

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

1 (317)

**ҚАҢТАР – АҚПАН 2018 ж.
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2018 г.
JANUARY – FEBRUARY 2018**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series of physico-mathematical scientific journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of physico-mathematical in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of physics and mathematics to our community.

Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы "ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математика сериясы" ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математика сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді физика-математика бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.

НАН РК сообщает, что научный журнал «Известия НАН РК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАН РК. Серия физико-математическая в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по физике и математике для нашего сообщества.

Б а с р е д а к т о р ы
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Жұмаділдаев А.С. проф., академик (Қазақстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Қазақстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Өмірбаев У.У. проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Жұмабаев Д.С. проф. (Қазақстан)
Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошқаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Сұраған Д. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Қырғыстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорус)
Пашаев А. проф., академик (Әзірбайжан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2018

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

Джумадильдаев А.С. проф., академик (Казахстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Казахстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умирбаев У.У. проф. чл.-корр. (Казахстан)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Джумабаев Д.С. проф. (Казахстан)
Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Сураган Д. чл.-корр. (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Кыргызстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Пашаев А. проф., академик (Азербайджан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2018

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f

doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d :

Dzhumadildayev A.S. prof., academician (Kazakhstan)
Kalmenov T.Sh. prof., academician (Kazakhstan)
Zhantayev Zh.Sh. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umirbayev U.U. prof. corr. member. (Kazakhstan)
Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)
Dzhumabayev D.S. prof. (Kazakhstan)
Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)
Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)
Suragan D. corr. member. (Kazakhstan)
Quevedo Hernando prof. (Mexico),
Dzhunushaliyev V.D. prof. (Kyrgyzstan)
Vishnevskiy I.N. prof., academician (Ukraine)
Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)
Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)
Pashayev A. prof., academician (Azerbaijan)
Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.
Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2018

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 1, Number 317 (2018), 106 – 113

УДК 539.3

А.С. Жумаханова¹, М.О. Ногайбаева², А. Аскарлова³,
М.Т. Аршидинова³, К.Б. Бегалиева³, А.К. Кудайкулов³, А.А. Ташев³

¹Kazakh agrarian-technical University named S.Seifullin, Astana, Kazakhstan;

²Институт механики и машиноведения имени академика У.А.Джолдасбекова;

³Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК

E-mail: zhuldyz_tm@mail.ru, kzldkz@gmail.com, kmiraj82@mail.ru

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СТЕРЖНЯ ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ НАЛИЧИИ КОНЦЕВЫХ ТЕМПЕРАТУР И БОКОВЫХ ТЕПЛООБМЕНА

Аннотация. В данной статье рассматриваются проблемы численного изучения термомеханического состояния стержней. На основе фундаментального закона об изменении количества тепла, прошедшее за время dt через фиксированного сечения строится уравнение установившегося теплопроводности для горизонтального стержня ограниченной длины и постоянного поперечного сечения.

При этом на двух концах исследуемого стержня заданы разные температуры, а через боковой поверхности происходит теплообмен с окружающей ее средой. Кроме того, исследуемый стержень выполнен из термозащитного материала ANV-300. Определяющийся закон распределения температуры, всех соответствующих деформации и напряжений а также перемещения по длине исследуемого стержня. Вычисляются величины термического удлинения и возникающего осевого усилия.

В сложной термической зоне работают подшипниковые компоненты реактивных и водородных двигателей, атомных и тепловых электростанций, технологических линий перерабатывающих производств, а также двигателей внутреннего сгорания. Надежная работа этих конструкций будет зависеть от условий термоздс компонентов подшипника. Поэтому это исследование посвящено численному изучению состояния термоздс несущих компонентов конструкций в виде стержней ограниченной длины, ограниченных с обоих концов.

Предлагаемый вычислительный алгоритм основан на принципе сохранения энергии. При этом все типы интегралов в функциональных формулах энергии интегрируются аналитически. При этом полученные численные решения будут иметь высокую точность.

Ключевые слова: тепловой поток, теплообмен, теплопроводности, теплообмена, теплоизоляция.

3. Постановка задачи

Рассматривается горизонтальный стержень ограниченной длины и постоянного поперечного сечения, площадь которого $F(\text{см}^2)$. Ось ox стержня направим слева в право которая совпадает с осью стержня. На левом конце стержня задана температура $T_1[\text{с}^0]$, а направом $T_2[\text{с}^0]$. При этом $T_1 > T_2$. Через боковой поверхности стержня происходит теплообмен с окружающей ее средой. При этом коэффициент теплообмена $h \left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}^0} \right]$, а температура окружающей среды $T_{\text{oc}}[\text{с}^0]$. Расчетная схема исследуемого процесса приводится на рисунке 1.

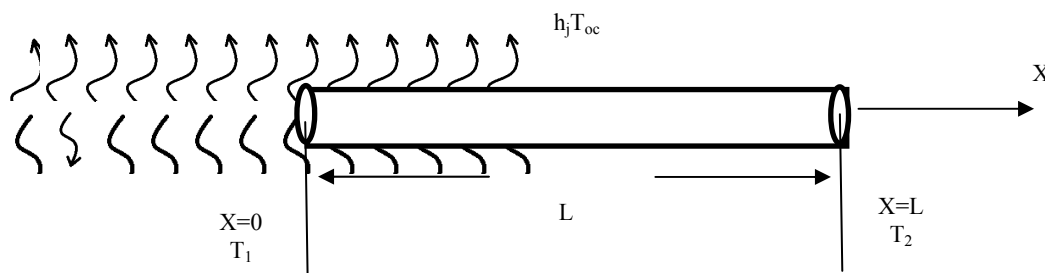


Рисунок 1 - Расчетная схема задачи

Требуется определить:

- 1) Закон распределения температуры по длине исследуемого стержня.
- 2) Определить величину термического удлинения исследуемого стержня.

В случае заземления двух концов стержня необходимо определить:

- 3) Возникающее осевое усилие.
- 4) Поле распределения составляющих деформаций и напряжений.
- 5) Поле распределения перемещения.

Физико-механические свойства материала исследуемого стержня характеризуются коэффициентами теплопроводности $K_{xx} \left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}\cdot\text{с}^0} \right]$, теплового расширения $\alpha \left[\frac{1}{\text{с}^0} \right]$ и модулем упругости $E \left[\frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right]$. Если учесть, что исследуемый процесс установившегося, а также значение коэффициента теплопроводности материала стержня гораздо больше чем площадь поперечного сечения, то можно без существенной ошибки пренебречь температурными градиентами в направлениях перпендикулярных к оси стержня, и принять температуру постоянной в каждой точке поперечного сечения, перпендикулярного оси ox . При таком допущении температура с функцией только одного независимого переменного x , и поле распределения температуры по длине стержня может быть описано обыкновенным дифференциальным уравнением.

Согласно фундаментального закона теплофизики, количества тепла, проходящего за время dt через сечения стержня, находящегося на расстоянии x [см] от его левого конца будет

$$-K_{xx}F \frac{dT}{dx} d\tau \quad (1)$$

где $T(x)$ – поле распределения температуры, которая пока неизвестна.

В то время количество тепла, прошедшее за время dt через сечение, находящегося на расстоянии $x + dx$ [см] от левого конца стержня, будет равно

$$-K_{xx}F \left(\frac{dT}{dx} + \frac{d^2T}{dx^2} dx \right) d\tau \quad (2)$$

Кроме того участок стержня, заключенный между сечениями, отстоящими от левого конца стержня на расстоянии x и $x + dx$ [см], вследствие процесса теплопроводности, приобретает за время dt количество тепла, равное разности указанных количеств (1) и (2), т.е.

$$K_{xx}F \frac{d^2T}{dx^2} d\tau \quad (3)$$

Также следует отметить, что за это же время через боковую поверхность этого участка происходит потеря тепла равное

$$hPdx(T - T_{oc})d\tau \quad (4)$$

где P [см] – периметр поперечного сечения.

Но так как исследуемый нами процесс является установившимся, т.е. стационарным, то из(3-4) имеем

$$K_{xx}F \frac{d^2T}{dx^2} dx d\tau = hPdx(T - T_{oc})d\tau \quad (5)$$

Отсюда для рассматриваемой задачи определим уравнение установившейся теплопроводности

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{hP(T - T_{oc})}{K_{xx}F} \quad (6)$$

Для дальнейшего удобства введем обозначения

$$a^2 = \frac{hP}{K_{xx}F} \quad (7)$$

учитывая, что температура окружающей среды $T_{oc} = const, 0 \leq x \leq l$, то имеем

$$\frac{d(T-T_{oc})}{dx} = \frac{dt}{dx} \quad (8)$$

отсюда также получим

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{d^2(T-T_{oc})}{dx^2}, 0 \leq x \leq l \quad (9)$$

Учитывая (7) и (9) перепишем (6)

$$\frac{d^2(T-T_{oc})}{dx^2} - a^2(T-T_{oc}) = 0 \quad (10)$$

Это уравнение является обыкновенным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Тогда его общий интеграл будет

$$T - T_{oc} = C_1 e^{ax} + C_2 e^{-ax}, \quad 0 \leq x \leq l \quad (11)$$

Где C_1 и C_2 являются постоянными интегрирования. Их значения определяются из граничных условий в концах стержня.

$$T(x=0) = T_1[c^0]; T(x=l) = T_2[c^0]; \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 - T_{oc} &= C_1 + C_2 \\ T_2 - T_{oc} &= C_1 e^{al} + C_2 e^{-al} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Из этих систем определяются значения C_1 и C_2 .

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{(T_2 - T_{oc}) - (T_1 - T_{oc})e^{-al}}{2sh(al)} \\ C_2 &= \frac{(T_1 - T_{oc})e^{al} - (T_2 - T_{oc})}{2sh(al)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Подставляя (14) в (11) определяется поле распределения температуры по длине исследуемого стержня с учетом условий эксплуатации [2]

$$T(x, h, K_{xx}, P, F, T_{oc}) = T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sha(l-x)}{sh(al)}, 0 \leq x \leq l \quad (15)$$

На основе фундаментальной теории теплофизики можно определить величину удлинения рассматриваемого стержня если он заземлен одним концом, а другой свободен

$$\Delta l_T = \int_0^l \alpha T(x) dx = \alpha \int_0^l T(x) dx = \alpha \left\{ T_{oc} l + \left[(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a) \right] / sh(al) \right\} \quad (16)$$

В случае если обе концы стержня заземлены, то в нем возникает осевое сжимающее усилие R , которое будет направлено вдоль его оси ox . Его значение определяется соответствующим законом Гука [3]

$$R = -\frac{\Delta l_T EF}{l} = -\frac{\alpha EF}{l} \left\{ T_{oc} l + \left[(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a) \right] / sh(al) \right\} \quad (17)$$

В этом случае по длине исследуемого стержня закон распределения термо-упругой составляющей напряжения σ можно определить согласно обобщенного закона Гука

$$\sigma = \frac{R}{F} = -\frac{\alpha E}{l} \left\{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \right\} \quad (18)$$

Тогда закон распределения соответствующей термо-упругой составляющей деформации также определяется согласно закону Гука

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{\alpha}{l} \left\{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \right\} \quad (19)$$

Далее согласно теории теплофизики определяется закон распределения температурной составляющей деформации

$$\varepsilon_T(x) = -\alpha T(x) = -\alpha \left\{ T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sh(a(l-x))}{sh(al)} \right\}, 0 \leq x \leq l \quad (20)$$

Тогда температурная составляющая напряжения уже определяется согласно закону Гука

$$\sigma_T(x) = E \varepsilon_T(x) = -\alpha E \left\{ T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sh(a(l-x))}{sh(al)} \right\}, 0 \leq x \leq l \quad (21)$$

После этого согласно теории термоупругости можно определить закон распределения упругой составляющей деформации

$$\varepsilon_x(x) = \varepsilon - \varepsilon_T(x) = -\frac{\alpha}{l} \left\{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \right\} + \alpha \left\{ T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sh(a(l-x))}{sh(al)} \right\}, 0 \leq x \leq l \quad (22)$$

Тогда согласно закону Гука, можно определить закон распределения упругой составляющей напряжения

$$\sigma_x(x) = E \varepsilon_x(x) = \sigma - \sigma_T(x) = -\frac{\alpha E}{l} \left\{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \right\} + \alpha E \left\{ T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sh(a(l-x))}{sh(al)} \right\}, 0 \leq x \leq l \quad (23)$$

Наконец, можно определить закон распределения перемещения сечении стержня. Она определяется из соотношений Коши

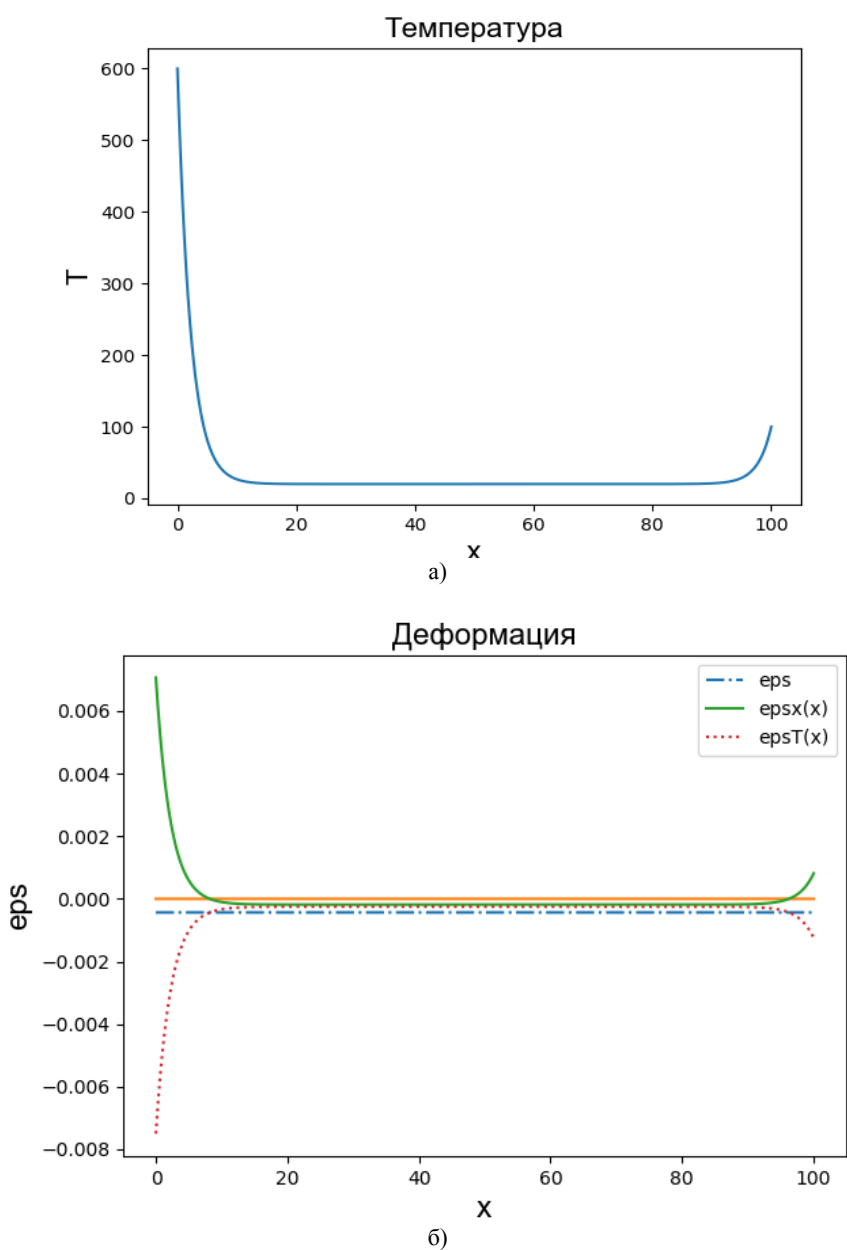
$$\varepsilon_x(x) = \frac{\partial u}{\partial x}; \Rightarrow U = \int \varepsilon_x(x) dx + C \quad (24)$$

Здесь значение постоянной C определяется из условий защемления $U(x=0)=0$. Тогда имеем

$$U(x) = -\alpha \left[T_{oc} + \frac{chal-1}{alshal} (T_1 + T_2 - 2T_{oc}) \right] x + \alpha \left\{ T_{oc} x + \frac{1}{ashal} [(T_2 - T_{oc})chax - (T_1 - T_{oc})] \right\} + \frac{\alpha}{ashal} [(T_1 - T_{oc})chal - (T_2 - T_{oc})] \quad (25)$$

Если принимать за исходных данных: $l=100\text{см}$, $K_{xx} = 100 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2\text{с}^0}$, $h=10 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2\text{с}^0}$; $T_{oc} = 20^0\text{C}$; $\alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{с}^0}$; $E=2 \cdot 10^6 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}$; $T_1=600^0\text{C}$; $T_2=100^0\text{C}$; $r=1\text{см}$. То получим результаты приведенной на

Рисунке-2. На Рисунке-2, а) приводится закон распределения температуры по длине стержня. Возникающие закон распределения составляющих деформаций приводится на Рисунке-2, б). Из рисунка видно, что термо-упругая составляющая деформация ϵ -является постоянный по всей длине стержня. В то время упругая составляющая деформация $\epsilon_x(x)$, на участках вблизи защемления имеют растягивающий характер. В серединной участке стержня $\epsilon_x(x)$ имеет сжимающий характер. Температурная составляющая деформация $\epsilon_T(x)$ по всей длине имеет сжимающий характер. Ее максимальная значения соответствует наибольшему температуре. Характер составляющих напряжений подобно соответствующим деформациям. Это наглядно видно из Рисунка-2, в). На Рисунке-2, г) приводится поле распределения перемещения сечений стержня. Из рисунка видно, что сечений стержня на участке $0 < x \leq 6,9$ см перемещающийся по направлению оси ox . В то время наибольшее перемещение $U_{max1}=0,0043092$ см соответствует к сечению координата которого $x=8$ см.; Сечения стержня находящихся на участке $70 < x < l=100$ см перемещаются против направления оси ox . Здесь наибольшее перемещение $U_{max2}=-0,0016472$ см соответствует к сечению, координата которого $x=94$ см. При этом $|U_{max1}|/|U_{max2}|=2,61639$;



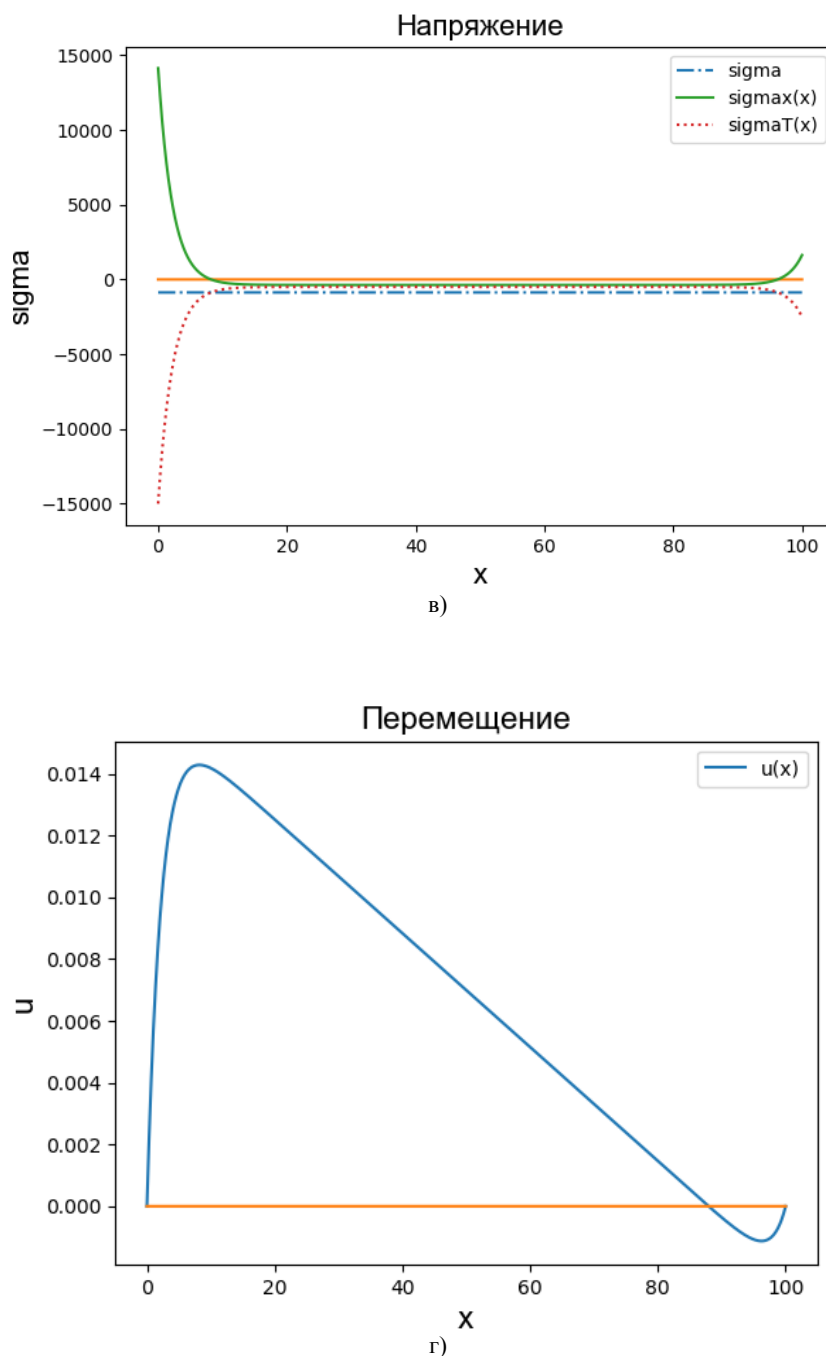


Рисунок 2 - Законы распределения температур, деформаций, напряжений и перемещения

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кудайкулов А.К., Кенжегулов Б.З., Мырзашева А.Н. Математическая модель установившегося поля распределения температуры по длине стержня, ограниченной длины при наличии локальной температуры, теплового потока, теплообмена и теплоизоляции. Наука и новые технологии, №5, г. Бишкек, 2009 г., С.17-2.
- [2] Кудайкулов А.К., Тулеуова Р., Амиртаев К.Б., Токкулиев Б.М., “Установившееся напряженно-деформированное состояние жестко-закрепленного двумя концами частично теплоизолированного стержня при наличии теплового потока, теплообмена и температуры”, Труды пятой Всероссийской научной конференции с международным участием (29–31 мая 2008 г.). Часть 1, Математические модели механики, прочности и надёжности элементов конструкций, Матем. моделирование и краев. задачи, СамГТУ, Самара, 2008, 161–164.
- [3] Кудайкулов А.К. Математическое (конечно-элементное) моделирование прикладных задач распространения тепла в одномерных конструктивных элементах. - Туркестан: Байтерек, - 2009. - 168 с.

- [4] Кенжегулов Б.З., Кудайкулов А.К., Мырзашева А.Н. Численное исследование удлинения стержня из жаропрочного сплава с учетом наличия всех видов источников. Известия вузов. - Бишкек, 2009. - №4. - С. 3-7.
- [5] Ташенова Ж.М., Нурлыбаева Э.Н., Жумадилаева А.К., Кудайкулов А.К. Вычислительный алгоритм и моделирование термонапряженного состояния стержня из жаропрочного сплава при наличии теплообмена, теплоизоляции и температуры постоянной интенсивности. Фундаментальные исследования. – 2012. – № 3–3. – С. 660-664;
- [6] Иванов А.С. Математические аналогии в механике сплошной среды. Монография. Москва, МГОУ, 2009, 180с
- [7] X Gu, X Dong, M Liu, Y Wang - Heat Transfer—Asian Research, 2012 - Wiley Online Library.
- [8] Айтиалиев Ш.М., Кудайкулов А.К., Мардонов Б. Механика прихвата бруйльных колон в нефтегазовых скважинах. Алматы-Атырау: Издательство «Эвро», 1999, -82с.
- [9] Chernyaeva T. P. and Ostapov A. V., Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Physics of Radiation Effect and Radiation Material Science, (87) 5, 16 (2013).
- [10] Zelensky V. F., Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Nuclear Physics Investigations (85) 3, 76 (2013).
- [11] M.L.F. Lerch, M. Petasecca, A. Cullen et al., Radiation Measurements 46, 1560 (2011).
- [12] Bezshyuko A., Vyshnevskiy I.M., Denisenko R.V. et al., Nucl. Phys. At. Energy 12, No. 4, 400 (2011).
- [13] Гестрин С.Г. Локализация экситонов Френкеля на дислокациях / С.Г. Гестрин, А.Н. Сальников. Известие вузов. Физика. 2005. № 7. С. 23-25.
- [14] Tungatarov A., D.K. Akhmed-Zaki. Cauchy problem for one class of ordinary differential equations// Int. J. of Mathematical Analyses. 2012, vol.6, no 14, 695-699.
- [15] Meirmanov A., Mathematical models for poroelastic flows, Atlantis Press// Paris, 2013,478 pp.
- [16] Kulpeshov B.Sh., Macpherson H.D., Minimality conditions on circularly ordered structures. Mathematical Logic Quarterly, 51 (2005), 377-399.
- [17] Kulpeshov B.Sh., On \aleph_0 -categorical weakly circularly minimal structures. Mathematical Logic Quarterly, volume 52, issue 6, 2006, 555-574.
- [18] Ерофеев В.Л., Семенов П.Д. Теплотехника. – М.: ИКЦ Академкнига.-2006.-488с.
- [19] Луканин В.Н. Теплотехника.-М.: Высшая школа.-2002.-671с.
- [20] Ноздрев В.Ф. Курс термодинамики. – М.: Мир, 1967. – 247 с.

А.С. Жумаханова¹, М.О. Ноғайбаева², А. Аскарова³,
М.Т. Аршидинова³, К.Б. Бегалиева³, А.К. Кудайкулов³, А.А. Ташев³

¹С.Сейфуллин атындағы қазақ агротехникалық университеті, Астана, Қазақстан

²ҚР БҒМ ҒА У.А.Жолдасбеков атындағы механика және машинағану институты

³ ҚР БҒМ ҒА Ақпараттық және есептеу технологиялары институты

ҰЗЫНДЫҒЫ ШЕКТЕУЛІ ТҰРАҚТЫ ТЕРМОМЕХАНИКАЛЫҚ КҮЙДІҢ БІР МЕЗГІЛДЕ ШЕКТІК ТЕМПЕРАТУРАНЫҢ ЖӘНЕ БҮЙІРЛІК ЖЫЛУ АЛМАСУ ӘСЕРІ ЕСЕБІН ТАЛДАМАЛЫҚ ШЕШУ

Аннотация. Бұл мақалада өзектің термомеханикалық күйін сандық зерттеу проблемалары қарастырылады.

Көптеген өндіріс орындарында негізгі құрылым элементтері күрделі жылу көздері әсерінде тұрақты жұмыс жасайды. Өндірістің үздіксіз жұмыс жасауы әрине сол элементтердің сынып қалмауына тікелей байланысты. Сондықтанда алдын – ала негізгі құрылым элементтердің әр түрлі жылу көздері әсерінде қандай термо-механикалық жағдайда болуын терең зерттеу өндірістің үздіксіз, тұрақты, сапалы жұмыс жасау тұрғысынан өте өзекті мәселе болып табылады.

Әт уақытта тұрақты көлденең қима арқылы өтетін жылу мөлшерінің өзгеруі туралы іргелі заңның негізінде шекті ұзындықты және қимасы тұрақты көлденең өзектің жылу өткізгіштігінің тендеуін құруға болады.

Бұл жағдайда қарастырылған өзектің екі ұшында әртүрлі температура белгіленеді, ал қоршаған ортамен жылу алмасуы бүйірлік бет арқылы өтеді. Сонымен қатар, зерттелетін өзек ANV-300 термиялық қорғаныш материалынан жасалған. Барлық орын алатын деформациялар мен кернеулерге байланысты, сондай-ақ зерттелген өзектің ұзындығы бойынша қозғалу кезіндегі температура таралуын анықтайтын заң. Жылулық ұзартудың және осыған қарсы күштің мәндері есептеледі.

Реактивті және сүтегі қозғалтқыштарының компоненттері, ядролық және жылу электр станциялары, өңдеу өнеркәсібінің өңдеу желілері, сондай-ақ ішкі жану қозғалтқыштары бар күрделі жылу аймағында жұмыс істейді. Осы құрылымдардың сенімді жұмыс істеуі мойынтіректер компоненттерінің термоэлектрлік қуатына байланысты болады. Демек, бұл зерттеу екі жағында шектелген шектеулі ұзындықтағы өзектер түріндегі құрылымдық компоненттердің термоэлектрлік қуатының жай-күйін сандық зерттеуге арналған.

Ұсынылған есептеу алгоритмі энергия үнемдеу принципіне негізделген. Бұл жағдайда функционалдык энергетикалық формулалардағы интегралдардың барлық түрлері аналитикалық түрде интегралданған. Бұл жағдайда алынған сандық шешімдер жоғары дәлдікке ие болады.

Тірек сөздер: жылу ағыны, жылу беру, жылу өткізгіштік, жылу алмасу, жылу оқшаулау.

A.S. Zhumakhanova¹, M.O. Nogaybaeva², A. Askarova³,
M.T. Arshidinova³, K.B. Begalyeva³, A.K. Kudaykulov³, A.A. Tashev³

¹Kazakh agrarian-technical University named S.Seifullin, Astana, Kazakhstan;

²Institute of Mechanics and Engineering Science named after academician U.A. Dzholdasbekov;

³Institute of Information and Computing Technologies CS MES RK

**AN ANALYTICAL SOLUTION TO THE PROBLEM OF THE THERMOMECHANICAL STATE
OF A ROD OF LIMITED LENGTH, WITH SIMULTANEOUS PRESENCE
OF END TEMPERATURES AND LATERAL HEAT EXCHANGE**

Abstract. This article deals with the problems of numerical study of the thermomechanical state of rods. On the basis of the fundamental law on the change in the amount of heat, an equation of the established thermal conductivity for a horizontal rod of limited length and a constant cross section is constructed through a fixed cross-section in a time $\partial\tau$. In this case, different temperatures are set at the two ends of the investigated rod, and heat exchange with the surrounding medium takes place through the lateral surface. In addition, the investigated rod is made of thermal protective material ANV-300. The determining law of the distribution of temperature, of all the corresponding deformations and stresses, and also of the displacement along the length of the investigated rod. The values of the thermal elongation and the resulting axial force are calculated.

In a complex thermal zone, bearing components of reactive and hydrogen engines, nuclear and thermal power stations, processing lines of processing industries, as well as internal combustion engines operate. The reliable operation of these structures will depend on the conditions of the thermoelectric power of the bearing components. Therefore, this study is devoted to a numerical study of the state of the thermoelectric power of the structural components in the form of rods of limited length, bounded at both ends.

The proposed computational algorithm is based on the principle of energy conservation. In this case, all types of integrals in the functional energy formulas are integrated analytically. In this case, the numerical solutions obtained will have high accuracy.

Keywords: the temperature, the rod, the thermal energy, the algorithm.

Сведения об авторах:

Аскарова А. - PhD докторант 2-го года обучения специальности 6D070500 - «Математическое и компьютерное моделирование», Института информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, e-mail: 91-ashok@mail.ru;

Аршидинова М.Т. - PhD докторант 1-го года обучения специальности 6D070400 - «Вычислительная техника и программное обеспечение», Института информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, e-mail: mukaddas_arshidi@mail.ru;

Бегалиева К.Б. - PhD докторант 1-го года обучения специальности 6D070200 - «Автоматизация и управление», Института информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, e-mail: kalamkas_b@mail.ru,

Кудайкулов А.К. - доктор физико-математических наук Института информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, e-mail: kudaykulov2006@mail.ru;

Ташев А.А. - доктор технических наук Института информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, e-mail: azattash@mail.ru;

Жумаханова Анар Сыдыковна - старший преподаватель кафедры «Информационные системы», Казахский агротехнический университет имени С.Сейфуллина, e-mail: guldana2002@mail.ru;

Ногайбаева Макпал Оразбаевна - PhD докторант Института механики и машиноведения имени академика У.А.Джолдасбекова, e-mail: zhuldyz_tm@mail.ru.

МАЗМУНЫ

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусов А.А., Симонова О.В.</i> Математикалық ұғымдардың және әдістемелік жұмыстардың пайда болу кезеңдерінің мән-мағынасының көрнекі моделду (ағылшын тілінде).....	6
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> Ершов иерархиясында t -деңгейлердің эквиваленттік қатынастарға енгізулері туралы (ағылшын тілінде).....	14
<i>Байжанов С.С., Құлтешов Б.Ш.</i> Бинарлы предикаттармен есептік-категориялық босаң O -минималдық теориялар байыту туралы (ағылшын тілінде).....	18
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Асқарова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Қудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Ұзындығы шектеулі тұрақты термомеханикалық күйдің бір мезгілде шектік температураның және бүйірлік жылу алмасу әсері есебін талдамалық шешу (ағылшын тілінде).....	25
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> Коэффициенттері айнымалы түрі арнайы толқын теңдеуінің Гурсалық есебінің периодты шешімі туралы (ағылшын тілінде).....	34
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С. С.</i> Магнитотеллурлық зондылау әдісінің жағдайын талдау (ағылшын тілінде).....	51
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> Сызықсыз Гуктың заңы біртектес емес және анизотроптық денелердің серпілімдік теориясында (ағылшын тілінде).....	63
<i>Юнусов А.А., Дасибеков А., Корганбаев Б.Н., Юнусова А.А., Абдиева З.А., Коспанбеова Н.</i> Терендік бойынша айнымалы деформация модульді грунттер консолидациясының көпөлшемді есептері (ағылшын тілінде).....	75

* * *

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусов А.А., Симонова О.В.</i> Математикалық ұғымдардың және әдістемелік жұмыстардың пайда болу кезеңдерінің мән-мағынасының көрнекі моделду (ағылшын тілінде).....	87
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> Ершов иерархиясында t -деңгейлердің эквиваленттік қатынастарға енгізулері туралы (орыс тілінде).....	94
<i>Байжанов С.С., Құлтешов Б.Ш.</i> Бинарлы предикаттармен есептік-категориялық босаң O -минималдық теориялар байыту туралы (орыс тілінде).....	98
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Асқарова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Қудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Ұзындығы шектеулі тұрақты термомеханикалық күйдің бір мезгілде шектік температураның және бүйірлік жылу алмасу әсері есебін талдамалық шешу (орыс тілінде).....	106
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> Коэффициенттері айнымалы түрі арнайы толқын теңдеуінің Гурсалық есебінің периодты шешімі туралы (орыс тілінде).....	114
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> Сызықсыз Гуктың заңы біртектес емес және анизотроптық денелердің серпілімдік теориясында (орыс тілінде).....	130

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Симонова О.В.</i> Наглядное моделирование этапов проявления сущности математических понятий и методических процедур (на английском языке).....	6
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> О Вложимости - степеней в отношении эквивалентности в иерархии Ершова (на английском языке).....	14
<i>Байжанов С.С., Кулешов Б.Ш.</i> Об обогащении счетно-категоричных слабо О-минимальных теорий бинарными предикатами (на английском языке).....	18
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Аскарлова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Кудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Аналитическое решение задачи о установившемся термомеханическом состоянии стержня ограниченной длины при одновременном наличии концевых температур и боковых теплообмена (на английском языке).....	25
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> О периодическом решении задачи Гурса для волнового уравнения специального вида с переменными коэффициентами (на английском языке).....	34
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С. С.</i> Анализ состояния метода магнитотеллурического зондирования (на английском языке).....	51
<i>Джакупов К.Б.</i> Нелинейный закон Гука в теории упругости неоднородных и анизотропных тел (на английском языке).....	63
<i>Юнусов А.А., Дасибеков А., Корганбаев Б.Н., Юнусова А.А., Абдиева З.А., Коспанбеова Н.</i> Многомерные задачи консолидации грунтов с переменным по глубине модулем деформации (на английском языке).....	75

* * *

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Симонова О.В.</i> Наглядное моделирование этапов проявления сущности математических понятий и методических процедур (на русском языке).....	87
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> О Вложимости - степеней в отношении эквивалентности в иерархии Ершова (на русском языке).....	94
<i>Байжанов С.С., Кулешов Б.Ш.</i> Об обогащении счетно-категоричных слабо О-минимальных теорий бинарными предикатами (на русском языке).....	98
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Аскарлова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Кудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Аналитическое решение задачи о установившемся термомеханическом состоянии стержня ограниченной длины при одновременном наличии концевых температур и боковых теплообмена (на русском языке).....	106
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> О периодическом решении задачи Гурса для волнового уравнения специального вида с переменными коэффициентами (на русском языке).....	114
<i>Джакупов К.Б.</i> Нелинейный закон Гука в теории упругости неоднородных и анизотропных тел (на русском языке).....	130

CONTENTS

<i>Smirnov E.I., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusov A.A., Simonova O.B.</i> Visual modeling of the manifestation of the essence of mathematical concepts and methodological procedures (in English).....	6
<i>Kalmurzayev B.S., Bazhenov N.A.</i> Embeddability of m -degrees into equivalence relations in the Ershov hierarchy (in English).....	14
<i>Baizhanov S.S., Kulpeshov B.Sh.</i> On expanding countably categorical weakly ω -minimal theories by binary predicates (in English).....	18
<i>Zhumakhanova A.S., Nogaybaeva M.O., Askarova A., Arshidinova M.T., Begaliyeva K.B., Kudaykulov A.K., Tashev A.A.</i> An analytical solution to the problem of the thermomechanical state of a rod of limited length with simultaneous presence of end temperatures and lateral heat exchange (in English).....	25
<i>Akylbayev M.I., Beysebayeva A., Shaldanbayev A. Sh.</i> On the periodic solution of the Goursat problem for a wave equation of a special form with variable coefficients (in English).....	34
<i>Baydullaev S., Baydullaev S. S.</i> Analysis of magnetotelluric sounding (in English).....	51
<i>Jakupov K.B.</i> Nonlinear Hooke law in the theory of elasticity of inhomogeneous and anisotropic bodies (in English).....	63
<i>Yunusov A.A., Dasibekov A., Korganbaev B.N., Yunusova A.A., Abdieva Z.A., Kospanbetova N.A.</i> Multidimensional problems of soils' consolidation with modulus of deformation, variable in its depth (in English)	75

* * *

<i>Smirnov E.I., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusov A.A., Simonova O.B.</i> Visual modeling of the manifestation of the essence of mathematical concepts and methodological procedures (in Russian).....	87
<i>Kalmurzayev B.S., Bazhenov N.A.</i> Embeddability of m -degrees into equivalence relations in the Ershov hierarchy (in Russian).....	94
<i>Baizhanov S.S., Kulpeshov B.Sh.</i> On expanding countably categorical weakly ω -minimal theories by binary predicates (in Russian).....	98
<i>Zhumakhanova A.S., Nogaybaeva M.O., Askarova A., Arshidinova M.T., Begaliyeva K.B., Kudaykulov A.K., Tashev A.A.</i> An analytical solution to the problem of the thermomechanical state of a rod of limited length with simultaneous presence of end temperatures and lateral heat exchange (in Russian)	106
<i>Akylbayev M.I., Beysebayeva A., Shaldanbayev A. Sh.</i> On the periodic solution of the Goursat problem for a wave equation of a special form with variable coefficients (in Russian).....	114
<i>Jakupov K.B.</i> Nonlinear Hooke law in the theory of elasticity of inhomogeneous and anisotropic bodies (in Russian).....	130

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://www.physics-mathematics.kz>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Т. А. Апендиев, Д. С. Аленов*
Верстка на компьютере *А. М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 15.02.2018.
Формат 60x88¹/₈. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
9 п.л. Тираж 300. Заказ 1.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19