

ISSN 2518-1726 (Online),  
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**5 (315)**

**ҚЫРКУЙЕК – ҚАЗАН 2017 Ж.  
СЕНТЯБРЬ – ОКТЯБРЬ 2017 Г.  
SEPTEMBER – OCTOBER 2017**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы  
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

**Жұмаділдаев А.С.** проф., академик (Қазақстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Қазақстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Өмірбаев У.У.** проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Жүсіпов М.А.** проф. (Қазақстан)  
**Жұмабаев Д.С.** проф. (Қазақстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Қазақстан)  
**Бошқаев К.А.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Сұраған Д.** корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Қырғыстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Белорус)  
**Пашаев А.** проф., академик (Әзірбайжан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)  
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде  
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.  
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2017

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор  
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

**Джумадильдаев А.С.** проф., академик (Казахстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Казахстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Умирбаев У.У.** проф. чл.-корр. (Казахстан)  
**Жусупов М.А.** проф. (Казахстан)  
**Джумабаев Д.С.** проф. (Казахстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Казахстан)  
**Бошкаев К.А.** доктор PhD (Казахстан)  
**Сураган Д.** чл.-корр. (Казахстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Кыргызстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Беларусь)  
**Пашаев А.** проф., академик (Азербайджан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов  
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f  
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

**Dzhumadildayev A.S.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kalmenov T.Sh.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Zhantayev Zh.Sh.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Umirbayev U.U.** prof. corr. member. (Kazakhstan)  
**Zhusupov M.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Dzhumabayev D.S.** prof. (Kazakhstan)  
**Asanova A.T.** prof. (Kazakhstan)  
**Boshkayev K.A.** PhD (Kazakhstan)  
**Suragan D.** corr. member. (Kazakhstan)  
**Quevedo Hernando** prof. (Mexico),  
**Dzhunushaliyev V.D.** prof. (Kyrgyzstan)  
**Vishnevskiy I.N.** prof., academician (Ukraine)  
**Kovalev A.M.** prof., academician (Ukraine)  
**Mikhalevich A.A.** prof., academician (Belarus)  
**Pashayev A.** prof., academician (Azerbaijan)  
**Takibayev N.Zh.** prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.  
**Tiginyanu I.** prof., academician (Moldova)

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN  
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 5, Number 315 (2017), 163 – 171

**Sh.R.Myrzakul, T.R.Myrzakul, F.B.Belisarova, Kh. Abdullayev, K.R. Myrzakulov**

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, 050040, Kazakhstan  
[shynaray1981@gmail.com](mailto:shynaray1981@gmail.com), [tmyrzakul@gmail.com](mailto:tmyrzakul@gmail.com), [farida.belisarova@kaznu.kz](mailto:farida.belisarova@kaznu.kz), [hamid\\_darin@mail.ru](mailto:hamid_darin@mail.ru)

## NOETHER SYMMETRY APPROACH IN f-ESSENCE COSMOLOGY WITH SCALAR-FERMION INTERACTION

**Abstract.** The paper is devoted to the investigation of the field of f-essence, which is weakly connected with the gravitational field. After constructing the cosmological model, the Noether symmetry approach was used, which makes it possible to simplify the system of differential equations that determine the dynamics of the considerate model and to determine the integrability of this physical system. The Noether symmetry approach also allows one to verify self-consistency of the our physical model.

**Keywords:** Noether symmetry, f-essence cosmology, dark energy, f-essence, fermionic field, scalar-fermion interactions

УДК 524.8

**Ш.Р. Мырзақұл, Т.Р. Мырзақұл, Ф.Б. Белисарова, Х.Абдуллаев, К.Р. Мырзақұлов**

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,  
г. Алматы, 050040, Казахстан

## ПОДХОД НЕТЕР СИММЕТРИИ В КОСМОЛОГИИ F-ЭССЕНЦИЙ СО СКАЛЯРНО-ФЕРМИОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

**Аннотация.** Работа посвящена исследованию поля f-эссенций, которое слабо связано с гравитационным полем. После построения космологической модели, был применен метод Нетер симметрий, который позволяет упростить систему дифференциальных уравнений, определяющих динамику рассматриваемой модели, и определить интегрируемость этой самой физической системы. Метод Нетер симметрий также позволяет проверить само согласованность изучаемой физической модели.

**Ключевые слова:** Нетер симметрии, космология f-эссенций, темная энергия, фермионное поле, скалярно-фермионные взаимодействия.

### Введение

В современной теоретической космологии нашел широкое применение так называемый подход Нетер симметрий. Знаменитая теорема немецкого математика Эммы Нетер, опубликованная в 1918 году [1], позволяет проводить анализ изучаемой физической системы на основе имеющихся данных о симметрии, которой эта система обладает. Теорема сопоставляет количество непрерывных симметрии рассматриваемой системы, количеству законов сохранения, то есть количеству сохраняющихся величин, которых называют сохраняющимися или Нетер зарядами. Этими законами сохранения могут быть: закон сохранения энергии, закон сохранения импульса, закон сохранения момента импульса и др. Математическим преимуществом использования этого метода в физических проблемах, и в частности в теоретической космологии, состоит, в том, что этот метод позволяет упростить систему дифференциальных уравнений, определяющих динамику рассматриваемой физической системы, а также определить интегрируемость этой самой физической системы. Метод Нетер симметрий также позволяет проверить само согласованность изучаемой физической модели.

Как мы уже отмечали выше, метод Нетр симметрий широко применяется в современной космологии, с результатами самых последних из них, можно ознакомиться в работах [2-9]. В связи со спецификой изучаемой в данной работе, нас больше интересует применение метода Нетр симметрий именно в работах связанных с построением физических моделей, объясняющих природу так называемой темной энергии.

Многочисленные наблюдательные данные, проведенные за последние десятилетия такие как: суперновая типа Ia [10], анизотропия космического микроволнового фона [11], барионные акустические колебания [12], слабое линзирование [13] и крупномасштабная структура [14], подтверждают тот факт, что наша Вселенная находится в стадии ускоренного расширения [15]. Объяснение природы этого ускоренного расширения, является одной из центральных проблем современной космологии, которой занимаются наиболее активная часть физического сообщества. За последние годы появилось множество теорий и моделей пытающиеся объяснить причину этого расширения. Но все эти модифицированные гравитационные теории можно разделить на два класса: модифицированные теории гравитаций объясняющие ускоренное расширение за счет так называемой темной энергии и модифицированные теории гравитаций которые объясняют ускоренное расширение нашей Вселенной без темной энергии. Все модифицированные теории гравитаций, которые построены вокруг таинственной темной энергии, которая как считают является причиной расширения нашей Вселенной (антигравитацией), с теоретической точки зрения можно разделить на разные подклассы в зависимости от значения космологической константы (согласно современным представлениям о темной энергии на параметр уравнения состояния наложено ограничение, где-то в порядке значения  $w = -1$  космологической константы): фантомная материя -  $w < -1$ , космологическая константа -  $w = -1$ , квинтэссенция -  $w \in (-1, -1/3)$ , пыль -  $w = 0$ , излучение -  $w = 1/3$ , твердая Вселенная -  $w \in (1/3, 1)$ , жесткая материя -  $w = 1$ , экипротическое вещество -  $w > 1$  и др.

В этой статье будем рассматривать, одну из этих модифицированных теорий, для однородного и изотропного пространства-времени Фридмана-Робертсона-Уоккера, космологическую модель f-эссенций, которая является частным случаем k-эссенций и фермионным аналогом g-эссенции. Рассматривая f-эссенцию, как гравитационный источник ускоренного расширения, покажем, что фермионное поле, изначально имеющее анизотропное пространство, становится изотропным, образуя сингулярности свободных космологических решений, хорошо описывающих ускоренное расширение Вселенной. Для этих целей, обобщим Лагранжиан, для случая с очень слабой связи f-эссенции с гравитационным полем. Используя этот Лагранжиан, получим систему уравнений поля, а также используем теорему Нетр, для определения явных форм функции связи и функции Лагранжиан f-эссенции.

### Не минимально связанная с R гравитацией модель f-эссенции

Запишем действие для поля f-эссенций, которое не минимально связано с гравитацией в рамках R гравитации в виде

$$S = \int d^4x e \left[ h(u) R + 2K(Y, u) \right], \quad (1)$$

где  $R$  скаляр Риччи,  $u = \bar{\psi}\psi$  обозначают поле f-эссенции  $\psi$  и его сопряжение  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ , крестик представляет комплексное сопряжение,  $h(u)$  обобщенная функция, представляющая не минимальную связь гравитации с полем f-эссенций,  $K$  является плотностью Лагранжиана поля f-эссенции, где канонический кинетический член имеет вид

$$Y = \frac{1}{2} i \left[ \bar{\psi} \Gamma^\mu D_\mu \psi - (D_\mu \bar{\psi}) \Gamma^\mu \psi \right], \quad (2)$$

$\Gamma^\mu = e_a^\mu \gamma^a$  обобщенные матрицы Дирака-Паули, удовлетворяющие алгебре Клиффорда, где фигурные скобки обозначают анти-коммутиационное соотношение, ковариантные  $e_a^\mu$  имеют вид

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi - \Omega_\mu \psi \quad (3)$$

и

$$D_\mu \bar{\psi} = \partial_\mu \bar{\psi} + \bar{\psi} \Omega_\mu \quad (4)$$

Выше, f- эссенция связи  $\Omega_\mu$  определяется

$$\Omega_\mu = -\frac{1}{4} g_{\rho\sigma} \left[ \Gamma_{\mu\delta}^\rho - e_b^\rho \partial_\mu e_\delta^b \right] \Gamma^\sigma \Gamma^\delta \quad (5)$$

С  $\Gamma_{\mu\delta}^\rho$  обозначается символы Кристоффеля.

Рассмотрим простейшую, однородную и изотропную космологическую модель, в которой плоская метрика ФРУ имеет вид

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [dx^2 + dy^2 + dz^2], \quad (6)$$

где  $a(t)$  является масштабным фактором Вселенной. Для этой метрики, выберем  $(e_a^\mu) = \text{diag}(1, 1/a, 1/a, 1/a)$  и  $(e_a^\mu) = \text{diag}(1, a, a, a)$ .

Матрица Дирака в искривленном пространстве-времени  $\Gamma^\mu$

$$\Gamma^0 = \gamma^0, \Gamma^j = a^{-1} \gamma^j, \Gamma^5 = -i\sqrt{-g} \Gamma^0 \Gamma^1 \Gamma^2 \Gamma^3 = \gamma^5, \Gamma_0 = \gamma^0, \Gamma_j = a \gamma^j \quad (i=1,2,3). \quad (7)$$

Отсюда получаем

$$\Omega_0 = 0, \Omega_j = \frac{1}{2} \dot{a} \gamma^j \gamma^0 \quad (8)$$

и

$$Y = \frac{1}{2} i \left( \bar{\psi} \gamma^0 \dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}} \gamma^0 \psi \right). \quad (9)$$

Отметим также, что гамма-матрицы, основаны на матрицах Дирака, имеют вид

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где  $I = \text{diag}(1, 1)$  и  $\sigma^k$  матрицы Паули, имеющие следующий вид

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Скаляр Риччи в метрике ФРУ

$$R = 6 \left( \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) = 6(\dot{H} + 2H^2), \quad (12)$$

беря плоское пространство-время ФРУ и параметр Хаббла  $H = \dot{a}/a$ , перепишем вышеупомянутое действие

$$S = \int d^4 x \left[ -6\hbar \dot{a} a^2 - 6\hbar \dot{a}^2 a + 2a^3 K \right], \quad (13)$$

После интегрирования по частям, точечный Лагранжиан принимает следующий вид:

$$L = 6\dot{h}\dot{a}^2 + 6h\dot{a}^2 a + 2a^3 K, \quad (14)$$

Считаем, что поле зависит только от времени, так как метрика однородна и изотропна, т.е.  $\psi = \psi(t)$ .

Уравнения Эйлера-Лагранжа

$$\frac{\partial L}{\partial a} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} = -12\dot{a}ah - 6\dot{a}^2 h - 12\dot{a}a\dot{h} - 6a^2 \ddot{h} + 6a^2 \dot{K} = 0, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} &= -6h_u \bar{\psi} \left( \ddot{a} a^2 + \dot{a}^2 a \right) + 2a^3 K_u \bar{\psi} - \\ &- 2ia^3 K_Y \bar{\psi} \dot{\gamma}^0 - 3ia^2 \dot{a} K_Y \bar{\psi} \dot{\gamma}^0 - ia^3 \dot{K}_Y \bar{\psi} \dot{\gamma}^0 = 0 \end{aligned}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \bar{\psi}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{\psi}}} &= -6h_u \psi \left( \ddot{a} a^2 + \dot{a}^2 a \right) + 2a^3 K_u \psi + \\ &+ 2ia^3 K_Y \dot{\gamma}^0 \dot{\psi} + 3ia^2 \dot{a} K_Y \dot{\gamma}^0 \dot{\psi} + ia^3 \dot{K}_Y \dot{\gamma}^0 \dot{\psi} = 0 \end{aligned}, \quad (17)$$

С энергетическим условием

$$E = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} \dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \dot{\psi} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{\psi}}} \dot{\bar{\psi}} - L = 0, \quad (18)$$

или

$$-6\dot{a}^2 ah - 6\dot{a}a^2 h_u \dot{a} + 2a^3 (YK_Y - K) = 0, \quad (19)$$

получаем уравнение Фридмана

$$3H^2 = \rho, \quad (20)$$

Тогда плотность энергии и давления поля f-эссенции принимают вид

$$\rho = \frac{YK_Y - K - 3H\dot{h}}{h} \quad (21)$$

$$p = \frac{-K + \dot{h} + 2H\dot{h}}{h} \quad (22)$$

Из уравнений (16) и (17) следует, уравнения Дирака для поля и его сопряжения

$$\dot{\psi} + \frac{3}{2} H \psi + \frac{1}{2} \frac{\dot{K}_Y}{K_Y} \psi - i \left[ \frac{K_u}{K_Y} - 3 \left( \dot{H} + 2H^2 \right) \frac{h_u}{K_Y} \right] \dot{\gamma}^0 \psi = 0, \quad (23)$$



$$\bar{\psi} + \frac{3}{2} H \bar{\psi} + \frac{1}{2} \frac{\dot{K}_Y}{K_Y} \bar{\psi} + i \left[ \frac{K_u}{K_Y} - 3(\dot{H} + 2H^2) \frac{h_u}{K_Y} \right] \bar{\psi} \gamma^0 = 0. \quad (24)$$

Делая некоторые алгебраические операции, получим решения для уравнений (23) и (24)

$$u = u_0 / (a^3 K_Y), \quad (25)$$

где  $u_0$  является постоянной.

### Подход Нетер симметрии

Применим теперь подход Нетер симметрий для нашей модели. Математическим преимуществом использования этого метода в физических проблемах, и в частности в теоретической космологии, состоит, в том, что этот метод позволяет упростить систему дифференциальных уравнений, определяющих динамику рассматриваемой физической системы, а также определить интегрируемость этой самой физической системы. Метод Нетер симметрий также позволяет проверить само согласованность изучаемой физической модели.

Подход Нетер симметрий говорит нам, что производная Лагранжиана относительно заданного векторного поля  $X$  равна нулю, т.е.

$$XL = 0 \quad (26)$$

Лагранжиан с точки зрения компонентов поля  $\psi = (\psi_0 + \psi_1 + \psi_2 + \psi_3)^T$  и его комплексное сопряжения  $\bar{\psi} = (\psi_0^\dagger, \psi_1^\dagger, -\psi_2^\dagger, -\psi_3^\dagger)$  будет как,

$$L = 6h_u \dot{a} a^2 \sum_{i=0}^3 (\psi_i^\dagger \dot{\psi}_i + \dot{\psi}_i^\dagger \psi_i) + 6h \dot{a}^2 a + 2a^3 K, \quad (27)$$

где  $X$ , как было определено выше равен

$$X = \alpha \frac{\partial}{\partial a} + \dot{\alpha} \frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \sum_{k=0}^3 \left( \eta_k \frac{\partial}{\partial \psi_k} + \dot{\eta}_k \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_k} + m_k \frac{\partial}{\partial \psi_k^\dagger} + \dot{m}_k \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_k^\dagger} \right), \quad (28)$$

где

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial \alpha}{\partial a} \dot{a} + \sum_{k=0}^3 \left( \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_k} \dot{\psi}_k + \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_k^\dagger} \dot{\psi}_k^\dagger \right), \quad (29)$$

$$\dot{\eta}_k = \frac{\partial \eta_k}{\partial a} \dot{a} + \sum_{j=0}^3 \left( \frac{\partial \eta_k}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \eta_k}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger \right), \quad (30)$$

$$\dot{m}_k = \frac{\partial m_k}{\partial a} \dot{a} + \sum_{j=0}^3 \left( \frac{\partial m_k}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial m_k}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger \right), \quad (31)$$

здесь  $\alpha$ ,  $\eta_i$  и  $m_j$  неизвестные функции переменных  $a, \psi_i$  и  $\psi_i^\dagger$ .

Условие (26) при применении к Лагранжиану(27) приводит к уравнению, которое зависит явно от  $\dot{a}^2, \dot{\alpha} \dot{\psi}_i^\dagger, \dot{\alpha} \dot{\psi}_i, \dot{\psi}_i^\dagger \dot{\psi}_i, \dot{a}, \dot{\psi}_i^\dagger, \dot{\psi}_i$ , и приравняв коэффициенты перед ними к нулю, получаем следующую систему связанных дифференциальных уравнений:

$$\dot{a}^2: \quad h \left( \alpha + 2a \frac{\partial \alpha}{\partial a} \right) a h_u \sum_{k=0}^3 \delta_k \left( \psi_k \eta_k + \psi_k^\dagger \eta_k + a \psi_k \frac{\partial \eta_k}{\partial a} + a \psi_k^\dagger \frac{\partial \eta_k}{\partial a} \right) = 0 \quad (32)$$

$$\dot{a} \psi_k^\dagger: \quad h_u \delta_k \psi_k \left( 2\alpha + a \frac{\partial \alpha}{\partial a} \right) + a h_{uu} \delta_k \psi_k \sum_{j=0}^3 \delta_j \left( m_j \psi_j + \eta_j \psi_j^\dagger \right) +$$

$$a h_u \delta_k \eta_k + 2h \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_k^\dagger} + a h_u \sum_{j=0}^3 \delta_j \left( \frac{\partial m_j}{\partial \psi_k^\dagger} \psi_j + \frac{\partial \eta_j}{\partial \psi_k^\dagger} \psi_j^\dagger \right) = 0 \quad (33)$$

$$\dot{a} \psi_k: \quad h_u \delta_k \psi_k^\dagger \left( 2\alpha + a \frac{\partial \alpha}{\partial a} \right) + a h_{uu} \delta_k \psi_k^\dagger \sum_{j=0}^3 \delta_j \left( m_j \psi_j + \eta_j \psi_j^\dagger \right) +$$

$$a h_u \delta_k \eta_k + 2h \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_k} + a h_u \sum_{j=0}^3 \delta_j \left( \frac{\partial m_j}{\partial \psi_k} \psi_j + \frac{\partial \eta_j}{\partial \psi_k} \psi_j^\dagger \right) = 0 \quad (34)$$

$$\psi_i^\dagger \psi_j^\dagger: \quad h_u \left( \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j^\dagger} \delta_i \psi_i + \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_i^\dagger} \delta_j \psi_j \right) = 0 \quad (35)$$

$$\psi_j \psi_i: \quad h_u \left( \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j} \delta_i \psi_i + \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_i} \delta_j \psi_j \right) = 0 \quad (36)$$

$$\psi_j^\dagger \psi_i: \quad h_u \left( \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j} \delta_i \psi_i + \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_i^\dagger} \delta_j \psi_j^\dagger \right) = 0 \quad (37)$$

$$\dot{a}: \quad \sum_{j=0}^3 \left( \frac{\partial m_j}{\partial a} \psi_j - \frac{\partial \eta_j}{\partial a} \psi_j^\dagger \right) = 0 \quad (38)$$

$$\psi_k^\dagger: \quad 3\alpha \psi_k + a \eta_k + a \sum_{j=0}^3 \left( \frac{\partial m_j}{\partial \psi_k^\dagger} \psi_j - \frac{\partial \eta_j}{\partial \psi_k^\dagger} \psi_j^\dagger \right) = 0 \quad (39)$$

$$\psi_k: \quad 3\alpha \psi_k^\dagger + a \eta_k - a \sum_{j=0}^3 \left( \frac{\partial m_j}{\partial \psi_k} \psi_j - \frac{\partial \eta_j}{\partial \psi_k} \psi_j^\dagger \right) = 0 \quad (40)$$

равенство остальных, который используется для определения функции Лагранжа f-эссенций, имеет следующий вид

$$\frac{3\alpha}{aK_u} (K - YK_Y) = - \sum_{i=0}^3 (\delta_i \eta_i \psi_i^\dagger + \delta_i m_i \psi_i). \quad (41)$$

Здесь введен символ, который равен

$$\delta_i = \begin{cases} +1 & \text{для } i=1,2, \\ -1 & \text{для } i=3,4. \end{cases}$$

Первый вывод из уравнений (35) - (37), это то что имеются два возможных варианта  $h' = 0$  или  $h' \neq 0$ . Рассмотрим отдельно два случая.

Из уравнения (41), запишем

$$\sum_{j=0}^3 \delta_j (m_j \psi_j + \eta_j \psi_j^\dagger) = -3 \frac{\alpha}{a} \frac{K - YK_Y}{K_u} \quad (43)$$

после дифференцирования которого по  $a$ , получим следующий вид

$$\sum_{j=0}^3 \delta_j \left( \frac{\partial m_j}{\partial a} \psi_j + \frac{\partial \eta_j}{\partial a} \psi_j^\dagger \right) = 3 \left( \frac{\alpha}{a^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial \alpha}{\partial a} \right) \frac{K - YK_Y}{K_u} \quad (44)$$

Вставим уравнения (43) и (44) в (32), и принимая во внимание то, что  $h$  и  $K$  только функции от  $u$ , получим

$$\frac{a}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial a} = \frac{K_u h}{3(K - YK_Y)h_u - 2K_u h} = q \quad (45)$$

где  $K$  постоянная.

Для  $h' \neq 0$ , из уравнений (35) - (37) следует также, что  $\alpha = \alpha(a)$ , следовательно можно определить  $\alpha$  из уравнения (45), что дает нам

$$\alpha = \alpha_1 a^q \quad (46)$$

здесь  $\alpha_1$  постоянная.

Из равенства (41) следует также, что функция Лагранжа  $f$ -эссенции связанна с  $h$  как

$$\frac{K_u}{K - YK_Y} = \frac{3q}{1 + 2q} \frac{h_u}{h} \quad (47)$$

Кроме того, из уравнений (39), (40) и (41), находим решения для генераторов  $\eta_j$  и  $m_j$  как

$$\eta_j = - \left( \frac{3}{2} \alpha_1 a^{q-1} + \sigma \eta_0 \right) \psi_j \quad (48)$$

$$m_j = - \left( \frac{3}{2} \alpha_1 a^{q-1} - \sigma \delta \eta_0 \right) \psi_j^\dagger \quad (49)$$

Подставляя эти значения в уравнение (41) и используя значения альфа (46), получим следующее уравнение

$$K = YK_Y + uK_u \quad (50)$$

Решая это уравнения, получим

$$K = K_1 (Y + u) \quad (49)$$

где  $K_1$  является интегрируемой константой. Тогда из уравнений (47), находим связь  $h$  с  $u$

$$h = h_1 u^{\frac{1+2q}{3q}} \quad (50)$$

### Космологические решения

На основе полученных в предыдущем разделе решений, появилась возможность проанализировать динамику Вселенной. Для этого, нужно определенные в предыдущем разделе решения (51) и (52), поместить в уравнения поля (23), (24). Получим тогда,

$$\dot{u} + 3\frac{\dot{a}}{a}u = 0 \quad (53)$$

$$\dot{H} + 2H^2 = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{Y}{u}\right)\frac{K_1}{h_1}u^{\frac{3q}{1+2q}} = l \quad (54)$$

так что

$$u = \frac{u_0}{a^3} \quad (55)$$

$$a(t) = \sqrt{\frac{1}{m}(C_1e^{-mt} - C_2e^{mt})}, \quad l = \frac{m^2}{2} \quad (56)$$

$$H = -\frac{C_1me^{-mt} + C_2me^{mt}}{2(C_1e^{-mt} - C_2e^{mt})} \quad (57)$$

где  $u_0$ ,  $C_1$  и  $C_2$  постоянные интегрирования.

Плотности энергий и давления для нашей модели

$$\rho = \frac{3}{4}\frac{C_1me^{-mt} + C_2me^{mt}}{(C_1e^{-mt} - C_2e^{mt})^2}, \quad (58)$$

$$p = -\frac{2n+1}{(1-n)^2(t-C_2)^2}. \quad (59)$$

Определим параметр уравнения состояния нашей модели как

$$\omega = \frac{p}{\rho} = -\frac{1}{3}(1+2n). \quad (60)$$

Как было показано ранее, для нашей модели, постоянная  $n$  не может принимать значение 1. В нашей модели, рассматривая значение  $n > 1$ , имеем  $\omega < -1$ , эта фаза будет фантомной фазой, и если  $n = 0$ , то  $\omega = -\frac{1}{3}$  будет фазой квинтэссенций.

Параметр замедления для фермионного поля определяется как

$$q = -\frac{a}{\dot{a}} = -n \quad (61)$$

Из этого примера, можно увидеть, что при  $n > 0$ , Вселенной будет ускоряться и при  $n < 0$  замедлятся.

При  $n = -\frac{1}{2}$ , видим что

$$\rho_{tot} = \frac{4}{3(t-C_2)^2}, \quad p = 0. \quad (62)$$

Это стандартная материя поля без давления. Можно прийти к выводу, что фермионное поле ведет себя и как фантомная и как квинтэссенционная фазы ускоренно расширяющейся Вселенной.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Noether E. (1918) Invariant Variations problem, *Gott.Nachr.* 235-257 (in German) and *Transp. Theory Statist. Phys.* 1:186-207. (in English) DOI: [10.1080/00411457108231446](https://doi.org/10.1080/00411457108231446)
- [2] Capozziello S., De Laurentis M., Odintsov SD. (2014) Noether Symmetry Approach in Gauss-Bonnet Cosmology. *Modern Physics Letters A*, Vol. 29-30. DOI: [10.1142/S0217732314501648](https://doi.org/10.1142/S0217732314501648).
- [3] Jahangeer A., Shamir MF, Naz T., Ifikhar N. (2015) The Scale of Cosmic the Classification Factor is Via Noether Gauge Symmetries. *International, the Journal of Theoretical the Physics*, V.54-7: 2343-2353. DOI: [10.1007/s10773-014-2456-3](https://doi.org/10.1007/s10773-014-2456-3)
- [4] Roshan M. (2015) Exact cosmological solutions for MOG, *The European Physical Journal C*, 75:405. DOI: [10.1140/epjc/s10052-015-3637-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3637-9).
- [5] Jun L., Kun M., Liu Zh. (2015) Near horizon symmetry and entropy of black holes in  $f(R)$  gravity and conformal gravity, *General Relativity and Gravitation* 47(10):116. DOI: [10.1007/s10714-015-1957-6](https://doi.org/10.1007/s10714-015-1957-6).
- [6] Guendelman E, Nissimov E, Pacheva S. (2016) Metric-Independent spacetime Volume-Forms and Dark Energy/Dark Matter Unification. *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*, vol.191, ed. V. Dobrev, Springer. arXiv:1512.01395v1.
- [7] Wei H, Li H-Y, Zou X.-B. (2016) Exact Cosmological Solutions of  $f(R)$  Theories via Hojman Symmetry. *Nucl. Phys. B* 903:132-149. DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2015.12.006](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2015.12.006).
- [8] Belinchón JA, Harko T, Mak MK (2016). Exact Scalar-Tensor Cosmological Solutions via Noether Symmetry, *Astrophys. Space Sci.*, 361:52. DOI: [10.1007/s10509-015-2642-7](https://doi.org/10.1007/s10509-015-2642-7).
- [9] Dutta S, Chakraborty S. (2016) A study of phantom scalar field cosmology using Lie and Noether symmetries. *Int. J. Mod. Phys. D*. DOI: [10.1142/S0218271816500516](https://doi.org/10.1142/S0218271816500516).
- [10] Perlmutter S, et al. (1996) Measurements of the Cosmological Parameters Omega and Lambda from the First 7 Supernovae at  $z \geq 0.35$ , *Astrophys.J.* 483-565. DOI: [10.1086/304265](https://doi.org/10.1086/304265).
- [11] Eisenstein DJ, et al. (2005). Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies, *Astrophys. J.* 633560: 574. DOI: [10.1086/466512](https://doi.org/10.1086/466512).
- [12] Jain B, Taylor A. (2003), Cross-Correlation Tomography: Measuring Dark Energy Evolution with Weak Lensing, *Phys. Rev. Lett.* 91: 141302. DOI: [10.1103/PhysRevLett.91.141302](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.141302).
- [13] Tegmark M, et al. (2004) Cosmological parameters from SDSS and WMAP, *Phys. Rev. D*, 69-103501. DOI: [10.1103/PhysRevD.69.103501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.103501).
- [14] Bennett CL, et al. (2003) First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results, *Astrophys. J. Suppl.* 148-1. DOI: [10.1086/377226](https://doi.org/10.1086/377226).
- [15] Smolin L. (2006) *The Trouble With Physics*, Houghton Mifflin Harcourt, USA. ISBN: 978-0-618-55105-7.

**Ш.Р. Мырзақұл, Т.Р. Мырзақұл, Ф.Б. Белисарова, Х. Абдуллаев, К.Р. Мырзакулов**

Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, 050040, Қазақстан

**СКАЛЯРЛЫ-ФЕРМИОНДЫ ӘСЕРЛЕСУЛЕРІ БАР  $f$ -ЭССЕНЦИЯ  
КОСМОЛОГИЯСЫНДА НЕТЕР СИММЕТРИЯ ӘДІСІН ПАЙДАЛАНУ**

**Аннотация.** Бұл жұмыс, гравитациялық өріспен әлсіз байланысқан  $f$ -эссенцияның өрісін зерттеуге арналған. Бұл жұмыста космологиялық модель құрылғаннан кейін, моделдің динамикасын анықтайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесін жеңілдету үшін және осы қарастырылып жатқан физикалық жүйенің интегралдануын тексеру үшін Нетер симметрия әдісі қолданылды. Нетер симметрия әдісі, сонымен қатар, физикалық моделдің өзіне сәйкестігін тексеруге мүмкіндік береді.

**Тірек сөздер:** Нетер симметриясы,  $f$ -эссенция космологиясы, күнгірт энергия, фермиондық өріс, скалярлы-фермионды әсерлесу

МАЗМҰНЫ

Кульжумиева А.А., Сартабанов Ж.А. Сызықты біртекті $D_e$ -жүйелерді жордандық канондық түрге келтіру.....	5
Сайдуллаева Н.С., Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Каликулова А.О., Пазылова Д.Т. Matlab бағдарламалар пакетін қолданып «Сыртқы күш әсер еткенде мәжбүрлі тербелістерді есептеу және визуализациялау» компьютерлік зертханалық жұмысты орындауды ұйымдастыру.....	13
Сайдуллаева Н.С., Тагаев Н.С., Пазылова Д.Т., Каликулова А.О. Бірретті артық жүктеменің шаршау сызаттың дамуына әсері.....	22
Жантаев Ж.Ш., Виляев А.В., Серикбаева Э.Б. Солтүстік Тянь-Шаньнің сейсмикалық тәртіп ерекшелігін бағалауда геотермиялық үлгілеуді қолдану.....	26
Гордиенко Г.И., Яковец А.Ф., Литвинов Ю.Г. Ионосфералақы F-аймақтың биіктігін бағалау әдістерін салыстыру.....	35
Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Крюков С.В., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г. Электрондық концентрацияның ионосфераның F2-қабатының максималындағы күнделікті өзгеруі.....	44
Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г., Абдрахманов Н. Максимум F2-қабатының түнгі көбеюлерінің жұқа құрылымы.....	50
Васильев И.В., Жұмабаев Б.Т. Жердің электрлік өрісінің қалыптасуына гравитациялық күшінің әсері.....	55
Козин И.Д., Федулина И.Н. Радиофизика есептерін шешудегі вакуум – орта.....	60
Козин И.Д., Федулина И.Н. Радиотолқынның қабылдағыш антеннаға әсері.....	66
Жантаев Ж.Ш., Стихарный А.П., Виляев А.В. Жердің қазіргі заманғы қозғалысының GPS бақылауындағы уақыттық қатарларының кедергісін сүзу алгоритмі.....	71
Батрышев Д.Ф., Ерланұлы Е., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т. Бір қабырғалы көміртекті нанотүтікшелердің құрылымдық және электрондық қасиеттерін BECKE 3-PARAMETER LEE-YANG-PARR (B3LYP) гибрид функционалы негізінде зерттеу.....	75
Серебрянский А. В., Усольцева Л. А., Комаров А. А., Рева И.В. Атмосфералық экстинкцияның лездік мәндері және ауысуы коэффициенттері.....	84
Бактыбаев Қ., Бактыбаев М.К., Наукенов Д.Д., Далелханқызы А. Өзара әрекеттесуші бозондар моделінің микроскоптық негіздемесіжәне ядролық теориядағы жалпыланған квазиспиндік формализм.....	91
Бапаев К.Б., Слэмжанова С.С. Айырымдық-динамикалық жүйелердің орнықтылығы.....	101
Иманбаева А.Б., Шалданбаев А.Ш., Копжасарова А.А. Коэффициенттері тұрақты кәдімгі дифференциалдық теңдеулер системасының сингуляр әсерленген Коши есебін спектралдік әдіспен шешу.....	112
Копжасарова А.А., Шалданбаев А.Ш., Иманбаева А.Б. Ұқсастық әдісі бойынша, сингуляр әсерленген Кошидің есебін шешу.....	127
Косов В.Н., Жакебаев Д.Б., Федоренко О.В. Изотермиялық диффузия кезіндегі тік каналдардағы үшкомпонентті газдар қоспаларында пайда болатын конвективтік қозғалыстардың сандық талдауы.....	134
Мырзақұл Ш.Р., Белисарова Ф.Б., Мырзақұл Т.Р., Мырзакулов К.Р. Старобинский моделінің негізіндегі F-эссенция динамикасы .....	143
Мамырбаев О.Ж., Мухсина Қ.Ж. Мәтін үндесітілігін анықтауға арналған қолданыстағы жүйелерді талдау.....	149
Омашова Г.Ш., Спабекова Р.С., Қабылбеков К.А., Саудахметов П.А., Аширбаев Х.А., Джумағалиева А.И. Еркін түсу үдеуімен қозғалған дененің қозғалысын зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	156
Мырзақұл Ш.Р., Мырзақұл Т.Р., Белисарова Ф.Б., Абдуллаев Х., Мырзакулов К.Р. Скалярлы-фермионды әсерлесулері бар f-эссенция космологиясында нетер симметрия әдісін пайдалану.....	163

## СОДЕРЖАНИЕ

Кульжумиева А.А., Сартабанов Ж.А. Приведение линейных однородных $D_e$ -систем к жордановому каноническому виду.....	5
Сайдуллаева Н.С., Кабылбеков К.А., Аширбаев Х.А., Каликулова А.О., Пазылова Д.Т. Организация выполнения компьютерной лабораторной работы «Расчет и визуализация вынужденных колебаний при наличии внешней силы» с применением пакета программ Matlab.....	13
Сайдуллаева Н.С., Тагаев Н.С., Пазылова Д.Т., Каликулова А.О. Влияние однократной перегрузки на развитие усталостной трещины.....	22
Жантаев Ж.Ш., Виляев А.В., Серикбаева Э.Б. Применение геотермического моделирования в оценке особенностей сейсмического режима Северного Тянь-Шаня.....	26
Гордиенко Г.И., Яковец А.Ф., Литвинов Ю.Г. Сравнение методов оценки высоты максимума F-области ионосферы.....	35
Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Крюков С.В., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г. День ото дня вариации электронной концентрации в максимуме F2-слоя ионосферы.....	44
Яковец А.Ф., Гордиенко Г.И., Жумабаев Б.Т., Литвинов Ю.Г., Абдрахманов Н. Тонкая структура ночных увеличений в максимуме F2-слоя.....	50
Васильев И.В., Жумабаев Б.Т. Влияние гравитации на формирование электрического поля земли.....	55
Козин И.Д., Федулина И.Н. Вакуум – среда в решении задач радиофизики.....	60
Козин И.Д., Федулина И.Н. Воздействие радиоволны на приёмную антенну.....	66
Жантаев Ж.Ш., Стихарный А.П., Виляев А.В. Алгоритм фильтрации помех временных рядов GPS мониторинга современных движений земной поверхности.....	71
Батрышев Д.Г., Ерланулы Е., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т. Исследование структурных и электронных свойств одностенных углеродных нанотрубок на основе гибридного функционала bescke 3-PARAMETER LEE-YANG-PARR (V3LYP).....	75
Серебрянский А. В., Усольцева Л. А., Комаров А. А., Рева И. В. Коэффициенты перехода и мгновенные значения атмосферной экстинкции.....	84
Бактыбаев К., Бактыбаев М.К., Наукенов Д.Д., Далелханкызы А. Микроскопическое обоснование модели взаимодействующих бозонов и обобщенный квазиспиновый формализм в теории ядра.....	91
Бапаев К.Б., Сламжанова С.С. Об устойчивости разностно – динамических систем.....	101
Иманбаева А.Б., Копжасарова А.А., Шалданбаев А.Ш. Асимптотическое разложение решения сингулярно возмущенной задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.....	112
Копжасарова А.А., Шалданбаев А.Ш., Иманбаева А.Б. Решение сингулярно возмущенной задачи Коши методом подобия.....	127
Косов В.Н., Жакебаев Д.Б., Федоренко О.В. Численный анализ конвективных движений, возникающих при изотермической диффузии в вертикальных каналах в трехкомпонентных газовых смесях.....	134
Мырзакул Ш.Р., Белисарова Ф.Б., Мырзакул Т.Р., Мырзакулов К.Р. Динамика F-эссенции в рамках модели Старобинского.....	143
Мамырбаев О.Ж., Мухсина Қ.Ж. Анализ существующих систем для определения тональности текста.....	149
Омашова Г.Ш., Спабекова Р.С., Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Аширбаев Х.А., Джумагалиева А.И. Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию движения тела, движущегося с ускорением свободного падения.....	156
Мырзақұл Ш.Р., Мырзақұл Т.Р., Белисарова Ф.Б., Абдуллаев Х., Мырзакулов К.Р. Подход нетер симметрии в космологии F-эссенций со скалярно-фермионным взаимодействием.....	163

CONTENTS

<i>Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A.</i> Reduction of linear homogeneous $D_e$ -systems to the jordan canonical form.....	5
<i>Saidullayeva N.S., Kabyzbekov K.A., Ashirbaev Kh.A., Kalikulova A.O., Pazylova D.T.</i> Organization of computer lab work "Calculation and visualization of forced oscillations in the presence of an external force" with the use of the software package Matlab.....	13
<i>Saidullayeva N.S., Tagaev N.S., Pazylova D.T., Kalikulova A.O.</i> Effect of single overload on the development of a fatigue crack.....	22
<i>Zhantaev Zh.Sh., Vilyayev A.V., Serikbaeva E.B.</i> The application of geothermal modeling in the assessment of the features of the seismic regime of the Northern Tien Shan.....	26
<i>Gordienko G.I., Yakovets A.F., Litvinov Yu.G.</i> Comparison of the methods for estimating the hight of the maximum of th $F$ region of the ionosphere.....	35
<i>Yakovets A.F., Gordienko G.I., Kryukov S.V., Zhumabayev B.T., Litvinov Yu.G.</i> Day-to-day variability of electron concentration n the ionospheric $F2$ layer maximum.....	44
<i>Yakovets A.F., Gordienko G.I., Zhumabayev B.T., Litvinov Yu.G., Abdrakhmanov N.</i> Fine structure of nighttime enhancements of the electron concentration in the $F2$ layer maximum .....	50
<i>Vassilyev I.V., Zhumabayev B.T.</i> Influence of gravitation on formation of the electric field of the earth.....	55
<i>Kozin I.D., Fedulina I.N.</i> Vacuum - environment in the decision of radio physics problems.....	60
<i>Kozin I.D., Fedulina I.N.</i> Radio-wave action on the receiving antenna.....	66
<i>Zhantaev Zh.Sh., Stikharny A.P., Vilyayev A.V.</i> The algorithm for filtering the errors of time series GPS monitoring of factual movements of the earth's surface.....	71
<i>Batryshev D.G., Yerlanuly Ye., Ramazanov T.S., Gabdullin M.T.</i> Investigation of structural and electronic properties of single-walled carbon nanotubes on the basis of a hybrid functional becke 3-parameter LEE-YANG-PARR (B3LYP).....	75
<i>Serebryanskiy A., Usoltseva L., Komarov A., Reva I.</i> The trasformation coefficients and instantaneous values of atmospheric extinction.....	84
<i>Baktybaev K., Baktybaev M.K., Naukenov D.D., Dalelkhankyzy A.</i> Microscopic justification of the model of interacting bosons and a generalizedquasispin formalism in the theory of the nuclei.....	91
<i>Bapayev K.B., Slamzhanova S.S.</i> On stability of difference-dynamical systems .....	101
<i>Imanbayeva A.B., Shaldanbayev A.Sh., Kopzhasarova A.A.</i> Asymptotic decomposition the decision is singular the indignant task of Cauchy for the system of the ordinary differential equations with constant coefficients.....	112
<i>Kopzhasarova A.A., Shaldanbayev A.Sh., Imanbayeva A.B.</i> The decision is singular the indignant task of Cauchy by a similarity method.....	127
<i>Kossov V.N., Zhakebaev D.B., Fedorenko O.V.</i> Numerical analysis of convective motions occurring under isothermal Diffusion in the vertical channels in ternary gaseous mixtures.....	134
<i>Myrzakul S.R., Belisarova F.B., Myrzakul T.R., Myrzakulov K.R.</i> Dynamics of F-essence in frame of the starobinsky model.....	143
<i>Mamyrbayev O.Zh., Muhsina K.Zh.</i> Analysis of existing systems for determination of tonnity of text.....	149
<i>Omashova G.SH., Spabekova R.S., Kabyzbekov K.A., Saidakhmetov P.A., Ashirbaev KH. A., Dzhumagalieva A. I.</i> Model of the form of the organization of computer laboratory work on the research of the movement of the body moving with acceleration of gravity.....	156
<i>Myrzakul Sh.R., Myrzakul T.R., Belisarova F.B., Abdullayev Kh., Myrzakulov K.R.</i> Noether symmetry approach in f-essence cosmology with scalar-fermion interaction.....	163



---

**Publication Ethics and Publication Malpractice  
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Редакторы *М. С. Ахметова, Д.С. Аленов, Т.А. Апендиев*  
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 25.09.2017.  
Формат 60x88<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
11 п.л. Тираж 300. Заказ 5.

---

*Национальная академия наук РК*  
*050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19*