

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

ӘЛЬ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ
ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АЛЬ-ФАРАБИ

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

AL-FARABI KAZAKH
NATIONAL UNIVERSITY

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ



СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

3 (319)

МАМЫР – МАУСЫМ 2018 ж.

МАЙ – ИЮНЬ 2018 г.

MAY – JUNE 2018

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

Б а с р е д а к т о р ы
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Жұмаділдаев А.С. проф., академик (Қазақстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Қазақстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Өмірбаев У.У. проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Жұмабаев Д.С. проф. (Қазақстан)
Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошқаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Сұраған Д. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Қырғыстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорус)
Пашаев А. проф., академик (Әзірбайжан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2018

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

Джумадильдаев А.С. проф., академик (Казахстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Казахстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умирбаев У.У. проф. чл.-корр. (Казахстан)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Джумабаев Д.С. проф. (Казахстан)
Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Сураган Д. чл.-корр. (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Кыргызстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Пашаев А. проф., академик (Азербайджан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2018

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

Dzhumadildayev A.S. prof., academician (Kazakhstan)
Kalmenov T.Sh. prof., academician (Kazakhstan)
Zhantayev Zh.Sh. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umirbayev U.U. prof. corr. member. (Kazakhstan)
Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)
Dzhumabayev D.S. prof. (Kazakhstan)
Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)
Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)
Suragan D. corr. member. (Kazakhstan)
Quevedo Hernando prof. (Mexico),
Dzhunushaliyev V.D. prof. (Kyrgyzstan)
Vishnevskiy I.N. prof., academician (Ukraine)
Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)
Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)
Pashayev A. prof., academician (Azerbaijan)
Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.
Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz/physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2018

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 319 (2018), 74 – 80

A.A. Kulzhumiyeva¹, Zh.A. Sartabanov²

¹M. Utemisov West-Kazakhstan State University, Uralsk, Kazakhstan;

²K. Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

E-mail: aiman-80@mail.ru, sartabanov42@mail.ru

COEFFICIENT CRITERION OF EXISTENCE OF MULTIPERIODIC SOLUTIONS OF A LINEAR SYSTEM OF FOUR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH CONSTANT COEFFICIENTS ON DIAGONAL

Abstract. In the note, we considered a linear system of four differential equations with the differentiation operator D_e in the direction of the main diagonal of the space of time variables (τ, t) . We conducted a study of the (θ, ω, ω) -periodicity of the solutions of the linear system of equations with variables but constants coefficients on the diagonal which depend on variables of the eigenvalues of the characteristic equation. The coefficient criterion of the properties of separation and sign-definiteness of distinct real, multiple and complex conjugate eigenvalues are found. Periodicity and continuous differentiability of eigenvalues are investigated. The coefficient sufficient conditions for the existence of periodic solutions are established. The concepts of variable frequency and variable period are introduced.

Investigation of the problems of partial differential equations is closely connected with the theory of ordinary differential equations [1-5]. It is known that the study of the problems of multiperiodic solutions of systems of first-order partial differential D_e -equations originates in the works [6-8]. This investigation on the formulation of the question adjoins previous studies [9-14].

Key words: linear system, differentiation operator, eigenvalues, characteristic equation, real and imaginary parts, diagonal minors.

Consider a linear system

$$D_e x = A(\sigma)x, \quad (1)$$

where $A(\sigma)$ an $n \times n$ -matrix has the properties of periodicity and smoothness of the form

$$A(\sigma + k\omega) = A(\sigma) \in C_\sigma^{(e)}(R^m), \quad \forall k \in Z^m, \quad (2)$$

$\sigma = t - e\tau$ is called the characteristic of the operator $D_e = \frac{\partial}{\partial \tau} + \left\langle e, \frac{\partial}{\partial t} \right\rangle$, $\tau \in (-\infty, +\infty) = R$,

$t = (t_1, \dots, t_m) \in R \times \dots \times R = R^m$, $e = (1, \dots, 1)$ – m -vector, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denotes the scalar product, $k\omega = (k_1\omega_1, \dots, k_m\omega_m)$ – a multiple vector-period, $x = (x_1, \dots, x_n)$ – the unknown vector.

We form the characteristic equation

$$\det[A(\sigma) - \lambda E] = 0, \quad (3)$$

where E – the identity matrix. The equation (3) for a fixed value $\sigma \in R^m$ is solvable in the field of complex numbers and has roots of the form $\lambda_j(\sigma) = \alpha_j(\sigma) + i\beta_j(\sigma)$, $(j = \overline{1, n})$.

The elucidation of the question of the properties of smoothness, periodicity, sign-definiteness and separation of the eigenvalues of the system (1) in the general case is a serious problem.

But in the well-known particular cases, the roots of equation (3) are determined in the radicals and it is possible to solve this problem on the basis of the conditions imposed on the coefficients of the system.

When investigating various problems of non-linear systems corresponding to the linear system (1), it is important to know that the eigenvalues of the matrix $A(\sigma)$ have the following properties:

1⁰. Continuous differentiability: $\lambda_j(\sigma) \in C_{\sigma}^{(e)}(R^m)$, $j = \overline{1, n}$.

2⁰. Periodicity: $\lambda_j(\sigma + k\omega) = \lambda_j(\sigma)$, $j = \overline{1, n}$, $\sigma \in R^m$, $k \in Z^m$.

3⁰. Property of having a fixed sign $\lambda_j(\sigma)$ for each $j = \overline{1, n}$:

a) $\lambda_j(\sigma) < 0$, $\forall \sigma \in R^m$ or

b) $\lambda_j(\sigma) = 0$, $\forall \sigma \in R^m$ or

c) $\lambda_j(\sigma) > 0$, $\forall \sigma \in R^m$.

4⁰. Separation of eigenvalues:

a) for $j \neq l$ $\lambda_j(\sigma) \neq \lambda_l(\sigma)$, $\forall \sigma \in R^m$ or

b) for $j \neq l$ $\lambda_j(\sigma) = \lambda_l(\sigma)$, $\forall \sigma \in R^m$,

i.e. for each value, the eigenvalue $\lambda_j(\sigma)$ has constant multiplicity $k_j = \text{const}$ for all $\sigma \in R^m$.

5⁰. Each of the sets $\text{Re}\{\lambda_j(\sigma)\}$ and $\text{Im}\{\lambda_j(\sigma)\}$ has properties 1⁰-4⁰.

We note that if eigenvalues of the matrix $A(\sigma)$ possess these indicated properties, then the system (1) has a solution of the same structure as in the case of constant coefficients.

For the purpose of illustration, we consider the case when equation (1) in scalar form has the form

$$D_e x_i = \sum_{j=1}^4 a_{ij}(\sigma) x_j, \quad j = \overline{1, 4}, \quad (4)$$

the equation (3) is always solvable in radicals, and the characteristic equation of the matrix $A(\sigma) = [a_{ij}(\sigma)]_i^4$ can be represented in the form

$$\lambda^4 - a_1(\sigma)\lambda^3 + a_2(\sigma)\lambda^2 - a_3(\sigma)\lambda + a_4(\sigma) = 0, \quad (5)$$

where coefficients $a_j(\sigma)$ are determined by the sum of all diagonal minors $M_j(\sigma)$ of order j , in particular, $a_1(\sigma) = \text{Sp}A(\sigma)$, $a_4(\sigma) = \det A(\sigma)$ and the coefficients $a_2(\sigma)$ and $a_3(\sigma)$ are determined by expressions

$$a_2(\sigma) = \sum_{\substack{j=1 \\ \alpha_j < \beta_j}}^6 \begin{vmatrix} a_{\alpha_j \alpha_j}(\sigma) & a_{\alpha_j \beta_j}(\sigma) \\ a_{\beta_j \alpha_j}(\sigma) & a_{\beta_j \beta_j}(\sigma) \end{vmatrix},$$

$$a_3(\sigma) = \sum_{\substack{j=1 \\ \alpha_j < \beta_j < \gamma_j}}^4 \begin{vmatrix} a_{\alpha_j \alpha_j}(\sigma) & a_{\alpha_j \beta_j}(\sigma) & a_{\alpha_j \gamma_j}(\sigma) \\ a_{\beta_j \alpha_j}(\sigma) & a_{\beta_j \beta_j}(\sigma) & a_{\beta_j \gamma_j}(\sigma) \\ a_{\gamma_j \alpha_j}(\sigma) & a_{\gamma_j \beta_j}(\sigma) & a_{\gamma_j \gamma_j}(\sigma) \end{vmatrix}.$$

Substituting

$$\lambda = \eta - \frac{a(\sigma)}{4} \quad (6)$$

we reduce equation (5) to the form

$$\eta^4 + p(\sigma)\eta^2 + q(\sigma)\eta + r(\sigma) = 0, \quad (7)$$

where $p(\sigma) = a_2(\sigma) - \frac{3}{8}a_1^2(\sigma)$, $q(\sigma) = a_3(\sigma) - \frac{1}{2}a_1(\sigma)a_2(\sigma) + \frac{1}{8}a_1^3(\sigma)$,

$$r(\sigma) = \frac{1}{16}a_1^2(\sigma)a_2(\sigma) - \frac{1}{4}a_1(\sigma)a_3(\sigma) - \frac{3}{256}a_1^4(\sigma) + a_4(\sigma).$$

Then, left-hand side of this equation identically rearranges by means of an accessory parameter ρ :

$$\left(\eta^2 + \frac{p(\sigma)}{2} + \rho\right)^2 - \left[2\rho\eta^2 - q(\sigma)\eta + \left(\rho^2 + p(\sigma)\rho - r(\sigma) + \frac{p^2(\sigma)}{4}\right)\right] = 0. \quad (8)$$

We now choose ρ so that the polynomial in square brackets becomes a complete square. For this, it must have one double root, i.e. equality must hold

$$q^2(\sigma) - 4 \cdot 2\rho \left(\rho^2 + p(\sigma)\rho - r(\sigma) + \frac{p^2(\sigma)}{4}\right) = 0,$$

which is a cubic equation in unknown ρ :

$$8\rho^3 + 8\rho^2 p(\sigma) - 2\rho[4r(\sigma) - p^2(\sigma)] - q^2(\sigma) = 0. \quad (9)$$

Substituting

$$\rho = \mu - \frac{p(\sigma)}{3}$$

we reduce equation (9) to the form

$$\mu^3 + p_1(\sigma)\mu + q_1(\sigma) = 0 \quad (10)$$

with coefficients

$$p_1(\sigma) = \frac{1}{12}p^2(\sigma) - r(\sigma), \quad q_1(\sigma) = -\frac{1}{108}p^3(\sigma) + \frac{1}{8}q^2(\sigma) + \frac{1}{3}p(\sigma)r(\sigma).$$

We calculate the discriminant $\Delta(\sigma)$ of equation (10)

$$\Delta(\sigma) = -108 \left(\frac{q_1^2(\sigma)}{4} + \frac{p_1^3(\sigma)}{27} \right)$$

and require that it be sign-definite:

- a) $\Delta(\sigma) < 0$, $\sigma \in R^m$ or
 - b) $\Delta(\sigma) = 0$, $\sigma \in R^m$ or
 - c) $\Delta(\sigma) > 0$, $\sigma \in R^m$.
- (11)

If any of the conditions (11) is satisfied, equation (10), and, consequently, equation (9), in accordance with the conditions for the existence of the real roots of the cubic equations, has at least one real root

$\mu = \mu_0(\sigma)$. Then we assume that $\rho = \rho_0(\sigma) = \mu_0(\sigma) - \frac{p(\sigma)}{3}$ is sign-definite, namely, we set

$$\rho_0(\sigma) = \mu_0(\sigma) - \frac{p(\sigma)}{3} > 0. \quad (12)$$

For this value ρ , the polynomial in square brackets in (8) has a double root $\frac{q(\sigma)}{4\rho_0(\sigma)}$. Therefore, equation (8) simplifies to

$$\left(\eta^2 + \frac{p(\sigma)}{2} + \rho_0(\sigma)\right)^2 - 2\rho_0(\sigma)\left(\eta - \frac{q(\sigma)}{4\rho_0(\sigma)}\right)^2 = 0,$$

which splits into two quadratic equations, the roots are determined by the formulas

$$\eta_i(\sigma) = \frac{\sqrt{\rho_0(\sigma)} \pm \sqrt{\delta(\sigma)}}{\sqrt{2}}, \quad i = 1, 2, \quad (13)$$

$$\eta_j(\sigma) = \frac{-\sqrt{\rho_0(\sigma)} \pm \sqrt{\delta(\sigma)}}{\sqrt{2}}, \quad j = 3, 4,$$

where the function $\delta(\sigma)$ has the form

$$\delta(\sigma) = -\rho_0(\sigma) - p(\sigma) - \frac{q(\sigma)}{\sqrt{2\rho_0(\sigma)}}. \quad (14)$$

We impose the conditions of sign-definiteness on the function $\delta(\sigma)$:

- a) $\delta(\sigma) < 0$, $\sigma \in R^m$ or
- b) $\delta(\sigma) = 0$, $\sigma \in R^m$ or
- c) $\delta(\sigma) > 0$, $\sigma \in R^m$.

Obviously, in the case (15a), equation (9) has four distinct real roots, in case (15b) it has two distinct double roots, and in case (15c) there are four mutually conjugate complex roots, and

$$\operatorname{Re} \eta_j(\sigma) \neq 0, \quad j = \overline{1, 4}, \quad \sigma \in R^m. \quad (16)$$

In the case of sign-negative $\rho_0(\sigma)$ and sign-positive $\delta(\sigma)$, i.e. under conditions

$$\rho_0(\sigma) < 0, \quad \delta(\sigma) > 0, \quad \sigma \in R^m \quad (17)$$

roots $\eta_j(\sigma)$, $j = \overline{1, 4}$ are complex-valued with nonzero real parts, therefore, we have property (16).

Under condition

$$\rho_0(\sigma) < 0, \quad \delta(\sigma) < 0, \quad \sigma \in R^m \quad (18)$$

these roots are either pure imaginary or zero.

As can be seen from the above eigenvalues $\lambda_j(\sigma)$, $j = \overline{1, 4}$ of matrix $A(\sigma)$ of the system (4) are determined by the relations (6), (12), (13), (14), which by conditions (2), (11), (12), (15), (17) and (18) have the properties 1⁰-5⁰.

In other words, eigenvalues $\lambda_j(\sigma)$, $j = \overline{1, 4}$ of the matrix $A(\sigma) = [a_{ij}(\sigma)]_4^4$ are complex-valued functions of real arguments $\sigma \in R^m$ and its are continuously differentiable, ω -periodic, either coincide or do not intersect, their real and imaginary parts have definite signs or are identically equal to zero.

Thus, the results obtained can be formulated as the following lemma.

Lemma 1. If one of the conditions (15), (17) or (18) is fulfilled along with the conditions (2), (11), (12), then eigenvalues $\lambda_j(\sigma)$, $j = \overline{1, 4}$ of matrix $A(\sigma) = [a_{ij}(\sigma)]_4^4$ of the system (4) have the properties 1⁰-5⁰.

Obviously, under the conditions (2), (11) and (18), the eigenvalues $\lambda_j(\sigma)$, $j = \overline{1, 4}$ of the systems (4), according to Lemma 1, are either pure imaginary or identically zero. Consequently, the homogeneous system (4), in accordance with the general theory [15-16], admits multiperiodic solutions x in $\tau \in R$ with frequencies $\nu_j(\sigma) = \operatorname{Im} \lambda_j(\sigma)$ in the case $\operatorname{Im} \lambda_j(\sigma) \neq 0$ and constant solutions $x = \text{const}$ in the case of zero eigenvalues.

Thus, we give the following lemma.

Lemma 2. Under conditions (2), (11), and (18) the system (4) has an infinitely many of multiperiodic in τ solutions $x = x(\tau, \sigma)$ nonzero, and their periods are equal to $\theta_j(\sigma) = 2\pi\nu_j^{-1}(\sigma)$, $\sigma \in R^m$, $j = \overline{1,4}$.

If conditions (2), (11), (12) and one of the conditions (15) or (17) are satisfied, then, according to Lemma 1, inequality (16) is satisfied.

Then homogeneous linear system (4) does not have bounded solutions with bounded initial conditions except for the zero solution.

Hence the lemma holds.

Lemma 3. Assume that conditions (2), (11), (12) and one of the conditions (15) or (17) are satisfied. Then, system (4) does not have multiperiodic solutions $x(\tau, \sigma)$ except for trivial.

If the conditions of Lemma 3 are satisfied, the eigenvalues $\lambda_j(\sigma)$ can be represented in the form

$$\lambda_j(\sigma) = \alpha_j(\sigma) \pm i\beta_j(\sigma), \quad j = \overline{1,4}, \quad \sigma \in R^m$$

with ω -periodic smooth in σ real and imaginary parts, and, according to (16), we have $\operatorname{Re} \lambda_j(\sigma) = \alpha_j(\sigma) \neq 0$. For definiteness, we shall suppose that

$$\operatorname{Re} \lambda_j(\sigma) = \alpha_j(\sigma) < 0, \quad j = \overline{1,4}, \quad \sigma \in R^m. \quad (19)$$

We also note that ω -periodicity of the solutions x of system (1) under conditions of Lemma 1 is determined by ω -periodicity of the initial data in $t \in R^m$ if $\tau = 0$.

Then it is easy to show that matriciant $X(\tau, \sigma)$ of the system (4) satisfies the estimate

$$|X(\tau, \sigma)| \leq \gamma e^{-\delta\tau}, \quad \tau \in R \quad (20)$$

where $\gamma \geq 1$, $\delta > 0$ are constants and

$$X(\tau, \sigma + k\omega) = X(\tau, \sigma), \quad k \in Z^m, \quad \sigma \in R^m. \quad (21)$$

We introduce an inhomogeneous system of equations

$$D_e x_i = \sum_{j=1}^4 a_{ij}(\sigma) x_j + f_j(\tau, t, \sigma), \quad j = \overline{1,4}, \quad (22)$$

where $f_j(\tau, t, \sigma)$ satisfy the condition

$$f_j(\tau + \theta, t + k\omega, \sigma + q\omega) = f_j(\tau, t, \sigma) \in C_{\tau, t, \sigma}^{(0, e, e)}(R \times R^m \times R^m), \quad k, q \in Z^m, \quad (23)$$

the period $\theta = \theta(\sigma) \neq 0$, $\sigma \in R^m$ and has properties

$$\theta(\sigma + k\omega) = \theta(\sigma) \in C_{\sigma}^{(e)}(R^m), \quad k \in Z^m. \quad (24)$$

Putting $x = (x_1, \dots, x_4)$ and $f(\tau, t, \sigma) = (f_1(\tau, t, \sigma), \dots, f_4(\tau, t, \sigma))$ system (22) can be represented in the vector-matrix form

$$D_e x = A(\sigma)x + f(\tau, t, \sigma) \quad (22')$$

which is convenient for the formulation of the following theorem.

Theorem. Under conditions of Lemma 3 with the additional condition (19), (23), and (24) system (22) has a unique (θ, ω, ω) -periodic solution

$$x^*(\tau, t, \sigma) = \int_{-\infty}^{\tau} X(\tau - s, \sigma) f(s, t - e\tau + es, \sigma) ds. \quad (25)$$

Proof. The existence of the function $x^*(\tau, t, \sigma)$ is ensured by the convergence of improper integral (25) by theorem and estimate (20). Given that

$$D_e X(\tau, \sigma) = A(\sigma)x + X(\tau, \sigma)$$

it is not difficult to verify that by (25) it is possible to represent the solution of system (22'), hence, of the system (22). On the basis of (21), (23) and (24), it is easy to verify that this solution is of (θ, ω, ω) -periodicity. The uniqueness follows from the estimate (20).

In conclusion, we note that idea of a method of obtaining the results of this study can be generalized to the more general case with nonlinearities on the basis of the methods of [17-20].

REFERENCES

- [1] Vazov V. (1968) Asymptotic decomposition of solutions of ordinary differential equations. M.: Mir. (in Russ.)
- [2] Samoilenko A.M. (1987) The elements of mathematical theory of multifrequency oscillations. Invariant tors. M.: Nauka. (in Russ.)
- [3] Lappo-Danilevskiy I.A. (1957) Using functions from matrix to the theory of linear systems of ordinary differential equations. M.: GITTL. (in Russ.)
- [4] Zubov V.I. (1979) Theory of oscillations. M.: High school. (in Russ.)
- [5] Kharasahal V.H. (1970) Almost periodic solutions of ordinary differential equations. Alma-Ata: Nauka. (in Russ.)
- [6] Umbetzhano D.U. (1979) Almost multiperiodic solutions of partial differential equations. Alma-Ata: Nauka. (in Russ.)
- [7] Sartabanov Zh.A. (1989) About single method of studying periodic solutions of equations in partial derivatives of special form // News. Physico-mathematical series. № 1. P.42-48. (in Russ.)
- [8] Sartabanov Zh.A. (2004) The condition of periodicity solutions of differential systems with multivariate time // News. Physico-mathematical series. № 5. P.44-48. (in Russ.)
- [9] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2007) Periodic in multivariate time of solutions of system equations with differential operator according to the direction of vector field // Eurasian Mathem. Journal. № 1. - P. 62-72. (in Russ.)
- [10] Kulzhumiyeva A.A. (2008) Research of periodic solutions lead to canonic form of systems with linear differential operator in multivariate time // Eurasian Mathem. Journal. № 2. - P. 69-73. (in Russ.)
- [11] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2007) Periodic with variable period solutions of system of differential equations of multivariate time // Mathematical journal. t.7. № 2(24). - P.52-57. (in Russ.)
- [12] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2007) To the question of periodic solutions in multivariate time of system D_α -equations // Bulletin of the Orenburg university. № 3. - P.155-157. (in Russ.)
- [13] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2016) On reducibility of linear D_e -system with constant coefficients on the diagonal to D_e -system with Jordan matrix in the case of equivalence of its higher order one equation // Bulletin of the Karaganda university. Mathematics series. №4(84). P. 88-93. (in Russ.)
- [14] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2017) On multiperiodic integrals of a linear system with the differentiation operator in the direction of the main diagonal in the space of independent variables // Eurasian Mathematical Journal. № 1. v. 8. P. 67-75.
- [15] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2013) Periodic solutions of system of differential equations with multivariate time. Uralsk: RIC WKSU. (in Russ.)
- [16] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2017) Reduction of linear homogeneous D_e -systems to the Jordan canonical form // Известия НАН РК. Серия физ-мат. 2017, №5(315). С.5-12.
- [17] Muhambetova B.Zh., Sartabanov Zh.A., Kulzhumiyeva A.A. (2015) Multiperiodic solutions of systems of equations with one quasi-linear differential operator in partial derivatives of the first order // Bulletin of the Karaganda university. Mathematics series. № 2(78). P. 112-117. (in Russ.)
- [18] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2007) Periodic with multivariate time solutions of system of the quasi-linear differential equations in partial derivative // International Conference «Analysis and Singularities», dedicated to 70th anniversary of V.I. Arnold. Moscow. P.156-158.
- [19] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2009) Oscillations in quasi-linear system with operator of the differentiation on diagonals of multivariate time // International Conference «Modern problems of mathematics, mechanics and their applications» dedicated to the 70-th anniversary of rector of MSU academic V.A. Sadovnichy. Moscow. P.203.
- [20] Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. (2017) Constructing of the periodic solution of quasilinear system // Herald L.N. Gumilyov ENU. №6(121). Part 1. P.25-29.

А.А. Кульжумиева¹, Ж.А. Сартабанов²

¹М. Өтемісов атындағы Батыс-Қазақстан мемлекеттік университеті, Орал, Қазақстан;

²Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

ТҰРАҚТЫ КОЭФФИЦИЕНТТІ ТӨРТ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІҢ СЫЗЫҚТЫ ЖҮЙЕСІНІҢ КӨППЕРИОДТЫ ШЕШІМІНІҢ БАР БОЛУЫНЫҢ КОЭФФИЦИЕНТТІК БЕЛГІЛЕРІ

Аннотация. Заметкада (τ, t) уақыттық айнымалыларының кеністігінің негізгі диагоналының бағыты бойынша D_e дифференциалдау операторлы төрт дифференциалдық тендеулердің сызықты жүйесі қарастырылған. Характеристикалық тендеудің меншікті мәндерінің айнымалыларынан тәуелділікте айнымалы, бірақ диагоналда тұрақты коэффициентті қарастырылатын сызықты тендеулер жүйесінің шешімінің (θ, ω, ω) -периодтылығын зерттеу жүргізілген. Өртүрлі нақты, еселі және комплекс түйіндес меншікті мәндердің ажыратылу және таңба анықталған қасиеттерінің коэффициенттік белгілері анықталған. Меншікті мәндердің үзілісіз дифференциалданатындығы және периодтылығы зерттелген. Периодты шешімдердің бар болуының коэффициентті жеткіліктілік шарттары орнатылған. Айнымалы период және айнымалы жиілік ұғымдары енгізілген.

Дербес туындылы тендеулер мәселесін зерттеу қарапайым дифференциалдық тендеулер [1-5] сұрақтарымен тығыз байланысты. Бірінші ретті дербес туындылы D_e -тендеулер жүйесінің көппериодты шешімдері сұрақтарының зерттеуі өз бастауын [6-8] еңбектерінен алатындығы белгілі. Сұрақтың қойылуы бойынша берілген зерттеу бұрын жүргізілген зерттеулерге [9-14] қосылады.

Түйін сөздер: сызықты жүйе, дифференциалдық оператор, меншікті мәндер, характеристикалық тендеу, нақты және жорамал бөліктер, диагональдық минорлар.

УДК 35В10

А.А. Кульжумиева¹, Ж.А. Сартабанов²

¹Западно-Казахстанский государственный университет им. М. Утемисова, Уральск, Казахстан;

²Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова, Актөбе, Казахстан

КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ ПРИЗНАКИ СУЩЕСТВОВАНИЯ МНОГОПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕТЫРЕХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМИ НА ДИАГОНАЛИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Аннотация. В заметке рассмотрена линейная система четырех дифференциальных уравнений с оператором дифференцирования D_e по направлению главной диагонали пространства временных переменных (τ, t) . Проведено исследование (θ, ω, ω) -периодичности решений рассматриваемой линейной системы уравнений с переменными, но постоянными на диагонали коэффициентами в зависимости от переменных собственных значений характеристического уравнения. Выяснены коэффициентные признаки свойств разделенности и знакоопределенности различных вещественных, кратных и комплексно сопряженных собственных значений. Исследованы периодичность и непрерывная дифференцируемость собственных значений. Установлены коэффициентные достаточные условия существования периодических решений. Введены понятия переменной частоты и переменного периода.

Исследование проблем уравнений в частных производных тесно связано с вопросами теории обыкновенных дифференциальных уравнений [1-5]. Известно, что исследование вопросов многопериодических решений систем D_e -уравнений в частных производных первого порядка берет свое начало в трудах [6-8]. Данное исследование по постановке вопроса примыкает к ранее проведенным исследованиям [9-14].

Ключевые слова: линейная система, дифференциальный оператор, собственные значения, характеристическое уравнение, действительные и мнимые части, диагональные миноры.

Сведения об авторах:

Кульжумиева Айман Амангельдиевна - кандидат физико-математических наук, Западно-Казахстанский государственный университет им. М. Утемисова, aiman-80@mail.ru;

Сартабанов Жайшылык Алмаганбетович - доктор физико-математических наук, профессор, Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова, sartabanov42@mail.ru

МАЗМҰНЫ

<i>Серебрянский А., Рева И., Кругов М., Yoshida Fumi.</i> Фэтон (3200) астероидының фотометрлік талдауларының нәтижелері (ағылшын тілінде).....	5
<i>Ерланұлы Е., Батрышев Д.Ф., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т., Ахметжанов Н.А., Аханова Н.Е., Омиржанов О.</i> Плазма параметрлерінің көміртекті наноматериалдардың <i>resvd</i> әдісімен синтезіне әсері (ағылшын тілінде).....	14
<i>Тейфель В.Г., Вдовиченко В.Д., Лысенко П.Г., Каримов А.М., Кириенко Г.А., Филиппов В.А., Харитонова Г.А., Хоженец А.П.</i> Юпитердегі үлкен қызыл дақ: аммиакты жұтылудың кейбір ерекшеліктері (ағылшын тілінде).....	23
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Зазулин Д.М., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С., Курахмедов А.Е., Чункибаева А., Еділбаев Е.Н.</i> Төменгі энергияларда $^{10}\text{B}(\text{p},\alpha)^7\text{Be}$ реакциясын эксперименттік зерттеу (ағылшын тілінде).....	32
<i>Серебрянский А., Серебряков С., Ергешев А.</i> Үлкен ауқымдағы ЗБА-бақылау мәліметтерін фотометрлеу және ағымдық астрометрияның әдіснамасы (ағылшын тілінде).....	37
<i>Минглибаев М. Дж, Шомиекова С.А.</i> Реактивті күшті есепке алып анизатропты айнымалы массадағы екі планеталы үш дене есебінің ұйытқушы функцияның аналитикалық теңдеулері (ағылшын тілінде).....	48
<i>Кондратьева Л.Н., Рыспаев Ф.К., Денисюк Э.К., Кругов М.А.</i> М1-77 планетарлық тұмандықтың жаңа нәтижелері (ағылшын тілінде).....	59
<i>Павлова Л.А., Кондратьева Л.Н.</i> Планетарлық тумандардың біркелкі құрылымын қалыптастыру механизмдері (ағылшын тілінде).....	63
<i>Асанова А.Т., Сабалахова А.П., Толеуханова З.М.</i> Үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін бастапқы-шеттік есептің шешімі туралы (ағылшын тілінде).....	67
<i>Кульжумиева А.А., Сартабанов Ж.А.</i> Тұрақты коэффициентті төрт дифференциалдық теңдеулердің сызықты жүйесінің көппериодты шешімінің бар болуының коэффициенттік белгілері (ағылшын тілінде).....	74
<i>Мусабеков А., Сарипбаев А., Куракбаева С., Калбаева А., Исмаилов С., Сатыбалдиева Ф., Мусабеков Н., Аубакирова Т.</i> Айна шоғырландырушы жүйенің қозғалыс теңдеуі мен алгоритмін зерттеу (ағылшын тілінде).....	81
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> Сингуляр әсерленген Коши есебінің әлді жыйынқталуының кепілдігі (ағылшын тілінде).....	90

* * *

<i>Ерланұлы Е., Батрышев Д.Ф., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т., Ахметжанов Н.А., Аханова Н.Е., Омиржанов О.</i> Плазма параметрлерінің көміртекті наноматериалдардың <i>PECVD</i> әдісімен синтезіне әсері (орыс тілінде).....	107
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Зазулин Д.М., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С., Курахмедов А.Е., Чункибаева А., Еділбаев Е.Н.</i> Төменгі энергияларда $^{10}\text{B}(\text{p},\alpha)^7\text{Be}$ реакциясын эксперименттік зерттеу (орыс тілінде).....	117
<i>Серебрянский А., Серебряков С., Ергешев А.</i> Үлкен ауқымдағы ЗБА-бақылау мәліметтерін фотометрлеу және ағымдық астрометрияның әдіснамасы (орыс тілінде).....	122
<i>Минглибаев М. Дж, Шомиекова С.А.</i> Реактивті күшті есепке алып анизатропты айнымалы массадағы екі планеталы үш дене есебінің ұйытқушы функцияның аналитикалық теңдеулері (орыс тілінде).....	134
<i>Кондратьева Л.Н., Рыспаев Ф.К., Денисюк Э.К., Кругов М.А.</i> М1-77 планетарлық тұмандықтың жаңа нәтижелері (орыс тілінде).....	144
<i>Павлова Л.А., Кондратьева Л.Н.</i> Планетарлық тумандардың біркелкі құрылымын қалыптастыру механизмдері (орыс тілінде).....	149
<i>Рамазанов Т.С., Коданова С.К., Бастыкова Н.Х., Тихонов А., Майоров С.А.</i> Тығыз ыстық плазма жиынтығының гидродинамикалық қасиеттерін зерттеу (орыс тілінде).....	153

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Серебрянский А., Рева И., Кругов М., Yoshida Fumi.</i> Результаты фотометрического анализа астероида фазтон (3200) (на английском языке)	5
<i>Ерланулы Е., Батрышев Д.Г., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т., Ахметжанов Н.А., Аханова Н.Е., Омиржанов О.</i> Влияние параметров плазмы на синтез углеродных наноматериалов методом PECVD (на английском языке).....	14
<i>Тейфель В.Г., Вдовиченко В.Д., Лысенко П.Г., Каримов А.М., Кириенко Г.А., Филиппов В.А., Харитонова Г.А., Хоженец А.П.</i> Большое красное пятно на Юпитере: некоторые особенности аммиачного поглощения (на английском языке).....	23
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Зазулин Д.М., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С., Курахмедов А.Е., Чункибаева А., Еділбаев Е.Н</i> Экспериментальное исследование реакции $^{10}\text{B}(\text{p},\alpha)^7\text{Be}$ при низких энергиях (на английском языке).....	32
<i>Серебрянский А., Серебряков С., Ергешев А.</i> Методика потоковой астрометрии и фотометрии большого массива ПЗС-наблюдений (на английском языке).....	37
<i>Минглибаев М.Дж., Шомиекова С.А.</i> Аналитические выражения возмущающих функции в двухпланетной задаче трех тел с анизотропно изменяющимися массами при наличии реактивных сил (на английском языке).....	48
<i>Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Денисюк Э.К., Кругов М.А.</i> Новые результаты исследования планетарной туманности М1-77 (на английском языке).....	59
<i>Павлова Л.А., Кондратьева Л.Н.</i> Механизмы формирования неоднородной структуры планетарных туманностей (на английском языке).....	63
<i>Асанова А.Т., Сабалахова А.П., Толеуханова З.М.</i> О решении начально-краевой задачи для системы дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка (на английском языке).....	67
<i>Кульжумиева А.А., Сартабанов Ж.А.</i> Коэффициентные признаки существования многопериодических решений линейной системы четырех дифференциальных уравнений с постоянными на диагонали коэффициентами (на английском языке).....	74
<i>Мусабеков А., Сариебаев А., Куракбаева С., Калбаева А., Исмаилов С., Сатыбалдиева Ф., Мусабеков Н., Аубакирова Т.</i> Исследование уравнения и алгоритма движения зеркальной концентрирующей системы (на английском языке).....	81
<i>Ақылбаев М.И., Бейсебаева А., Шалданбаев А. Ш.</i> Критерии сильной сходимости решений сингулярно возмущенной задачи Коши (на английском языке).....	90
* * *	
<i>Ерланулы Е., Батрышев Д.Г., Рамазанов Т.С., Габдуллин М.Т., Ахметжанов Н.А., Аханова Н.Е., Омиржанов О.</i> Влияние параметров плазмы на синтез углеродных наноматериалов методом PECVD (на русском языке).....	107
<i>Буртебаев Н., Керимкулов Ж.К., Зазулин Д.М., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е.С., Курахмедов А.Е., Чункибаева А., Еділбаев Е.Н</i> Экспериментальное исследование реакции $^{10}\text{B}(\text{p},\alpha)^7\text{Be}$ при низких энергиях (на русском языке).....	117
<i>Серебрянский А., Серебряков С., Ергешев А.</i> Методика потоковой астрометрии и фотометрии большого массива ПЗС-наблюдений (на русском языке).....	122
<i>Минглибаев М.Дж., Шомиекова С.А.</i> Аналитические выражения возмущающих функции в двухпланетной задаче трех тел с анизотропно изменяющимися массами при наличии реактивных сил (на русском языке).....	134
<i>Кондратьева Л.Н., Рспаев Ф.К., Денисюк Э.К., Кругов М.А.</i> Новые результаты исследования планетарной туманности М1-77 (на русском языке).....	144
<i>Павлова Л.А., Кондратьева Л.Н.</i> Механизмы формирования неоднородной структуры планетарных туманностей (на русском языке).....	149
<i>Рамазанов Т.С., Коданова С.К., Бастыкова Н.Х., Тихонов А., Майоров С.А.</i> Исследование гидродинамических свойств сгустка плотной горячей плазмы (на русском языке).....	153

CONTENTS

Serebryanskiy A., Reva I., Krugov M., Yoshida Fumi. Results of photometrical analysis of asteroid (3200) phaethon (in English)..... 5

Yerlanuly Ye., Batryshev D.G., Ramazanov T.S., Gabdullin M.T., Ahmetzhanov N.E., Ahanova N.E., Omirzhanov O. Effect of plasma parameters on the synthesis of carbon nanomaterials by the pecvd method (in English)..... 14

Teifel V.G., Vdovichenko V.D., Lysenko P.G., Karimov A.M., Kirienko G.A., Filippov V.A., Kharitonova G.A., Hozenets A.P. The great red spot on Jupiter: some features of the ammonia absorption (in English)..... 23

Burtebaev N., Kerimkulov Zh.K., Zazulin D.M., Alimov D.K., Mukhamejanov Y.S., Kurahmedov A.E., Chunkibayeva A., Edilbayev E.N. Experimental study of $^{10}\text{B}(p,\alpha)^7\text{Be}$ reaction at low energies (in English)..... 32

Serebryanskiy A., Serebryakov S., Ergeshev A. Methodology of pipeline data reduction for astrometry and photometry of a large array of ccd observations (in English)..... 37

Minglibayev M. Zh., Shomshekova S.A. Analytical expressions of the perturbing functions in two planetary three- body problem with masses varyng non-isotropically when available for reactive forces (in English)..... 48

Kondratyeva L.N., Rspaev F.K., Denissyuk E.K., Krugov M.A. New results of study of the planetary nebula M1-77 (in English) 59

Pavlova L.A., Kondratyeva L.N. Mechanisms for forming the inhomogeneous structure of planetary nebulae (in English)... 63

Assanova A.T., Sabalakhova A.P., Toleukhanova Z.M. On the solving of initial-boundary value problem for system of partial differential equations of the third order (in English)..... 67

Kulzhumiyeva A.A., Sartabanov Zh.A. Coefficient criterion of existence of multiperiodic solutions of a linear system of four differential equations with constant coefficients on diagonal (in English)..... 74

Musabekov A., Saribayev A., Kurakbayeva S., Kalbayeva A., Ismailov S., Satybaldieva F., Musabekov N., Aubakirova T. The investigation of equation and algorithm of the mirror concentrating system movement (in English)..... 81

Akylbayev M.I., Beisebayeva A., Shaldanbaev A.Sh. Criteria for strong convergence of solutions singularly of the perturbed Cauchy problem (in English)..... 90

* * *

Yerlanuly Ye., Batryshev D.G., Ramazanov T.S., Gabdullin M.T., Ahmetzhanov N.E., Ahanova N.E., Omirzhanov O. Effect of plasma parameters on the synthesis of carbon nanomaterials by the pecvd method (in Russian)..... 107

Burtebaev N., Kerimkulov Zh.K., Zazulin D.M., Alimov D.K., Mukhamejanov Y.S., Kurahmedov A.E., Chunkibayeva A., Edilbayev E.N. Experimental study of $^{10}\text{B}(p,\alpha)^7\text{Be}$ reaction at low energies (in Russian)..... 117

Serebryanskiy A., Serebryakov S., Ergeshev A. Methodology of pipeline data reduction for astrometry and photometry of a large array of ccd observations (in Russian)..... 122

Minglibayev M. Zh., Shomshekova S.A. Analytical expressions of the perturbing functions in two planetary three- body problem with masses varyng non-isotropically when available for reactive forces (in Russian)..... 134

Kondratyeva L.N., Rspaev F.K., Denissyuk E.K., Krugov M.A. New results of study of the planetary nebula M1-77 (in Russian)..... 144

Pavlova L.A., Kondratyeva L.N. Mechanisms for forming the inhomogeneous structure of planetary nebulae (in Russian).. 149

Ramazanov T.S., Kodanova S.K., Bastykova N.Kh., Tikhonov A., Maiorov S.A. Investigation of hydrodynamic properties of hot dense plasma (in Russian)..... 153

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Т.А. Апендиев, Д.С. Аленов*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 05.06.2018.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
10 п.л. Тираж 300. Заказ 3.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19