \quad \text{где } \mu_0 = \frac{2}{\sqrt{d_{31}}}, \quad 0 < k < 1, \quad k^2 = \frac{d_{21}}{d_{31}}, \quad (26)$$

$$r = \frac{d_2 d_{31} - d_3 d_{21} \sin^2 \psi}{d_{31} - d_{21} \sin^2 \psi}, \quad \text{при } \psi = 0 \quad r = d_2 \quad \text{и при } \psi = \frac{\pi}{2}, \quad r = d_1. \quad (27)$$

Преобразуем (27), оставляя в разложениях в ряд величины порядка  $O(k^5)$ :

$$r = d_2 [(1 + k^2 a_{02} + k^4 a_{04}) + (k^2 a_{12} + k^4 a_{14}) \cos \psi + (k^2 a_{22} + k^4 a_{24}) \cos 2\psi], \quad (28)$$

где

$$d_0 = \frac{d_3}{d_2}, \quad a_{02} = \frac{1}{2}(1 - d_0), \quad a_{04} = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2} - d_0\right), \quad a_{12} = \frac{1}{2}d_0, \quad a_{14} = \frac{1}{8}d_0, \\ a_{22} = \frac{1}{2}, \quad a_{24} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}d_0 - 1\right).$$

Проинтегрировав (26) с учетом (28), принимая во внимание  $\tau = \sqrt{2\alpha_1}(\beta_1 + t)$ , имеем

$$t = \ell_0 + (\ell_{00} + k^2 \ell_{02} + k^4 \ell_{04})\psi + (k^2 \ell_{12} + k^4 \ell_{14})\sin \psi + (k^2 \ell_{22} + k^4 \ell_{24})\sin 2\psi, \quad (29)$$

где

$$\ell_0 = -\beta_1, \quad \ell_{00} = \frac{\mu_0 d_2^{3/2}}{\sqrt{\alpha_1}}, \quad \ell_{02} = \frac{\ell_{00}}{2}(1 + 3a_{02}), \quad \ell_{12} = \frac{3}{2}\ell_{00}a_{12}, \\ \ell_{04} = \ell_{00}\left(\frac{3}{4}a_{02} + \frac{3}{4}a_{04} + \frac{27}{32}a_{02}^2 + \frac{27}{64}a_{12}^2 - \frac{21}{256}\right), \quad \ell_{22} = \frac{3}{8}\ell_{00}, \\ \ell_{14} = \ell_{00}\left(\frac{3}{2}a_{14} + \frac{27}{16}a_{02}a_{12} + \frac{51}{64}a_{12}\right), \quad \ell_{24} = \left[\frac{3}{4}a_{24} + \frac{27}{128}(a_{12}^2 + a_{02}) - \frac{3}{16}\right].$$

Обратив ряд (29), имеем

$$\psi = (\gamma_0 + k^4 \gamma_1) + (\gamma_2 + k^2 \gamma_3 + k^4 \gamma_4)t + (k^2 \gamma_5 + k^4 \gamma_6)\sin t + (k^2 \gamma_7 + k^4 \gamma_8)\sin 2t, \quad (30)$$

где

$$\gamma_0 = -\frac{\ell_0}{\ell_{00}}, \quad \gamma_1 = \frac{1}{2}\frac{\ell_{02}^2}{\ell_{00}}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{\ell_{00}}, \quad \gamma_3 = \ell_{02}\gamma_2, \quad \gamma_4 = \ell_{04}\gamma_2, \quad \gamma_5 = \ell_{12}\gamma_2, \\ \gamma_6 = \gamma_2(\ell_{14} + \ell_{02}\ell_{12} - \ell_{12}\ell_{22}), \quad \gamma_7 = \ell_{22}\gamma_2, \quad \gamma_8 = \gamma_2\left(\ell_{24} + \frac{1}{2}\ell_{12}^2 + \ell_{02}\ell_{22}\right).$$

Теперь мы перепишем (19) в следующем виде

$$\int \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\frac{6\alpha_0}{r} \cos^4 \varphi + \alpha_3^2 \cos^2 \varphi - \alpha_2^2}} = \frac{1}{\alpha_3} \beta_3 + (\beta_1 + t) \cdot \{(e_{00} + k^2 e_{02} + k^4 e_{04}) + (k^2 e_{12} + k^4 e_{14}) \cos \psi + (k^2 e_{22} + k^4 e_{24}) \cos 2\psi + k^4 e_{34} \cos 3\psi\}, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} \psi &\approx (\gamma_0 + \gamma_2 t), \quad e_{00} = d_2^{-2}, \quad e_{02} = -2e_{00}a_{02}, \quad e_{04} = e_{00} \left( \frac{3}{8} + \frac{3}{2} a_{12}^2 + 3a_{02}^2 - 2a_{04} \right), \\ e_{12} &= -2e_{00}a_{12}, \quad e_{22} = -e_{00}, \quad e_{14} = e_{00} \left( \frac{3}{2} a_{12} + 6a_{02}a_{12} - 2a_{14} \right), \\ e_{24} &= e_{00} \left( 3a_{12} + \frac{3}{2} a_{12}^2 - 2a_{14} \right), \quad e_{34} = \frac{3}{2} e_{00} a_{12}. \end{aligned}$$

Если учесть (30), то из (28) мы имеем явную зависимость  $r$  от времени. Преобразуем (31), учитывая (20)

$$\begin{aligned} \left( \frac{\lambda - \beta_2}{\alpha_2} \right) \cos^2 \varphi = \frac{\beta_3}{\alpha_3} + (\beta_1 + t) \cdot \{(n_{00} + k^2 n_{02} + k^4 n_{04}) + (k^2 n_{12} + k^4 n_{14}) \cos \gamma_2 t + \\ + (k^2 n_{22} + k^4 n_{24}) \cos 2\gamma_2 t + (k^3 n_{32} + k^4 n_{34}) \sin \gamma_2 t + (k^2 n_{42} + k^4 n_{14}) \sin 2\gamma_2 t\}, \quad (32) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} n_{00} = e_{00}, \quad n_{02} = e_{02}, \quad n_{04} = e_{04}, \quad n_{12} = e_{12} \cos \gamma_0, \quad n_{14} = e_{14} \cos \gamma_0, \quad n_{22} = e_{22} \cos 2\gamma_0, \\ n_{24} = e_{24} \cos 2\gamma_0, \quad n_{32} = -e_{12} \sin \gamma_0, \quad n_{34} = e_{14} \sin \gamma_0, \quad n_{42} = -e_{22} \sin 2\gamma_0, \\ n_{44} = -e_{24} \sin 2\gamma_0. \end{aligned}$$

Рис. 2 соответствует рис. 1 при  $t = 0$ , поэтому из (5) имеем

$$X^2 + Y^2 = \ell^2,$$

с другой стороны, из (21) и (6)

$$X^2 + Y^2 = (r \cos \varphi)^2, \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\alpha_2}{(r \cos \varphi)^2} = \frac{\alpha_2}{\ell^2}, \quad \lambda = \frac{\alpha_2}{\ell^2} t + \lambda_0,$$

$$\frac{\alpha^2}{\ell^2} \left[ \frac{i^2 \tilde{n}^{-1}}{i^2} \right] = n [\tilde{n}^{-1}], \quad \lambda_0 - \text{постоянная интегрирования, следовательно, имеем}$$

$$\lambda = nt + \lambda_0, \quad \dot{\lambda} = n.$$

Далее введем «золотое правило». Величины порядка  $O(k^2)$  и  $O(k^4)$  в угловых переменных можно не учитывать. На самом деле в технических расчетах  $k^2 \doteq 0,01$ , исходя из этого, имеем, например,

$$\cos(45^0 + 0,01^0) = 0,70698, \quad \cos 45^0 \approx 0,70711,$$

тогда предельная абсолютная погрешность равна

$$|\delta| = \frac{\alpha \cdot 100\%}{\cos 45,01^0} \approx 0,018\%.$$

Таким образом, не учитывая  $O(k^2)$ , допускаем ошибку всего лишь порядка 0,018%.

Далее мы, используя это правило, из (32) найдем

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{\alpha_2}{nt + (\lambda_0 - \beta_2)} \left[ \frac{\beta_3}{\alpha_3} + (\beta_1 + t)n_{00} \right]}, \quad (34)$$

Общее решение ограниченной круговой задачи трех тел в соответствии с (5) и (6) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \varphi \cos \lambda_0, \\ y &= r \cos \varphi \sin \lambda_0, \\ z &= r \sin \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

где  $r$  и  $\cos \varphi$  определяются соответственно выражениями (28), причем  $\psi = \gamma_0 + \gamma_2 t$  и (34). Здесь  $\lambda_0$  задается начальными условиями задачи.

### 3. Выводы и заключение

1. При  $t = t_0$ ,  $\lambda = \lambda_0$ ,  $\varphi = \varphi_0$ ,  $r = r_0$  пробное тело  $m_3$  начинает движение эллиптического типа с точки  $M_0(r_0, \varphi_0, \lambda_0)$ , фокус «квазиэллипса» находится в центре масс сжатого сфероида  $O$ , далее с течением времени орбита на интервале  $d_2 \leq r \leq d_1$ , «деформируясь», равномерно вращается с угловой скоростью  $n = \text{const}$  относительно оси  $Z$ , причем

$$\lambda_0 \leq \lambda \leq (nt_k + \lambda_0), \quad t_0 \leq t \leq t_k, \quad \cos \varphi_0 \leq \varphi \leq \cos \varphi_k,$$

где

$$\begin{aligned} t_0 &= \ell_0, \quad t_k = \ell_0 + (\ell_{00} + k^2 \ell_{02} + k^4 \ell_{04}) \frac{\pi}{2}, \\ \cos \varphi_0 &= \sqrt{\frac{\alpha_2}{nt_0 + (\lambda_0 - \beta_2)} \left[ \frac{\beta_3}{\alpha_3} + (\beta_1 + t_0)n_{00} \right]}, \\ \cos \varphi_k &= \sqrt{\frac{\alpha_2}{nt_k + (\lambda_0 - \beta_2)} \left[ \frac{\beta_3}{\alpha_3} + (\beta_1 + t_k)n_{00} \right]}. \end{aligned}$$

2. Введена новая версия задачи двух неподвижных центров, которая обладает следующими преимуществами:

- аппроксимирующие выражения просты;
- включает в себя часть возмущений ИСЗ от сжатия;
- задача допускает интегрирование в замкнутой форме;
- позволяет построить решение, которое ближе к истинной орбите, чем «кеплеров эллипс»;
- преодолен серьезный «барьер» метода разделения переменных, связанная с неоднородностью переменных;
- получено новое решение ограниченной круговой задачи трех тел в подвижной системе координат;
- введено новое «золотое правило», которое упрощает аналитические решения, записанные в угловых переменных.

### ЛИТЕРАТУРА

[1] Шинибаев М.Д., Беков А.А. и др. Новая версия задачи 2-х неподвижных центров //Тезисы докладов межд. конф. «Математические методы и современные космические технологии», посвященной 80-летию академика У.М.Султангазина.- Алматы, 2016, 4-5 октября.- С. 186-188.

[2] Себехей В. Теория орбит. Ограниченная задача трех тел.- М.: Наука, 1982.- 656 с.

[3] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.- М.: Наука, 1968.- 720 с.

REFERENCES

[1] Shinibaev M.D., Bekov A.A. i dr. Novaja versija zadachi 2-h nepodviznyh centrov //Tezisy dokladov mezhd. konf. «Matematicheskie metody i sovremennye kosmicheskie tehnologii», posvjashhennoj 80-letiju akademika U.M.Sultangazina.- Almaty, 2016, 4-5 oktjabrja. S. 186-188. (in Russ.).

[2] Sebehej V. Teorija orbit. Ogranichennaja zadacha treh tel. M.: Nauka, 1982. 656 s. (in Russ.).

[3] Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike dlja nauchnyh rabotnikov i inzhenerov. M.: Nauka, 1968. 720 s. (in Russ.).

ӘОЖ: 629.195+531.1

**М.Д. Шыныбаев<sup>1</sup>, С.С. Даирбеков<sup>2</sup>, С.А. Жолдасов<sup>2</sup>,  
Д.Р. Алиасқаров<sup>2</sup>, Г.Е. Мырзақасова<sup>2</sup>, С.А. Шекербекова<sup>2</sup>, А.Ж. Садыбек<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> «Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы қ., Қазақстан;

<sup>2</sup> Сырдария университеті, Жетісай қ., Қазақстан

**ЕКІ ЖЫЛЖЫМАЙТЫН НҮКТЕ ПРОБЛЕМАСЫНЫҢ ЖАҢА НҮСҚАСЫН  
ҮШ ДЕНЕ ЕСЕБІНДЕ ҚОЛДАНУ**

**Аннотация.** «Жылжымайтын екі нүктелер есебінің жаңа нұсқасы» 2016 жылы енгізілді [1, б. 186-188]. Жаңа нұсқаның негізгі айрықшылығын белгілейік:

1. Екі жылжымайтын нүктелердің күш өрісін өске қатысты симметриялық қысылған сфероидтың күші өрісімен аппроксимацияланған

$$A = B = nC, \quad n \neq 0, \quad n > 0,$$

мұнда  $A, B, C$  – дененің центрлік бас инерциялық моменттері.

2. Жаңа нұсқа басқалардан айрықшылығы, ол жақын орналасқан жасанды Жер серіктерінің қозғалыстарын зерттеуге бейімделген.

Алғашқы рет екі жылжымайтын нүктелер есебі XIX ғасырда пайда болды, бірақ қолданусыз қала берді, өйткені табиғатта оған аналог табылмайды. Тек 1961 жылы Е.А. Гребениковтың, В.Г. Деминнің және Е.П. Аксеновтың зерттеулерінің арқасында бұл ескі есепті жасанды Жер серігінің қозғалысын зерттеуге қолдануға болатындығы белгілі болды. Осылай Л.Эйлер қойған және алғаш рет шешімін алған есеп өміршен болды.

Біздің мақаламызда осы есептің жаңа нұсқасы шектелген шеңберлік үш дене есебінің шешімін табуға қолданылады, ол шешім осы күнде де ғарыштық қозғалысты зерттеу де өте қажет.

**Тірек сөздер:** жасанды Жер серігі, екі жылжымайтын нүктелер есебі, гравитациялық күш өрісі, үш дене есебі, сынақ денесі, сынақ денесінің қозғалысы, шектелген шеңберлік үш дене есебі.

МАЗМҰНЫ

<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Отарбаева А.М., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М.</i> 18 МэВ энергиялы дейтрондардың <sup>6</sup> Li ядроларынан серпімді шашырауын зерттеу .....	5
<i>Жұмбаев Д.С., Темешева С.М.</i> Сызықсыз жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесінің бүкіл өсте шектелген шешімін табу есебінің аппроксимациясы.....	13
<i>Исахов А. А., Даржанова А. Б.</i> Математикалық модельдеу әдісі арқылы қоршаған ортаға жылу электр станцияларының жұмысының әсерін бағалау.....	20
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Космологиялық мәселелерді шешудің жуықтау салдары. (1-бөлім).....	27
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Космологиялық мәселелерді шешудің жуықтау салдары. (2-бөлім) .....	36
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Космологиялық мәселелерді шешудің жуықтау салдары (1-бөлім) .....	46
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Космологиялық мәселелерді шешудің жуықтау салдары. (2-бөлім) .....	55
<i>Байжанов С.С., Култешов Б.Ш.</i> Эбден О-минималдық теориялардың модельдерін байытуда инварианттық қасиеттері.....	65
<i>Дүйсенбай А.Д., Такибаев Н.Ж., Курманғалиева В.О.</i> Исследование реакций взаимодействия изотопов Li и Be с нейтронами.....	72
<i>Қабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Абекова Ж.А., Омашова Г.Ш., Қыдырбекова Ж.Б., Джумағалиева А.И.</i> Нақты газ изотермаларын зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты орындауды ұйымдастыру .....	77
<i>Калмурзаев Б.С.</i> $L_m^0$ Жартыторының екі элементі ершов иерархиясының жиындар үйірінің Роджерс жартыторына енуінің бағалаулары жайлы.....	83
<i>Рябкин Ю.А., Рақыметов Б.А., Байтұмбетова Б.А., Айтмұқан Т., Клименов В.В., Муратов Д.А., Мереке А.У., Умирзаков А.У.</i> Көміртекті қабықшаның парамагнитті қасиетін анықтау негізінде кеуікті никельді анодты зерттеу үшін ЭПР әдісінің мүмкіндігі.....	91
<i>Байтұмбетова Б.А., Рябкин Ю.А., Рахметов Б.А.</i> Графен құрылымдарын ультрадыбыс өрісінде графитті ароматикалық көмірсутектер жүйесінде әсер етіп алу және оларды ЭПР әдісімен зерттеу.....	99
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Отарбаева А.М., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М.</i> 18 МэВ энергиялы дейтрондардың <sup>6</sup> Li ядроларынан серпімді шашырауын зерттеу.....	104
<i>Жұмбаев Д.С., Темешева С.М.</i> Сызықсыз жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесінің бүкіл өсте шектелген шешімін табу есебінің аппроксимациясы.....	113
<i>Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Молдабекова М.С., Асембаева М.К., Федоренко О.В., Мукамеденқызы В.</i> Ауамен араласатын кейбір табиғи газ қоспасы компоненттері коэффициенттерінің табы.....	120
<i>Шыныбаев М.Д., Даирбеков С.С., Жолдасов С.А., Алиасқаров Д.Р., Мырзақасова Г.Е., Шекербекова С.А., Садыбек А.Ж.</i> Екі жылжымайтын нүкте проблемасының жаңа нұсқасын үш дене есебінде қолдану.....	127
<i>Шалданбаев А.Ш., Ақылбаев М.И., Сапрунова М.Б.</i> Толқындардың үзік ішек бойымен таралуы туралы.....	137
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> $k - \varepsilon$ , $1es$ , рейнольдс және дәрежелі моделдер туралы.....	144
<i>Мазакова Б.М., Жақыпов А.Т., Абдикеримова Г.Б.</i> Көзі ашық мәліметтердің негізінде ғарыш аппараттарының орбитасын салу.....	159
<i>Сапрунова М.Б., Ақылбаев М.И., Шалданбаев А.Ш.</i> Желідегі ақпарларды қорғаудың бір тәсілі туралы.....	164
<i>Самагулова Л.А., Исаева Г.Б.</i> Программалауды оқытуда қолданылатын оқыту технологияларының ерекшеліктері	173
<i>Есқалиев М.Е.</i> Жүктелген элемент әсерінен болатын есепті жуықтап шешу үшін шекаралық элементтер әдісі....	180
<i>Миндетбаева А.А., Мусаханова М.А.</i> Информатика бойынша сыныптан тыс жұмыстарды жүргізуге арналған ақпараттық-бағдарламалық кешен құру.....	187

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Отарбаева А.М., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М.</i> Изучение упругого рассеяния дейтронов на ядрах ${}^6\text{Li}$ при энергии 18 МэВ.....	5
<i>Джумабаев Д.С., Темешева С.М.</i> Аппроксимация задачи нахождения ограниченного решения системы нелинейных нагруженных дифференциальных уравнений.....	13
<i>Исахов А. А., Даржанова А. Б.</i> Оценка воздействия функционирования тепловой электростанции на окружающую среду методами математического моделирования.....	20
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Решение космологической проблемы в приближениях (Часть-1).....	27
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Решение космологической проблемы в приближениях (Часть-2).....	36
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Решение космологической проблемы в приближениях (Часть-1).....	46
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Решение космологической проблемы в приближениях (Часть-2).....	55
<i>Байжанов С.С., Кулпешов Б.Ш.</i> Инвариантные свойства при обогащениях моделей вполне О-минимальных теорий.....	65
<i>Дүйсенбай А.Д., Такибаев Н.Ж., Құрманғалиева В.О.</i> $\text{Li}$ және $\text{Be}$ изотоптарының нейтрондармен әрекеттесу реакцияларын зерттеу.....	72
<i>Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Абекова Ж.А., Омишова Г.Ш., Кыдырбекова Ж.Б., Джумагалиева А.И.</i> Организация выполнения компьютерной лабораторной работы по исследованию изотерм реального газа.....	77
<i>Калмурзаев Б.С.</i> Об оценках вложимости $L_m^0$ в полурешетку Роджерса двухэлементных семейств множеств иерархии Ершова.....	83
<i>Рябкин Ю.А., Рақыметов Б.А., Байтимбетова Б. А., Айтмукан Т., Клименов В.В., Муратов Д.А., Мереке А.У., Умирзаков А.У.</i> Выяснение возможности использования метода ЭПР для изучения пористого никелевого анода на основе определения парамагнитных характеристик углеродных пленок.....	91
<i>Байтимбетова Б.А., Рябкин Ю.А., Рахметов Б.А.</i> Получение графеновых структур в системе графит с ароматическими углеводородами при воздействии ультразвукового поля и изучение их методом ЭПР.....	99
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Отарбаева А.М., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М.</i> Изучение упругого рассеяния дейтронов на ядрах ${}^6\text{Li}$ при энергии 18 МэВ.....	104
<i>Джумабаев Д.С., Темешева С.М.</i> Аппроксимация задачи нахождения ограниченного решения системы нелинейных нагруженных дифференциальных уравнений.....	113
<i>Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Молдабекова М.С., Асембаева М.К., Федоренко О.В., Мукамеденкызы В.</i> Следовые коэффициенты компонентов некоторых природных газовых смесей, диффундирующих в воздух.....	120
<i>Шинибаев М.Д., Даирбеков С.С., Жолдасов С.А., Алиаскаров Д.Р., Мырзакасова Г.Е., Шекербекова С.А., Садыбек А.Ж.</i> Использование новой версии задачи двух неподвижных центров в задаче трех тел.....	127
<i>Шалданбаев А.Ш., Ақылбаев М.И., Сапрунова М.Б.</i> О распространении волн по разрывной струне.....	137
<i>Джакупов К.Б.</i> О $k - \varepsilon$ , $\text{les}$ , рейнольдс и степенных моделях.....	144
<i>Мазакова Б.М., Жакыпов А.Т., Абдикеримова Г.Б.</i> Построение орбиты космического аппарата на основе открытых исходных данных.....	159
<i>Сапрунова М.Б., Ақылбаев М.И., Шалданбаев А.Ш.</i> Об одном способе защиты передачи информации.....	164
<i>Смагулова Л.А., Исаева Г.Б.</i> Особенности технологий обучения, применяемых в обучении программирования.....	173
<i>Ескалиев М.Е.</i> Метод граничного элемента для приближенного решения задачи, вызванной действием нагруженного элемента.....	180
<i>Миндетбаева А.А., Мусаханова М.А.</i> Создание информационно-программного комплекса для проведения внеклассных работ по информатике.....	187



CONTENTS

<i>Burtebayev N., Kerimkulov Zh.K., Alimov D.K., Otarbayeva A.M., Mukhamejanov Y.S., Janseitov D.M.</i> Study of elastic scattering of deuterons from ${}^6\text{Li}$ AT energy 18 MeV.....	5
<i>Dzhumabaev D.S., Temesheva S.M.</i> Approximation of problem for finding the bounded solution to system of nonlinear loaded differential equations .....	13
<i>Issakhov A.A., Darzhanova A.B.</i> Assessing the impact of thermal power plants in the aquatic environment in reservoir-cooler.....	20
<i>Drozdov A.M., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusova A.A.</i> Solution of the cosmological problem in the approximations. (Part-1).....	27
<i>Drozdov A.M., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusova A.A.</i> Solution of the cosmological problem in the approximations. (Part-2) .....	36
<i>Drozdov A.M., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusova A.A.</i> Solution of the cosmological problem in the approximations (Part-1) .....	46
<i>Drozdov A.M., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusova A.A.</i> Solution of the cosmological problem in the approximations. (Part-2) .....	55
<i>Baizhanov S.S., Kulpeshov B.Sh.</i> Invariant properties at expanding models of quite O-minimal theories.....	65
<i>Duisenbay A.D., Takibayev N.ZH., Kurmangalieva V.O.</i> Research of the reactions of Li and Be isotopes with neutrons....	72
<i>Kabyrbekov K.A., Ashirbaev H. A., Abekova ZH. A., Omashova G.Sh., Kydyrbekova Zh. B., Dzhumagaliyeva A.I.</i> The organization of performance of computer laboratory operation on examination of isothermal curves real gaza.....	77
<i>Kalmurzayev B.S.</i> On assessments of embeddability $L_m^0$ in rogers semilattice of two-element families of sets in the Hierarchy of Ershov.....	83
<i>Ryabikin Y.A., Rakymetov B.A., Baytimbetova B.A., Aytmukan T., Klimenov V.V., Muratov D.A., Mereke A.U., Umirzakov A.U.</i> Identification of capabilities of the EPR method in studying porous nickel anodes based on definition of paramagnetic characteristics of carbon films.....	91
<i>Baytimbetova B.A., Ryabikin Yu.A., Rachmetov B.A.</i> Production of graphene structures in the graphite with an aromatic hydrocarbon on exposure to ultrasonic fields and investigation of their EPR.....	99
<i>Burtebayev N., Kerimkulov Zh.K., Alimov D.K., Otarbayeva A.M., Mukhamejanov Y.S., Janseitov D.M.</i> Study of elastic scattering of deuterons from ${}^6\text{Li}$ at energy 18 MeV.....	104
<i>Dzhumabaev D.S., Temesheva S.M.</i> Approximation of problem for finding the bounded solution to system of nonlinear loaded differential equations.....	113
<i>Zhavrin Yu.I., Kosov V.N., Moldabekova M.S., Asembaeva M.K., Fedorenko O.V., Mukamedenkyzy V.</i> Trace coefficients of components of some natural gaseous mixtures diffusing into the air.....	120
<i>Shinibaev M.D., Dairbekov S.S., Zholdasov S.A., Myrzakasova G.E., Aliaskarov D.R., Shekerbekova S.A., Sadybek A.G.</i> Use of the new version of the problem of two centers in the three-body problem.....	127
<i>Shaldanbayev A. Sh., Akylbayev M., Saprunova M.B.</i> About an advance of waves on an explosive string.....	137
<i>Jakupov K.B.</i> About $k-\varepsilon$ , les, reynolds and power model.....	144
<i>Mazakova B.M., Zhakypov A.T., Abdikerimova G.B.</i> The spacecraft's orbit consecution based on open source data.....	159
<i>Saprunova M.B., Akylbayev M., Shaldanbayev A. Sh.</i> About one way of protection of information transfer.....	164
<i>Smagulova L.A., Issayeva G.B.</i> Features of the learning technologies used in teaching programming.....	173
<i>Yeskaliyev M.Ye.</i> Boundary element method for the approximate solution of the problem caused by the action of a loaded element.....	180
<i>Mindetbayeva A.A., Musahanova M.A.</i> Creation of the of a software complex for extracurricular activities on informatics.....	187

---

**Publication Ethics and Publication Malpractice  
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

---

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Редакторы *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев, А.Е. Бейсебаева*  
Верстка на компьютере *А.М. Күльгинбаевой*

Подписано в печать 01.02.2017.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
11,4 п.л. Тираж 300. Заказ 1.

---

*Национальная академия наук РК*  
*050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19*