

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

1 (317)

**ҚАҢТАР – АҚПАН 2018 ж.
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2018 г.
JANUARY – FEBRUARY 2018**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series of physico-mathematical scientific journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of physico-mathematical in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of physics and mathematics to our community.

Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы "ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математика сериясы" ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математика сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді физика-математика бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.

НАН РК сообщает, что научный журнал «Известия НАН РК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАН РК. Серия физико-математическая в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по физике и математике для нашего сообщества.

Б а с р е д а к т о р ы
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Жұмаділдаев А.С. проф., академик (Қазақстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Қазақстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Өмірбаев У.У. проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Жұмабаев Д.С. проф. (Қазақстан)
Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошқаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Сұраған Д. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Қырғыстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорус)
Пашаев А. проф., академик (Әзірбайжан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2018

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

Джумадильдаев А.С. проф., академик (Казахстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Казахстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умирбаев У.У. проф. чл.-корр. (Казахстан)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Джумабаев Д.С. проф. (Казахстан)
Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Сураган Д. чл.-корр. (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Кыргызстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Пашаев А. проф., академик (Азербайджан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2018

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f

doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d :

Dzhumadildayev A.S. prof., academician (Kazakhstan)
Kalmenov T.Sh. prof., academician (Kazakhstan)
Zhantayev Zh.Sh. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umirbayev U.U. prof. corr. member. (Kazakhstan)
Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)
Dzhumabayev D.S. prof. (Kazakhstan)
Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)
Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)
Suragan D. corr. member. (Kazakhstan)
Quevedo Hernando prof. (Mexico),
Dzhunushaliyev V.D. prof. (Kyrgyzstan)
Vishnevskiy I.N. prof., academician (Ukraine)
Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)
Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)
Pashayev A. prof., academician (Azerbaijan)
Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.
Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2018

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 1, Number 317 (2018), 98 – 105

УДК 510.67

С.С. Байжанов¹, Б.Ш. Кулпешов²

¹Институт математики и математического моделирования, Алматы;

²Международный университет информационных технологий, Алматы

e-mail: sayan-5225@mail.ru; e-mail: b.kulpeshov@iitu.kz

ОБ ОБОГАЩЕНИИ СЧЕТНО КАТЕГОРИЧНЫХ СЛАБО О-МИНИМАЛЬНЫХ ТЕОРИЙ БИНАРНЫМИ ПРЕДИКАТАМИ

Аннотация. В настоящей работе исследуются вопросы сохранения теоретико-модельных свойств при обогащениях 1-неразличимых счетно категоричных слабо о-минимальных структур произвольным бинарным предикатом. Ранее исследовались вопросы сохранения теоретико-модельных свойств при обогащениях счетно категоричных слабо о-минимальных теорий унарными предикатами. Введено понятие эквивалентность-генерируемой формулы: если $R(x, y)$ – p -стабильная формула для некоторого неалгебраического 1-типа p , то $R(x, y)$ называется эквивалентность-генерируемой формулой, если любая p -стабильная выпуклая вправо или влево формула, образованная из максимальных выпуклых подмножеств множества $R(M, a)$ для некоторого $a \in p(M)$ является эквивалентность-генерирующей. В терминах вновь введенного понятия эквивалентность-генерируемой формулы получен критерий сохранения счетной категоричности 1-неразличимого слабо о-минимального обогащения бинарным предикатом 1-неразличимых счетно категоричных слабо о-минимальных структур ранга выпуклости 1.

Ключевые слова: слабая о-минимальность, счетная категоричность, 1-неразличимость, обогащение моделей, эквивалентность-генерирующая формула, отношение эквивалентности.

Пусть L — счетный язык первого порядка. Всюду в данной статье мы рассматриваем L -структуры и предполагаем что L содержит символ бинарного отношения $<$, который интерпретируется как линейный порядок в этих структурах. Настоящая работа касается понятия *слабой о-минимальности*, первоначально глубоко исследованного Д. Макферсоном, Д. Маркером и Ч. Стейнхорном в [1]. Подмножество A линейно упорядоченной структуры M называется *выпуклым*, если для любых $a, b \in A$ и $c \in M$ всякий раз когда $a < c < b$ мы имеем $c \in A$. *Слабо о-минимальной структурой* называется линейно упорядоченная структура $M = \langle M, =, <, \dots \rangle$ такая, что любое определенное (с параметрами) подмножество структуры M является объединением конечного числа выпуклых множеств в M . Вспомним, что такая структура M называется *о-минимальной*, если каждое определенное (с параметрами) подмножество структуры M является объединением конечного числа интервалов и точек в M . Таким образом, слабая о-минимальность является обобщением о-минимальности. Вещественно замкнутые поля с собственным выпуклым кольцом нормирования обеспечивают важный пример слабо о-минимальных (не о-минимальных) структур.

Пусть A, B — произвольные подмножества линейно упорядоченной структуры M . Тогда выражение $A < B$ означает, что $a < b$ всякий раз когда $a \in A$ и $b \in B$. Выражение $A < b$ означает что $A < \{b\}$. Через A^+ (и соответственно A^-) будем обозначать множество элементов b рассматриваемой структуры с условием $A < b$ ($b < A$).

Определение 1[2] Пусть T — слабо о-минимальная теория, M — достаточно насыщенная модель теории T , и пусть $\phi(x)$ — произвольная M -определимая формула с одной свободной переменной.

Ранг выпуклости формулы $\phi(x)$ ($RC(\phi(x))$) определяется следующим образом:

1) $RC(\phi(x)) \geq 1$, если $\phi(M)$ бесконечно.

2) $RC(\phi(x)) \geq \alpha + 1$, если существуют параметрически определенное отношение эквивалентности $E(x, y)$ и бесконечное число элементов $b_i, i \in \omega$, такие, что:

• Для любых $i, j \in \omega$, всякий раз когда $i \neq j$ мы имеем $M \models \neg E(b_i, b_j)$

• Для каждого $i \in \omega$ $RC(E(x, b_i)) \geq \alpha$ и $E(M, b_i)$ — выпуклое подмножество множества $\phi(M)$

3) $RC(\phi(x)) \geq \delta$, если $RC(\phi(x)) \geq \alpha$ для всех $\alpha \leq \delta$ (δ предельный).

Если $RC(\phi(x)) = \alpha$ для некоторого α , то мы говорим что $RC(\phi(x))$ определяется. В противном случае (т.е. если $RC(\phi(x)) \geq \alpha$ для всех α), мы полагаем $RC(\phi(x)) = \infty$.

В частности, теория имеет ранг выпуклости 1, если не существует определенного (с параметрами) отношения эквивалентности с бесконечным числом выпуклых бесконечных классов.

В настоящей работе мы исследуем вопрос сохранения свойств при обогащениях моделей счетно категоричных слабо о-минимальных теорий бинарными предикатами. Ранее в работах [3] – [5] нами был исследован вопрос сохранения свойств при обогащениях моделей счетно категоричных слабо о-минимальных теорий унарными предикатами. Как известно, в работе [6] Байжанов Б.С. доказал что обогащение модели слабо о-минимальной теории унарным предикатом, выделяющим конечное число выпуклых множеств, сохраняет слабую о-минимальность обогащенной теории. Однако в случае обогащения модели слабо о-минимальной теории бинарным предикатом, выделяющим при каждом фиксированном как первом, так и втором параметре, конечное число выпуклых множеств, обогащенная теория может потерять слабую о-минимальность (Пример 4).

Вспомним некоторые понятия, первоначально введенные в [1].

Пусть $Y \subset M^{n+1}$ — \emptyset -определимое множество, пусть $\pi: M^{n+1} \rightarrow M^n$ — проекция, которая отбрасывает последнюю координату, и пусть $Z := \pi(Y)$. Для каждого $\bar{a} \in Z$ пусть $Y_{\bar{a}} := \{y : (\bar{a}, y) \in Y\}$. Предположим что для каждого $\bar{a} \in Z$ множество $Y_{\bar{a}}$ ограничено сверху, но не имеет супремума в M . Пусть \sim — \emptyset -определимое отношение эквивалентности на M^n , определяемое следующим образом:

$$\bar{a} \sim \bar{b} \text{ для всех } \bar{a}, \bar{b} \in M^n \setminus Z, \text{ и } \bar{a} \sim \bar{b} \Leftrightarrow \sup Y_{\bar{a}} = \sup Y_{\bar{b}}, \text{ если } \bar{a}, \bar{b} \in Z.$$

Пусть $\bar{Z} := Z / \sim$, и для каждого кортежа $\bar{a} \in Z$ мы обозначаем через $[\bar{a}]$ \sim -класс кортежа \bar{a} .

Существует естественный \emptyset -определимый линейный порядок на $M \cup \bar{Z}$, определяемый следующим образом. Пусть $\bar{a} \in Z$ и $c \in M$. Тогда $[\bar{a}] < c$ тогда и только тогда, когда $w < c$ для всех $w \in Y_{\bar{a}}$. Если неверно что $\bar{a} \sim \bar{b}$, то существует некоторый $x \in M$ такой, что $[\bar{a}] < x < [\bar{b}]$ или $[\bar{b}] < x < [\bar{a}]$, и поэтому $<$ индуцирует линейный порядок на $M \cup \bar{Z}$. Мы называем такое множество \bar{Z} сортом (в данном случае, \emptyset -определимым сортом) в \bar{M} , где \bar{M} — Дедекиндово пополнение структуры M , и рассматриваем \bar{Z} как естественно вложенную в \bar{M} . Аналогично мы можем получить сорт в \bar{M} , рассматривая инфимумы вместо супремумов.

Определение 2[1] Пусть M — линейно упорядоченная структура, $D \subseteq M$ — бесконечное множество, $K \subseteq \bar{M}$, $f: D \rightarrow K$ — функция. Будем говорить, что f является локально возрастающей (локально убывающей, локально константой) на D , если для любого $x \in D$

существует бесконечный интервал $J \subseteq D$, содержащий x , так что f является строго возрастающей (строго убывающей, константой) на J .

Будем также говорить, что функция f является *локально монотонной* на множестве $D \subseteq M$, если f является либо локально возрастающей, либо локально убывающей на D .

Предложение 3[7] Пусть M — слабо о-минимальная структура, $A \subseteq M$, $p \in S_1(A)$ — неалгебраический тип. Тогда любая функция в A -определимый сорт, область определения которой содержит множество $p(M)$, является локально монотонной или локально константой на $p(M)$.

Пример 4 Пусть $M := \langle \mathbf{R}, < \rangle$ — линейно упорядоченная структура на множестве вещественных чисел \mathbf{R} . Очевидно что M — модель счетно категоричной о-минимальной теории. Обогадим модель M новым бинарным отношением $S(x, y)$ следующим образом: пусть $M' := \langle \mathbf{R}, <, S^2 \rangle$ так что $S(x, y)$ является графиком следующей унарной функции f , определяемой как $f(b) = 2b$ для каждого $b \in \mathbf{Q}$ и $f(c) = -c$ для каждого $c \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$. Очевидно что для каждого $a \in M$ $S(a, M)$ и $S(M, a)$ являются одноэлементными множествами, т.е. выпуклыми множествами. Тем не менее, замечаем что M' не является слабо о-минимальной структурой, поскольку не существует разбиения множества \mathbf{R} на конечное число выпуклых множеств, на каждом из которых определяемая функция f была бы локально монотонной или локально константой.

Пример 5 Пусть $M := \langle \mathbf{Q}, < \rangle$ — линейно упорядоченная структура на множестве рациональных чисел \mathbf{Q} . Очевидно что M — счетно категоричная о-минимальная структура. Обогадим модель M новым бинарным отношением $E(x, y)$ следующим образом: пусть $M' := \langle \mathbf{Q}, <, E^2 \rangle$ так что для любых $a, b \in \mathbf{Q}$

$$E(a, b) \Leftrightarrow (2n-1)\sqrt{2} < a, b < (2n+1)\sqrt{2}$$

для некоторого $n \in \mathbf{Z}$.

Тогда нетрудно понять, что $E(x, y)$ — отношение эквивалентности, разбивающее \mathbf{Q} на бесконечное число бесконечных выпуклых классов, причем E -классы упорядочены по типу $\omega^* + \omega$.

Может быть доказано, что M' — слабо о-минимальная структура, но $Th(M')$ не является счетно категоричной.

Пример 6 Пусть $M := \langle \mathbf{Q} \times \mathbf{Q}, <, E^2 \rangle$ — линейно упорядоченная структура на множестве $\mathbf{Q} \times \mathbf{Q}$, упорядоченном лексикографически. Отношение $E(x, y)$ определяется следующим образом: для любых $a = (m_1, n_1), b = (m_2, n_2) \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Q}$ $E(a, b) \Leftrightarrow m_1 = m_2$.

Очевидно, что $E(x, y)$ — отношение эквивалентности, разбивающее $\mathbf{Q} \times \mathbf{Q}$ на бесконечное число бесконечных выпуклых классов, причем E -классы упорядочены по типу \mathbf{Q} .

Расширим основное множество $\mathbf{Q} \times \mathbf{Q}$ структуры M добавлением к каждому E -классу двух элементов, являющихся левой и правой концевыми точками E -класса. В результате получим новую структуру $M' := \langle M', <, E^2 \rangle$. Рассмотрим обеднение структуры M' до структуры $M'' := \langle M', < \rangle$. Очевидно что M'' — счетно категоричная о-минимальная структура. Ее обогащение $M' := \langle M', <, E^2 \rangle$ является счетно категоричной линейно упорядоченной структурой, но $Th(M')$ не является слабо о-минимальной.

Определение 7[8] Пусть M — слабо о-минимальная структура, $A \subseteq M$, $M \models |A|^+$ -насыщенна, $p \in S_1(A)$ — неалгебраический.

(1) A -определимая формула $F(x, y)$ называется p -стабильной, если существуют $\alpha, \gamma_1, \gamma_2 \in p(M)$ такие, что $F(M, \alpha) \setminus \{\alpha\} \neq \emptyset$ и $\gamma_1 < F(M, \alpha) < \gamma_2$.

(2) p -стабильная формула $F(x, y)$ называется *выпуклой вправо (влево)*, если существует $\alpha \in p(M)$ такой, что $F(M, \alpha)$ выпукло, α — левая (правая) концевая точка множества $F(M, \alpha)$ и $\alpha \in F(M, \alpha)$.

В Примере 5 формула $F(x, y) := y \leq x \wedge E(x, y)$ является p -стабильной выпуклой вправо, а формула $G(x, y) := y \geq x \wedge E(x, y)$ является p -стабильной выпуклой влево, где $p(x) := \{x = x\} \in S_1(\emptyset)$.

Пусть $F_1(x, y), F_2(x, y)$ — p -стабильные выпуклые вправо (влево) формулы. Будем говорить, что $F_2(x, y)$ *больше чем* $F_1(x, y)$, если существует $\alpha \in p(M)$ такой, что $F_1(M, \alpha) \subset F_2(M, \alpha)$.

Определение 8[9] Будем говорить, что p -стабильная выпуклая вправо (влево) формула $F(x, y)$ является *эквивалентность-генерирующей*, если для любых $\alpha, \beta \in p(M)$ таких, что $M \models F(\beta, \alpha)$, имеет место следующее:

$$M \models \forall x (x \geq \beta \rightarrow (F(x, \alpha) \leftrightarrow F(x, \beta))) \left(M \models \forall x (x \leq \beta \rightarrow (F(x, \alpha) \leftrightarrow F(x, \beta))) \right)$$

Лемма 9[9] Пусть M — слабо о-минимальная структура, $A \subseteq M, p \in S_1(A)$ — неалгебраический, $M \models |A|^+$ -насыщенна. Предположим что $F(x, y)$ — p -стабильная выпуклая вправо (влево) формула, являющаяся эквивалентность-генерирующей. Тогда

1) $G(x, y) := F(y, x)$ — p -стабильная выпуклая влево (вправо) формула, являющаяся также эквивалентность-генерирующей.

2) $E(x, y) := F(x, y) \vee F(y, x)$ — отношение эквивалентности, разбивающее $p(M)$ на бесконечное число бесконечных выпуклых классов.

Предложение 10[9] Пусть T — счетно категоричная слабо о-минимальная теория, $M \models T, A \subseteq M, p \in S_1(A)$ — неалгебраический. Тогда любая p -стабильная выпуклая вправо (влево) формула является эквивалентность-генерирующей.

Пример 11 Пусть $M := \langle \mathbb{Q}, < \rangle$ — линейно упорядоченная структура на множестве рациональных чисел \mathbb{Q} . Очевидно что M — счетно категоричная 1-неразличимая о-минимальная структура. Рассмотрим обогащение структуры M новым бинарным отношением $R(x, y)$: пусть $M' := \langle \mathbb{Q}, <, R^2 \rangle$ так что для любых $a, b \in \mathbb{Q}$

$$R(a, b) \Leftrightarrow a \leq b < a + \sqrt{2}.$$

Очевидно что $R(a, M')$ и $R(M', a)$ выпуклы для каждого $a \in M'$. Может быть доказано что M' — 1-неразличимая слабо о-минимальная структура.

Формула $F(x, y) := R(y, x)$ является p -стабильной выпуклой вправо, где $p(x) := \{x = x\} \in S_1(\emptyset)$. Нетрудно понять, что $F(x, y)$ не является эквивалентность-генерирующей.

Рассмотрим следующие формулы:

$$R_2(x, y) := \exists t [R(x, t) \wedge R(t, y)], \quad R_n(x, y) := \exists t [R_{n-1}(x, t) \wedge R(t, y)], \quad n \geq 2$$

Для каждого $a \in M'$ мы имеем

$$R(a, M') \subset R_2(a, M') \subset \dots \subset R_n(a, M') \subset \dots,$$

откуда получаем, что $Th(M')$ не является счетно категоричной.

Пусть M — слабо о-минимальная структура, $A \subseteq M$, $p \in S_1(A)$ — неалгебраический, $R(x, y)$ — A -определимая формула, являющаяся p -стабильной, т.е. для любого $a \in p(M)$ существуют $b_1, b_2 \in p(M)$ такие, что $b_1 < R(M, a) < b_2$.

В силу слабой о-минимальности M множество $R(M, a)$ является объединением конечного числа выпуклых множеств. Очевидно что каждое из этих множеств является $A \cup \{a\}$ -определимым. Существует конечное число таких определимых выпуклых множеств, находящихся левее элемента a . Обозначим их через $R_1^l(x, y), \dots, R_s^l(x, y)$, при этом будем считать что

$$R_s^l(M, a) > R_{s-1}^l(M, a) > \dots > R_1^l(M, a) \geq a.$$

Аналогично существует конечное число определимых выпуклых множеств, находящихся правее элемента a . Обозначим их через $R_1^r(x, y), \dots, R_m^r(x, y)$, при этом будем считать что

$$a \leq R_1^r(M, a) < R_2^r(M, a) < \dots < R_m^r(M, a).$$

Возможно существует определимое выпуклое множество, внутренность которого содержит элемент a . Обозначим его через $R^c(x, y)$. Таким образом, если $R^c(M, a) \neq \emptyset$, то существуют $b_1, b_2 \in R^c(M, a)$ такие, что $b_1 < a < b_2$.

Определим следующие формулы:

$$F^c(x, y) := y \leq x \wedge R^c(x, y)$$

$$G^c(x, y) := y \geq x \wedge R^c(x, y)$$

$$F_i^r(x, y) := y \leq x \wedge \forall t [R_i^r(t, y) \rightarrow x < t], 1 \leq i \leq m$$

$$F_i^{r*}(x, y) := y \leq x \wedge \exists t [R_i^r(t, y) \wedge x \leq t], 1 \leq i \leq m$$

$$G_j^l(x, y) := y \geq x \wedge \forall t [R_j^l(t, y) \rightarrow t < x], 1 \leq j \leq s$$

$$G_j^{l*}(x, y) := y \geq x \wedge \exists t [R_j^l(t, y) \wedge t \leq x], 1 \leq j \leq s$$

Очевидно что формулы $F^c(x, y), F_i^r(x, y), F_i^{r*}(x, y), 1 \leq i \leq m$, являются p -стабильными выпуклыми вправо, а формулы $G^c(x, y), G_j^l(x, y), G_j^{l*}(x, y), 1 \leq j \leq s$, являются p -стабильными выпуклыми влево.

Будем говорить, что формула $R(x, y)$ является эквивалентность-генерируемой, если каждая нетривиальная формула из множества $\Delta := \{F^c(x, y), F_i^r(x, y), F_i^{r*}(x, y), G^c(x, y), G_j^l(x, y), G_j^{l*}(x, y) | 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq s\}$ является эквивалентность-генерирующей.

Пример 12 Пусть $M := \langle \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}, < \rangle$ - линейно упорядоченная структура на множестве $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, упорядоченным лексикографически. Очевидно что M - счетно категоричная о-минимальная структура.

Введем следующие две бинарные формулы $E(x, y)$ и $R_1(x, y)$ на множестве $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$: для любых $a = (m_1, n_1), b = (m_2, n_2) \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$

$$E(a, b) \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

$$R_1(a, b) \Leftrightarrow m_1 = m_2 \wedge n_1 \leq n_2 < n_1 + \sqrt{2}$$

Пусть $R(x, y) := y \leq x \wedge E(x, y) \wedge \neg R_1(x, y)$ и $M' := \langle \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}, <, R^2 \rangle$ — обогащение модели M бинарным предикатом $R(x, y)$. Очевидно что для любого $a \in M'$ $R(M', a)$ выпукло и $a < R(M', a)$.

Может быть установлено, что M' - 1-неразличимая слабо о-минимальная структура, однако $Th(M')$ не является счетно категоричной.

Рассмотрим следующие формулы:

$$F_1(x, y) := y \leq x \wedge \forall t [R(t, y) \rightarrow x < t]$$

$$F_2(x, y) := y \leq x \wedge \exists t [R(t, y) \wedge x \leq t]$$

Формулы $F_1(x, y), F_2(x, y)$ являются p - стабильными выпуклыми вправо, где $p(x) := \{x = x\} \in S_1(\emptyset)$, при этом $F_2(x, y)$ - эквивалентность-генерирующая, а $F_1(x, y)$ не является эквивалентность-генерирующей. Следовательно, предикат $R(x, y)$ не является эквивалентность-генерируемым.

Теорема 13 Пусть M - 1-неразличимая счетно категоричная слабо о-минимальная структура ранга выпуклости 1, M' - 1-неразличимое слабо о-минимальное обогащение структуры M бинарным предикатом $R(x, y)$.

Тогда $Th(M')$ - счетно категорична \Leftrightarrow когда выполнены следующие условия:

(1) $R(x, y)$ и $L(x, y) := R(y, x)$ - эквивалентность-генерируемые;

(2) Для каждого \emptyset -определимого отношения эквивалентности $E(x, y)$, порожденного предикатом $R(x, y)$, множество E -классов является плотно упорядоченным.

Доказательство Теоремы 13. (\Rightarrow) Предположим что $Th(M')$ - счетно категорична. Рассмотрим предикат $R(x, y)$. В силу слабой о-минимальности структуры M' для любого $a \in M'$ $R(M', a)$ и $R(a, M')$ есть объединения конечного числа выпуклых множеств. В силу Предложения 10 обе формулы $R(x, y)$ и $L(x, y)$ должны быть эквивалентность-генерируемыми.

Пусть $E(x, y)$ - произвольное \emptyset -определимое отношение эквивалентности. В силу 1-неразличимости множество E -классов должно быть либо плотно упорядочено без концевых точек, либо дискретно упорядочено без концевых точек. Откуда в силу счетной категоричности множество E -классов должно быть плотно упорядочено.

(\Leftarrow) Пусть $R(x, y)$ и $L(x, y)$ — эквивалентность-генерируемые формулы. Рассмотрим $E^*(x, y)$ — произвольное \emptyset -определимое отношение эквивалентности, порожденное предикатом $R(x, y)$. По условию множество E^* -классов плотно упорядочено. В силу 1-неразличимости не существует ни крайнего левого E^* -класса, ни крайнего правого E^* -класса. Также в силу 1-неразличимости не существует E^* -класса, имеющего хотя бы одну концевую точку (если каждый E^* -класс имел бы хотя бы одну концевую точку, то получили бы противоречие со слабой о-минимальностью M').

В силу слабой о-минимальности структуры M' для любого $a \in M'$ $R(M', a)$ и $R(a, M')$ есть объединения конечного числа выпуклых множеств. Поэтому существует лишь конечное число формул вида $F^c(x, y)$, $F_i^r(x, y)$, $F_i^{r*}(x, y)$, $G^c(x, y)$, $G_j^l(x, y)$, $G_j^{l*}(x, y)$, $1 \leq i \leq n_1$, $1 \leq j \leq n_2$ для некоторых $n_1, n_2 < \omega$. Поскольку по условию $R(x, y)$, $L(x, y)$ — эквивалентность-

генерируемые формулы, то каждая нетривиальная формула из списка $\Delta := \{F^c(x, y), F_i^r(x, y), F_i^{r*}(x, y), G^c(x, y), G_j^l(x, y), G_j^{l*}(x, y) \mid 1 \leq i \leq n_1, 1 \leq j \leq n_2\}$ порождает отношение эквивалентности. Таким образом, получаем лишь конечное число \emptyset -определимых отношений эквивалентности, порождаемых предикатом $R(x, y)$.

Пусть $\{E_1(x, y), E_2(x, y), \dots, E_n(x, y)\}$ — полный список \emptyset -определимых отношений эквивалентности, порождаемых предикатом $R(x, y)$. В силу 1-неразличимости не существуют i, j такие, что $i \neq j$, $1 \leq i, j \leq n$ и для некоторого $a \in M'$ $E_i(a, M') \subset E_j(a, M')$, $\sup E_j(a, M') = \sup E_i(a, M')$ или $\inf E_i(a, M') = \inf E_j(a, M')$.

Также не существуют $i, j \in \{1, \dots, n\}$ такие, что для некоторого $a \in M'$ $E_i(a, M') \setminus E_j(a, M') \neq \emptyset$ и $E_j(a, M') \setminus E_i(a, M') \neq \emptyset$.

Далее, для любых $1 \leq i, j \leq n$ если существует $a \in M'$ такой, что $E_i(a, M') \subseteq E_j(a, M')$, то для любого $a \in M'$ $E_i(a, M') \subseteq E_j(a, M')$. Таким образом, существует $1 \leq m \leq n$ (возможна ситуация когда для некоторых $i, j \in \{1, \dots, n\}$ $E_i(a, M') = E_j(a, M')$) и возможно некоторая перенумерация имеющихся отношений эквивалентности таким образом чтобы для любого $a \in M'$ мы имели бы

$$E_1(a, M') \subset E_2(a, M') \subset \dots \subset E_m(a, M').$$

Так как по условию множество E -классов плотно упорядочено для каждого \emptyset -определимого отношения эквивалентности $E(x, y)$, то E_i -подклассы каждого E_{i+1} -класса плотно упорядочены без конечных точек, где $0 \leq i \leq m$ и

$$E_0(x, y) := x = y, \quad E_{m+1}(x, y) := x = x \wedge y = y.$$

Далее можно установить стандартными методами, что $Th(M')$ допускает элиминацию кванторов с точностью до атомных формул и формул $E_i(x, y)$, $1 \leq i \leq m$, откуда получаем, что $Th(M')$ — счетно категорична.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Macpherson H.D., Marker D. and Steinhorn C. Weakly o-minimal structures and real closed fields, Transactions of The American Mathematical Society, volume 352 (2000), pp. 5435–5483.
- [2] Kulpeshov B.Sh. Weakly o-minimal structures and some of their properties, The Journal of Symbolic Logic, volume 63 (1998), pp. 1511–1528.
- [3] Байжанов С.С., Кулпешов Б.Ш., Инвариантные свойства при обогащениях моделей вполне о-минимальных теорий, Известия Национальной Академии наук Республики Казахстан, серия физико-математическая, № 1 (311), 2017, С. 65-71.
- [4] Байжанов С.С., Кулпешов Б.Ш., Обогащение моделей вполне о-минимальных теорий унарными предикатами, Тезисы докладов ежегодной научной апрельской конференции Института математики и математического моделирования КН МОН РК, Алматы, 2017, С. 16-18.
- [5] Байжанов С.С., Кулпешов Б.Ш., Обогащение моделей счетно категоричных слабо о-минимальных теорий унарными предикатами, Тезисы международной конференции ”Актуальные проблемы чистой и прикладной математики”, посвященной 100-летию академика Тайманова А.Д., Алматы, 2017, С. 13-15.
- [6] Baizhanov B.S. Expansion of a model of a weakly o-minimal theory by a family of unary predicates, The Journal of Symbolic Logic, volume 66 (2001), pp. 1382–1414.
- [7] Kulpeshov B.Sh. Countably categorical quite o-minimal theories, Journal of Mathematical Sciences, volume 188, issue 4 (2013), pp. 387–397.

[8] Baizhanov B.S. One-types in weakly o-minimal theories, Proceedings of Informatics and Control Problems Institute, Almaty, 1996, pp. 75–88.

[9] Baizhanov B.S., Kulpeshov B.Sh. On behaviour of \mathcal{L} -formulas in weakly o-minimal theories, Mathematical Logic in Asia, Proceedings of the 9th Asian Logic Conference (editors S. Goncharov, R. Downey, H. Ono), Singapore, World Scientific, 2006, pp. 31–40.

С.С. Байжанов¹, Б.Ш. Кулпешов²

¹Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан;

²Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Алматы, Қазақстан,

БИНАРЛЫ ПРЕДИКАТТАРМЕН ЕСЕПТІК-КАТЕГОРИЯЛЫҚ БОСАҢ О-МИНИМАЛДЫҚ ТЕОРИЯЛАР БАЙЫТУ ТУРАЛЫ

Аннотация. Осы жұмыста кез келген бинарлы предикатпен 1-анықталмалы есептік-категориялық босаң о-минималды құрылымдар байыту кезінде теориятикалық-модельдік қасиеттерді сақталу сұрақтары зерттеленеді. Осының алдында унарлы предикаттармен есептік-категориялық босаң о-минималды теорияларды байыту кезінде теориятикалық-модельдік қасиеттерді сақталу сұрақтары зерттеленді. Эквиваленттік-қалыптасқан формула түсінігі енгізілді: егер $R(x, y)$ – кейбір алгебралық емес 1-тип p үшін p -стабильді формула болса, онда $R(x, y)$ эквиваленттік-қалыптасқан формула деп аталады егер кез келген p -стабильді оң жаққа қарай дөңесті немесе сол жаққа қарай дөңесті формуласы $R(M, a)$ жиынтығының максималды дөңес шекарасынан қалыптастырылған кейбір $a \in p(M)$ эквиваленттік-өрнекті болады. Енгізілген эквиваленттік-қалыптасқан формула түсінік терминдермен дөңестік рангісі 1 1-анықталмалы есептік-категориялық босаң о-минималды құрылымдарды 1-анықталмалы босаң о-минималды байытында есептік категориялықты сақтау критерийі алынды.

Кілт сөздер: босаң о-минималдық, есептік категориялық, 1-анықталмаушылық, модельдер байыту, эквиваленттік-өрнекті формула, эквиваленттік қатынасы.

UDC 510.67

S.S. Baizhanov¹, B.Sh. Kulpeshov²

¹Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan, e-mail: sayan-5225@mail.ru;

²International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: b.kulpeshov@iitu.kz

ON EXPANDING COUNTABLY CATEGORICAL WEAKLY O-MINIMAL THEORIES BY BINARY PREDICATES

Abstract. In the present work, questions of preservation of model-theoretical properties at expanding a model of a 1-indiscernible countably categorical weakly o-minimal theory by an arbitrary binary predicate are studied. Questions of preservation of model-theoretical properties at expanding of countably categorical weakly o-minimal theories by unary predicates had been before studied. Here the notion of an equivalence-generatable formula has been introduced: if $R(x, y)$ is a p -stable formula for some non-algebraic 1-type p , then $R(x, y)$ is called an equivalence-generatable formula if every p -stable convex to the right or convex to the left formula formed from maximal convex subsets of the set $R(M, a)$ for some element $a \in p(M)$ is equivalence-generating. In terms of the introduced notion of an equivalence-generatable formula, a criterion for preserving the countable categoricity of a 1-indiscernible weakly o-minimal expansion by a binary predicate of 1-indiscernible countably categorical weakly o-minimal structures having the convexity rank 1 has been obtained.

Keywords: weak o-minimality, countable categoricity, 1-indiscernibility, expansion of models, equivalence-generating formula, equivalence relation.

МАЗМУНЫ

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусов А.А., Симонова О.В.</i> Математикалық ұғымдардың және әдістемелік жұмыстардың пайда болу кезеңдерінің мән-мағынасының көрнекі моделду (ағылшын тілінде).....	6
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> Ершов иерархиясында t -деңгейлердің эквиваленттік қатынастарға енгізулері туралы (ағылшын тілінде).....	14
<i>Байжанов С.С., Құлтешов Б.Ш.</i> Бинарлы предикаттармен есептік-категориялық босаң O -минималдық теориялар байыту туралы (ағылшын тілінде).....	18
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Асқарова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Қудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Ұзындығы шектеулі тұрақты термомеханикалық күйдің бір мезгілде шектік температураның және бүйірлік жылу алмасу әсері есебін талдамалық шешу (ағылшын тілінде).....	25
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> Коэффициенттері айнымалы түрі арнайы толқын теңдеуінің Гурсалық есебінің периодты шешімі туралы (ағылшын тілінде).....	34
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С. С.</i> Магнитотеллурлық зондылау әдісінің жағдайын талдау (ағылшын тілінде).....	51
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> Сызықсыз Гуктың заңы біртектес емес және анизотроптық денелердің серпілімдік теориясында (ағылшын тілінде).....	63
<i>Юнусов А.А., Дасибеков А., Корганбаев Б.Н., Юнусова А.А., Абдиева З.А., Коспанбеова Н.</i> Терендік бойынша айнымалы деформация модульді грунттер консолидациясының көпөлшемді есептері (ағылшын тілінде).....	75

* * *

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусов А.А., Симонова О.В.</i> Математикалық ұғымдардың және әдістемелік жұмыстардың пайда болу кезеңдерінің мән-мағынасының көрнекі моделду (ағылшын тілінде).....	87
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> Ершов иерархиясында t -деңгейлердің эквиваленттік қатынастарға енгізулері туралы (орыс тілінде).....	94
<i>Байжанов С.С., Құлтешов Б.Ш.</i> Бинарлы предикаттармен есептік-категориялық босаң O -минималдық теориялар байыту туралы (орыс тілінде).....	98
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Асқарова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Қудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Ұзындығы шектеулі тұрақты термомеханикалық күйдің бір мезгілде шектік температураның және бүйірлік жылу алмасу әсері есебін талдамалық шешу (орыс тілінде).....	106
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> Коэффициенттері айнымалы түрі арнайы толқын теңдеуінің Гурсалық есебінің периодты шешімі туралы (орыс тілінде).....	114
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> Сызықсыз Гуктың заңы біртектес емес және анизотроптық денелердің серпілімдік теориясында (орыс тілінде).....	130

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Симонова О.В.</i> Наглядное моделирование этапов проявления сущности математических понятий и методических процедур (на английском языке).....	6
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> О Вложимости - степеней в отношении эквивалентности в иерархии Ершова (на английском языке).....	14
<i>Байжанов С.С., Кулешов Б.Ш.</i> Об обогащении счетно-категоричных слабо О-минимальных теорий бинарными предикатами (на английском языке).....	18
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Аскарлова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Кудайкулов А.К., Таиев А.А.</i> Аналитическое решение задачи о установившемся термомеханическом состоянии стержня ограниченной длины при одновременном наличии концевых температур и боковых теплообмена (на английском языке).....	25
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> О периодическом решении задачи Гурса для волнового уравнения специального вида с переменными коэффициентами (на английском языке).....	34
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С. С.</i> Анализ состояния метода магнитотеллурического зондирования (на английском языке).....	51
<i>Джакупов К.Б.</i> Нелинейный закон Гука в теории упругости неоднородных и анизотропных тел (на английском языке).....	63
<i>Юнусов А.А., Дасибеков А., Корганбаев Б.Н., Юнусова А.А., Абдиева З.А., Коспанбеова Н.</i> Многомерные задачи консолидации грунтов с переменным по глубине модулем деформации (на английском языке).....	75

* * *

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Симонова О.В.</i> Наглядное моделирование этапов проявления сущности математических понятий и методических процедур (на русском языке).....	87
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> О Вложимости - степеней в отношении эквивалентности в иерархии Ершова (на русском языке).....	94
<i>Байжанов С.С., Кулешов Б.Ш.</i> Об обогащении счетно-категоричных слабо О-минимальных теорий бинарными предикатами (на русском языке).....	98
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Аскарлова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Кудайкулов А.К., Таиев А.А.</i> Аналитическое решение задачи о установившемся термомеханическом состоянии стержня ограниченной длины при одновременном наличии концевых температур и боковых теплообмена (на русском языке).....	106
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> О периодическом решении задачи Гурса для волнового уравнения специального вида с переменными коэффициентами (на русском языке).....	114
<i>Джакупов К.Б.</i> Нелинейный закон Гука в теории упругости неоднородных и анизотропных тел (на русском языке).....	130

CONTENTS

<i>Smirnov E.I., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusov A.A., Simonova O.B.</i> Visual modeling of the manifestation of the essence of mathematical concepts and methodological procedures (in English).....	6
<i>Kalmurzayev B.S., Bazhenov N.A.</i> Embeddability of m -degrees into equivalence relations in the Ershov hierarchy (in English).....	14
<i>Baizhanov S.S., Kulpeshov B.Sh.</i> On expanding countably categorical weakly ω -minimal theories by binary predicates (in English).....	18
<i>Zhumakhanova A.S., Nogaybaeva M.O., Askarova A., Arshidinova M.T., Begaliyeva K.B., Kudaykulov A.K., Tashev A.A.</i> An analytical solution to the problem of the thermomechanical state of a rod of limited length with simultaneous presence of end temperatures and lateral heat exchange (in English).....	25
<i>Akylbayev M.I., Beysebayeva A., Shaldanbayev A. Sh.</i> On the periodic solution of the Goursat problem for a wave equation of a special form with variable coefficients (in English).....	34
<i>Baydullaev S., Baydullaev S. S.</i> Analysis of magnetotelluric sounding (in English).....	51
<i>Jakupov K.B.</i> Nonlinear Hooke law in the theory of elasticity of inhomogeneous and anisotropic bodies (in English).....	63
<i>Yunusov A.A., Dasibekov A., Korganbaev B.N., Yunusova A.A., Abdieva Z.A., Kospanbetova N.A.</i> Multidimensional problems of soils' consolidation with modulus of deformation, variable in its depth (in English)	75

* * *

<i>Smirnov E.I., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusov A.A., Simonova O.B.</i> Visual modeling of the manifestation of the essence of mathematical concepts and methodological procedures (in Russian).....	87
<i>Kalmurzayev B.S., Bazhenov N.A.</i> Embeddability of m -degrees into equivalence relations in the Ershov hierarchy (in Russian).....	94
<i>Baizhanov S.S., Kulpeshov B.Sh.</i> On expanding countably categorical weakly ω -minimal theories by binary predicates (in Russian).....	98
<i>Zhumakhanova A.S., Nogaybaeva M.O., Askarova A., Arshidinova M.T., Begaliyeva K.B., Kudaykulov A.K., Tashev A.A.</i> An analytical solution to the problem of the thermomechanical state of a rod of limited length with simultaneous presence of end temperatures and lateral heat exchange (in Russian)	106
<i>Akylbayev M.I., Beysebayeva A., Shaldanbayev A. Sh.</i> On the periodic solution of the Goursat problem for a wave equation of a special form with variable coefficients (in Russian).....	114
<i>Jakupov K.B.</i> Nonlinear Hooke law in the theory of elasticity of inhomogeneous and anisotropic bodies (in Russian).....	130

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Т. А. Апендиев, Д. С. Аленов*
Верстка на компьютере *А. М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 15.02.2018.
Формат 60x88¹/₈. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
9 п.л. Тираж 300. Заказ 1.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19