ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

♦

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

♦

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

2 (312)

НАУРЫЗ – СӘУІР 2017 Ж.
МАРТ – АПРЕЛЬ 2017 г.
MARCH – APRIL 2017

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде 01.06.2006 ж. берілген **№5543-Ж** мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18, www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

---

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year
Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www:nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 2, Number 312 (2017), 132 – 145

UDC 517.9

M.B. Saprigina[1], M. I. Akylbayev[2], A.Sh.Shaldanbayev[3]

[1]Southern Kazakhstan state pharmatseutical academy;
[2]Kazakhstan Engineering and Pedagogical University of Friendship of Peoples, Kazakhstan, Shymkent;
[3]M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent
shaldanbaev51@mail.ru

THE INVERSE PERIODIC PROBLEM OF THE STURM-LIOUVILLE OPERATOR

Annotation. The Sturm-Liouville operator with periodic boundary conditions has an intrinsic symmetry, the manifestation of this symmetry is the existence of a multiple spectrum of this operator, which served as an obstacle to the formulation of the inverse problem. A multiple spectrum generates non-trivial invariant subspaces. In this paper it is shown that the projectors of these invariant subspaces can be used to recover the right-hand side of the equation, The uniqueness theorem is proved.

Keywords: Sturm-Liouville operator, completeness, basis property, eigenvectors, Green's function, Fourier series, spectrum, eigenvalues, inverse problem, right-hand side.

УДК 517.9

М.Б. Сапрыгина[1], М.И. Ақылбаев[2], А.Ш. Шалданбаев[3]

[1]Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік фармацевтика академиясы;
[2]Қазақстанның инженерлі-педагогикалық халықтар достығы университеті, Шымкент қ-сы;
[3]Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті

ШТУРМ-ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРЫНЫҢ ПЕРИОДТЫ КЕРІ ЕСЕБІ

1.Кіріспе.

Табиғатта периодты құбылыстар жиі кездеседі, мысалы жүректің соғысы, күн мен түннің алмасуы, ай мен күннің қозғалысы, электронның ядроны айналуы, мүмкін сол себепті болар,бұл тақырыпқа арналған еңбектер жетерлік десе-де болады. Мысалы, француздың аса көрнекті ғалымы А. Пуанкаре, орыс зерттеушісі Жуковский, Ляпунов, Андронов т.б. Бұл зерттеушілердің бәрі тура есептер санатына жатады, ал бұл есептерге кері есептер тың тақырыптар санатына жатады, және өте аз зерттелген десек-те болады [1-16]. Оның өзіндік себеп салдары бар, ең басты қыйындық мұндай есептердің шешімдері шектеусіз операторлар арқылы өрнектеледі, сол себепті, бұл шешімдер қателіктерге төзімсіз болып келеді, яғни аз ғана қателік үлкен қателіктерге жол ашады. Сондықтан мұндай есептерді шешуге арнайы алгоритмдер қолданады[17-24]. Периодты есептің шешімі Гриннің функциясы арқылы өрнектеледі, ал Гриннің функциясына әсіре үзіксіз оператор сәйкес келетіндіктен есептің шешімі әсіре үзіксіз оператор арқылы өрнектеледі. Әсіре үзіксіз операторға кері оператор шектеусіз, олай болса іздеп отырған шешіміміз шектеусіз оператор арқылы өрнектеледі, сондықтан, біз бұл жолды таңдамадық. Біздің таңдаған жолымыз физикалық десек-те болады, яғни ол физикалық бақылау нәтиежесіне негізделген. Әрине, бұл алгоритімнің орнықтылығын тексеру керек еді, бірақ біз мұндай есеп қоймадық және онымен айналыспадық.

2.Зерттеу әдістері

Периодты есеп

Гилберттің $H = L^2(0,\pi)$ кеңістігінде мынадай

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x), x \in (0,\pi) \quad (1)$$

$$y(0) = y(\pi), y'(0) = y'(\pi) \quad (2)$$

шекаралық есепті қарастырайық, мұндағы $y(x)$- белгісіз функция, ал λ- спектрәлді параметр. Кезкелген λ үшін $y(x) = 0$ функциясы (1)-(2) есептің шешімі болары айдан анық, оны елеусіз шешім дейік, ал егер белгілі бір λ үшін $y(x,\lambda) \not\equiv 0$ шешімі сәйкес келсе онда оны осы елеулі шешімге сәйкес меншікті мән тиесілі меншікті функция дейік. Кейбір шекаралық есептердің елеулі шешімдері болмауы мүмкін, мұндай есептердің қатарына Кошидің мына,

$$Cy = -y''(x) = \lambda y(x), x \in (0,\pi)$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0$$

есебі жатады, мұндай есептерді вөлтерлі деп атайды.

Енді біз жоғарыдағы (1)-(2) периодты шекаралық есебінің меншікті мәндері мен меншікті функцияларын табайық, (1) теңдеудің жалпы шешімі мынадай,

$$y(x;\lambda) = A\cos\sqrt{\lambda}x + B\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}} \quad (3)$$

екені айдан анық, мұндағы A, B- белгісіз тұрақты шамалар, оларды табу үшін (3) формуланы (2) шекаралық шарттарға апарып қоялық

$$y(0) - y(\pi) = A - A\cos\ \sqrt{\lambda}\pi - B\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}\pi}{\sqrt{\lambda}} =$$

$$= A\left(1 - \cos\pi\ \sqrt{\lambda}\right) - B\frac{\sin\pi\ \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} = 0;$$

$$y'(x;\lambda) = -\ \sqrt{\lambda}A\sin\ \sqrt{\lambda}x + B\cos\ \sqrt{\lambda}x,$$

$$y'(0) - y'(\pi) = B +\ \sqrt{\lambda}A\sin\pi\ \sqrt{\lambda} - B\cos\pi\sqrt{\lambda} =$$

$$= A\times\ \sqrt{\lambda}\sin\pi\ \sqrt{\lambda} + B\left(1 - \cos\pi\ \sqrt{\lambda}\right) = 0.$$

Әлгі әрекеттер нәтиежесінде біз мынадай біртекті

$$\begin{cases} A\left(1 - \cos\pi\sqrt{\lambda}\right) - B\frac{\sin\pi\ \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} = 0, \\ A\ \sqrt{\lambda}\sin\pi\ \sqrt{\lambda} + B\left(1 - \cos\pi\ \sqrt{\lambda}\right) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Теңдеулер системасына келдік. Бұл теңдеулер системасының елеулі шешімі бар болуы үшін оның анықтауышының нөлге айналуы қажетті әрі жеткілікті, яғни мына,

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} 1 - \cos\pi\sqrt{\lambda} & \dfrac{-\sin\ \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} \\ \sqrt{\lambda}\sin\pi\sqrt{\lambda} & 1 - \cos\pi\sqrt{\lambda} \end{vmatrix} = 0$$

теңдіктің. Осы формуланы ықшамдайық

$$\Delta(\lambda) = \left(1 - \cos\pi\ \sqrt{\lambda}\right)^2 + sin^2\pi\ \sqrt{\lambda} = 1 - 2\cos\pi\ \sqrt{\lambda} + cos^2\pi\ \sqrt{\lambda} + sin^2\pi\ \sqrt{\lambda} =$$

$$= 2 - 2\cos\pi\sqrt{\lambda} = 2\left(1 - \cos\pi\sqrt{\lambda}\right), \lambda \neq 0\text{- сәтінде.}$$

Демек, осы $\Delta(\lambda)$ функциясының нөлдерінің квадраттары біздің (1)-(2) есептің меншікті мәндері болады екен. Енді соларды табайық.

$$\Delta(\lambda) = 2\left(1 - \cos\pi\ \sqrt{\lambda}\right) = 0, 1 - \cos\pi\ \sqrt{\lambda} = 0, \cos\pi\ \sqrt{\lambda} = 1,$$

$$\pi\ \sqrt{\lambda} = 2n\pi, (n \neq 0),\ \sqrt{\lambda} = 2n, \Rightarrow \lambda_n = (n)^2, n = \pm 1, \pm 2, ..$$

Бұл меншікті мәндерге сәйкес меншікті функцияларды (4) теңдеулер системасынан табамыз, $\lambda = \lambda_n = (2n)^2$болған сәтте бұл системаның барлық коэффициенттері нөлге айналады, олай болса A мен B шамаларын қалауымызша алуға болады. Сонымен

$$y_n(x) = y(x;\lambda_n) = A_n \cos 2nx + B_n \frac{\sin 2nx}{2n}, n \neq 0. \quad (5)$$

Мына,

$$y_{-n}(x) = A_{-n} \cos 2nx + B_{-n} \frac{\sin 2nx}{2n}, n = 1,2,\ldots$$

Теңдіктен теріс индекстердің жаңа меншікті функциялар бермейтінін байқаймыз, сондықтан $n = 1,2,\ldots$ мәндерімен шектелеміз,ал $n = 0$ мәнін арнайы қарастырамыз, бұл сәтте $\lambda = 0$, демек

$$-y''(x) = 0$$

Мұнан $y(x) = Ax + B, A, B - const$. Осы функцияны (2) шекаралық шарттарға апарып қойсақ, онда

$$\begin{cases} B = A \times \pi + B, \Rightarrow A = 0, y(x) = B - const \\ A = A \end{cases}$$

боларын көреміз, сонымен $\lambda_0 = 0$ меншікті мән және оған $y_0(x) = B - const$ меншікті функция сәйкес келеді. Жоғарыдағы (5) формуладан байқайтынымыз әрбір $\lambda_n = (n \neq 0)$ меншікті мәнге екі меншікті функция сәйкес келеді, мысалы, $A_n = 1, B_n = 0$, десек онда

$$y_n(x) = \cos 2nx \ (n = 1,2,..),$$

ал керісінше $A_n = 0, B_n = 1$ болса, онда

$$y_n(x) = \frac{\sin 2nx}{2n} (n = 1,2,..)$$

болар еді. Сонымен, меншікті функциялар системасы мынау

$$u_n(x) = \cos 2nx, n = 0,1,2,\ldots$$

$$v_n(x) = \sin 2n\, x, n = 1,2,\ldots$$

десек-те болады.

Енді осы системаның $L^2(0,\pi)$ кеңістігінде толымды екенін көрсетейік. Айталық белгілі бір $f(x) \in L^2(0,\pi)$ функциясы
үшін мына,

$$(f, u_n) = 0, (f, v_n) = 0, n = 0,1,2,\ldots$$

теңдіктер орындалсын делік, онда $f(x) = 0$теңдігі$[0,\pi]$ сегментінің барлық нүктелерінде дерлік орындалатынын көрсетейік. Сонымен

$$(f, u_n) = \int_0^{\pi} f(x) \cos 2nx dx = 0, n = 0,1,2 \ldots$$

болсын делік, онда $2x = t$ деп алмастыру жасасақ

$$x = \frac{t}{2}, dx = \frac{dt}{2},$$

$$(f, u_n) = \int_0^{2\pi} f\left(\frac{t}{2}\right) \cos nt \frac{dt}{2} = 0, \Rightarrow \int_0^{2\pi} f\left(\frac{t}{2}\right) \cos nt\, dt =;$$

Сол сыйақты

$$0 = (f, v_n) = \int_0^{\pi} f(x) \sin 2nx\, dx = \begin{vmatrix} 2x = t \\ x = \frac{t}{2} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} f\left(\frac{t}{2}\right) \sin ntdt, \Rightarrow$$

$$\int_0^{2\pi} f\left(\frac{t}{2}\right) \sin nt\, dt = 0, n = 1,2,\ldots$$

Мына, $\{\cos nt, \sin nt\}, n = 0,1,2,\ldots$ тригонометриялық системаның $L^2(0,\pi)$ кеңістігінде толымды екені бесенеден белгілі, олайболса

$$f\left(\frac{t}{2}\right) = 0,$$

теңдігі $(0,2\pi)$ интервалының барлық нүктелерінде дерлік орындалады, олай болса $f(x) = 0$ теңдігі $[0,\pi]$ сегментінің барлық нүктелерінде дерлік орындалады.

Енді (1)-(2) Штурм-Лиувилл операторының спектрінің еселік көрсеткішин зерттеп көрелік.

$$\Delta(\lambda) = 2\left(1 - \cos\pi\sqrt{\lambda}\right)$$

$$\frac{d}{d\lambda} = \Delta(\lambda) = 2\sin\pi\sqrt{\lambda} \times \frac{\pi}{2\sqrt{\lambda}} = \pi\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}},$$

$$\frac{d^2}{d\lambda^2}\Delta(\lambda) = \pi \times \left[\frac{\left(\pi\sqrt{\lambda} - \frac{\left(\pi\sqrt{\lambda}\right)^3}{3} + \frac{\left(\pi\sqrt{\lambda}\right)^5}{5!}\right)}{\sqrt{\lambda}}\right]'' =$$

$$= \pi\left[\pi - \frac{\pi^3\lambda}{3} + \frac{\pi^5\lambda^2}{5!} - \frac{\pi^7\lambda^3}{7!}\right]'' = \pi\left[\frac{\pi^5 \times \lambda^2}{5!} - \frac{\pi^7 \times 3 \times 2\lambda}{7!}\right];$$

$$\frac{d^2}{d\lambda^2}\Delta(\lambda) = \pi\left[-\frac{1}{2}\lambda^{-\frac{3}{2}}\sin\pi\sqrt{\lambda} + \frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} \times \frac{\pi}{2\sqrt{\lambda}}\right];$$

Егер $\lambda = \lambda_n = (2n)^2$болса, онда

$$\Delta(\lambda_n) = 0, \dot{\Delta}(\lambda_n) = 0, \ddot{\Delta}(\lambda_n) = \frac{\pi^2}{2(2n)^2} \neq 0.$$

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{d}{d\lambda}\Delta(\lambda) = \pi^2 \neq 0:$$

Енді алынған нәтиежені бір тұжырымдап қоялық.

Теорема Мына,

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x), x \in (0,\pi)\ (1)$$

$$y(0) = y(\pi), y'(0) = y'(\pi), (2)$$

шекаралық есептің шексіз көп меншікті мәндері бар және олар мыналар

$$\lambda_n = (2n)^2, n = 0,1,2, \ldots$$

Әрбір нөлден өзгеше меншікті мәндерге қос меншікті функциялар сәйкес келеді олар мыналар,

$$u_n(x) = \cos 2nx, v_n(x) = \sin 2nx, n = 0,1,2, \ldots$$

$\lambda_0 = 0$меншікті мәніне тек бір ғана $y_0 = 1$ функциясы сәйкес келеді.

Нөлден өзгеше меншікті мәндер екіеселі, ал $\lambda_0 = 0$ бір еселі.

Гилберттің $H = (0,\pi)$ кеңістігінде Штурм-Лиувиллдің периодты есебін қарастыралық

$$Ly - \lambda y = -y'' - \lambda y(x) = f(x) \quad (6)$$

$$y(0) = y(\pi), y'(0) = y'(\pi) \quad (7)$$

Тұрақтыларды вариациялау әдісімен осы есептің Гриндік функциясын құрайық

$$y_1 = \cos\sqrt{\lambda}x, y_2 = \frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}$$

Біртекті $-y''(x;\lambda) = \lambda \times y(x,\lambda)$теңдеуініңжалпышешімі

$$y(x;\lambda) = A\cos\sqrt{\lambda}x + \frac{B\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}$$

болатыны белгілі, мұндағы A, B- тұрақты шамалар, сондықтан жоғарыдағы (6) теңдеудің шешімін мына,

$$y(x;\lambda) = A(x,\lambda)\cos\sqrt{\lambda}\,x + B(x,\lambda)\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}},$$

түрде іздейміз.

$$y'(x,\lambda) = A'\cos\ \sqrt{\lambda}x + B'\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}} - \ \sqrt{\lambda}A\sin\ \sqrt{\lambda}\,x + B\cos\ \sqrt{\lambda}\,x,$$

$$A'\cos\ \sqrt{\lambda}\,x + B'\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}} = 0 \qquad (8)$$

$$y'' = -\ \sqrt{\lambda}A'\sin\ \sqrt{\lambda}\,x + B'\cos\ \sqrt{\lambda}\,x - \lambda A\cos\ \sqrt{\lambda}\,x - B\ \sqrt{\lambda}\sin\ \sqrt{\lambda}\,x,$$

$$-y'' = \ \sqrt{\lambda}A'\sin\ \sqrt{\lambda}\,x - B'\cos\ \sqrt{\lambda}\,x + \lambda A\cos\ \sqrt{\lambda}\,x + B\ \sqrt{\lambda}\sin\ \sqrt{\lambda}\,x =$$

$$= \ \sqrt{\lambda}A'\sin\ \sqrt{\lambda}\,x - B'\cos\ \sqrt{\lambda}\,x + \lambda\left[A\cos\ \sqrt{\lambda}x + B\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}\right] =$$

$$= \lambda y + \ \sqrt{\lambda}A'\sin\ \sqrt{\lambda}\,x - B'\cos\ \sqrt{\lambda}\,x, \qquad (9)$$

Соңғы (8)-(9) формулаларды біріктіріп,

$$\begin{cases} A'\cos\ \sqrt{\lambda} + B'\dfrac{\sin\ \sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}} = 0, \\ A'\ \sqrt{\lambda}\sin\ \sqrt{\lambda}x - B'\cos\ \sqrt{\lambda}\,x = f(x); \end{cases}$$

белгісіз $A(x;\lambda), B(x;\lambda)$ функциялары үшін теңдеулер системасын аламыз. Алдымен осы системаны Крамер әдісімен шешіп A', B' шамаларын, сосын,A, B шамаларын табайық.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \cos\ \sqrt{\lambda}x & \dfrac{\sin\ \sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}} \\ \sqrt{\lambda}\sin\ \sqrt{\lambda}x & -\cos\ \sqrt{\lambda}x \end{vmatrix} = -cos^2\ \sqrt{\lambda}x - sin^2\ \sqrt{\lambda}x = -1;$$

$$A' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & \dfrac{\sin\ \sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}} \\ f(x) & \dfrac{-\cos\ \sqrt{\lambda}x}{(-1)} \end{vmatrix}}{(-1)} = \frac{\sin\ \sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}} \times f(x),$$

$$B' = \frac{\begin{bmatrix} \cos\ \sqrt{\lambda}x & 0 \\ \sqrt{\lambda}\sin\ \sqrt{\lambda}x & f(x) \end{bmatrix}}{(-1)} = -f(x)\cos\ \sqrt{\lambda}\,x,$$

$$A(x) = A + \int_0^x \frac{\sin\ \sqrt{\lambda}\,t}{\sqrt{\lambda}} f(t)dt, B(x) = B - \int_0^x \cos\ \sqrt{\lambda}t\,f(t)dt;$$

$$y(x,\lambda) = \left(A + \int_0^x \frac{\sin\ \sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}} f(t)dt\right)\cos\ \sqrt{\lambda}\,x + \left(B - \int_0^x \cos\ \sqrt{\lambda}\,t f(t)dt\right)\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}},$$

(10)

мұндағы A, B- тұрақты шамалар. Осы (10) формуланы (7) шекаралық шарттарға апарып қойсақ белгісіз A, B коэффициенттерін табамыз.

$$y(0,\lambda) = A, y(\pi,\lambda) = \left(A + \int_0^\pi \frac{\sin\ \sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}} f(t)dt\right)\cos\pi\ \sqrt{\lambda} +$$

$$+\left(B-\int_0^{\pi}\cos\ \sqrt{\lambda}\,t\,f(t)dt\right)\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}},$$

$$A\cos\pi\sqrt{\lambda}+\cos\pi\sqrt{\lambda}\int_0^{\pi}\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}\,t}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt+\frac{B\sin\pi\ \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt=A,$$

$$A\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)+B\frac{\sin\pi\ \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}=\frac{\sin\pi\ \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt-\cos\pi\sqrt{\lambda}\int_0^{\pi}f(t)\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}}dt; \qquad (11)$$

$$y'(x;\lambda)=-\sqrt{\lambda}A\sin\ \sqrt{\lambda}\,x+B\cos\ \sqrt{\lambda}\,x=$$

$$=-\sqrt{\lambda}\left(A+\int_0^{x}f(t)\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}}\right)\sin\ \sqrt{\lambda}\,x+\left(B-\int_0^{x}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt\right)\cos\ \sqrt{\lambda}x,$$

$$y'(0,\lambda)=B,y'(\pi,\lambda)=-\sqrt{\lambda}\left(A+\int_0^{\pi}f(t)\frac{\sin\sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}}\right)\sin\pi\sqrt{\lambda}+$$

$$+\left(B-\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt\right)\times\cos\pi\sqrt{\lambda};$$

$$\left(-\sqrt{\lambda}A-\int_0^{\pi}f(t)\sin\ \sqrt{\lambda}tdt\right)\sin\pi\sqrt{\lambda}+B\cos\pi\sqrt{\lambda}-\cos\pi\ \sqrt{\lambda}\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}tdt=B,$$

$$-\sqrt{\lambda}\sin\pi\ \sqrt{\lambda}\times A+B\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)=$$

$$=\cos\pi\sqrt{\lambda}\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt+\sin\pi\sqrt{\lambda}\int_0^{\pi}f(t)\sin\ \sqrt{\lambda}tdt \qquad (12)$$

Жоғарыдағы (11)-(12) системаның анықтауышын есептейік

$$\Delta=\begin{vmatrix}\cos\pi-1 & \dfrac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\\ -\sqrt{\lambda}\sin\pi\sqrt{\lambda} & \cos\pi\sqrt{\lambda}-1\end{vmatrix}=\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)^2+sin^2\pi\sqrt{\lambda}=$$

$$=cos^2\pi\sqrt{\lambda}-2\cos\pi\sqrt{\lambda}+1+sin^2\pi\sqrt{\lambda}=2-2\cos\pi\sqrt{\lambda}=2\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right).$$

Енді осы (11) –(12) системасын Крамердің әдісімен шешейік, сол үшін алдымен Δ_1,Δ_2 анықтауыштарын есептейік.

$$\begin{vmatrix}\dfrac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\displaystyle\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt-\dfrac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\displaystyle\int_0^{\pi}f(t)\sin\ \sqrt{\lambda}\,t\,dt & \dfrac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\\ \cos\pi\sqrt{\lambda}\displaystyle\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt+\sin\pi\sqrt{\lambda}\displaystyle\int_0^{\pi}f(t)\sin\ \sqrt{\lambda}\,tdt, & \cos\pi\ \sqrt{\lambda}-1\end{vmatrix}=$$

$$=\frac{\cos\ \sqrt{\lambda}\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,t\,dt-\frac{cos^2\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\sin\ \sqrt{\lambda}t\,dt-$$

$$-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,t\,dt+\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\sin\ \sqrt{\lambda}\,tdt-$$

$$-\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt-\frac{sin^2\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\sin\ \sqrt{\lambda}\,tdt=$$

$$=-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\cos\ \sqrt{\lambda}\,tdt+\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\sin\ \sqrt{\lambda}\,tdt-\int_0^{\pi}f(t)\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}}dt=0$$

$$= -\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt + \frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}-1}{\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt.$$

$$A = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)} \times \int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \cos\pi\sqrt{\lambda}-1 & \frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt - \frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt \\ -\sqrt{\lambda}\sin\pi\sqrt{\lambda} & \cos\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt + \sin\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt \end{vmatrix} =$$

$$= cos^2\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt + \cos\pi\sqrt{\lambda}\sin\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt -$$

$$-\cos\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \sin\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt +$$

$$+sin^2\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \sin\pi\sqrt{\lambda}\cos\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt =$$

$$= \int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \cos\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \sin\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt$$

$$= \left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \sin\pi\sqrt{\lambda}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt;$$

$$B = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1}{2}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2(1-\cos\pi\sqrt{\lambda})}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt$$

Сонымен, іздеп отырған резөлвентамыздың түрі мынадай.

$$y(x;\lambda) = R_\lambda f(x) = (L-\lambda I)^{-1}f(x) =$$

$$= \left[\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt + \int_0^x f(t)\frac{\sin\sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}}dt\right]\cos\sqrt{\lambda}x +$$

$$\left[\frac{1}{2}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt - \frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2(1-\pi\sqrt{\lambda})}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt - \int_0^x f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt\right]\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\lambda} \tag{13}$$

Енді осы (13) формуланы түрлендірейік сонан соң оны тексерейік.

$$y(x;\lambda) = \frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt,$$

$$y(\pi,\lambda) = \left[\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt + \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt\right]\cos\pi\sqrt{\lambda} +$$

$$+\left[-\frac{1}{2}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt - \frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2(1-\cos\pi\sqrt{\lambda})}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt\right] \times \frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} =$$

$$= \frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)} \times \int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt + \frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt -$$

$$-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt - \frac{sin^2\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(1-\cos\pi\sqrt{\lambda})}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt =$$

$$=\left(\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}}\right)\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt+$$

$$+\left(\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}}-\frac{1-cos^2\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(1-\cos\pi\sqrt{\lambda})}\right)\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt=$$

$$=\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}}\left(\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{\cos\pi\sqrt{\lambda}-1}-1\right)\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt+$$

$$+\left(\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}}-\frac{1+\cos\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}}\right)\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt=$$

$$=\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}\times\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}\,tdt-\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt\,;$$

Демек $\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\neq 0$ теңсіздігін қанағаттандыратыны λ үшін, мына, теңдік орындалады. Енді екінші шекаралық шартты тексерейік,

$$y'(x,\lambda)=\left[\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}t\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt+\int_0^{x}f(t)\frac{\sin\sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}}\right]\left(-\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}x\right)$$

$$+\left[\frac{1}{2}\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2(1-\cos\pi\sqrt{\lambda})}\right.$$

$$\left.\times\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt-\int_0^{x}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt\right]\times\cos\sqrt{\lambda}x+$$

$$+f(x)\frac{\sin\sqrt{\lambda}x\times\cos\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}-f(x)\frac{\cos\sqrt{\lambda}x\times\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}};$$

$$y'(0,\lambda)=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2(1-\cos\pi\sqrt{\lambda})}\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt;$$

$$y'(\pi;\lambda)=\left[\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt+\frac{1}{2}\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt\right]\left(-\sin\sqrt{\lambda}\pi\right)+$$

$$+\left[-\frac{1}{2}\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}t-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2(1-\cos\pi\sqrt{\lambda})}\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt\right]\cos\sqrt{\lambda}t=$$

$$=-\frac{sin^2\pi\sqrt{\lambda}}{2(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2}\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt-$$

$$-\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{2}\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}\cos\pi\sqrt{\lambda}}{2(1-\cos\pi\sqrt{\lambda})}\int_0^{\pi}f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt=$$

$$=\left(\frac{cos^2\pi\sqrt{\lambda}-1}{2(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}-\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{2}\right)\int_0^{\pi}f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-$$

$$-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2}\left(1+\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{1-\cos\pi\sqrt{\lambda}}\right)\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt=$$

$$=\left(\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}+1}{2}-\frac{\cos\pi\sqrt{\lambda}}{2}\right)\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt=$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}t\,dt;$$

Демек $\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\neq 0$ теңсіздігін қанағаттандыратын барлық λ үшін мына, $y'(0,\lambda)=y'(\pi,\lambda)$, теңдік орынды.

Енді резөлвентаның формуласын ықшамдайық,

$$y(x;\lambda)=R_\lambda f(x)=\left(\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt+\int_0^x f(t)\frac{\sin\sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}}dt\right)\cos\sqrt{\lambda}x+$$

$$+\left[\frac{1}{2}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}t-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt-\int_0^x f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt\right]\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}};$$

а) $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left(\int_0^x f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt-\frac{1}{2}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt\right)=$

$$=\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left[\frac{1}{2}\int_0^x f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt-\frac{1}{2}\int_x^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}\,tdt\right];$$

б) $\frac{1}{2}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\int_0^x f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt=\frac{1}{2}\int_x^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\frac{1}{2}\int_0^x f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt,$

$$R_\lambda f(x)=\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}\cos\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}\int_0^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt+\frac{\cos\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^x f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt-$$

$$-\frac{\cos\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}}\int_x^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}tdt}{2\sqrt{\lambda}\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\int_0^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt+$$

$$+\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}}\int_x^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}}\int_0^x f(t)\cos\sqrt{\lambda}t\times dt=$$

$$=\int_0^x f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt\left(\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}\cos\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}-\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}}\right)+$$

$$+\int_x^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt\times\left(\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}\cos\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}+\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}}\right)+$$

$$+\int_0^x f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt\left(\frac{\cos\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}}-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\right)+$$

$$+\int_x^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt\left(-\frac{\cos\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}}-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}x}{2\sqrt{\lambda}\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\right)=$$

$$=\frac{\sin x\sqrt{\lambda}+\sin(\pi-x)\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}\int_0^x f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt+\frac{\sin(\pi+x)\sqrt{\lambda}-\sin x\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}\int_x^\pi f(t)\cos\sqrt{\lambda}tdt+$$

$$+\frac{\cos x\sqrt{\lambda}-\cos(\pi-x)\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\int_0^x f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt-\frac{\cos x\sqrt{\lambda}-\cos(\pi+x)\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\int_x^\pi f(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt$$

$$=\int_0^x\left[\frac{\left(\sin x\sqrt{\lambda}+\sin(\pi-x)\sqrt{\lambda}\right)\cos\sqrt{\lambda}t}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}+\frac{\left(\cos x\sqrt{\lambda}-\cos(\pi-x)\sqrt{\lambda}\right)\sin\sqrt{\lambda}t}{2\sqrt{\lambda}\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\right]f(t)dt+$$

$$+\int_x^\pi\left[\frac{\left(\sin(\pi+x)\sqrt{\lambda}-\sin x\sqrt{\lambda}\right)\cos\sqrt{\lambda}t}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\sqrt{\lambda}-1\right)}-\frac{\left(\cos x\sqrt{\lambda}-\cos(\pi+x)\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}t\right)}{2\sqrt{\lambda}\left(1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right)}\right]f(t)dt=$$

$$+\int_x^\pi\frac{\sin(\pi+x)\sqrt{\lambda}\cos\sqrt{\lambda}t-\cos(\pi+x)\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}t-\sin x\sqrt{\lambda}\cos\sqrt{\lambda}t+\cos x\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}\,t}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}$$

$$=\int_0^x\frac{\sin(x-t)\sqrt{\lambda}+\sin(\pi-x+t)\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt+$$

$$+\int_x^\pi\frac{\sin(\pi+x-t)\sqrt{\lambda}-\sin(x-t)\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt.$$

Түрленген резөлвента мынадай,

$$y(x,\lambda)=R_\lambda f(x)=\int_0^x\frac{\sin(x-t)\sqrt{\lambda}+\sin(\pi-x+t)\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt+$$

$$+\int_x^\pi\frac{\sin(\pi+x-t)\sqrt{\lambda}-\sin(x-t)\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt$$

түрге енді. Алынған нәтиежені тексеріп көрелік.

$$y(0,\lambda)=\int_0^\pi\frac{\sin(\pi-t)\sqrt{\lambda}+\sin t\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt, \tag{14}$$

$$y(\pi,\lambda)=\int_0^\pi\frac{\sin(\pi-t)\sqrt{\lambda}+\sin t\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt,$$

$$y'(x,\lambda)=\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}\times f(x)-\frac{\sin\pi\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(x)+$$

$$+\int_0^x\frac{\cos(x-t)\sqrt{\lambda}-\cos(\pi-x+t)\sqrt{\lambda}}{2\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt+\int_x^\pi\frac{\cos(\pi+x-t)\sqrt{\lambda}-\cos(x-t)\sqrt{\lambda}}{2\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt;$$

$$y'(0,\lambda)=\int_0^\pi\frac{\cos(\pi-t)\sqrt{\lambda}-\cos t\sqrt{\lambda}}{2\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt, \tag{15}$$

$$y'(\pi,\lambda)=\int_0^\pi\frac{\cos(\pi-t)\sqrt{\lambda}-\cos t\sqrt{\lambda}}{2\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt.$$

$$y''(x,\lambda)=\sqrt{\lambda}\int_0^x\frac{-\sin(x-t)\sqrt{\lambda}-\sin(\pi-x+t)\sqrt{\lambda}}{2\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt+$$

$$+\sqrt{\lambda}\int_x^\pi\frac{-\sin(\pi+x-t)\sqrt{\lambda}+\sin(x-t)\sqrt{\lambda}}{2\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt+$$

$$+\frac{1-\cos\pi\ \sqrt{\lambda}}{2\left(\cos\pi\ \sqrt{\lambda}-1\right)}f(x)-\frac{\cos\pi\ \sqrt{\lambda}-1}{2\left(\cos\pi\ \sqrt{\lambda}-1\right)}f(x)=$$

$$=-\lambda y(x,\lambda)-\frac{f(x)}{2}-\frac{f(x)}{2}=-\lambda y(x,\lambda)-f(x),\Rightarrow$$

$$-y^{''}(x,\lambda)=\lambda y(x)+f(x).$$

Бізге керегі-де осы еді.

Теорема 2. Егер

$$\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\neq 0$$

болса, онда мына,

$$Ly-\lambda y=-y^{''}(x)-\lambda y(x)=f(x),x\in(0,\pi)$$
$$y(0)=y(\pi),y^{'}(0)=y^{'}(\pi)$$

Штурм-Лиувиллдің периодты шекаралық есебінің кезкелген $f(x)\in L^2(0,\pi)$ үшін тек бір ғана шешімі бар және ол мынау,

$$y(x,\lambda)=R_\lambda f(x)=$$

$$=\int_0^x\frac{\sin(x-t)\ \sqrt{\lambda}+\sin(\pi-x+t)\ \sqrt{\lambda}}{2\ \sqrt{\lambda}\left(\cos\ \sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt+\int_x^\pi\frac{\sin(\pi+x-t)\ \sqrt{\lambda}-\sin(x-t)\ \sqrt{\lambda}}{2\ \sqrt{\lambda}\left(\cos\pi\ \sqrt{\lambda}-1\right)}f(t)dt.$$

3.Зерттеу нәтиежелері

Мына,

$$-y^{''}-\lambda y(x)=f(x),x\in(0,\pi)\ (16)$$
$$y(0)=y(\pi),y^{'}(0)=y^{'}(\pi)\ (17)$$

Шекаралық есептің шешімі $y(x,\lambda)$ белгілі бір $\lambda=\lambda_0$ нүктесінде белгілі болса, онда (16) формула бойынша теңдеудің бос мүшесін, яғни $f(x)$ функциясын табуға болады, ал егерде $y(x,\lambda_0)$ функциясы жуықтап ғана белгілі болса онда бұл есеп үшін үлкен мәселеге айналады.

Жоғарыдағы (16)-(17) есептің шешімі $y(x,\lambda)$ функциясы $(0,\pi)$ аралығындағы тербелісті өрнектейді. Толқындар сыртқы дүниемен тек $x=0$ және $x=\pi$ нүктелерінде ғана шектеседі. Айталық осы нүктелерде өлшегіш құралдар орналасқан және олардың нәтиежелері мыналар

$$y(0,\lambda)=y(\pi,\lambda),y^{'}(0,\lambda)=y^{'}(\pi,\lambda)$$

болсын делік, сонымен бірге, тербеліс жиіліктері яғни $\lambda_n(n=1,2,\dots)$ шамалары белгілі болса, онда сыртқы әсер етуші күшті, яғни $f(x)$ функциясын таба аламыз-ба?

Есептің шешімі. Жоғарыдағы (14) формула бойынша

$$y(0,\lambda)=\int_0^\pi\frac{\sin(\pi-t)\sqrt{\lambda}+\sin t\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1)}f(t)dt,$$

мұнан

$$y(0,\lambda)\ \sqrt{\lambda}\left[\cos\pi\ \sqrt{\lambda}-1\right]=\int_0^\pi\frac{\sin\ \sqrt{\lambda}(\pi-t)+\sin\ \sqrt{\lambda}t}{2}f(t)dt$$

Меншікті $\{\lambda_n\},n=0,1,2,\dots$ мәндер арқылы $\cos\pi\sqrt{\lambda}-1$ функциясы бірмәнді анықталады. Олай болса

$$y(0,\lambda)\ \sqrt{\lambda}\left[\cos\pi\ \sqrt{\lambda}-1\right]=\left(P\sin\ \sqrt{\lambda}t,f(t)\right)=\left(\sin\ \sqrt{\lambda}t,Pf(t)\right),$$

где $Pu(x) = \frac{u(\pi-x)+u(x)}{2}$, яғни Pоператоры $L^2(0,\pi)$ кеңістігіндегі проектор. Сонымен $\int_0^\pi Pf(t)\sin\sqrt{\lambda}tdt = y(0,\lambda)\sqrt{\lambda}[\cos\pi\sqrt{\lambda}-1]$, мұнан синус түрлендірунің бірмәнділігі теоремасы бойынша $Pf(t)$ функциясын анықтаймыз

Енді (15) формула бойынша

$$y'(0,\lambda) = \int_0^\pi \frac{\cos(\pi-t)\sqrt{\lambda} - \cos t\sqrt{\lambda}}{2\left(\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right)} f(t)dt,$$

мұнан

$$y'(0,\lambda) \times \left[\cos\pi\sqrt{\lambda}-1\right] = \int_0^\pi \frac{\cos(\pi-t)\sqrt{\lambda} - \cos t\sqrt{\lambda}}{2} f(t)dt,$$

$$y'(0,\lambda)\left[1-\cos\pi\sqrt{\lambda}\right] = \int_0^\pi \frac{\cos t\sqrt{\lambda} - \cos(\pi-t)\sqrt{\lambda}}{2} f(t)dt =$$

$$= \left(Q\cos t\sqrt{\lambda}, f(t)\right) = \left(\cos t\sqrt{\lambda}, Qf(t)\right)$$

мұндағы $Qu(x) = \frac{u(x)-u(\pi-x)}{2}$, яғни $Q = I - P$ операторы $L^2(0,\pi)$ кеңістігіндегі проектор. Сонымен,

$$\int_0^\pi Qf(x)\cos t\sqrt{\lambda}dt = y'(0,\lambda)[1-\cos\pi\sqrt{\lambda}],$$

мұнан косинус түрлендірудің бірмәнділігі туралы теорема бойынша $Qf(x)$ функциясын бір мәнді етіп табамыз. Нәтиежесінде $Qf(t)$ және $Pf(t)$ функциялары бірмәнді табылады. Олай болса,

$$Pf(t) + Qf(x) = \frac{f(t)+f(\pi-t)}{2} + \frac{f(t)-f(\pi-t)}{2} = f(t)$$

функциясы-да бір мәнді табылады.

Теорема 3. Егер Штурм-Лиувиллдің периоды есебінің меншікті мәндері $\{\lambda_n\}, n = 0,1,2,....$ және оның шешімінің шекаралық мәндері

$$y(0,\lambda), y'(0,\lambda)$$

белгілі болса, онда әсер етуші сыртқы $f(t)$ күшті бірмәнді етіп табуға болады

4.Талқысы

Мұндай, кері есептер әдебиетте сирек кездеседі,оның бір себебі,шекарылық шарттардың тым қатал болуынды болса керек,бұл сәтте шекара арқылы системаға ешбір әсер өтпейді,яғни сыртқы дүние мен ішкі дүние байланыссыз,сондықтан сырқы әсерді шамалай алмаймыз.

5.Қорытынды

Периодты қозғалыстар табиғатта жиі кездеседі, мысалы, аспан денелерінің қозғалысы, айдың жерді айналуы, немесе жердің күнді айналуы, күннің темірқазық жұлдызын айналуы, сағат тілінің айналуы. Сол себепті болар математикалық және физикалық әбебиетте бұл тақырыпта арналған зерттеулер көптеп кездеседі. Көп жағдайда біз қозғалыстты сырттан ғана бақылай аламыз, себебі қозғалушы нәрсе бізден тым алыс немесе тым майда, мысалы электронның ядроны айналып қозғалуы, немесе периодтты түрде қайталанатын физикалық немесе химиялық процесс болуы мүмкін. Бұл сәтте қозғалушы күш көзге көрінбейді тек оның нәтиежесі ғана көрінеді, яғни бақылау нәтиежелері. Арнайы құралдар арқылы біз қозғалыстың треакториясы мен жылдамдықтарын анықтай аламыз. Өлшеуге болатын физикалық шамаларды физиктер бақыланатын шамалар деп атайды. Бірақ бұл шамалардыңда абсолютті дәл емес екеніне назар аударайық. Немістің көрнекті физигі В.Гейзенбергтің принципі бойынша мына, $\Delta(x) \times \Delta(v) \geq$ □, теңсіздік орындалады, мұндағы $\Delta(x)$- координатаның ауытқуы, ал $\Delta($□$)$- жылдамдықтың ауытқуы h- Планктың тұрақтысы. Біздің зерттеулеріміздің көрсетуінше бақыланатын шамалар арқылы әсер етуші сыртқы күштерді анықтауға болады. Кейбір сәттерде сыртқы әсер етуші күштерді байқау мүмкін емес, мысалы атомның ядросы. Біз оның электрондарға әсерін ғана байқай аламыз.

ӘДЕБИЕТ

[1] Левитан Б.М. Обратные задачи Штурма-Лиувилля.-М.:Наука, 1984.-С.240.

[2] Шалданбаев А.Ш. Формулы следов для периодической и антипериодической задач Штурма-Лиувилля.// Вестник МГУ. Сер-1.-1982.-№3.-с.6-11.

[3] Новиков С.П. Периодическая задача для уравнения Кортевега де Фриза // I. Функц. Анализ 8, вып.3(1974). 54-66.

[4] Дубровин Б.А. Обратная задача теории рассеяния для периодическая конечнозонных потенциалов.// Функц. Анализ 9.вып.1(1975), 65-66.

[5] Итс А.Р., Матвеев В.Б. Об операторах Хилла с конечным числом лакун//Функц. Анализ 9.вып.1.(1975).69-70.

[6] Марченко В.А. Периодическая задача Кортевега-де Фриза. // ДАН СССР 217,№2(1974), 276-279.

[7] Дубровин Б.А., Новиков С.П. Периодическая задача для уравнения Кортевега-де Фриза и Штурма-Лиувилля их связь с алгебраической геометрия//ДАН СССР 219, №3(1974), 19-22.

[8] Дубровин Б.А., Новиков С.П. Периодический и условно-периодический аналоги многосолитонных решений уравнения Кдф, ЖЭТР 12(1974), 2131-2144.

[9] Дубровин Б.А. Периодическая задача для уравнения Корневега-де Фриза в классе конечнозонных потенциалов // Функц. Анализ 9.вып.1(1975), 41-51.

[10] Итс А.Р., Матвеев В.Б. Операторы с конечнозонным спектром и N- солитонные решения уравнения Кортевега-де Фриза//ТМФ.т.23,№1(1975), 51-68.

[11] Левитан Б.М. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака.-М.:Наука, 1988.-431с.

[12] Левитан Б.М., Саргсян И.С. Введение в спектральную теорию.-М.:Наука, 1970.-670с

[13] Кальменов Т.Ш., ШалданбаевА.Ш. The spectrum structure of Shtourm-Liouville boundary problem on the bounded segment. - International Conference “Differential Eguations and Related Topics” dedicated to the Centenary Anniversary of Ivan G.Petrovskii.-Moscow, May 22-27, 2001.-c. 371.

[14] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов задачи Коши. - Республиканский научный журнал «Наука и образования ЮК» № 27, 2002. с. 58-62.

[15] Шалданбаев А.Ш., Ахметова С.Т. О полноте собственных векторов периодической и антипериодической задачи. - Республиканский научный журнал «Наука и образование ЮК» №34, 2003г, - с. 25-30.

[16] Levitan B. M. Inverse Sturm–Liouville Problem. VSP, Utrecht, 1987.

[17] Lorenzi A. and Kabanikhin S. I. Identification Problems of Wave Phenomena. VSP, Utrecht,1999.

[18] Natterer F. The Mathematics of Computerized Tomography. New York, Wiley & Sons, 1986.

[19] Romanov V.G. Inverse Problems of Mathematical Physics. VSP, Utrecht, 1987.

[20] Tikhonov A.N. On the stability of inverse problems. DokladyAcad. Sci. USSR 39 (1943),176–179.

[21] Tikhonov A.N. On the solution of ill-posed problems and the method of regularization. Dokl. Akad.Nauk SSSR 151, 3 (1963), 501–504 (in Russian).

[22] Tikhonov A.N. On the regularization of ill-posed problems. Dokl. Akad. Nauk SSSR 153, 1 (1963),49–52 (in Russian).

[23] Tikhonov A.N. and Arsenin V.Ya. Solutions of Ill-Posed Problems. Wiley, New York, 1977.

[24] Tikhonov A.N., Goncharskii A.V., Stepanov V.V. and Yagola A. G. Regularizing Algorithms and A Priori Information. Nauka, Moscow, 1983 (inRussian).

REFERENCES

[1] Levitan B. M. Return problems of Storm Liouville. - M of a.:nauk, **1984**. - Page 240.

[2] Shaldanbayev A.Sh. Formulas of traces for periodic and anti-periodic problems of Shturma-Liuvillya.//the Bulletin of MSU. Ser-1. -**1982**. -№3. - page 6-11.

[3] Novikov S.P. the Periodic task for Cortevega de Friza's equation//I. Funkts. Analysis 8, issue 3(1974).54-66.

[4] Dubrovin B. A. the Return task of the theory of dispersion for periodic the konechnozonnykh потенциалов.//Funkts. Analysis 9.vyp.1 (**1975**), 65-66.

[5] Its A.R., Matveev V. B. About Hill's operators with final number of lacunas//Funkts. Analysis 9.vyp.1. (**1975**).

[6] Marchenko V. A. Periodic problem of Kortevega of the Frieze.//The USSR 217, No. 2 (**1974**), 276-279 is GIVEN.

[7] Dubrovin B. A. Novikov S.P. the Periodic task for the equation of Kortevega of the Frieze and Storm Liouville their communication with algebraic geometry//the USSR 219, No. 3(**1974**), 19-22 is GIVEN.

[8] Dubrovin B. A., Noviko S. P., Periodic and conditional and periodic analogs of multisolitonic solutions of the equation Kdf, ZhETR 12 (**1974**), 2131-2144.

[9] Dubrovin B. A., the Periodic task for the equation of Kornevega of the Frieze in a class the konechnozonnykh of potentials//Funkts. Analysis 9.vyp.1 (**1975**), 41-51.

[10] Its A.R., Matveev V. B. Operators with a konechnozonny range and N-solitonic solutions of the equation of Kortevega of the Frieze//Tmf.T.23, No. 1(**1975**), 51-68.

[11] Levitan B. M. Operators of Storm Liouville and Dirac. - M of a.:nauk, **1988**. - 431 pages.

[12] Levitan B. M., Sargsyan I. S. Introduction to the spectral theory. - M of a.:nauk, **1970.** - 670s

[13] Kalmenovt Sh., Shaldanbayeva.Sh. The spectrum structure of Shtourm-Liouville boundary problem on the bounded segment. - INTERNATIONAL CONFERENCE "Differential Eguations and Related Topics" dedicated to the Centenary Anniversary of Ivan G.Petrovskii. - Moscow, May 22-27, **2001**. - c. 371.

[14] Shaldanbayev A. Sh., Akhmetova S. T. About completeness of own vectors of a task of Cauchy. - Republican scientific magazine "Science and Formations of YuK" No. 27, **2002**. page 58-62.

[15] Shaldanbayev A. Sh., Akhmetova S. T. About completeness of own vectors of a periodic and anti-periodic task. - The republican scientific magazine "YuK Science and Education" No. 34, **2003** of, - page 25-30.

[16] *Levitan B. M.* Inverse Sturm–Liouville Problem. VSP, Utrecht, **1987.**

[17] Lorenzi and S. I. Kabanikhin, Identification Problems of Wave Phenomena. VSP, Utrecht, **1999.**

[18] F. Natterer, The Mathematics of Computerized Tomography. New York, Wiley & Sons, **1986.**

[19] V. G. Romanov, Inverse Problems of Mathematical Physics. VSP, Utrecht, **1987.**

[20] N. Tikhonov, On the stability of inverse problems. DokladyAcad. Sci. USSR 39 (**1943**),176–179.

[21] A. N. Tikhonov, On the solution of ill-posed problems and the method of regularization. Dokl. Akad.Nauk SSSR 151, 3 (**1963**), 501–504 (in Russian).

[22] Tikhonov A. N. On the regularization of ill-posed problems. Dokl. Akad. Nauk SSSR 153, 1 (**1963**),49–52 (in Russian).

[23] A. N. Tikhonov and V. Ya. Arsenin, Solutions of Ill-Posed Problems. Wiley, New York, **1977.**

[24] A. N. Tikhonov, A. V. Goncharskii, V. V. Stepanov, and A. G. Yagola, Regularizing Algorithms and A Priori Information. Nauka, Moscow, **1983** (inRussian)

УДК 517.9

М.Б. Сапрыгина [1], М.И. Акылбаев,[2] А.Ш. Шалданбаев [3]

[1]Южно-Казахстанская государственная фармацевтическая академия, г.Шымкент;
[2]Казахстанский инженерно-педагогический университет Дружбы народов, г.Шымкент;
[3] Южно-Казахстанский государственный университет, г.Шымкент

ОБРАТНАЯ ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

Аннотация. Оператор Штурма-Лиувилля с периодическими граничными условиями обладает внутренней симметрией, проявлением этой симметрии является наличие кратного спектра этого оператора,что служило препятствием постановки обратной задачи.Кратный спектр порождает не тривиальных инвариантных подпространств. В настоящей работе показано,что проекторов этих инвариантных подпростанств можно использовать для востановления правой части уравнения,т.е. доказана теорема единственности.

Ключевые слова: оператор Штурма-Лиувилля, полнота, базисность, собсвенные векторы, функция Грина, ряды Фурье, спектр, собсвенные значения, обратная задача, правая часть.

МАЗМҰНЫ

Джумабаев Д.С., Жармагамбетов А.С. Фредгольм интегро-дифференциалдық теңдеуі үшін сызықтық шеттік есепті шешудің сандық әдісі....5
Асанова А.Т., Иманчиев А.Е., Қадірбаева Ж.М. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін көпнүктелі есептің бірмәнді шешілімділігі туралы 12
Дауылбаев М. К., Джумабаев Д. С., Атахан Н. Сингулярлы ауытқыған интегралды-дифференциалдық теңдеуге арналған шекаралық есептің асимтотикалық бейнелеуі....18
Асқарова Ә.С., Бөлегенова С.Ә., Бөлегенова С.Ә., Максимов В.Ю., Оспанова Ш.С. ПК-39 және БКЗ-160 қазандықтарының жану камераларының аэродинамикасы мен жылу масса алмасуын зерттеу.... 27
Абишев М.Е., Токтарбай С., Абылаева А.Ж., Талхат А.З., Белисарова Ф.Б. Екі массивті айналмалы дене өрісіндегі айналмалы сынақ дене орбитасының орнықтылығы7.... 39
Ақжігітова Э.М., Құрманғалиева В.О., Арбузов А.Б. Мюонның радиациялық ыдырауын модельден тәуелсіз түрде сипаттау 54
Асқарова Ә.С., Бөлегенова С.Ә., Бөлегенова С.Ә., Максимов В.Ю., Оспанова Ш.С. ПК-39 қазандығының жану камерасындағы шаң тозаңды көмір отынын жағу процесін сандық модельдеу.... 58
Әбішев М., Малыбаев А., Кеведо Э. Мінсіз газдың геометротермодинамикасы....64
Шыныбаев М.Д., Беков А.А., Рахимжанов Б.Н., Моминов С.Б., Сәдібек А.Ж., Даиырбеков С.С., Жолдасов С.А. Хилдың екінші есебіндегі ұйытқулы шеңбер типтес орбиталар.... 69
Асқарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Максутханова А.М., Турбекова А.Г., Бейсенов Х.И. БКЗ-160 жану камерасындағы термохимиялық-газдандырылған көмір жануын зеттеудің есептеу эксперименті.... 75
Салғараева Г.И., Базарбаева А. Білім берудегі Steam жүйесі және робототехника....81
Ақылбаев М.И., Пархатова С., Шалданбаев А.Ш. Бірлесіп толыққан операторлар 87
Шыныбаев М.Д., Даирбеков С.С., Жолдасов С.А., Алиасқаров Д.Р., Мырзақасова Г.Е., Сәдібек А.Ж. Жердің жасанды серігінің сәуле қысымынан алған ұйытқуын Делоне элементтерінде есепке алу.... 98
Қабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Абекова Ж.А., Омашова Г.Ш., Қыдырбекова Ж.Б., Джумагалиева А.И. Соққы құбылысын зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі.... 104
Қожамқұлова Ж.Ж., Аманкелдіқызы Н., Кабаева Д.А. Болашақ мұғалімдерді кәсіби дайындауда қолданылатын ақпараттық технологиялар және олардың даму болашағы.... 110
Қошанов Б.Д., Әділбеков Е.Н., Дуйсен Е. Шектелмеген облыста пуассон және Бигармониалы теңдеулер үшін Дирихле есебі шешімдер кеңістігінің өлшемі – I.... 116
Қошанов Б.Д., Әділбеков Е.Н., Дуйсен Е. Шектелмеген облыста Пуассон және бигармониалы теңдеулер үшін Дирихле есебі шешімдер кеңістігінің өлшемі – II....126
Сапрыгина М.Б., Ақылбаев М.И., Шалданбаев А.Ш. Штурм-Лиувилл операторының периодты кері есебі.... 132
Қойшиева Т.Қ., Қожамқұлова Ж.Ж., Сабит Б. Жоғары оқу орнында болашақ мұғалімдерді объектілі-бағдарлы жобалау негізінде кәсіби дайындау моделі.... 146
Исаева Г.Б., Бейсенова А.М. Виртуалды машина және виртуалды машина ерекшеліктері мен виртуалдану деңгейлері жайлы жалпы мәселелер....153
Сарсенбаев Х.А., Хамзина Б.С., Колдасова Г.А., Исаева Г.Б. Көлденең ұңғымалардың өнімдік қабатын тиімді ашу үшін биополимерлі бұрғылау ерітіндісін қолдану.... 161

Ғалымды еске алу

Э.Г. Боос....166

СОДЕРЖАНИЕ

Джумабаев Д.С., Жармагамбетов А.С. Численный метод решения линейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма........ 5
Асанова А.Т., Иманчиев А.Е., Кадирбаева Ж.М. Об однозначной разрешимости многоточечной задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений 12
Дауылбаев М. К., Джумабаев Д. С., Атахан Н. Асимптотическое представление сингулярно возмущенных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений........18
Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Оспанова Ш.С. Исследование аэродинамики и тепломассообмена в топочных камерах котлов ПК-39 и БКЗ-160 27
Абишев М.Е., Токтарбай С., Абылаева А.Ж., Талхат А.З., Белисарова Ф.Б. Устойчивость орбиты вращательного движения пробного тела в поле двух массивных вращающихся тел........ 39
Акжигитова Э.М., Курмангалиева В.О., Арбузов А.Б. Описание радиоционного распада мюона в модельно – независимом подходе 54
Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Шортанбаева Ж.К Численное моделирование процессов сжигания пылеугольного топлива в топочной камере котла ПК 39........ 58
Абишев М., Малыбаев А., Кеведо Э. Геометротермодинамика идеального газа........ 64
Шинибаев М.Д., Беков А.А., Рахимжанов Б.Н., Моминов С.Б., Садыбек А.Ж., Даиырбеков С.С., Жолдасов С.А. Возмущенная орбита кругового типа во второй задаче Хилла........ 69
Аскарова А.С., Болегенова С.А., Болегенова С.А., Максимов В.Ю., Максутханова А.М., Турбекова А.Г., Бейсенов Х.И. Вычислительный эксперимент по исследованию горения термохимически-газифицированного угля в топочной камере котла БКЗ-160........ 75
Салғараева Г.И., Базарбаева А. Система Steam в образовании и робототехника........ 81
Ақылбаев М.И., Пархатова С., Шалданбаев А.Ш. О совместно полных операторах Штурма-Лиувилля........ 87
Шинибаев М.Д., Даирбеков С.С., Жолдасов С.А., Алиаскаров Д.А., Мырзакасова Г.Е., Садыбек А.Ж. Возмущения спутника земли от светового давления в элементах Делоне........ 98
Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Абекова Ж.А., Омашова Г.Ш., Кыдырбекова Ж.Б., Джумагалиева А.И. Организация выполнения компьютерной лабораторной работы по исследованию явления биения........ 104
Кожамкулова Ж.Ж., Аманкелдикызы Н., Кабаева Д.А. Информационные технологии, используемые при подготовке будущих педагогов, и их развитие........ 110
Кошанов Б.Д., Адильбеков Е.Н., Дуйсен Е. Размерность пространства решений задачи Дирихле для уравнений Пуассона и бигармонического уравнения в неограниченной области-I........ 116
Кошанов Б.Д., Адильбеков Е.Н., Дуйсен Е. Размерность пространства решений задачи Дирихле для уравнений Пуассона и бигармонического уравнения в неограниченной области- II........ 126
Сапрыгина М.Б.[1], *Акылбаев М.И., Шалданбаев А.Ш.* Обратная периодическая задача оператора Штурма-Лиувилля........ 132
Койшиева Т.К., Кожамкулова Ж.Ж., Сабит Б. Профессиональная подготовка будущих преподавателей в высших учебных заведениях на основе объектно-ориентированного проектирования 146
Исаева Г.Б., Бейсенова А.М. Виртуальные машины, преимущества виртуальных машин и уровни виртуализации....153
Сарсенбаев Х.А., Хамзина Б.С., Колдасова Г.А., Исаева Г.Б. Применение биополимерных буровых растворов для эффективного вскрытия продуктивных горизонтов горизонтальных скважин........ 161

Памяти ученого

Краткий очерк научной и общественной деятельности академика Национальной академии наук Республики Казахстан Э.Г.Бооса........ 166

CONTENTS

Dzhumabaev D.S., Zharmagambetov A.S. Numerical method for solving a linear boundary value problem for fredholm integro-differential equations.. 5
Assanova A.T., Imanchiev A.E., Kadirbayeva Zh.M. On the unique solvability of a multi-point problem for system of the loaded differential equations hyperbolic type 12
Dauylbayev M. K., Dzhumabaev D. S., Atakhan N. Asymptotical representation of singularly perturbed boundary value problems for integro-differential equations 18
Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Ospanova Sh.S. Investigation of aerodynamics and heat and mass transfer in the combustion chambers of the boilers PK-39 and BKZ-160.. 27
Abishev M.E., Toktarbay S., Abylayeva A.Zh., Talkhat A.Z., Belissarova F.B. The orbital stability of the motion of a test particle in a field of two massive rotating bodies.. 39
Akzhigitova E.M., Kurmangalieva V.O., Arbuzov A.B. Description of radiative muon decay using model-independent approach.. 54
Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Shortanbaeva Zh.K. Numerical modeling of burning pulverized coal in the combustion chamber of the boiler PK 39.. 58
Abishev M., Malybayev A., Quevedo H. Geometrothermodynamics of the ideal gas………………......................................64
Shinibaev M.D., Bekov A.A., Rahimganov B.N., Mominov S.B., Sadybek A.G., Dairbekov S.S., Zholdasov S.A. Perturbed orbit of a circular type for the Hill second task 69
Askarova A.S., Bolegenova S.A., Bolegenova S.A., Maximov V.Yu., Maxutkhanova A.M., Turbekova A.G., Beisenov Kh.I. A Computational experiment for studying the combustion of thermochemically-gasified coal in the combustion chamber of the boiler BKZ-160.. 75
Salgarayeva G.I., Bazarbayeva A. Steam system in education and robotics.. 81
Akylbayev M. I., Parkhatova S., Shaldanbayev A.Sh. On jointly completeness of Sturm-Liouville operators…………… 87
Shinibaev M.D., Dairbekov S.S., Zholdasov S.A., Aliaskarov D.A., Myrzakasova G.E., Sadybek A.G. Perturbations satellites from the light pressure in the delaunay elements………………………………………………… 98
Kabylbekov K.A., Ashirbaev H. A., Abekova Zh. A., Omashova G.Sh., Kydyrbekova Zh. B., Dzhumagalieva A.I. The organization of performance of computer laboratory operation on examination of the phenomenon of palpation……………... 104
Kozhamkulova Zh.Zh., Amankeldikyzy N., Kabaeva D.A. Information technology used in the preparation of future teachers and their development…………………………………………………………… 110
Koshanov B.D., Adilbekov E.N., Duysen E. The dimension of the space solutions of the dirichlet problem for the Poisson and biharmonic equations in unbounded Domains – I.. 116
Koshanov B.D., Adilbekov E.N., Duysen E. The dimension of the space solutions of the Dirichlet problem for the Poisson and biharmonic equations in unbounded domains – II.. 126
Saprigina M.B., Akylbayev M. I., Shaldanbayev A.Sh. The inverse periodic problem of the Sturm-Liouville operator........132
Koyshieva T.K., Kozhamkulova Zh.Zh., Sabit B. Training in higher education for future teachers on the basis of object-oriented design…………………………………………………………… 146
Issayeva G.B., Beisenova A.M. The virtual machines, advantages of the virtual machines and virtualization levels............153
Sarsenbayev Kh.A., Khamzina B.S., Koldassova G.A., Issayeva G.B. Application of biopolymer drilling fluid for effective opening productive horizons horizontal wells……………………………………………………………161

The memory of the scientist

E. G. Boos 166

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see http://www.elsevier.com/publishingethics and http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see http://www.elsevier.com/postingpolicy), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service http://www.elsevier.com/editors/plagdetect.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www:nauka-nanrk.kz

http://www.physics-mathematics.kz

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 10.04.2017.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
11,4 п.л. Тираж 300. Заказ 2.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19