

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

1 (311)

**ҚАҢТАР – АҚПАН 2017 ж.
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2017 г.
JANUARY – FEBRUARY 2017**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Жұмаділдаев А.С. проф., академик (Қазақстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Қазақстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Өмірбаев У.У. проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Жұмабаев Д.С. проф. (Қазақстан)
Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошқаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Сұраған Д. PhD докторы (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Қырғыстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорус)
Пашаев А. проф., академик (Әзірбайжан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2017

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

Джумадилаев А.С. проф., академик (Казахстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Казахстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умирбаев У.У. проф. чл.-корр. (Казахстан)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Джумабаев Д.С. проф. (Казахстан)
Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Сураган Д. доктор PhD (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Кыргызстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Пашаев А. проф., академик (Азербайджан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

Dzhumadildayev A.S. prof., academician (Kazakhstan)
Kalmenov T.Sh. prof., academician (Kazakhstan)
Zhantayev Zh.Sh. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umirbayev U.U. prof. corr. member. (Kazakhstan)
Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)
Dzhumabayev D.S. prof. (Kazakhstan)
Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)
Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)
Suragan D. PhD (Kazakhstan)
Quevedo Hernando prof. (Mexico),
Dzhunushaliyev V.D. prof. (Kyrgyzstan)
Vishnevskiy I.N. prof., academician (Ukraine)
Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)
Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)
Pashayev A. prof., academician (Azerbaijan)
Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.
Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 1, Number 311 (2017), 180 – 186

UDC 622.831.332

M.Ye.Yeskaliyev

Kazakh State women's Pedagogical University, Almaty,
Yeskaliyev@mail.ru

**BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR THE APPROXIMATE
SOLUTION OF THE PROBLEM CAUSED BY THE ACTION
OF A LOADED ELEMENT**

Abstract. The essence of the boundary element method (BEM) is to reduce the boundary value problems for differential equations to integral equation on the boundary.

In this paper, the boundary element method is applied to the solution of the plane problem of the theory of anisotropic elasticity of the body. Using BEM was calculated tense-deformed condition of the vehicle near an array of cavities. Elastic constants are given for the case of plane strain, and elastic constants are expressed through the technical constant. We used the formula of transformation of the elastic constants at the turn of the coordinate system. The complex potential is obtained by integrating along the single element *AB* respective capacities for concentrated loads.

We consider the approximate solution of determining the stresses and displacements caused by the action of a single element in a loaded anisotropic body with a cylindrical cavity bounded by two closed curves.

According to the boundary element method (BEM) boundary of the body can be approximated by a broken line, called boundary elements. Performing outline conditions at the centers of these elements is achieved by applying to the boundary elements in a continuous plane of some dummy loads. Stresses and displacements at any point of the plane caused an element, expressed in terms of two complex building, as well as detail the mechanics and mathematical expressions of these potentials.

Key words: elasticity, plasticity, parameter, potential, cavity, algorithm, iterations, system.

УДК 622.831.332

М.Е.Ескалиев

Казахский государственный женский педагогический университет, город Алматы

**МЕТОД ГРАНИЧНОГО ЭЛЕМЕНТА ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ, ВЫЗВАННОЙ ДЕЙСТВИЕМ
НАГРУЖЕННОГО ЭЛЕМЕНТА**

Аннотация. Суть метода граничных элементов (МГЭ) состоит в сведении краевой задачи для дифференциальных уравнений к интегральному уравнению по границе области,

В данной работе метод граничных элементов применен для решения плоской задачи теории упругости анизотропного тела. С использованием МГЭ был проведен расчет напряженно-деформированного состояния трансформированного массива вблизи полости. Приведены упругие постоянные для случая плоской деформации, а упругие константы выражаются через технические константы. Используются формулы преобразования упругих постоянных при повороте координатной систем. Комплексный потенциал получается интегрированием вдоль одиночного элемента *AB* соответствующих потенциалов для сосредоточенных сил.

Рассматривается приближенное решение об определении напряжений и перемещений, вызванных действием одиночного нагруженного элемента в анизотропном теле с цилиндрической полостью, ограниченную двумя замкнутыми кривыми.

В соответствии с методом граничных элементов (МГЭ) граница тела аппроксимируется ломаной линией, называемых граничными элементами. Выполнение контурных условий в серединах указанных элементов достигается прикладыванием к граничным элементам в сплошной плоскости некоторых фиктивных нагрузок. Напряжения и перемещения в произвольной точке плоскости, вызываемые таким элементом, выражаются через два комплексных потенциала, а также подробно представлены механико-математические выражения этих потенциалов.

Ключевые слова: упругость, пластичность, параметр, потенциал, полость алгоритм, система, элемент.

Введение. Метод граничных элементов (МГЭ) может с успехом применяться для решения разнообразных инженерных задач – плоских и пространственных, стационарных, нестационарных. С помощью этого метода рассматривались задачи, возникающие в теории упругости[1, 2] и пластичности[3-4], в механике разрушения[5], в механике горных пород, в гидродинамике, в теории теплопроводности, в сплошных средах[6].

Следует отметить, что математический аппарат метода граничных интегральных уравнений является полностью классическим и достаточно сильным. Выдающийся вклад в его развитие внесли советские ученые Н.П.Векуа, В.Д.Купрадзе, С.Г.Михлин[7], Н.И. Мусхелишвили[8], Д.И.Шерман. Вариант МГЭ, используемый в данной статье, позволяет определить напряжения и перемещения, вызванные действием одиночного нагруженного элемента.

Методы исследования. При решении указанных проблем в статье будут использовано физическое, математическое и компьютерное моделирование, основанное на точных уравнениях теории упругости анизотропного тела[9], теории пластичности [3], полуобратный метод П.И.Перлина[10] теории разрушения твердых тел, а также на современных геолого-геофизических данных горного массива слоистой структуры. Будут использованы классические и современные методы механики деформируемого твердого тела, теории упругости, механики разрушения и вычислительной математики.

Результаты исследования. В данной работе рассматривается слоистое анизотропное тело с протяженной цилиндрической полостью, поперечное сечение которого находится в условиях плоской деформации. Плоскость поперечного сечения занимает область Ω , ограниченную замкнутыми кривыми Γ_1 и Γ_2 (Рис.1). Напряженное состояние плоскости двухосное. На поверхности тела задаются условия, соответствующие корректно поставленной граничной задаче. Требуется определить напряжения и перемещения в плоскости при заданных условиях.

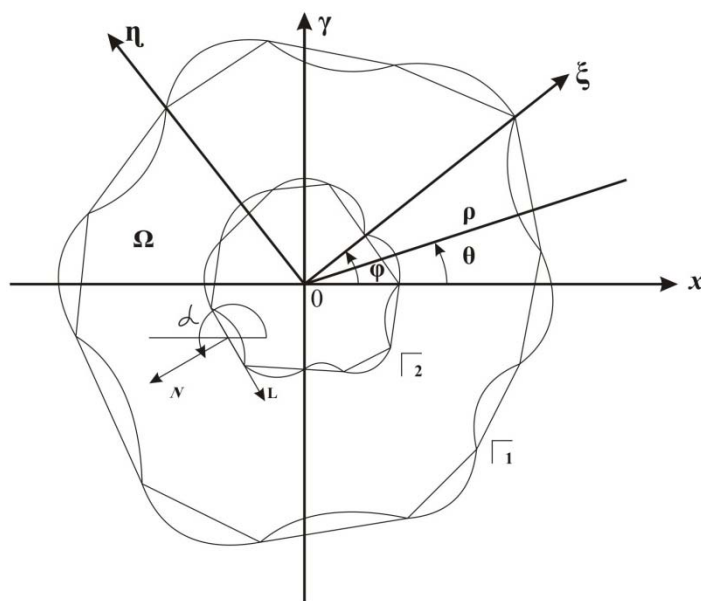


Рисунок 1

В соответствии с МГЭ граница тела аппроксимируется ломаной линией, состоящей из n прямых отрезков, называемых граничными элементами. Локальные оси каждого элемента (нормальная N и касательная L) проходят через середину элемента.

Пусть на элемент AB действует равномерно распределенная нагрузка \bar{g}_z , которая приводится к главному вектору $\bar{P}_z = |AB|\bar{g}_z$ с проекциями P_x и P_y на осях Ox и Oy соответственно (Рис.2).

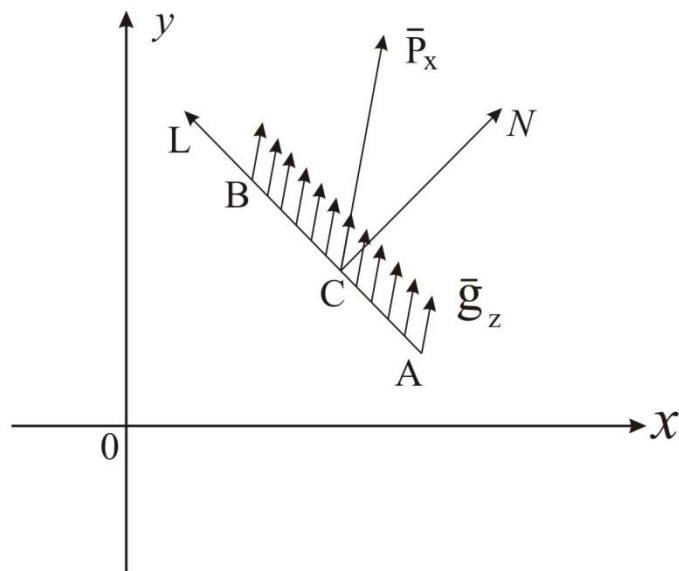


Рисунок 2

Длина отрезка с крайними точками $A(x_1, x_2)$ и $B(x_2, y_2)$ равна

$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Напряжения и перемещения в произвольной точке плоскости $D(x, y)$, вызываемые таким элементом, выражаются через две комплексных потенциала С.Г.Лехницкого

$\Phi_j(z_j)$ ($j=1,2$) здесь $z_j = x + \mu_j y$, μ_j - корни характеристического уравнения четвертой степени [9, 15]

$$\beta_{11}\mu^4 - 2\beta_{16}\mu^3 + (2\beta_{12} + \beta_{66})\mu^2 - 2\beta_{26}\mu + \beta_{22} = 0 \quad (1)$$

Все корни этого уравнения комплексные.

μ_1 и μ_2 - это корни с положительными мнимыми частями; $\beta_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3}a_{j3}}{a_{33}}$, ($i, j=1, 2, 4, 5$,

6), - приведенные упругие постоянные для случая плоской деформации; a_{ij} - упругие постоянные выражаются через технические константы [9] E_i, G_{ki}, ν_{mn} ($i, j, k, l, m, n=1, 2, 3$)

Здесь использовались формулы преобразования упругих постоянных при повороте координатной системы, так как технические константы заданы в осях $\xi O \eta$ (см. Рис1), где φ - угол наклона плоскости изотропии к оси Ox , α - угол наклона элемента AB к оси Ox .

Потенциалы $\Phi_j(z_j)$ получаются интегрированием вдоль AB соответствующих потенциалов для сосредоточенных сил. Потенциалы же для для сосредоточенной силы, приложенной в начале координат сплошной бесконечной анизотропной плоскости, имеют вид $\Phi_j(z_j) = A_j \ln z_j$, ($j=1, 2$).

Обе эти функции для анизотропной плоскости являются инвариантными при параллельном переносе начала координат в новую точку. Поэтому, если сила приложена в произвольной точке с координатами (x_0, y_0) , то $\Phi_j(z_j) = A_j \ln(z_j - z_{0j})$, где $z_{0j} = x_0 + \mu_j y_0$ - точки, соответствующие точке $z_0 = x_0 + iy_0$ приложения силы в физической плоскости.

Теперь, если интегрировать сосредоточенные силы вдоль отрезка AB , то для комплексных потенциалов от равномерно распределенных сил на этом отрезке согласно работ[1]:

$$\Phi_j(z_j) = \frac{A_j |AB|}{z_{2j} - z_{1j}} \left[(z_j - z_{1j})(\ln(z_j - z_{1j}) - 1) - (z_j - z_{2j})(\ln(z_j - z_{2j}) - 1) \right], \quad (2)$$

здесь $z_{1j} = x_1 + \mu_j y_1$, $z_{2j} = x_2 + \mu_j y_2$, $j = 1, 2$,

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ - координаты крайних точек отрезка AB , коэффициенты A_j находятся из системы уравнений

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 - \bar{A}_1 - \bar{A}_2 &= \frac{P_y}{2\pi |AB| i}, \\ \mu_1 A_1 + \mu_2 A_2 - \bar{\mu}_1 \bar{A}_1 - \bar{\mu}_2 \bar{A}_2 &= -\frac{P_x}{2\pi |AB| i}, \\ \mu_1^2 A_1 + \mu_2^2 A_2 - \bar{\mu}_1^2 \bar{A}_1 - \bar{\mu}_2^2 \bar{A}_2 &= -\left(\frac{\beta_{16}}{\beta_{11}} \frac{P_x}{2\pi i} + \frac{\beta_{12}}{\beta_{11}} \frac{P_y}{2\pi i} \right) \frac{1}{|AB|}, \\ \frac{1}{\mu_1} A_1 + \frac{1}{\mu_2} A_2 - \frac{1}{\bar{\mu}_1} \bar{A}_1 - \frac{1}{\bar{\mu}_2} \bar{A}_2 &= \left(\frac{\beta_{12}}{\beta_{22}} \frac{P_x}{2\pi i} + \frac{\beta_{26}}{\beta_{22}} \frac{P_y}{2\pi i} \right) \frac{1}{|AB|} \end{aligned} \quad (3)$$

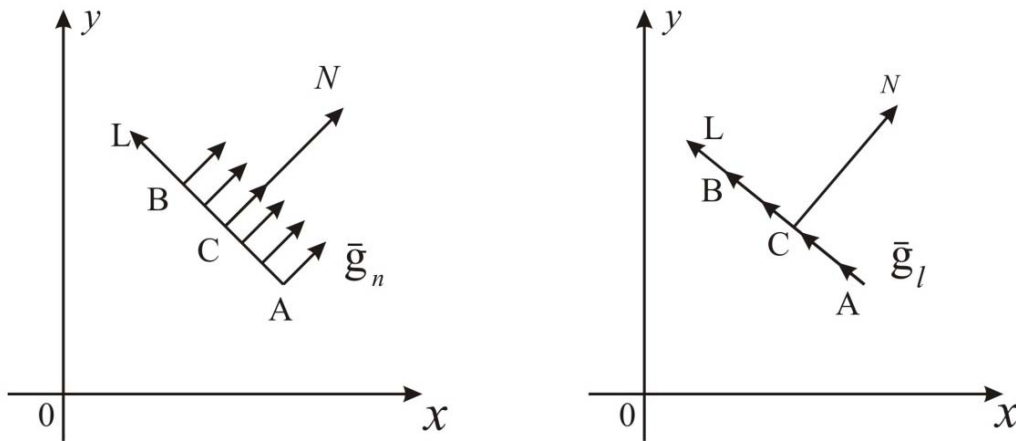
Напряжения и перемещения в произвольной точке плоскости с координатами (x, y) , вызываемые одиночным нагруженным элементом, выражаются формулами:

$$\begin{cases} \sigma_x = 2 \operatorname{Re} \left[\Phi_1'(z_1) \mu_1^2 + \Phi_2'(z_2) \mu_2^2 \right], \\ \sigma_y = 2 \operatorname{Re} \left[\Phi_1'(z_1) + \Phi_2'(z_2) \right], \\ \tau_{xy} = -2 \operatorname{Re} \left[\Phi_1'(z_1) \mu_1 + \Phi_2'(z_2) \mu_2 \right], \\ u = 2 \operatorname{Re} \left[\Phi_1(z_1) p_1 + \Phi_2(z_2) p_2 \right], \\ \vartheta = 2 \operatorname{Re} \left[\Phi_1(z_1) q_1 + \Phi_2(z_2) q_2 \right] \end{cases} \quad (4)$$

Здксь

$$\begin{cases} p_1 = \beta_{11}\mu_1^2 + \beta_{12} - \beta_{16}\mu_1, \\ p_2 = \beta_{11}\mu_2^2 + \beta_{12} - \beta_{16}\mu_2, \\ q_1 = \beta_{12}\mu_1 + \frac{\beta_{22}}{\mu_1} - \beta_{26}, \\ q_2 = \beta_{12}\mu_2 + \frac{\beta_{22}}{\mu_2} - \beta_{26} \end{cases}$$

Используя приведенные выше выражения, можно найти в локальной системе координат NCL напряжения и перемещения в любой точке бесконечной анизотропной плоскости для равномерно распределенных вдоль отрезка AB нормальной нагрузок \bar{g}_n и \bar{g}_l (Рис.3).



Сурет 3

Если точка, в которой нужно определить неизвестные величины, находятся на отрезке AB , (то есть это точка C), то при интегрировании комплексного потенциала для сосредоточенной силы возникает особенность. В этом случае интегрирование производится не по отрезку AB , а по ломаной $ADEFGB$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow 0$ (здесь $\varepsilon = DC = CG$, $\delta = DE$),

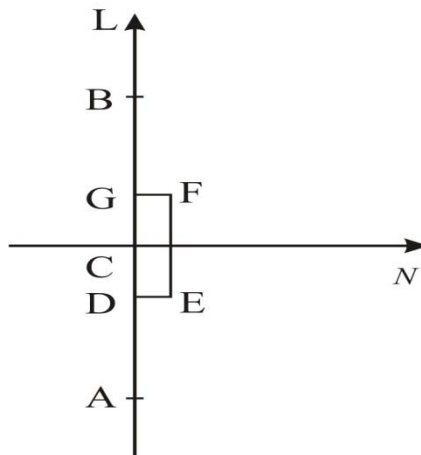


Рисунок 4

Исследования показали, что в этом случае можно формально применить выражение для комплексного потенциала в локальных осях NCL .

С использованием МГЭ в варианте работ [1] можно решить ряд задач о предельном равновесии трансформного массива с отверстием без наложения ограничения на степень упругой анизотропии в упругопластической постановке [11, 12], что качественно улучшает полуобратный метод П.И.Перлина [10] и работы других авторов [17-19] в подобных исследованиях.

Обсуждение результатов. Математический аппарат метода граничных интегральных уравнений (МГИУ) является полностью классическим и достаточно сильным. Выдающийся вклад в его развитие внесли советские ученые Н.П.Векуа, В.Д.Купрадзе, С.Г.Михлин, Н.И. Мухелишвили [8], Д.И.Шерман. Вариант МГЭ, используемый в данной статье, позволяет определить напряжения и перемещения, вызванные действием одиночного нагруженного элемента. В практическом применении к задачам механики и в разработке алгоритмов для его численной реализации принадлежит американским исследователям Т.А.Крузу, Ф.Дж.Риззо [13] и советским ученым А.Я.Александрову и В.К.Косенюку [14]. В статье использована анизотропная модель [9, 15-20], где учитываются все комплекты механико-геологические характеристики реального горного массива и их натурные структуры.

Выводы. Привлечение модели анизотропного породного массива к задачам механики горных пород само по себе не ново. Оно берет начало еще с работ Г.Н.Савина [20]. Затем С.Г.Лехницкий [9] была рассмотрена вертикальная выработка (шахтный ствол) в массиве с горизонтальной плоскостью изотропии. Влияние угла этой плоскости на устойчивость ствола впервые изучено Ж.С.Ержановым и А.Я.Синяевым [16]. В статье дана обоснованная постановка МГЭ для решения задачи трансформного тела с цилиндрической полостью. Полученные научные результаты в некоторой степени может влиять на развитие прикладной геофизики, геомеханики, прикладной математики и на механику сплошных сред.

Источник финансирования исследований. Отдельные люди (авторы данной статьи).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Айталиев Ш.М., Каюпов М.А. Метод граничного элемента для решения плоской задачи теории упругости анизотропного тела. Изв. АН КазССР, сер. физ.-мат., 1980, №5, с.6-12.
- [2] Александров А.Я. Решение основных задач теории упругости путем численной реализации метода интегральных уравнений. В сб.: Успехи механики деформируемых сред, М.: Наука, 1975, с. 3-24.
- [3] Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: 1969, 360 с.
- [4] Христианович С.А., Шемякин Е.И. К теории идеальной пластичности. Механика твердого тела. 1967 № 4, с. 11-18.
- [5] Черепанов Г.П. О квазихрупком разрушении. Прикл. Математика и механика. 1968, т.33, вып. с.6, с. 1034- 1042.
- [6] Седов Л.И. Введение в механику сплошной среды.
- [7] Михлин С.Г. О приближенном решении односторонних вариационных задач. Изв. вузов Математика, 1980. т. 31, с.45-58.
- [8] Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966, 707с.
- [9] Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: 1977, 415с.
- [10] Перлин П.И. Приближенный метод решения упругопластических задач. Инженерный журнал, 1960, вып.28, с. 9-16.
- [11] Ескалиев М.Е., Каюпов М.А., Масанов Ж.К. О решении упругопластической задачи для анизотропной среды с отверстием методом граничного элемента. //Изв.АН КазССР, сер. физ.-мат. 1983, №1, с.15-20.
- [12] Ескалиев М.Е., Кублашова Ж.С. Решение упругопластической задачи для массива со штреком. Труды научной конференции «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли». Новосибирск, 2006, с. 182-184.
- [13] Risso F.J., Shippy D.J. A method for stress deformation in plan anisotropic elastic bodies. J. Composite Materials, 1970, vol.4 p. 36-61.
- [14] Косенюк В.К. Решение плоской задачи теории упругости для ортотропных тел при помощи численной реализации метода интегральных уравнений. Изв. АН СССР, Механика твердого тела, 1980, № 6, с. 80-85.
- [15] Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К. Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массиве. Алма-Ата, Наука КазССР, 1971, 160с.
- [16] Ержанов Ж.С., Синяев А.Я. Напряжения в анизотропном массиве, ослабленном вертикальной выработкой круглого сечения. Вестник АН КазССР, 1963, №10, с.19-24.
- [17] Ескалиев М.Е., Каюпов М.А., Масанов Ж.К. О решении упругопластической задачи для анизотропной среды с отверстием методом граничных элементов. Изв. АН КазССР. Серия физ.-мат. 1983, № 1, с.15-20.
- [18] Ескалиев М.Е., Масанов Ж.К. К упругопластическому состоянию анизотропного тела с отверстием. //В кн.: Механика тектонических процессов. Алма-Ата, Наука, 1983, с.152-166.

- [19] Ескалиев М.Е. Влияние дилатансии пород на упругопластическое состояние выработки в трансформном массиве. Известия мин.науки –Академии наук РК. Серия физ.-мат, 1996, №3, с.72-78.
[20] Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. Киев, Наукова думка, 1968, 887с.

REFERENCES

- [1] Ajtaliev Sh.M., Kajupov M.A. Metod granichnogo jelementa dlja reshenija ploskoj zadachi teorii uprugosti anizotropnogo tela. Izv. ANKazSSR, ser.fizm-mat., 1980, №5, s.6-12.
[2] Aleksandrov A.Ja. Reshenie osnovnyh zadach teorii uprugosti putem chislennoj realizacii metoda integral'nyh uravneniju. Vsb.: Uspehi mehaniki deformiruemyh sred, M., : Nauka, 1975, s. 3-24.
[3] Kachanov L.M. Osnovy teorii plastichnosti. M.. 1969, 360 s.
[4] Hristianovich S.A., Shemjakin E.I. K teorii ideal'noj plastichnosti. Mehanika tverdogo tela. 1967 № 4, s. 11-18.
[5] Cherepanov G.P. O kvazihrupkom razrushenii. Prikl. Matematika i mehanika. 1968, t.33, vyp, s.6, s. 1034- 1042.
[6] Sedov L.I. Vvedenie v mehaniku sploshnoj sredy.
[7] Mihlin S.G. O priblizhenom reshenii odnostoronnih variacionnyh zadach. Izv. vuzov Matematika, 1980. .t. 31, s.45-58.
[8] Mushelishvili N.I. Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoj teorii uprugosti. M.: Nauka, 1966, 707s.
[9] Lehnickij S.G. Teorija uprugosti anizotropnogo tela. M.. 1977, 415s.
[10] Perlin P.I. Piblizhennyj metod reshenija uprugoplasticheskijh zadach. Inzhenernyj zhurnal, 1960, vyp.28, s. 9-16.
[11] Eskaliev M.E., Kajupov M.A., Masanov Zh.K. O reshenii uprugoplasticheskijh zadachi dlja anizotropnoj sredy s otverstiem metodom granichnogo jelementa. //Izv.ANKazSSR, ser.fizm-mat. 1983, №1, s.15-20.
[12] Eskaliev M.E., Kublashova Zh.S. Reshenie uprugoplasticheskijh zadachi dlja massiva so shtrekom. Trudy nauchnoj konferencii «Geodinamika i naprjazhennoe sostojanie neдр Zemli”. Novosibirsk, 2006, s. 182-184.
[13] Risso F.J., Shippy D.J. A method for stress defermination in plan anisotropic elastic bodies. J. Composite Materials, 1970, vol.4 p. 36-61.
[14] Kosenjuk V.K. Reshenie ploseoj zadachi teorii uprugosti dlja ortotropnyh tel pri pomoshhi chislennoj realizacii metodaintegral'nyh uravnenij. Izv. AN SSSR, Mehanika tverdogo tela, 1980, № 6, s. 80-85.
[15] Erzhanov Zh.S., Ajtaliev Sh.M., Masanov Zh.K. Ustojchivost' gorizonta'nyh vyrabotok v naklonno-sloistom massive. Alma-Ata, Nauka KazSSR, 1971, 160s.
[16] Erzhanov Zh.S., Sinjaev A.Ja. Naprjazhenija v anizotropnom massive, oslablennom vertikal'noj vyrabotkoj kruglogo sechenija. Vestnik AN KazSSR, 1963, №10, s.19-24.
[17] Eskaliev M.E., Kajupov M.A., Masanov Zh.K. O reshenii uprugoplasticheskijh zadachi dlja anizotropnoj sredy s otverstiem metodom granichnyh jelementov. Izv. AN KazSSR. Serija fiz.-mat. 1983, № 1, s.15-20.
[18] Eskaliev M.E., Masanov Zh.K. K uprugoplasticheskomu sostojaniju anizotropnogo tela s otverstiem. //V kn.: Mehanika tektonicheskijh processov. Alma-Ata, Nauka, 1983, s.152-166.
[19] Eskaliev M.E. Vlijanie dilatansii porod na uprugoplasticheskoe sostojanie vyrabotki v transtropnom massive. Izvestija min.nauki –Академии наук РК. Serija fiz.-mat, 1996, №3, s.72-78.
[20] Savin G.N. Raspredelenie naprjazhenij okolo otverstij. Kiev, Naukova dumka, 1968, 887s.

ӨОЖ: 622.831.332

М.Е. Ескалиев

Қазақ мемлекеттік қызлар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

ЖҮКТЕЛГЕН ЭЛЕМЕНТ ӘСЕРІНЕН БОЛАТЫН ЕСЕПТІ ЖУЫҚТАП ШЕШУ ҮШІН ШЕКАРАЛЫҚ ЭЛЕМЕНТТЕР ӘДІСІ

Аннотация. Шекаралық элементтер әдісінің (ШЭӘ) мағнасы жиектік есептердегі дифференциалдық теңдеулер үшін, оларды аймақ шекарасы бойынша интегралдық теңдеулерге келтіру болып табылады. Қарастырылып отырған жұмыта шекаралық элементтер әдісі серпімді анизотропиялық денедегі жазық деформация есебі үшін қолданылған. ШЭӘ қолдана отырып трансформты дененің қуыс маңайындағы кернеулі-деформациялық күйіне есептеулер жүргізілген. Жазық деформация үшін серпімді тұрақтылары беріліп, олар техникалық тұрақтылар арқылы өрнектелген. Серпімді тұрақтыларды координаттық жүйені бұрудағы түрлендіру формулалары пайдаланылған. Дара элемент **AB** бойында интегралдау арқылы комплексті потенциалдың өрнегі алынған.

Цилиндрлік қуысы бар екі қисық сызықтармен тұйықталған анизотропты денедегі дара жүктелген әсерден болған элементтегі кернеулер мен жылжуларды анықтаудың жуықтама жолдары көрсетілген. Шекаралық элементтер әдісінен (ШЭӘ) сәйкес дене шекарасы шекаралық элементтер деп аталатын сынық сызықтармен бейнеленеді. Көрсетілген элементтер ортасындағы пішіндік шарттардың орындалуы тұтас жазықтықта шекаралық элементтерге кейбір жалған әсерлердің жүктелуімен орындалады. Жазықтықтың кезкелген нүктесінде осы элементтерден туындаған кернеулер мен жылжулар екі комплексті потенциалдар арқылы өрнектеліп, онымен қоса осы потенциалдардың механика-математикалық өрнегі келтірілген.

Түйін сөздер: серпімділік, икемділік, параметр, әлеует, шұңқыр алгоритмі, жүйе, элемент.

МАЗМҰНЫ

<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Отарбаева А.М., Мухамеджанов Е.С., Джансейитов Д.М.</i> 18 МэВ энергиялы дейтрондардың ⁶ Li ядроларынан серпімді шашырауын зерттеу	5
<i>Жұмбаев Д.С., Темешева С.М.</i> Сызықсыз жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесінің бүкіл өсте шектелген шешімін табу есебінің аппроксимациясы.....	13
<i>Исахов А. А., Даржанова А. Б.</i> Математикалық модельдеу әдісі арқылы қоршаған ортаға жылу электр станцияларының жұмысының әсерін бағалау.....	20
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Космологиялық мәселелерді шешудің жуықтау салдары. (1-бөлім).....	27
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Космологиялық мәселелерді шешудің жуықтау салдары. (2-бөлім)	36
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Космологиялық мәселелерді шешудің жуықтау салдары (1-бөлім)	46
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Космологиялық мәселелерді шешудің жуықтау салдары. (2-бөлім)	55
<i>Байжанов С.С., Култешов Б.Ш.</i> Эбден О-минималдық теориялардың модельдерін байытуда инварианттық қасиеттері.....	65
<i>Дүйсенбай А.Д., Такибаев Н.Ж., Курманғалиева В.О.</i> Исследование реакций взаимодействия изотопов Li и Be с нейтронами.....	72
<i>Қабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Абекова Ж.А., Омашова Г.Ш., Қыдырбекова Ж.Б., Джумағалиева А.И.</i> Нақты газ изотермаларын зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты орындауды ұйымдастыру	77
<i>Калмурзаев Б.С.</i> L_m^0 Жартыторының екі элементі ершов иерархиясының жиындар үйірінің Роджерс жартыторына енуінің бағалаулары жайлы.....	83
<i>Рябкин Ю.А., Рақыметов Б.А., Байтұмбетова Б.А., Айтмукан Т., Клименов В.В., Муратов Д.А., Мереке А.У., Умирзаков А.У.</i> Көміртекті қабықшаның парамагнитті қасиетін анықтау негізінде кеуікті никельді анодты зерттеу үшін ЭПР әдісінің мүмкіндігі.....	91
<i>Байтұмбетова Б.А., Рябкин Ю.А., Рахметов Б.А.</i> Графен құрылымдарын ультрадыбыс өрісінде графитті ароматикалық көмірсутектер жүйесінде әсер етіп алу және оларды ЭПР әдісімен зерттеу.....	99
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Отарбаева А.М., Мухамеджанов Е.С., Джансейитов Д.М.</i> 18 МэВ энергиялы дейтрондардың ⁶ Li ядроларынан серпімді шашырауын зерттеу.....	104
<i>Жұмбаев Д.С., Темешева С.М.</i> Сызықсыз жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесінің бүкіл өсте шектелген шешімін табу есебінің аппроксимациясы.....	113
<i>Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Молдабекова М.С., Асембаева М.К., Федоренко О.В., Мукамеденқызы В.</i> Ауамен араласатын кейбір табиғи газ қоспасы компоненттері коэффициенттерінің табы.....	120
<i>Шыныбаев М.Д., Даирбеков С.С., Жолдасов С.А., Алиасқаров Д.Р., Мырзақасова Г.Е., Шекербекова С.А., Садыбек А.Ж.</i> Екі жылжымайтын нүкте проблемасының жаңа нұсқасын үш дене есебінде қолдану.....	127
<i>Шалданбаев А.Ш., Ақылбаев М.И., Сапрунова М.Б.</i> Толқындардың үзік ішек бойымен таралуы туралы.....	137
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> $k - \varepsilon$, $1es$, рейнольдс және дәрежелі моделдер туралы.....	144
<i>Мазакова Б.М., Жақыпов А.Т., Абдикеримова Г.Б.</i> Көзі ашық мәліметтердің негізінде ғарыш аппараттарының орбитасын салу.....	159
<i>Сапрунова М.Б., Ақылбаев М.И., Шалданбаев А.Ш.</i> Желідегі ақпарларды қорғаудың бір тәсілі туралы.....	164
<i>Самагулова Л.А., Исаева Г.Б.</i> Программалауды оқытуда қолданылатын оқыту технологияларының ерекшеліктері 173	
<i>Есқалиев М.Е.</i> Жүктелген элемент әсерінен болатын есепті жуықтап шешу үшін шекаралық элементтер әдісі....	180
<i>Миндетбаева А.А., Мусаханова М.А.</i> Информатика бойынша сыныптан тыс жұмыстарды жүргізуге арналған ақпараттық-бағдарламалық кешен құру.....	187

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Отарбаева А.М., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М.</i> Изучение упругого рассеяния дейтронов на ядрах ${}^6\text{Li}$ при энергии 18 МэВ.....	5
<i>Джумабаев Д.С., Темешева С.М.</i> Аппроксимация задачи нахождения ограниченного решения системы нелинейных нагруженных дифференциальных уравнений.....	13
<i>Исахов А. А., Даржанова А. Б.</i> Оценка воздействия функционирования тепловой электростанции на окружающую среду методами математического моделирования.....	20
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Решение космологической проблемы в приближениях (Часть-1).....	27
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Решение космологической проблемы в приближениях (Часть-2).....	36
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Решение космологической проблемы в приближениях (Часть-1).....	46
<i>Дроздов А.М., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А.</i> Решение космологической проблемы в приближениях (Часть-2).....	55
<i>Байжанов С.С., Кулпешов Б.Ш.</i> Инвариантные свойства при обогащениях моделей вполне О-минимальных теорий.....	65
<i>Дүйсенбай А.Д., Такибаев Н.Ж., Құрманғалиева В.О.</i> Li және Be изотоптарының нейтрондармен әрекеттесу реакцияларын зерттеу.....	72
<i>Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Абекова Ж.А., Омишова Г.Ш., Кыдырбекова Ж.Б., Джумагалиева А.И.</i> Организация выполнения компьютерной лабораторной работы по исследованию изотерм реального газа.....	77
<i>Калмурзаев Б.С.</i> Об оценках вложимости L_m^0 в полурешетку Роджерса двухэлементных семейств множеств иерархии Ершова.....	83
<i>Рябкин Ю.А., Рақыметов Б.А., Байтимбетова Б. А., Айтмукан Т., Клименов В.В., Муратов Д.А., Мереке А.У., Умирзаков А.У.</i> Выяснение возможности использования метода ЭПР для изучения пористого никелевого анода на основе определения парамагнитных характеристик углеродных пленок.....	91
<i>Байтимбетова Б.А., Рябкин Ю.А., Рахметов Б.А.</i> Получение графеновых структур в системе графит с ароматическими углеводородами при воздействии ультразвукового поля и изучение их методом ЭПР.....	99
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Отарбаева А.М., Мухамеджанов Е.С., Джансейтов Д.М.</i> Изучение упругого рассеяния дейтронов на ядрах ${}^6\text{Li}$ при энергии 18 МэВ.....	104
<i>Джумабаев Д.С., Темешева С.М.</i> Аппроксимация задачи нахождения ограниченного решения системы нелинейных нагруженных дифференциальных уравнений.....	113
<i>Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Молдабекова М.С., Асембаева М.К., Федоренко О.В., Мукамеденкызы В.</i> Следовые коэффициенты компонентов некоторых природных газовых смесей, диффундирующих в воздух.....	120
<i>Шинибаев М.Д., Даирбеков С.С., Жолдасов С.А., Алиаскаров Д.Р., Мырзакасова Г.Е., Шекербекова С.А., Садыбек А.Ж.</i> Использование новой версии задачи двух неподвижных центров в задаче трех тел.....	127
<i>Шалданбаев А.Ш., Ақылбаев М.И., Сапрунова М.Б.</i> О распространении волн по разрывной струне.....	137
<i>Джакупов К.Б.</i> О $k - \varepsilon$, les , рейнольдс и степенных моделях.....	144
<i>Мазакова Б.М., Жакыпов А.Т., Абдикеримова Г.Б.</i> Построение орбиты космического аппарата на основе открытых исходных данных.....	159
<i>Сапрунова М.Б., Ақылбаев М.И., Шалданбаев А.Ш.</i> Об одном способе защиты передачи информации.....	164
<i>Смагулова Л.А., Исаева Г.Б.</i> Особенности технологий обучения, применяемых в обучении программирования.....	173
<i>Ескалиев М.Е.</i> Метод граничного элемента для приближенного решения задачи, вызванной действием нагруженного элемента.....	180
<i>Миндетбаева А.А., Мусаханова М.А.</i> Создание информационно-программного комплекса для проведения внеклассных работ по информатике.....	187

CONTENTS

<i>Burtebayev N., Kerimkulov Zh.K., Alimov D.K., Otarbayeva A.M., Mukhamejanov Y.S., Janseitov D.M.</i> Study of elastic scattering of deuterons from ${}^6\text{Li}$ AT energy 18 MeV.....	5
<i>Dzhumabaev D.S., Temesheva S.M.</i> Approximation of problem for finding the bounded solution to system of nonlinear loaded differential equations	13
<i>Issakhov A.A., Darzhanova A.B.</i> Assessing the impact of thermal power plants in the aquatic environment in reservoir-cooler.....	20
<i>Drozdov A.M., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusova A.A.</i> Solution of the cosmological problem in the approximations. (Part-1).....	27
<i>Drozdov A.M., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusova A.A.</i> Solution of the cosmological problem in the approximations. (Part-2)	36
<i>Drozdov A.M., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusova A.A.</i> Solution of the cosmological problem in the approximations (Part-1)	46
<i>Drozdov A.M., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusova A.A.</i> Solution of the cosmological problem in the approximations. (Part-2)	55
<i>Baizhanov S.S., Kulpeshov B.Sh.</i> Invariant properties at expanding models of quite O-minimal theories.....	65
<i>Duisenbay A.D., Takibayev N.ZH., Kurmagalieva V.O.</i> Research of the reactions of Li and Be isotopes with neutrons....	72
<i>Kabyrbekov K.A., Ashirbaev H. A., Abekova ZH. A., Omashova G.Sh., Kydyrbekova Zh. B., Dzhumagaliyeva A.I.</i> The organization of performance of computer laboratory operation on examination of isothermal curves real gaza.....	77
<i>Kalmurzayev B.S.</i> On assessments of embeddability L_m^0 in rogers semilattice of two-element families of sets in the Hierarchy of Ershov.....	83
<i>Ryabikin Y.A., Rakymetov B.A., Baytimbetova B.A., Aytukan T., Klimenov V.V., Muratov D.A., Mereke A.U., Umirzakov A.U.</i> Identification of capabilities of the EPR method in studying porous nickel anodes based on definition of paramagnetic characteristics of carbon films.....	91
<i>Baitimbetova B.A., Ryabikin Yu.A., Rachmetov B.A.</i> Production of graphene structures in the graphite with an aromatic hydrocarbon on exposure to ultrasonic fields and investigation of their EPR.....	99
<i>Burtebayev N., Kerimkulov Zh.K., Alimov D.K., Otarbayeva A.M., Mukhamejanov Y.S., Janseitov D.M.</i> Study of elastic scattering of deuterons from ${}^6\text{Li}$ at energy 18 MeV.....	104
<i>Dzhumabaev D.S., Temesheva S.M.</i> Approximation of problem for finding the bounded solution to system of nonlinear loaded differential equations.....	113
<i>Zhavrin Yu.I., Kosov V.N., Moldabekova M.S., Asembaeva M.K., Fedorenko O.V., Mukamedenkyzy V.</i> Trace coefficients of components of some natural gaseous mixtures diffusing into the air.....	120
<i>Shinibaev M.D., Dairbekov S.S., Zholdasov S.A., Myrzakasova G.E., Aliaskarov D.R., Shekerbekova S.A., Sadybek A.G.</i> Use of the new version of the problem of two centers in the three-body problem.....	127
<i>Shaldanbayev A. Sh., Akylbayev M., Saprunova M.B.</i> About an advance of waves on an explosive string.....	137
<i>Jakupov K.B.</i> About $k-\varepsilon$, les, reynolds and power model.....	144
<i>Mazakova B.M., Zhakypov A.T., Abdikerimova G.B.</i> The spacecraft's orbit consecution based on open source data.....	159
<i>Saprunova M.B., Akylbayev M., Shaldanbayev A. Sh.</i> About one way of protection of information transfer.....	164
<i>Smagulova L.A., Issayeva G.B.</i> Features of the learning technologies used in teaching programming.....	173
<i>Yeskaliyev M.Ye.</i> Boundary element method for the approximate solution of the problem caused by the action of a loaded element.....	180
<i>Mindetbayeva A.A., Musahanova M.A.</i> Creation of the of a software complex for extracurricular activities on informatics.....	187

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев, А.Е. Бейсебаева*
Верстка на компьютере *А.М. Күльгинбаевой*

Подписано в печать 01.02.2017.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
11,4 п.л. Тираж 300. Заказ 1.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19