

ISSN 2518-1726 (Online),  
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА  
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL  
SERIES**

**1 (317)**

**ҚАҢТАР – АҚПАН 2018 ж.  
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2018 г.  
JANUARY – FEBRUARY 2018**

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА  
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

---

*NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series of physico-mathematical scientific journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of physico-mathematical in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of physics and mathematics to our community.*

*Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы "ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математика сериясы" ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математика сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді физика-математика бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.*

*НАН РК сообщает, что научный журнал «Известия НАН РК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАН РК. Серия физико-математическая в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по физике и математике для нашего сообщества.*

Б а с р е д а к т о р ы  
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

**Жұмаділдаев А.С.** проф., академик (Қазақстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Қазақстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Өмірбаев У.У.** проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Жүсіпов М.А.** проф. (Қазақстан)  
**Жұмабаев Д.С.** проф. (Қазақстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Қазақстан)  
**Бошқаев К.А.** PhD докторы (Қазақстан)  
**Сұраған Д.** корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Қырғыстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Белорус)  
**Пашаев А.** проф., академик (Әзірбайжан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)  
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде  
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.  
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2018

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор  
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

**Джумадильдаев А.С.** проф., академик (Казахстан)  
**Кальменов Т.Ш.** проф., академик (Казахстан)  
**Жантаев Ж.Ш.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Умирбаев У.У.** проф. чл.-корр. (Казахстан)  
**Жусупов М.А.** проф. (Казахстан)  
**Джумабаев Д.С.** проф. (Казахстан)  
**Асанова А.Т.** проф. (Казахстан)  
**Бошкаев К.А.** доктор PhD (Казахстан)  
**Сураган Д.** чл.-корр. (Казахстан)  
**Quevedo Hernando** проф. (Мексика),  
**Джунушалиев В.Д.** проф. (Кыргызстан)  
**Вишневский И.Н.** проф., академик (Украина)  
**Ковалев А.М.** проф., академик (Украина)  
**Михалевич А.А.** проф., академик (Беларусь)  
**Пашаев А.** проф., академик (Азербайджан)  
**Такибаев Н.Ж.** проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.  
**Тигиняну И.** проф., академик (Молдова)

**«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».**

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов  
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2018

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

## E d i t o r i n c h i e f

doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

## E d i t o r i a l b o a r d :

**Dzhumadildayev A.S.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kalmenov T.Sh.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Zhantayev Zh.Sh.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Umirbayev U.U.** prof. corr. member. (Kazakhstan)  
**Zhusupov M.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Dzhumabayev D.S.** prof. (Kazakhstan)  
**Asanova A.T.** prof. (Kazakhstan)  
**Boshkayev K.A.** PhD (Kazakhstan)  
**Suragan D.** corr. member. (Kazakhstan)  
**Quevedo Hernando** prof. (Mexico),  
**Dzhunushaliyev V.D.** prof. (Kyrgyzstan)  
**Vishnevskiy I.N.** prof., academician (Ukraine)  
**Kovalev A.M.** prof., academician (Ukraine)  
**Mikhalevich A.A.** prof., academician (Belarus)  
**Pashayev A.** prof., academician (Azerbaijan)  
**Takibayev N.Zh.** prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.  
**Tiginyanu I.** prof., academician (Moldova)

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.**

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,  
[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz) / [physics-mathematics.kz](http://physics-mathematics.kz)

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2018

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN  
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 1, Number 317 (2018), 25 – 33

UDC 539.3

Zhumakhanova A.S.<sup>1</sup>, Nogaybaeva M.O.<sup>2</sup>, Askarova A.<sup>3</sup>,  
Arshidinova M.T.<sup>3</sup>, Begaliyeva K.B.<sup>3</sup>, Kudaykulov A.K.<sup>3</sup>, Tashev A.A.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Kazakh agrarian-technical university named after S.Seifullin, Astana, Kazakhstan;

<sup>2</sup>Institute of Mechanics and Engineering Science named after academician U.A. Dzholdasbekov;

<sup>3</sup>Institute of Information and Computing Technologies CS MES RK

zhuldyz\_tm@mail.ru, kzldkz@gmail.com, kmiraj82@mail.ru

**AN ANALYTICAL SOLUTION TO THE PROBLEM OF THE  
THERMOMECHANICAL STATE OF A ROD OF LIMITED LENGTH  
WITH SIMULTANEOUS PRESENCE OF END TEMPERATURES  
AND LATERAL HEAT EXCHANGE**

**Abstract.** This article deals with the problems of numerical study of the thermomechanical state of rods. On the basis of the fundamental law on the change in the amount of heat, an equation of the established thermal conductivity for a horizontal rod of limited length and a constant cross section is constructed through a fixed cross-section in a time  $\partial\tau$ . In this case, different temperatures are set at the two ends of the investigated rod, and heat exchange with the surrounding medium takes place through the lateral surface. In addition, the investigated rod is made of thermal protective material ANV-300. The determining law of the distribution of temperature, of all the corresponding deformations and stresses, and also of the displacement along the length of the investigated rod. The values of the thermal elongation and the resulting axial force are calculated.

**Keywords:** temperature, rod, thermal energy, algorithm.

In a complex thermal zone, bearing components of reactive and hydrogen engines, nuclear and thermal power stations, processing lines of processing industries, as well as internal combustion engines operate. The reliable operation of these structures will depend on the conditions of the thermoelectric power of the bearing components. Therefore, this study is devoted to a numerical study of the state of the thermoelectric power of the structural components in the form of rods of limited length, bounded at both ends.

The proposed computational algorithm is based on the principle of energy conservation. In this case, all types of integrals in the functional energy formulas are integrated analytically. In this case, the numerical solutions obtained will have high accuracy.

### 1. Statement of the problem

We consider a horizontal rod of limited length and a constant crossed section which area is  $F(\text{cm}^2)$ . The axis  $ox$  of the rod is directed from the left to the right which coincides with the axis of the rod. At the left end of the rod, the temperature  $T_1[\text{c}^0]$ , is given, and the direction  $T_2[\text{c}^0]$ . In this case  $T_1 > T_2$ . Through the lateral surface of the rod, heat exchange takes place with its surrounding medium. In this case, the heat transfer coefficient  $h \left[ \frac{\text{watt}}{\text{cm}^2 \cdot \text{c}^0} \right]$ , and the ambient temperature  $T_{oc}[\text{c}^0]$ . The calculation scheme of the process is shown in Fig. 1

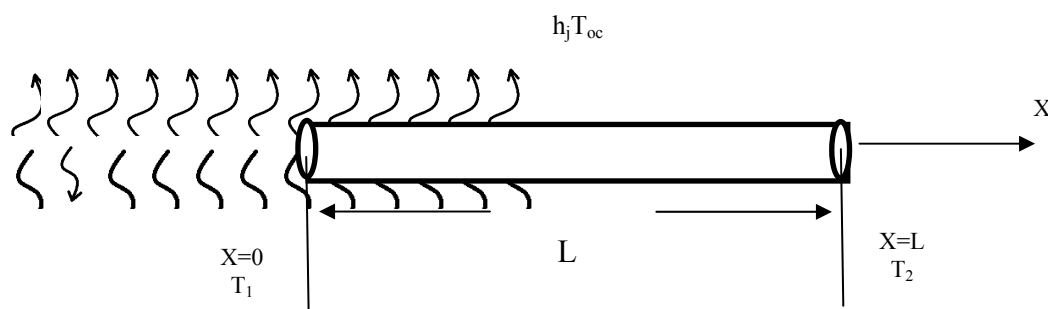


Figure 1 - The calculation scheme of the problem

It is required to determine:

- 1) The law of temperature distribution along the length of the investigated rod.
- 2) The amount of thermal elongation of the test rod.

In case of pinching the two ends of the rod, it is necessary to determine:

- 3) The arising axial forces.
- 4) The field of distribution of the components of deformations and stresses.
- 5) The field of distribution of displacement.

The physical and mechanical properties of the material of the rod under investigation are characterized by the coefficients of thermal conductivity  $K_{xx} \left[ \frac{\text{watt}}{\text{cm}^2 \cdot \text{c}^0} \right]$ , thermal expansion  $\alpha \left[ \frac{1}{\text{c}^0} \right]$  and elastic modulus  $E \left[ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right]$ . If we take into account that the investigated process of the rod material is much larger than the cross-sectional area, then it is possible to neglect the temperature gradients in the directions perpendicular to the axis of the rod without significant error, and take the temperature constant at each point of the cross section perpendicular to the axis. With this assumption, a temperature with a function of only one independent variable  $x$ , and the field of temperature distribution along the length of the rod can be described by an ordinary differential equation.

According to the fundamental law of thermophysics, the amount of heat passing through the time  $dt$  through the cross sections of the rod at a distance of  $x$  [cm] from its left end will be

$$-K_{xx}F \frac{dT}{dx} d\tau \quad (1)$$

where  $T(x)$  – is the temperature distribution field, which is still unknown.

At that time, the amount of heat passing through the time  $dt$  through the cross section, located at a distance  $x + dx$  [cm] from the left end of the rod, will be equal to

$$-K_{xx}F \left( \frac{dT}{dx} + \frac{d^2T}{dx^2} dx \right) d\tau \quad (2)$$

In addition, the portion of the rod enclosed between the sections spaced from the left end of the rod at a distance of  $x$  and  $x + dx$  [cm], due to the thermal conductivity process, acquires during the time  $dt$  the amount of heat equal to the difference of the indicated quantities (1) and (2) e.

In addition, the portion of the rod enclosed between the sections spaced from the left end of the rod at a distance of  $x$  and  $x + dx$  [cm], following the heat conduction process, acquires in the time  $dt$  the amount of heat equal to the difference of the indicated amounts (1) and (2),

$$K_{xx}F \frac{d^2T}{dx^2} d\tau \quad (3)$$

It should also be noted that during this same time, a heat loss is equal to

$$hPdx(T - T_{0c})d\tau \quad (4)$$

where  $P$  [cm] is the cross sectional.

But since the process we are investigating is steady-state, i.e. stationary, then from (3-4) we have

$$K_{xx}F \frac{d^2T}{dx^2} dx d\tau = hP dx (T - T_{oc}) d\tau \quad (5)$$

From this, for the problem under consideration, we determine the equation for the steady-state heat conductivity

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{hP(T - T_{oc})}{K_{xx}F} \quad (6)$$

For convenience, we introduce the notation

$$a^2 = \frac{hP}{K_{xx}F} \quad (7)$$

considering that the ambient temperature  $T_{oc} = const, 0 \leq x \leq l$ , then we have

$$\frac{d(T - T_{oc})}{dx} = \frac{dT}{dx} \quad (8)$$

hence we also obtain

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{d^2(T - T_{oc})}{dx^2}, \quad 0 \leq x \leq l \quad (9)$$

Taking (7) and (9) into account, we rewrite (6)

$$\frac{d^2(T - T_{oc})}{dx^2} - a^2(T - T_{oc}) = 0 \quad (10)$$

This equation is an ordinary differential equation with constant coefficients. Then its general integral will be

$$T - T_{oc} = C_1 e^{ax} + C_2 e^{-ax}, \quad 0 \leq x \leq l \quad (11)$$

where  $C_1$  and  $C_2$  are constants of integration. Their values are determined from the boundary conditions at the ends of the rod.

$$T(x = 0) = T_1 [c^0]; T(x = l) = T_2 [c^0]; \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 - T_{oc} &= C_1 + C_2 \\ T_2 - T_{oc} &= C_1 e^{al} + C_2 e^{-al} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

From these systems, the values  $C_1$  and  $C_2$ .

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{(T_2 - T_{oc}) - (T_1 - T_{oc})e^{-al}}{2sh(al)} \\ C_2 &= \frac{(T_1 - T_{oc})e^{al} - (T_2 - T_{oc})}{2sh(al)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Substituting (14) into (11), we determine the field of temperature distribution along the length of the rod under consideration, taking into account the operating conditions [2]



$$T(x, h, K_{xx}, P, F, T_{oc}) = T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sha(l-x)}{sh(al)}, 0 \leq x \leq l \quad (15)$$

On the basis of the fundamental theory of thermal physics, it is possible to determine the elongation of the rod under consideration if it is pinched by one end and the other is free

$$\Delta l_T = \int_0^l \alpha T(x) dx = \alpha \int_0^l T(x) dx = \alpha \{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \} \quad (16)$$

In the event that both ends of the rod are clamped, an axial compressive force R is produced in it, which will be directed along its axis ox. Its value is determined by the corresponding Hooke law [3]

$$R = -\frac{N_T EF}{l} = -\frac{\alpha EF}{l} \{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \} \quad (17)$$

In this case, according to the length of the investigated rod, the distribution law of the thermoelastic component of the voltage t can be determined according to the generalized Hooke law

$$\sigma = \frac{R}{F} = -\frac{\alpha E}{l} \{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \} \quad (18)$$

Then the distribution law of the corresponding thermo-elastic component of the deformation is also determined according to Hooke law

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{\alpha}{l} \{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \} \quad (19)$$

Further, according to the theory of thermal physics, the law of distribution of the temperature component of deformation

$$\varepsilon_T(x) = -\alpha T(x) = -\alpha \left\{ T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sha(l-x)}{sh(al)} \right\}, 0 \leq x \leq l \quad (20)$$

Then the temperature component of the voltage is already determined according to Hooke law

$$\sigma_T(x) = E \varepsilon_T(x) = -\alpha E \left\{ T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sha(l-x)}{sh(al)} \right\}, 0 \leq x \leq l \quad (21)$$

After this, according to the theory of thermo elasticity, it is possible to determine the law of distribution of the elastic component of deformation

$$\varepsilon_x(x) = \varepsilon - \varepsilon_T(x) = -\frac{\alpha}{l} \{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \} + \alpha \left\{ T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sha(l-x)}{sh(al)} \right\}, 0 \leq x \leq l \quad (22)$$

Then, according to Hooke law, we can determine the law of distribution of the elastic component of the voltage

$$\sigma_x(x) = E\varepsilon_x(x) = \sigma - \sigma_T(x) = -\frac{\alpha E}{l} \left\{ T_{oc} l + [(T_2 - T_{oc})(ch(al) - 1)/a - (T_1 - T_{oc})(1 - ch(al)/a)] / sh(al) \right\} + \alpha E \left\{ T_{oc} + \frac{(T_2 - T_{oc})sh(ax) + (T_1 - T_{oc})sh(a(l-x))}{sh(al)} \right\}, 0 \leq x \leq l \quad (23)$$

Finally, we can determine the law of distribution of the displacement of the cross-section of the rod. It is determined from the Cauchy relations

$$\varepsilon_x(x) = \frac{\partial u}{\partial x}; \Rightarrow U = \int \varepsilon_x(x) dx + C \quad (24)$$

Here the value of the constant C is determined from the pinning conditions  $U(x=0) = 0$ . Then we have

$$U(x) = -\alpha \left[ T_{oc} + \frac{chal - 1}{alshal} (T_1 + T_2 - 2T_{oc}) \right] x + \alpha \left\{ T_{oc} x + \frac{1}{ashal} [(T_2 - T_{oc})chax - (T_1 - T_{oc})] \right\} + \frac{\alpha}{ashal} [(T_1 - T_{oc})chal - (T_2 - T_{oc})] \quad (25)$$

Then we have  $l = 100 \text{ cm}$ ,  $K_{xx} = 100 \frac{\text{Br}}{\text{cm}^2 \text{C}^0}$ ;  $h = 10 \frac{\text{Br}}{\text{cm}^2 \text{C}^0}$ ;  $T_{oc} = 20^0 \text{C}$ ;  $\alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{C}^0}$ ;  $E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ ;  $T_1 = 600^0 \text{C}$ ;  $T_2 = 100^0 \text{C}$ ;  $r = 1 \text{ cm}$ .

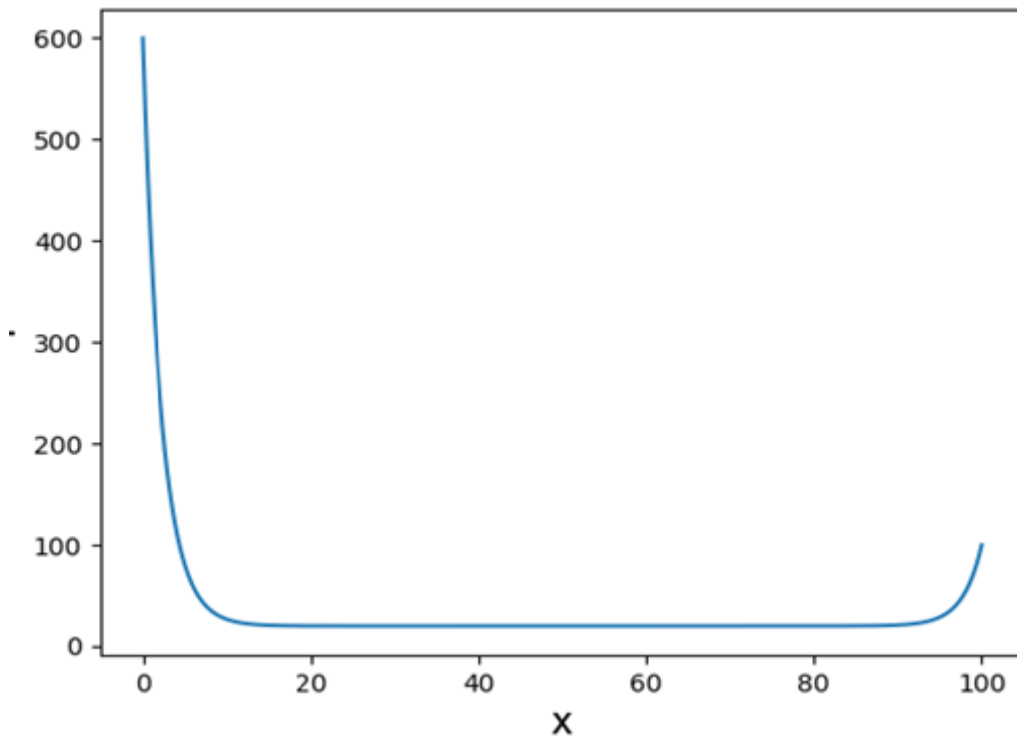
Then we get the results shown in Figure-2. In Figure-2, a) the law of the distribution of temperature along the length of the rod is given. The resulting law of distribution of deformation components is given in Figure-2, b). It can be seen from the figure that the thermo-elastic component of the deformation  $\varepsilon$  is constant along the entire length of the rod.

At that time, the elastic component of the deformation  $\varepsilon_x(x)$ , on stretches near the jamming, has a stretching character. In the middle section of the rod,  $\varepsilon_x(x)$  has a compressive character. The temperature component of the deformation  $\varepsilon_T(x)$  along the entire length has a compressive character. Its maximum value corresponds to the highest temperature.

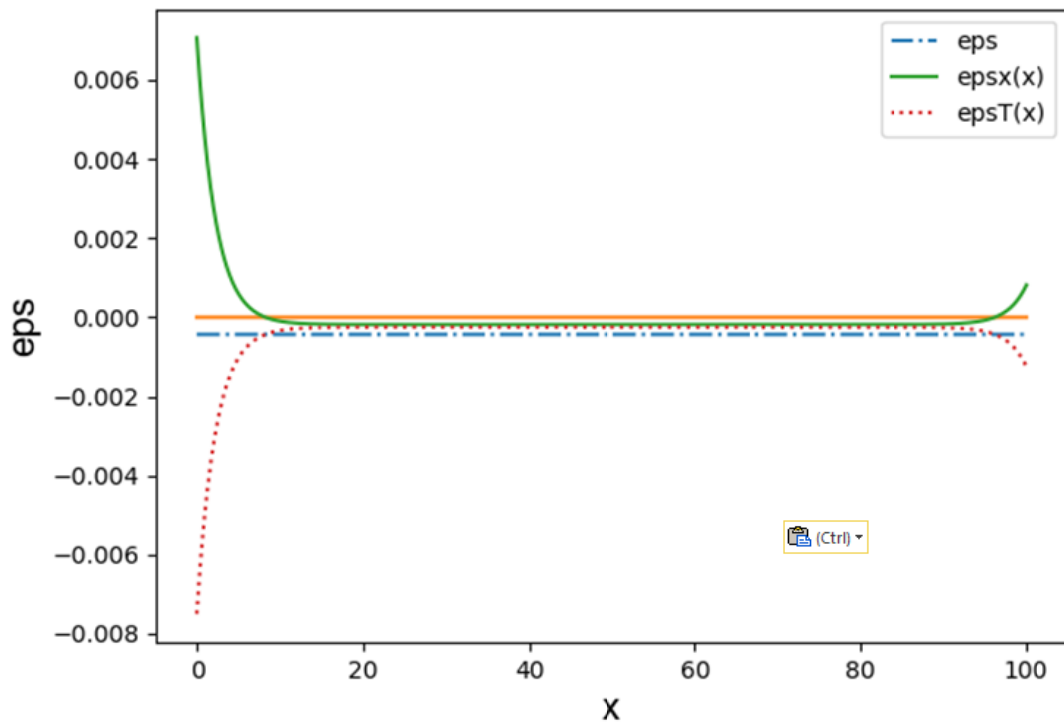
The nature of the component stresses is similar to the corresponding deformations. This is clearly seen from Figure-2, c). In Figure-2, d) the distribution field for the displacement of the cross-sections of the rod is given. It can be seen from the figure that the cross-sections of the rod in section  $0 < x \leq 6,9$  are moving in the direction of the x axis. At that time, the largest displacement  $U_{max1} = 0.0043092 \text{ cm}$  corresponds to the coordinate cross-section of which  $x = 8 \text{ cm}$ ;

The cross sections of the rod located in the section  $70 < x < 100 \text{ cm}$  move against the direction of the axis ox. Here, the largest displacement  $U_{max2} = -0,0016472 \text{ cm}$  corresponds to a cross section whose coordinate is  $x = 94 \text{ cm}$ . Moreover,  $|U_{max1}|/|U_{max2}| = 2,61639$ ;

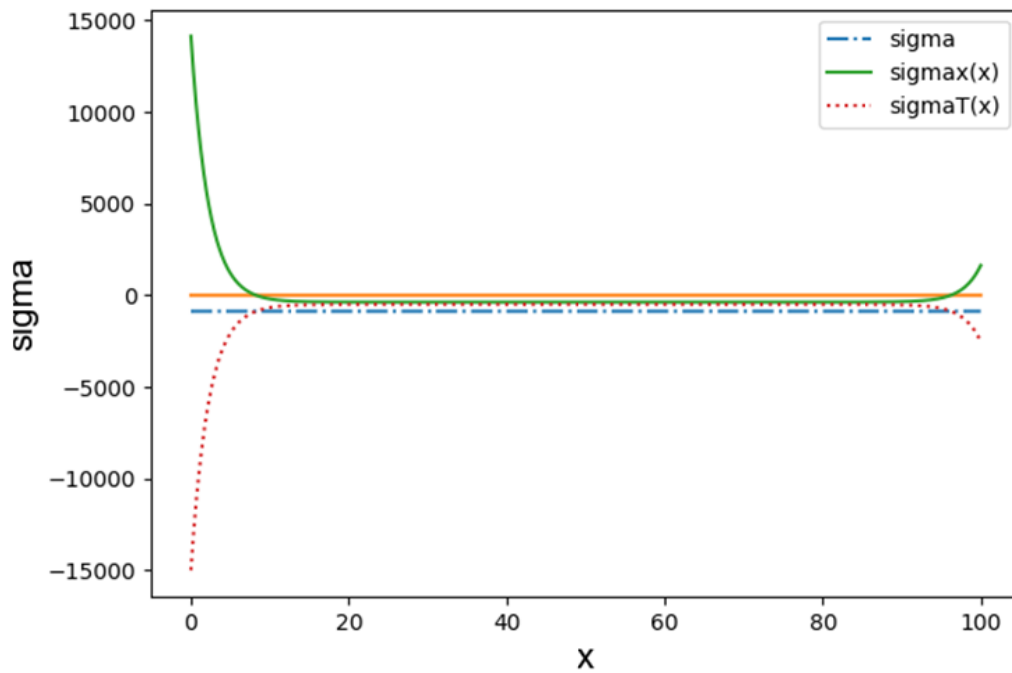
a) The temperature



b) the deformation



c) voltage



d) move

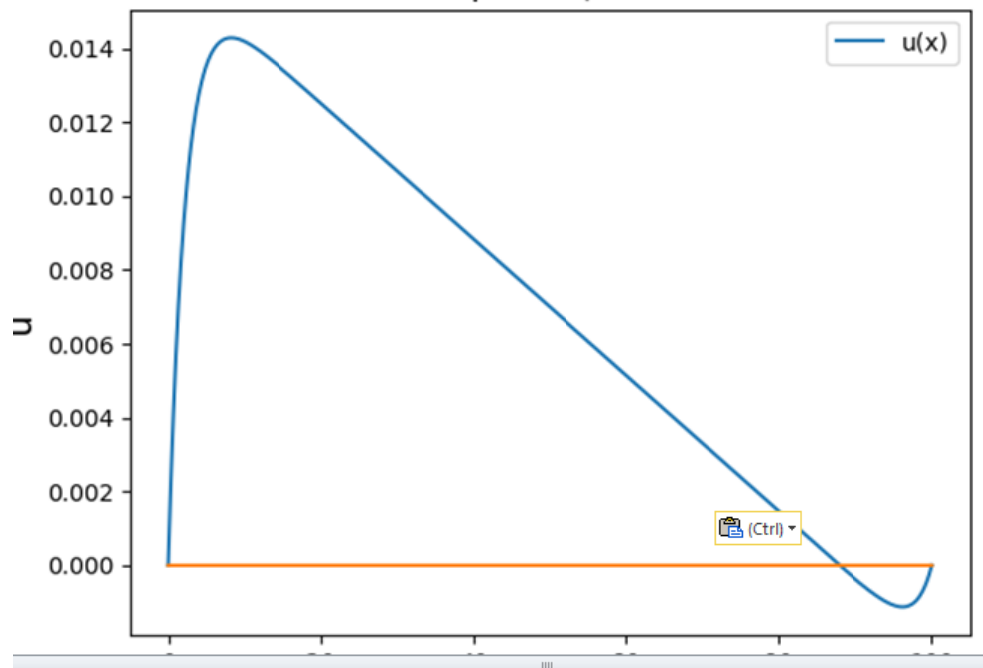


Figure - 2. The laws of distribution of temperatures, strains, stresses and displacements

## REFERENCES

- [1] Kudaykulov A.K.,Kenzhegul B.Z., Myrzasheva A.N.*Science and new technologies, Bishkek,2009*, 5, 17-22. (in Russ.).
- [2] Kudaykulov A.K., Tuleuova R.,Amirtaev K.B., Tokkuliev B.M.*Proceedings Fifth All-Russian Scientific Conference with international participation (29-31 May 2008).Part 1 Mathematical models of mechanics, strength and reliability of structural elements, Mat. modeling and edges. tasksSamGTU, Samara, 2008*, 161-164. (in Russ.).

- [3] Kudaykulov A.K., Mathematical (finite element) modeling of applied problems of heat distribution in one-dimensional structural elements. *Turkestan: Baiterek*. 2009, 168p. (in Russ.).
- [4] KENZHEGUL B.Z., KUDAYKULOV A.K., MYRZASHEVA A.N. *Proceedings of the universities. - Bishkek*, 2009, 4, 3-7. (in Russ.).
- [5] Tashenova J.M., Nurlybaeva E.N., Zhumadillaeva A.K., Kudaykulov A.K. *Fundamental'nyye issledovaniya*. 2012, 3-3, 660-664. (in Russ.).
- [6] Ivanov A.S. The mathematical analogy in continuum mechanics. Monograph. *Moscow, Moscow State Open University*, 2009 180p. (in Russ.).
- [7] X. Gu, X. Dong, M. Liu, Y. Wang. *Heat Transfer-Asian Research, Wiley Online Library*. 2012 (in Eng.).
- [8] Aytaliev Sh.M., Kudaykulov A.K., Mardonov B. Mechanics sticking bruiilnyh columns in oil and gas wells. *Atyrau-Almaty: Publishing "Evreux"*, 1999, 82p. (in Russ.).
- [9] Chernyaeva T. P., Ostapov A. V. *Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Physics of Radiation Effect and Radiation Material Science*, 2013, (87) 5, 16. (in Eng.).
- [10] Zelensky V. F., *Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Nuclear Physics Investigations* 2013 (85) 3, 76 (in Eng.).
- [11] M.L.F. Lerch, M. Petasecca, A. Cullen et al., *Radiation Measurements* 46, 1560 (2011). Gestrin S.G. Localization of Frenkel excitons on dislocations. *Gestrin, A.N. Salnikov. News of universities. Physics*. 2005. № 7. P. 23-25. (in Eng.).
- [12] Bezshyko A., Vyshnevskiy I.M., Denisenko R.V. et al., *Nucl. Phys. At. Energy* 2011, 12, 4, 400 (in Eng.).
- [13] Gestrin S.G., Salnikov A.N. *News of universities. Physics*. 2005, 7, 23-25. (in Eng.).
- [14] Tungatarov A., Akhmed-Zaki D.K. *Int. J. of Mathematical Analyses*. 2012, 6, 14, 695-699. (in Eng.).
- [15] Meirmanov A., *Mathematical models for poroelastic flows, Atlantis Press. Paris*, 2013, 478 p. (in Eng.).
- [16] Kulpeshov B.Sh., Macpherson H.D., Minimality conditions on circularly ordered structures. *Mathematical Logic Quarterly*. 2005, 51, 377-399. (in Eng.).
- [17] Kulpeshov B.Sh., On  $\aleph_0$ -categorical weakly circularly minimal structures. *Mathematical Logic Quarterly*, 2006, 52, 6, 555-574. (in Eng.).
- [18] Yerofeyev V.L., Semenov P.D. *M.: ICC Akademkniga*. 2006, 488p. (in Russ.).
- [19] V.N. Lukanin. *Teplotekhnika. M.: Vysshayashkola*. 2002, 671p. (in Russ.).
- [20] Nozdrev V.F. *Course of thermodynamics. Moscow: Mir*, 1967, 247 p. (in Russ.).

**А.С. Жумаханова<sup>1</sup>, М.О. Ноғайбаева<sup>2</sup>, А. Асқарова<sup>3</sup>,  
М.Т. Аршидинова<sup>3</sup>, К.Б. Бегалиева<sup>3</sup>, А.К. Кудайкулов<sup>3</sup>, А.А. Ташев<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>С. Сейфуллин атындағы қазақ агротехникалық университеті, Астана, Қазақстан;

<sup>2</sup>ҚР БҒМ ҒАУ. А. Жолдасбеков атындағы механика және машинатану институты;

<sup>3</sup>ҚР БҒМ ҒАА қпараттық және есептеу технологиялары институты

### **ҰЗЫНДЫҒЫ ШЕКТЕУЛІ ТҰРАҚТЫ ТЕРМОМЕХАНИКАЛЫҚ КҮЙДІҢ БІР МЕЗГІЛДЕ ШЕКТІК ТЕМПЕРАТУРАНЫҢ ЖӘНЕ БҮЙІРЛІК ЖЫЛУ АЛМАСУ ӘСЕРІ ЕСЕБІН ТАЛДАМАЛЫҚ ШЕШУ**

**Аннотация.** Бұл мақалада өзектің термомеханикалық күйін сандық зерттеу проблемалары қарастырылады.

Көптеген өндіріс орындарында негізгі құрылым элементтері күрделі жылу көздері әсерінде тұрақты жұмыс жасайды. Өндірістің үздіксіз жұмыс жасауы әрине сол элементтердің сынып қалмауына тікелей байланысты. Сондықтанда алдын – ала негізгі құрылым элементтердің әр түрлі жылу көздері әсерінде қандай термо-механикалық жағдайда болуын терең зерттеу өндірістің үздіксіз, тұрақты, сапалы жұмыс жасау тұрғысынан өте өзекті мәселе болып табылады.

Әт уақытта тұрақты көлденең қима арқылы өтетін жылу мөлшерінің өзгеруі туралы іргелі заңның негізінде шекті ұзындықты және қимасы тұрақты көлденең өзектің жылу өткізгіштігінің теңдеуін құруға болады.

Бұл жағдайда қарастырылған өзектің екі ұшында әртүрлі температура белгіленеді, ал қоршаған ортамен жылу алмасуы бүйірлік бет арқылы өтеді. Сонымен қатар, зерттелетін өзек ANV-300 термиялық қорғаныш материалынан жасалған. Барлық орын алатын деформациялар мен кернеулерге байланысты, сондай-ақ зерттелген өзектің ұзындығы бойынша қозғалу кезіндегі температура таралуын анықтайтын заң. Жылулық ұзартудың және осьтік күштің мәндері есептеледі.

Реактивті және сутегі қозғалтқыштарының компоненттері, ядролық және жылу электр станциялары, өңдеу өнеркәсібінің өңдеу желілері, сондай-ақ ішкі жану қозғалтқыштары бар күрделі жылу аймағында жұмыс істейді. Осы құрылымдардың сенімді жұмыс істеуі мойынтіректер компоненттерінің термоэлектрлік қуатына байланысты болады. Демек, бұл зерттеу екі жағында шектелген шектеулі ұзындықтағы өзектер түріндегі құрылымдық компоненттердің термоэлектрлік қуатының жай-күйін сандық зерттеуге арналған.

Ұсынылған есептеу алгоритмі энергия үнемдеу принципіне негізделген. Бұл жағдайда функционалдык энергетикалық формулалардағы интегралдардың барлық түрлері аналитикалық түрде интегралданған. Бұл жағдайда алынған сандық шешімдер жоғары дәлдікке ие болады.

**Тірек сөздер:** жылу ағыны, жылу беру, жылу өткізгіштік, жылу алмасу, жылу окшаулау.

А.С. Жумаханова<sup>1</sup>, М.О. Ногайбаева<sup>2</sup>, А. Аскарлова<sup>3</sup>,  
М.Т. Аршидинова<sup>3</sup>, К.Б. Бегалиева<sup>3</sup>, А.К. Кудайкулов<sup>3</sup>, А.А. Ташев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Kazakh agrarian-technical University named S.Seifullin, Astana, Kazakhstan;

<sup>2</sup>Институт механики и машиноведения имени академика У.А.Джолдасбекова;

<sup>3</sup>Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК

### АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СТЕРЖНЯ ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ НАЛИЧИИ КОНЦЕВЫХ ТЕМПЕРАТУР И БОКОВЫХ ТЕПЛООБМЕНА

**Аннотация.** В данной статье рассматриваются проблемы численного изучения термомеханического состояния стержней. На основе фундаментального закона об изменении количества тепла, прошедшее за время  $dt$  через фиксированного сечения строится уравнение установившегося теплопроводности для горизонтального стержня ограниченной длины и постоянного поперечного сечения.

При этом на двух концах исследуемого стержня заданы разные температуры, а через боковой поверхности происходит теплообмен с окружающей ее средой. Кроме того, исследуемый стержень выполнен из термозащитного материала ANV-300. Определяющийся закон распределения температуры, всех соответствующих деформации и напряжений а также перемещения по длине исследуемого стержня. Вычисляются величины термического удлинения и возникающего осевого усилия.

В сложной термической зоне работают подшипниковые компоненты реактивных и водородных двигателей, атомных и тепловых электростанций, технологических линий перерабатывающих производств, а также двигателей внутреннего сгорания. Надежная работа этих конструкций будет зависеть от условий термоэда компонентов подшипника. Поэтому это исследование посвящено численному изучению состояния термоэда несущих компонентов конструкций в виде стержней ограниченной длины, ограниченных с обоих концов.

Предлагаемый вычислительный алгоритм основан на принципе сохранения энергии. При этом все типы интегралов в функциональных формулах энергии интегрируются аналитически. При этом полученные численные решения будут иметь высокую точность.

**Ключевые слова:** тепловой поток, теплообмен, теплопроводности, теплообмена, теплоизоляция.

#### Information about authors:

Askarova A. - PhD doctoral student of the 2nd academic year for the specialty of Mathematical and computer modeling (6D070500), Institute of Information and Computational Technologies, e-mail: 91-ashok@mail.ru.

Arshidinova M.T. - PhD doctoral student of the 1st academic year for the specialty of Computing Systems and Software Engineering (6D070400), Institute of Information and Computational Technologies, e-mail: mukaddas\_arshidi@mail.ru.

Begaliyeva K.B. - PhD doctoral student of the 1st academic year for the specialty of Automation and control (6D070200), Institute of Information and Computational Technologies, e-mail: kalamkas\_b@mail.ru.

Kudaykulov A.K. - Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Institute of Information and Computational Technologies, e-mail: kudaykulov2006@mail.ru.

Tashev A.A. - Doctor of Technical Sciences, Institute of Information and Computational Technologies, e-mail: [azattash@mail.ru](mailto:azattash@mail.ru)

Zhumakhanova Anar Sydykovna - senior lecturer of "Information Systems", Kazakh agrarian-technical University named after S.Seifullin, Astana, Kazakhstan, e-mail: [guldana2002@mail.ru](mailto:guldana2002@mail.ru).

Nogaybaeva Makpal Orzabayevna - PhD doctoral student of the 1st academic year, Institute of Mechanics and Mechanical Engineering, e-mail: zhuldyz\_tm@mail.ru.

МАЗМУНЫ

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусов А.А., Симонова О.В.</i> Математикалық ұғымдардың және әдістемелік жұмыстардың пайда болу кезеңдерінің мән-мағынасының көрнекі моделду (ағылшын тілінде).....	6
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> Ершов иерархиясында $t$ -деңгейлердің эквиваленттік қатынастарға енгізулері туралы (ағылшын тілінде).....	14
<i>Байжанов С.С., Құлтешов Б.Ш.</i> Бинарлы предикаттармен есептік-категориялық босаң $O$ -минималдық теориялар байыту туралы (ағылшын тілінде).....	18
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Асқарова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Қудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Ұзындығы шектеулі тұрақты термомеханикалық күйдің бір мезгілде шектік температураның және бүйірлік жылу алмасу әсері есебін талдамалық шешу (ағылшын тілінде).....	25
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> Коэффициенттері айнымалы түрі арнайы толқын теңдеуінің Гурсалық есебінің периодты шешімі туралы (ағылшын тілінде).....	34
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С. С.</i> Магнитотеллурлық зондылау әдісінің жағдайын талдау (ағылшын тілінде).....	51
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> Сызықсыз Гуктың заңы біртектес емес және анизотроптық денелердің серпілімдік теориясында (ағылшын тілінде).....	63
<i>Юнусов А.А., Дасибеков А., Корганбаев Б.Н., Юнусова А.А., Абдиева З.А., Коспанбеова Н.</i> Терендік бойынша айнымалы деформация модульді грунттер консолидациясының көпөлшемді есептері (ағылшын тілінде).....	75

\* \* \*

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусов А.А., Симонова О.В.</i> Математикалық ұғымдардың және әдістемелік жұмыстардың пайда болу кезеңдерінің мән-мағынасының көрнекі моделду (ағылшын тілінде).....	87
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> Ершов иерархиясында $t$ -деңгейлердің эквиваленттік қатынастарға енгізулері туралы (орыс тілінде).....	94
<i>Байжанов С.С., Құлтешов Б.Ш.</i> Бинарлы предикаттармен есептік-категориялық босаң $O$ -минималдық теориялар байыту туралы (орыс тілінде).....	98
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Асқарова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Қудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Ұзындығы шектеулі тұрақты термомеханикалық күйдің бір мезгілде шектік температураның және бүйірлік жылу алмасу әсері есебін талдамалық шешу (орыс тілінде).....	106
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> Коэффициенттері айнымалы түрі арнайы толқын теңдеуінің Гурсалық есебінің периодты шешімі туралы (орыс тілінде).....	114
<i>Жақып-тегі К. Б.</i> Сызықсыз Гуктың заңы біртектес емес және анизотроптық денелердің серпілімдік теориясында (орыс тілінде).....	130

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Симонова О.В.</i> Наглядное моделирование этапов проявления сущности математических понятий и методических процедур (на английском языке).....	6
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> О Вложимости - степеней в отношении эквивалентности в иерархии Ершова (на английском языке).....	14
<i>Байжанов С.С., Кулешов Б.Ш.</i> Об обогащении счетно-категоричных слабо О-минимальных теорий бинарными предикатами (на английском языке).....	18
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Аскарлова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Кудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Аналитическое решение задачи о установившемся термомеханическом состоянии стержня ограниченной длины при одновременном наличии концевых температур и боковых теплообмена (на английском языке).....	25
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> О периодическом решении задачи Гурса для волнового уравнения специального вида с переменными коэффициентами (на английском языке).....	34
<i>Байдуллаев С., Байдуллаев С. С.</i> Анализ состояния метода магнитотеллурического зондирования (на английском языке).....	51
<i>Джакупов К.Б.</i> Нелинейный закон Гука в теории упругости неоднородных и анизотропных тел (на английском языке).....	63
<i>Юнусов А.А., Дасибеков А., Корганбаев Б.Н., Юнусова А.А., Абдиева З.А., Коспанбеова Н.</i> Многомерные задачи консолидации грунтов с переменным по глубине модулем деформации (на английском языке).....	75

\* \* \*

<i>Смирнов Е.И., Жохов А.Л., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Симонова О.В.</i> Наглядное моделирование этапов проявления сущности математических понятий и методических процедур (на русском языке).....	87
<i>Калмурзаев Б.С., Баженов Н.А.</i> О Вложимости - степеней в отношении эквивалентности в иерархии Ершова (на русском языке).....	94
<i>Байжанов С.С., Кулешов Б.Ш.</i> Об обогащении счетно-категоричных слабо О-минимальных теорий бинарными предикатами (на русском языке).....	98
<i>Жумаханова А.С., Ногайбаева М.О., Аскарлова А., Аришдинова М.Т., Бегалиева К.Б., Кудайкулов А.К., Ташев А.А.</i> Аналитическое решение задачи о установившемся термомеханическом состоянии стержня ограниченной длины при одновременном наличии концевых температур и боковых теплообмена (на русском языке).....	106
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> О периодическом решении задачи Гурса для волнового уравнения специального вида с переменными коэффициентами (на русском языке).....	114
<i>Джакупов К.Б.</i> Нелинейный закон Гука в теории упругости неоднородных и анизотропных тел (на русском языке).....	130



CONTENTS

<i>Smirnov E.I., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusov A.A., Simonova O.B.</i> Visual modeling of the manifestation of the essence of mathematical concepts and methodological procedures (in English).....	6
<i>Kalmurzayev B.S., Bazhenov N.A.</i> Embeddability of $m$ -degrees into equivalence relations in the Ershov hierarchy (in English).....	14
<i>Baizhanov S.S., Kulpeshov B.Sh.</i> On expanding countably categorical weakly $\omega$ -minimal theories by binary predicates (in English).....	18
<i>Zhumakhanova A.S., Nogaybaeva M.O., Askarova A., Arshidinova M.T., Begaliyeva K.B., Kudaykulov A.K., Tashev A.A.</i> An analytical solution to the problem of the thermomechanical state of a rod of limited length with simultaneous presence of end temperatures and lateral heat exchange (in English).....	25
<i>Akylbayev M.I., Beysebayeva A., Shaldanbayev A. Sh.</i> On the periodic solution of the Goursat problem for a wave equation of a special form with variable coefficients (in English).....	34
<i>Baydullaev S., Baydullaev S. S.</i> Analysis of magnetotelluric sounding (in English).....	51
<i>Jakupov K.B.</i> Nonlinear Hooke law in the theory of elasticity of inhomogeneous and anisotropic bodies (in English).....	63
<i>Yunusov A.A., Dasibekov A., Korganbaev B.N., Yunusova A.A., Abdieva Z.A., Kospanbetova N.A.</i> Multidimensional problems of soils' consolidation with modulus of deformation, variable in its depth (in English) .....	75

\* \* \*

<i>Smirnov E.I., Zhokhov A.L., Yunusov A.A., Yunusov A.A., Simonova O.B.</i> Visual modeling of the manifestation of the essence of mathematical concepts and methodological procedures (in Russian).....	87
<i>Kalmurzayev B.S., Bazhenov N.A.</i> Embeddability of $m$ -degrees into equivalence relations in the Ershov hierarchy (in Russian).....	94
<i>Baizhanov S.S., Kulpeshov B.Sh.</i> On expanding countably categorical weakly $\omega$ -minimal theories by binary predicates (in Russian).....	98
<i>Zhumakhanova A.S., Nogaybaeva M.O., Askarova A., Arshidinova M.T., Begaliyeva K.B., Kudaykulov A.K., Tashev A.A.</i> An analytical solution to the problem of the thermomechanical state of a rod of limited length with simultaneous presence of end temperatures and lateral heat exchange (in Russian) .....	106
<i>Akylbayev M.I., Beysebayeva A., Shaldanbayev A. Sh.</i> On the periodic solution of the Goursat problem for a wave equation of a special form with variable coefficients (in Russian).....	114
<i>Jakupov K.B.</i> Nonlinear Hooke law in the theory of elasticity of inhomogeneous and anisotropic bodies (in Russian).....	130

---

**Publication Ethics and Publication Malpractice  
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

**ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)**

Редакторы *М. С. Ахметова, Т. А. Апендиев, Д. С. Аленов*  
Верстка на компьютере *А. М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 15.02.2018.  
Формат 60x88<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
9 п.л. Тираж 300. Заказ 1.

---

*Национальная академия наук РК*  
*050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19*