

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ
әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Қазақстан Республикасының
Ғылым Академиясының
Әл-Фараби атындағы
Қазақ ұлттық университетінің

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
Al-Farabi Kazakh
National University

SERIES
PHYSICO-MATHEMATICAL

3 (331)

MAY – JUNE 2020

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі
Ғ.М. Мұтанов

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Жұмаділдаев А.С. проф., академик (Қазақстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Қазақстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Өмірбаев У.У. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Жұмабаев Д.С. проф. (Қазақстан)
Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошкаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Сұраған Д. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Қырғыстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорусь)
Пашаев А. проф., академик (Әзірбайжан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.).

Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік.

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28; 219, 220 бөл.; тел.: 272-13-19; 272-13-18,
<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2020

Типографияның мекенжайы: «NurNaz GRACE», Алматы қ., Рысқұлов көш., 103.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК
Г.М. Мутанов

Редакционная коллегия:

Джумадильдаев А.С. проф., академик (Казахстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Казахстан)
Жангаев Ж.Ш. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умирбаев У.У. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Джумабаев Д.С. проф. (Казахстан)
Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Сураган Д. чл.-корр. (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Кыргызстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Пашаев А. проф., академик (Азербайджан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физика-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28; ком. 219, 220; тел.: 272-13-19; 272-13-18,

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2020

Адрес типографии: «NurNaz GRACE», г. Алматы, ул. Рыскулова, 103.

Editor in chief

doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK

G.M. Mutanov

Editorial board:

Dzhumadildayev A.S. prof., academician (Kazakhstan)
Kalmenov T.Sh. prof., academician (Kazakhstan)
Zhantayev Zh.Sh. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umirbayev U.U. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)
Dzhumabayev D.S. prof. (Kazakhstan)
Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)
Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)
Suragan D. corr. member. (Kazakhstan)
Quevedo Hernando prof. (Mexico),
Dzhunushaliyev V.D. prof. (Kyrgyzstan)
Vishnevskiy I.N. prof., academician (Ukraine)
Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)
Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)
Pashayev A. prof., academician (Azerbaijan)
Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.
Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty).

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006.

Periodicity: 6 times a year.

Circulation: 300 copies.

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19; 272-13-18,

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2020

Address of printing house: «NurNaz GRACE», 103, Ryskulov str, Almaty.

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

<https://doi.org/10.32014/2020.2518-1726.30>

Volume 3, Number 331 (2020), 5 – 14

UDK 524.6-8

МПНТН 41.27.25

E. K. Denissyuk, A. V. Serebryanskiy

Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: eddenis@mail.ru, aserebryanskiy@yahoo.com

THE ORBIT OF THE STAR S2 \equiv S0-2 IN THE CENTER OF THE GALAXY

Abstract. The study of the center of the Galaxy in the IR wavelengths, using the largest telescopes, allowed us to obtain data on coordinates and radial velocities for several tens of stars located in the immediate vicinity of the supermassive central body of the Galaxy, hereinafter (CB). Such data for S2 \equiv S0-2 – one of the brightest and closest to the center stars, were used by us to determine the parameters of its orbit. The method we proposed was used to calculate the positions and velocities of a star in its orbit with the parameters at which the calculated coordinates and velocities best coincided with those observed.

In order to estimate the errors of parameters, the Monte Carlo method was used. In this case, it was assumed that there was diffuse matter near the center of the Galaxy. An estimate of the average value of its density $(5.2 \pm 1.5) \times 10^6 M_{\odot} / \text{ps}^3$ is obtained, which is comparable with the density of typical nebulae. The presence of such matter leads to the rotation of the orbit around the center of gravity. A full revolution of the orbit requires about 7760 years. In addition to the direct parameters of the star's orbit the parameters of the CB itself were found. The mass of the CB of the Galaxy turned out to be $(4034 \pm 13) \times 10^3 M_{\odot}$, and its distance from the Sun is 8333.0 ± 7.0 ps.

Key words: Galaxy: center - methods: data analysis - stars: kinematics and dynamics.

1. Introduction

The ultra-high angular resolution achieved in astronomy as a result of technological progress made it possible to study in detail in the IR range the Central region of the Galaxy shrouded by dust clouds. It turned out that there is a massive, almost invisible, Central Body (CB), in the gravitational field of which move dozens of stars. In about 20 years, we managed to build maps of the movement of such stars and for many of them to measure the radial velocities [1 – 6].

On the basis of this observational material, the search for parameters characterizing both the CB and the orbits of stars moving in its gravitational field is carried out. The most studied star turned out to be one of the closest to CB and the relatively bright star S2 \equiv S02. The results of determining the parameters of CB and the orbit of this star, obtained by different authors on the basis of almost the same observational data, are markedly different from each other [3-5, 7-9]. One of the reasons for this difference is the lack of data on the exact position of the CB in the images of the central region of the Galaxy, obtained with ultra-high angular resolution in the IR range [4]. The team of Fesenkov Astrophysical Institute (FAI) has developed a method for determining the orbits of emission objects moving in the gravitational field of the nuclei of Seyfert galaxies utilizing change of their radial velocities in time [10,11]. It was decided to apply this method to the region of the Galactic center using the published observational data for the star S2. The basis of the method is a recurrent method of constructing the orbit of the motion of the test body in the gravitational field of the central mass. At the same time, for any moment of time, it is possible to

determine the position and velocity of the motion of such body in the plane of an orbit. This allows us to find all parameters of motion of the star S2, which are in the best way consistent with the observations and to estimate the possible errors of these parameters.

The most important is to determine the mass of CB, its distance from the Sun, the density of diffuse matter in the vicinity of CB and the ability to determine CB location on IR images, which is poorly visible in such images and is usually taken as the center of the coordinate system. As observational data, the published tables of the dependence of the radial velocities and coordinates on time for the star S2 were used [9].

2 Method

2.1 Recurrent method for the construction of the orbit

Let us consider a rectangular coordinate system (X, Y, Z) where the Z-axis is directed along the view plane, (X,Y) orthogonal to the line of sight and the X-axis coincides with the line of nodes (line of nodes perpendicular to the line of sight). The observed radial velocities [12] at different times is a set of measurements of the projection of the velocity of the star S2 on Z-axis and denoted as Vr(t). The angle between the plane of the orbit and (X,Y) plane is denoted as i ($i \neq 0$, otherwise all Vr(t) = 0).

To account for mass of dispersed matter near the CB, it is necessary to add an additional mass $\Delta m = 4/3\pi r_i^3 \rho_0$ to the mass of the CB at each point along the orbit. To strictly take into account the influence of the mass of dispersed matter (hereinafter MDM), it is necessary to know the three-dimensional distribution of the density ρ_0 . This function is unknown. Preliminary calculations have shown that the effect of MDM on the movement of stars is not very large and is comparable to the effect of observation uncertainties. A number of authors suggest that MDM has spherical symmetry distribution around the CB, and ρ_0 decreases from center to outer boundary according to the power law. However, a significant heterogeneity in the distribution of MDM is also possible. Given these circumstances, we decided to limit ourselves to finding the density ρ_0 , which is constant in the volume where the star S2 moves.

The following method is used to calculate the motion of a star in its orbital plane. Let m_0 is the mass of CB (which can be a function of other parameters), g is the gravitational constant, r_i is the distance of the star from CB at the time t_i , q is the distance in the periapsis, V_i is the velocity vector module, ϕ_i is the angle between the X-axis and the radius vector r_i , γ_i is the angle between velocity vector V_i and Y- axis, perpendicular to the X-axis and lying in the orbital plane. One has to set the time step, Δt , to move to the next position along the orbit and other parameters are obtained according to the formulas:

$$\begin{aligned}
 m_i &= m_0 + \frac{4}{3}\pi r_i^3 \rho_0 \\
 \phi_{i+1} &= \phi_i + V_i \cdot \cos(\phi_i - \gamma_i) \cdot \Delta t / r_i \\
 \gamma_{i+1} &= \phi_i - \arctan\left(\frac{V_i \cdot \sin(\phi_i - \gamma_i) - \Delta t \cdot m_i g / r_i^2}{V_i \cdot \cos(\phi_i - \gamma_i)}\right) \\
 V_{i+1} &= ((V_i \cdot \cos(\phi_i - \gamma_i))^2 + (V_i \cdot \sin(\phi_i - \gamma_i) - \Delta t \cdot m_i g / r_i^2)^2)^{1/2} \\
 r_{i+1} &= r_i + V_i \cdot \sin(\phi_i - \gamma_i) \cdot \Delta t \cdot \phi_i V_i
 \end{aligned} \tag{1}$$

2.2 A search of the orbital parameters on the basis of the observed radial velocities

We begin with estimation of the orbital parameters and $r(x;y;z)$ for which the observed and calculated values of Vr coincide in the best way.

Theoretical calculations of the orbit are started at the moment when the star passes of periapsis T_p . The search is performed by iterating through seven parameters: T_p – the moment of passage of the pericentre, M - CB mass, angles ϕ and γ which are equal to each other in the pericentre, V_p (velocity module in the pericentre), e , i and ρ_0 . At t_i moments for which observations are available, theoretical values of Vr are calculated and χ^2 is calculated from the differences between these values and the observed values of Vr. [12].

It is obvious that the smaller the step dt , the less error accumulates in this method of orbit calculation. Check on the real orbit of the star S2 showed that at the apoapsis, where $r \sim 1950$ AU, using $dt = 10$ sec for

one revolution the r is changed by 0:046 AU and if $dt = 1000$ sec is used the r changed by 4.5 AU. We decided to perform our calculations using $dt = 10$ sec. The orbital parameters obtained in this way can be considered as the most probable. The minimum χ^2 value in our calculations was equal to 0.6969. The result is shown in figure 1.

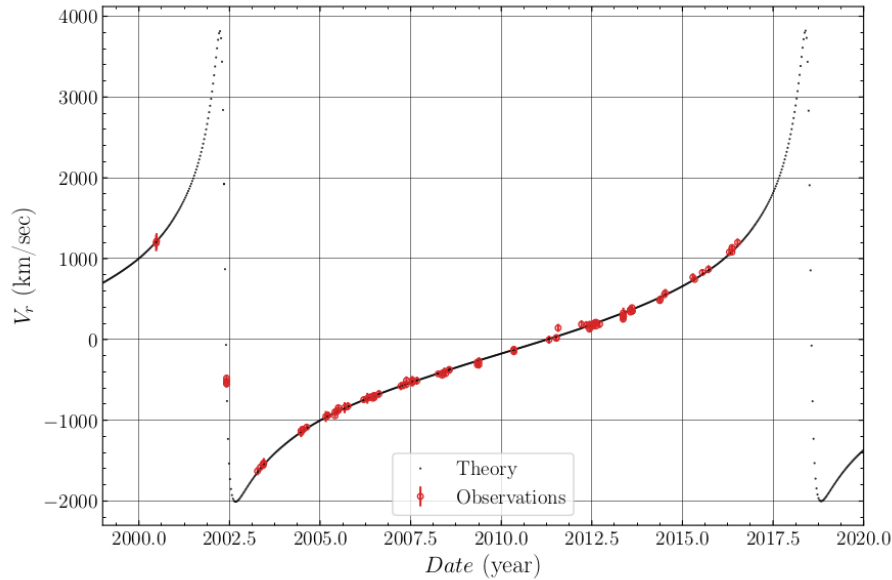


Figure 1 - Radial velocity of S2 star at different epochs. Symbols show observations [12] and dotted line shows our theoretical orbit

The mean square errors of these parameters were found by the Monte-Carlo method. The following orbital parameters were obtained: $T_p = 2002.3482 \pm 0.0009$ year, $q = (1.7416 \pm 0.0018) \times 10^{15}$ cm, $\phi_p = \gamma_p = 69^{\circ}.43 \pm 0^{\circ}.24$, $M = (4034 \pm 13) \times 10^3 M_{\odot}$, $e = 0.88657 \pm 0.00011$, $\rho = (4.76 \pm 1.5) \times 10^6 M_{\odot}/\text{ps}^3 \sim 3.5 \times 10^{-16} \text{ g/cm}^3$, $i = 133^{\circ}.83 \pm 0^{\circ}.067$.

The value $\rho_0 \sim 3.5 \times 10^{-16} \text{ g/cm}^3$ corresponds to a high density nebula. However, the mass added by such nebula to the mass of CB in calculating the motion of the star S2 is small compared to the mass of CB. For instance, at the periapsis it is about $1.3 M_{\odot}$, and in the apoapsis it is $\sim 640 M_{\odot}$, which is a very small fraction of the CB mass.

2.3 Determination of the orbital parameters of the star S2 using astrometric data.

In addition to observational data on the radial velocities $V_r(t)$ [12] there was published the coordinates of S2 in the vicinity of CB for different moments in time [9]. The coordinates are given in milliseconds of the arc (mas). The observations were mainly obtained by Keck and VLT telescopes. For further analysis we utilize astrometric data obtained from these two telescopes. Only data for which the uncertainty of coordinates did not exceed 1 mas were taken into account and presented in table 1 and table 2.

Table 1 - Sample of S0-2 astrometric measurements obtained with KEK used in this work [9]

Epoch (year)	X (mas)	Y (mas)	σ_x (mas)	σ_y (mas)	Epoch (year)	X (mas)	Y (mas)	σ_x (mas)	σ_y (mas)
2003.554	38.63	84.30	0.89	0.82	2009.689	24.78	182.65	0.18	0.14
2004.327	35.95	115.39	0.76	0.62	2010.342	-31.94	180.59	0.12	0.12
2004.564	32.61	123.28	0.79	0.53	2010.511	-33.82	179.84	0.13	0.12
2004.660	31.37	125.84	0.69	0.60	2010.620	-35.01	179.31	0.16	0.13
2005.312	24.83	141.10	0.81	0.59	2011.401	-42.77	173.77	0.22	0.17
2005.566	20.84	149.20	0.83	1.10	2011.543	-44.23	171.96	0.14	0.14
2006.336	12.96	161.91	0.15	0.16	2011.642	-45.17	171.21	0.25	0.25
2008.371	-10.16	181.01	0.13	0.14	2012.371	-51.36	163.26	0.13	0.17
2008.562	-12.32	181.84	0.16	0.16	2012.562	-53.12	160.74	0.14	0.20
2009.340	-21.14	182.66	0.11	0.11	2013.318	-58.37	149.65	0.21	0.26
2009.561	-23.43	182.69.	0.13	0.20	2013.550	-59.79 -	145.41	0.14	0.21

Table 2 - Sample of S0-2 astrometric measurements obtained with VLT [2] used in this work

Epoch (year)	X (mas)	Y (mas)	σ_x (mas)	σ_y (mas)	Epoch (year)	X (mas)	Y (mas)	σ_x (mas)	σ_y (mas)
2003.214	41.1	66.6	0.3	0.4	2005.576	24.9	149.4	0.4	0.4
2003.351	41.4	75.0	0.3	0.3	2006.324	17.5	161.7	0.8	0.6
2003.356	40.7	74.8	0.4	0.4	2007.545	2.80	175.7	0.9	0.7
2003.446	40.6	79.8	0.5	0.5	2007.550	4.10	175.2	0.4	0.4
2003.451	41.3	80.4	0.4	0.4	2007.686	2.50	176.0	0.5	0.5
2003.452	41.5	80.5	0.3	0.3	2007.687	1.90	176.0	0.6	0.6
2003.453	40.9	80.6	0.3	0.3	2008.148	-4.60	179.0	0.4	0.4
2003.455	-41.3	81.8	0.4	0.4	2008.197	-5.20	179.0	0.3	0.3
2003.55	-40.9	85.3	0.3	0.3	2008.268	-6.10	180.0	0.3	0.3
2003.676	-40.6	91.8	0.3	0.3	2008.456	-8.40	180.2	0.3	0.3
2003.678	-41.1	91.6	0.6	0.6	2008.472	-8.10	180.7	0.4	0.4
2003.761	-40.2	96.6	0.4	0.4	2008.601	-10.60	180.3	0.3	0.3
2004.24	-37.2	113.2	0.9	0.9	2008.708	-11.40	181.2	0.3	0.3
2004.325	-36.9	116.2	0.3	0.3	2009.185	-17.30	181.1	0.7	0.7
2004.347	-36.1	117.6	0.3	0.3	2009.273	-18.00	181.2	0.3	0.3
2004.443	-36.0	120.4	0.3	0.3	2009.300	18.50	181.3	0.3	0.3
2004.513	-35.3	123.1	0.3	0.3	2009.303	-18.20	181.5	0.3	0.3
2004.516	-35.2	123.1	0.6	0.6	2009.335	-18.30	181.2	0.3	0.3
2004.573	-34.4	124.8	0.4	0.4	2009.337	-18.40	181.2	0.4	0.4
2004.575	-34.3	123.9	0.6	0.6	2009.371	-18.60	181.0	0.3	0.3
2004.664	-33.6	127.2	0.3	0.3	2009.505	-20.10	181.2	0.3	0.3
2004.730	-34.0	128.9	0.7	0.7	2009.556	-20.90	181.5	0.4	0.4
2005.270	28.1	143.0	0.3	0.3	2009.558	-20.20	181.4	0.3	0.3
2005.366	27.0	145.2	0.3	0.3	2009.606	-21.20	181.5	0.3	0.3
2005.467	26.3	146.9	0.4	0.4					

These observational data make it possible to determine the missing parameters, which allows to compare observations with the theoretical orbit. To compare the theoretical coordinates expressed in metric units of length with the angular coordinates, it is necessary to find the coefficient K of the transition from metric units of length to the angular (observed) units. The dimension of the parameter K is mas/m. The distance from the CB to the Sun is found as $R = 6.6845 \times 10^{-9} / K$ ps. The problem is solved by dividing the lengths of the segments measured from the observations between two positions of the star, expressed in mas, by the corresponding segments of the theoretical orbit, expressed in meters, for the same moments of time. Using vector radii for this purpose can lead to errors. The position of the CB, and hence the center of the coordinate system in the images is determined with some uncertainty [2,4,13]. This introduces errors in the length of the measured segments. Errors in the position of the CB, i.e. the origin of the coordinate system, may depends on both the epochs of the observations and the instruments on which the observations were carried out. Such errors can be evaluated separately for each instrument, assuming that the errors are not time-dependent, but are inherent only in the way the data is processed. If, at the same time, for different epochs of observations the coordinate systems with different positions of the origin is used, it will increase the errors given in the tables 1,2. In figure 3 it can be seen that there is a systematic difference between the positions of the star S2 obtained by the Keck and VLT telescopes for those measurements with errors less than 1 mas. In order to reduce the dependence on the position of CB, we used the ratios of the chord lengths of the observed star positions and the same chord lengths of the theoretical orbit projected on the sky plane at an angle i . There are many ways to choose these chords. The number of different chords is the number of combinations of 2 of the number of observations. We used two methods of choosing chords separately for the table 2 and table 1. From Table 1 the lengths of the chords for the first method were calculated between the positions of the stars 11 and 12, 10 and 13, 9 and 14 . . . , 1 and 22. For the second method, lengths of the chords were computed between stars 1 and 12, 2 and 13, 3 and 14 . . . , 11 and 22, in total for 11 chords in both cases.

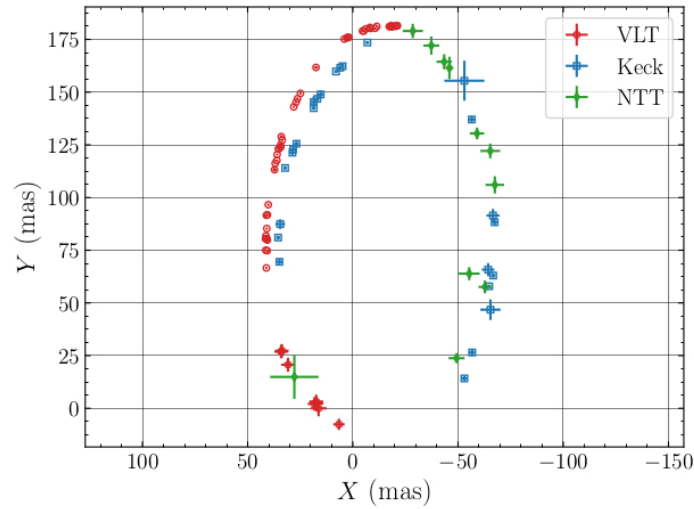


Figure 3 - (X,Y) coordinates of the star S2

The same two methods were used to calculate the lengths of the chords using data from table 2. For the first method, chords were chosen between locations 24 and 26, 23 and 27, 22 and 28 . . . , 1 and 49. For the second method between 1 and 26, 2 and 27, . . . , 24 and 49. In total 24 chords for each method. Next, for each pair of observed and theoretical chords, we calculated the ratio, i.e. the coefficient K had its uncertainty, taking into account error of measurement and weight proportional to the theoretical length of the chord. Calculations for the VLT data were carried out using the following formulas:

$$\sigma_i^2 = \frac{(X_i - X_{50-i})^2 \cdot (\Delta X_i^2 + \Delta X_{50-i}^2)}{(X_i - X_{50-i})^2 + (Y_i - Y_{50-i})^2} + \frac{(Y_i - Y_{50-i})^2 \cdot (\Delta Y_i^2 + \Delta Y_{50-i}^2)}{(X_i - X_{50-i})^2 + (Y_i - Y_{50-i})^2} \quad (2)$$

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{24} \frac{1}{\sigma_i^2} \cdot \frac{(X_i - X_{50-i})^2 + (Y_i - Y_{50-i})^2}{(X_i - X_{50-i})^2 + (Y_i - Y_{50-i})^2}^{1/2}}{\sum_{i=1}^{24} \frac{1}{\sigma_i^2}}$$

The coefficient K and its uncertainty using Keck data were computed in similar way. The rotation angle w of the theoretical coordinate system in the sky projection to align with the observed orbit was determined by calculating the weighted average differences of angles between all selected observable and theoretical chords, separately for each pair of chords using the same weights as for the calculation of K.

$$\Omega_1 - \pi/2 = \frac{\sum_{i=1}^{24} \frac{1}{\sigma_i^2} [\arctan(\frac{X_i - X_{50-i}}{Y_i - Y_{50-i}}) - \arctan(\frac{x_i - x_{50-i}}{y_i - y_{50-i}})]}{\sum_{i=1}^{24} \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (3)$$

The obtained values of K and Ω_1 for the two variants of chord selection are:

For Keck:

$$K^{(1)} = (8.0005 \pm 0.0983) \times 10^{-13} \text{ mas/m}$$

$$\Omega_1^{(1)} = 37^\circ.518 \pm 1^\circ.084$$

$$K^{(2)} = (8.1070 \pm 0.0811) \times 10^{-13} \text{ mas/m}$$

$$\Omega_1^{(2)} = 39^\circ.436 \pm 1^\circ.084$$

For VLT:

$$K^{(1)} = (7.9804 \pm 0.0750) \times 10^{-13} \text{ mas/m}$$

$$\Omega_1^{(1)} = 38^\circ.244 \pm 0^\circ.496$$

$$K^{(2)} = (7.9956 \pm 0.0660) \times 10^{-13} \text{ mas/m}$$

$$\Omega_1^{(2)} = 38^\circ.559 \pm 0^\circ.553$$

The upper index corresponds to the chord selection method.

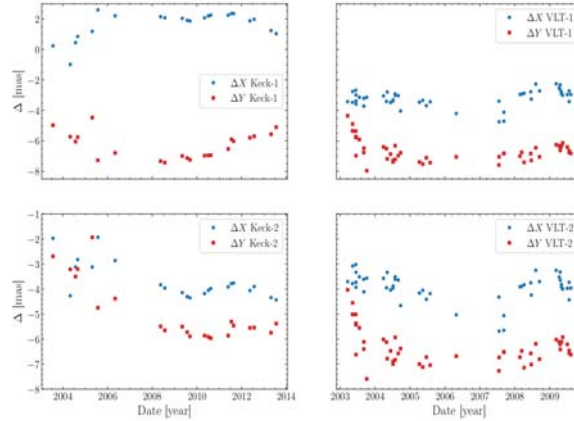


Figure 4 - Difference between observed and theoretical values of the Galactic center coordinates (X,Y) for VLT and Keck using two different sets of orbital parameters

Table 4 - Average values of differences between theoretical and observed coordinates (X,Y) of the Galactic center shown in Figure 4 for Keck and VLT

VLT		KECK	
$\Delta X(\text{mas})$	$\Delta Y(\text{mas})$	$\Delta X(\text{mas})$	$\Delta Y(\text{mas})$
(1) -3.21 ± 0.22	-6.06 ± 1.24	0.11 ± 0.51	-4.65 ± 1.12
(2) -3.37 ± 0.04	-5.82 ± 1.17	0.37 ± 0.95	-3.41 ± 1.71
mean: -3.37 ± 0.04	-5.93 ± 0.85	0.17 ± 0.45	-4.28 ± 0.94

For each of these set of parameters the differences between the observed (table 2 and table 1) and the theoretical values of the S2 coordinates are found. The results are shown in figure 4, where relatively large differences between theory and observations are seen. These differences cannot be explained by errors in the orbital parameters, because in this case these differences would have had a smooth rather than random appearance. These differences are far greater than the errors in the table 2 and table 1. Most likely, this is due to the uncertain determination of the position of the CB in the images. For the case (2) of Keck data fairly smooth variation of the deviations of the theory from observations is probably related to unaccounted proper motion of astrometric standard with respect to CB. In this case, the time related to the middle of the chords increases monotonically in one direction. The average values of ΔX and ΔY deviations are given in the table 3. Previously, similar values for both telescopes were obtained [14] : $\Delta X = -3.7 \pm 0.6$ mas, $\Delta Y = -4.1 \pm 0.6$ mas. All values are given in milliseconds of arc.

Mean values of parameter K is $(8.018 \pm 0.039) \times 10^{-13}$ mas/m and parameter Ω_1 is $38^\circ.40 \pm 0.33^\circ$. In this case $R = 8333.0 \pm 7.0$ ps.

Knowing the parameters of the theoretical orbit in the projection onto the sky, it is possible to obtain the coordinates of the star S2 for any moment of time and thus use it as an astrometric standard to determine the position of CB in any image of this region of the sky, for which the scale and time of observation is known. The tabulated coordinates X and Y of the star S2 depending on time are provided online.

The mean square errors of these parameters were found by the Monte Carlo method. The following orbit parameters were obtained: $T_p = 2002.3482 \pm 0.0009$ year, $q = (1.74160 \pm 0018) \times 10^{15}$ cm, $\phi = \gamma = 69^\circ.43 \pm 0^\circ.24$, $M = (4034 \pm 13) \times 10^3 M_\odot$, $e = 0.88657 \pm 0.00011$, $\rho = (4.76 \pm 1.5) \times 10^6 M_\odot/\text{ps}^3 \sim 3.5 \times 10^{-16} \text{g/cm}^3$, $i = 133^\circ.83 \pm 0^\circ.067$.

3 Conclusions

Among the parameters that determine the movement of stars in the gravitational field of CB, two require special attention. These are the dispersed mass at the center of the Galaxy and the position of the CB in the high angular resolution images. In such images, the background is very heterogeneous and is an overlap of radiation of nebulae that located are not only in the Galactic center but also in front and behind

of it. To accurately account for such a mass, it is necessary to know the its three-dimensional density distribution function which is not known with sufficient accuracy. When searching for the orbital parameters of the star S2 it was found that the addition of a diffuse mass to the parameters determining the motion of this star improves the agreement with the observations. For the simplest case, r_0 is assumed to be a constant. The best value was determined to be $r_0 = (5.2 \pm 1.5) \times 10^6 M_{\odot}/\text{ps}^3$. The presence of a dispersed mass causes the rotation of the apoapsis relative to the CB. After each revolution around CB there is rotation of the orbit to $0^{\circ}.755$. Full revolution of the orbit is made for 7760 years.

It is known that in IR images the position of CB is difficult to measure accurately. The origin of coordinate system in which the positions of the stars in the IR images are given must coincide with the CB position. Sometimes, other stars are used as astrometric standards to determine the position of CB, which may not have their proper motion known with sufficient precision. As a result, it turns out that the errors of coordinate can be an order of magnitude greater than indicated in the publications. We suggest to use the star S2 as an astrometric standard, the coordinates of which can be calculated with high accuracy or one can use data given in Appendix A. This star is one of the brightest and closest to the CB. It is clear that a similar study of other stars in the region of the center of the Galaxy will allow to obtain more accurate parameters. This requires high-precision observational data obtained over long time intervals.

ACKNOWLEDGMENTS

The work was carried out within the framework of Project No. BR05236322 “Studies of physical processes in extragalactic and galactic objects and their subsystems”, financed by the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan.

Э.К. Денисюк, А.В. Серебрянский

Фесенков атындағы астрофизикалық институт, Алматы, Қазақстан

ҒАЛАМНЫҢ ЦЕНТРІНДЕГІ S2=S0-2 ЖҰЛДЫЗЫНЫҢ ОРБИТАСЫ

Аннотация. Әлемнің алып және массивті объектілері ғаламдар және квазарлар болып табылады. Олардың көбінің центрінде, яғни ядросында аса қуатты барлық толқын аумағында сәуле шығаратын үлкен масса орналасқан. Олардың ішінде болып жатқан физикалық процестерді зерттеу күрделі, себебі бұл объектілерге ара-қашықтық аса үлкен. Ең жақыны біздің Ғаламның ядросы. Бірақ, оны да зерттеудің үлкен қиындықтары бар. Ғаламның центрлік аймағының суретін алуға мыңдаған парсек қашықтық кедергі, тек қана бұрыштық секундтың мыңнан бірін бұрыштық шешу кезінде. Сонымен қатар, Ғаламның центрі тығыз шаң-тозаңды бұлттармен жабылған. Сондықтан, Ғаламның центрін бұлттан асып тек қана спектрдің инфрақызыл (ИҚ) аймағынан бақылай аламыз. Алып телескоптарды қолдану арқылы астрономияда интерферометрді жасау арқылы, өте жоғарғы бұрыштық рұқсатпен қол жетімді. Қабылдағыш ретінде жоғары тиімділіктегі ИҚ матрицалары қолданылады. Осы техникалық құралдардың арқасында Ғаламның центрлік аумағының және басқа да әртүрлі жеке объектілердің суреттерін алдық. Центрінде көрінбейтін массивті центрлік дене бар болып шықты. Оның айналасында гравитациялық өрісте ондаған жұлдыздар айналу. Шамамен 20 жылда осындай жұлдыздардың қозғалысының картасын құрып және көбінің спектрлік талдау әдісімен сәулелік жылдамдықтың уақыт бойынша өзгеру тәуелділігі анықталды. Бақылау мәліметтерінің негізінде центрлік денені (ЦД) сипаттайтын параметрлер, оның гравитациялық өрісінде қозғалатын жұлдыздардың орбиталары анықталды. ЦД жақын орналасқан, S2 жарық жұлдызы көбірек зерттелген. Әртүрлі обсерваторияларда алынған нәтижелер, айтарлықтай өзгеше болып шықты. Оның бір себебі, ИҚ аумағында ультражоғарғы бұрыштық рұқсатпен, Ғаламның центрлік аумағының дәл орнын анықтайтын мәліметтердің жоқтығы. Сәулелік жылдамдықтың уақыт бойынша өзгеруі, сейферт ғаламдарының ядроларының гравитациялық өрісінде қозғалатын эмиссиялық объектілердің орбиталарын есептеудің әдісі ФАФИ өңделді. S2 жұлдызы үшін жарияланған бақылау мәліметтерін қолданып, Ғаламның центрлік аймағы үшін осы әдісті қолдану шешілді. Бұл жұлдыздың орбитасы кеплерлік, мүмкін қандайда да бір ауытқулармен.

Сәулелік жылдамдығының бақылау мәліметтерінен басқа ЦД маңындағы жұлдыздардың координаталары және әртүрлі дәуірлердегі бақылаулар жарияланды. Координаталары миллисекунтағы доғамен (ms) берілген. Бақылаулар КЕК және VLT телескоптарының көмегімен алынды. Координаталарын анықтау қателігі 1 ms аспады, арықарай талдау жүргізуге осы екі телескоптан алған астрометрлік мәліметтер

қолданылды. ЦД гравитациялық өрісінде сынамалы дене қозғалысының орбитасын құру рекурренттік формула әдісіне негізделген. Орбита жазықтығында дененің жылдамдығын және орынын қандай да бір уақытқа анықтауға болады. S2 жұлдызының барлық орбиталық параметрлерін анықтауға, бақылау мәліметтерімен жақсы сәйкестендіруге және параметрлердің қателіктерін бағалауға мүмкіндік береді. Анықталған бақылау мәліметтері ЦД ден Жерге дейінгі қашықтықты анықтауға мүмкіндік береді. Теориялық координаталарды аспан жазықтығына і бұрышпен проекциялау арқылы табылған және ұзындықтың метрлік бірліктерімен бақылаулардан алынған бұрыштық координаттармен салыстыру үшін ұзындық метрлік бірліктерінен бұрыштыққа К өту коэффициентін табу керек. К параметрінің өлшем бірлігі – ms/м. ЦД ден Күнге дейінгі қашықтық $R=6.6845 \times 10^{-9}/K$ пс өрныгімен анықталады. Бір уақытта екі жұлдыздың аралық бақыланатын бағытының теориялық орбита аспанына проекциясы екеуінің арасындағы қашықтықты бөлу арқылы шешіледі. Ол үшін радиус-векторды қолдансақ онда орталық нүктенің орналасуының белгісіздігі айтарлықтай қателіктерге алып келуі мүмкін, өйткені орталық нүктенің орны, демек, кескіндердегі координаталар жүйесінің центрі дәл анықталмаған. Сондықтан, бұл мақсатта жеке телескоптарға есептелген хорда ұзындығының нәтижелері қолданылды. Жеке нүктелердегі координаталық қателіктерге байланысты К мәні жеткілікті хорданың мәдерінің қатысуымен орташа мән ретінде анықталды.

Орбиталық параметрлердің келесі мәндері табылды: периоды $T_p = 2002.3482 \pm 0.0009$ (жыл), перицентрдегі қашықтық $q = (1.7416 \pm 0.0018) \times 10^{15}$ см, ЦД массасы $M = (4034 \pm 13) \times 10^3 M_{\odot}$, эксцентриситет $e = 0,88657 \pm 0,00011$, $\rho = (4.76 \pm 1.5) \times 10^6 M_{\odot}/\text{пс}^3 \sim 3.5 \times 10^{-16}$ г/см³, орбита көлбеулігі $i = 133^{\circ}.83 \pm 0^{\circ}.067$. Сонымен, алынған орбиталық параметрлер ең мүмкін мәндер ретінде қарастырылады. Біздің есептеулердегі χ^2 минималды шама 0.6969 тең. Анықталған орбиталық параметрлердің орташа мәнді қателіктері Монте-Карло әдісімен табылды. ЦД гравитациялық өрісінде қозғалатын жұлдыздың ρ параметрлердің ішіндегі ерекше көңіл бөлетін параметр. Ғаламның центріндегі шашыраған массаның орташа тығыздығы. Ғаламның тек центріне қатысты емес, артқы және алдыңғы жағындағы газды бұлттардың сәулеленуі және аясы біртекті бейнеленген. Массаны дәлдікпен есептеуге үш өлшемді тығыздықтың таралуының функциясын білу қажет, бірақ ол белгісіз. S2 жұлдызының орбитасының параметрлерін есептеу кезінде диффузиялық массаның қосылуы бақылаулармен сәйкес келетіндігі анықталды. Қарапайым жағдайда $\rho = \text{const}$ деп алуға болады. Ең жақсы сәйкестік $\rho = (5.2 \pm 1.5) \times 10^6 M_{\odot}/\text{пс}^3$ болады. Дисперсиялық массаның болуы ЦД қатысты орбита апоцентрінің айналуына әкеледі. ЦД әрбір айналуынан кейін барлық орбита $0^{\circ}.755$ бұрылады. Орбитаның толық айналуы 7760 жылда болады.

Түйін сөздер: галактика: центр, әдістер; мәліметтерді талдау, жұлдыздар; кинематика және динамика.

Э.К. Денисюк, А.В. Серебрянский

Астрофизический институт им. Фесенкова, Алматы, Казахстан

ОРБИТА ЗВЕЗДЫ S2=S0-2 И ЦЕНТР ГАЛАКТИКИ

Аннотация. Галактики и квазары являются самыми крупными и массивными объектами во Вселенной. В центре большинства из них расположены ядра большой массы – источники мощного излучения во всех диапазонах длин волн. Изучение происходящих там физических процессов затруднено из-за больших расстояний до этих объектов. Наиболее близким является ядро нашей Галактики. Однако и его изучение связано с большими трудностями. Из-за расстояния в тысячи парсек получить изображение центральной области Галактики можно только при угловом разрешении порядка одной тысячной угловой секунды. Кроме того, центр Галактики закрыт плотными пылевыми облаками. Поэтому наблюдать центр Галактики сквозь облака удается только в инфракрасной (ИК) области спектра. Сверхвысокое угловое разрешение, достигается в астрономии путем создания интерферометров с использованием крупнейших телескопов. В качестве приемников при этом используются высокоэффективные ИК матрицы. С помощью этих технических средств удалось получить как снимки центральной области Галактики, так и спектры различных отдельных объектов в этой области. Оказалось, что в гравитационном поле ядра вращаются десятки звезд. Примерно за 20 лет удалось построить карты движения таких звезд и методом спектрального анализа получить для многих из них зависимости изменения лучевых скоростей от времени. В ряде работ на базе этого наблюдательного материала осуществлялись поиски параметров, характеризующих, как центральное тело (ЦТ), так и орбиты звезд, движущихся в его гравитационном поле. Наиболее исследованной является достаточно яркая звезда S2, ближайшая к ЦТ. Оказалось, что результаты этих исследований, полученных на разных обсерваториях, заметно отличаются друг от друга. Одной из причин такого различия является отсутствие данных о точном положении ЦТ на изображениях центральной области Галактики, полученных с ультравысоким угловым разрешением в ИК диапазоне. В АФИФ разработан метод расчета орбит эмиссионных объектов, движущихся в гравитационном поле ядер сейфертовских галактик, по изменению их лучевых скоростей во времени. Было

решено применить этот метод и для области центра Галактики, используя опубликованные наблюдательные данные для звезды S2. Орбита этой звезды должна быть кеплеровской, возможно, с некоторыми отклонениями.

Помимо данных наблюдений лучевых скоростей для различных эпох наблюдений опубликованы и координаты звезды в окрестностях ЦТ. Координаты даются в миллисекундах дуги (ms). Наблюдения в основном были получены с помощью телескопов: КЕК и VLT. Для дальнейшего анализа использовались астрометрические данные, полученные на этих двух телескопах, причем были использованы, только те данные, для которых ошибки определения координат не превышали 1 ms. Метод основан на рекуррентных формулах построения орбиты движения пробного тела в гравитационном поле ЦТ. Для любого момента времени можно определить положение и скорость этого тела в плоскости орбиты. Это позволяет найти все орбитальные параметры звезды S2, которые наилучшим образом согласуются с данными наблюдений, и оценить возможные ошибки этих параметров.

Имеющиеся данные наблюдений позволяют найти такой важный параметр как расстояние от Земли до ЦТ. Для сравнения теоретических координат, которые находятся путем проекции теоретической орбиты на плоскость неба под углом i и выраженных в метрических единицах длины, с угловыми координатами, получаемых из наблюдений, необходимо найти коэффициент перехода K от метрических единиц длины к угловым. Размерность параметра K – ms/м. Расстояние от ЦТ до Солнца определяется по формуле $R=6.6845 \times 10^{-9}/K$ пс. Проблема решается путем деления длины отрезка между двумя положениями звезды в проекции на небо теоретической орбиты на расстояние между двумя наблюдаемыми положениями звезды для одних и тех же моментов времени. Если использовать для этой цели радиус-векторы, то неопределенность положения ЦТ может привести к значительным ошибкам, поскольку положение ЦТ, а, следовательно, и центра координатной системы на изображениях, определяется неточно. Поэтому для этой цели использовались именно длины хорд, вычисленные отдельно по результатам для каждого телескопа. Из-за ошибок координат в отдельных точках величина K определялась как среднее, полученное с привлечением достаточно большого числа хорд.

Найдены следующие значения орбитальных параметров: период $T_p = 2002.3482 \pm 0.0009$ (в годах), расстояние в перицентре $q = (1.7416 \pm 0.0018) \times 10^{15}$ см, масса ЦТ $M = (4034 \pm 13) \times 10^3 M_{\odot}$, эксцентриситет $e = 0,88657 \pm 0,00011$, $\rho = (4.76 \pm 1.5) \times 10^6 M_{\odot}/\text{пс}^3 \sim 3.5 \times 10^{-16} \text{ г}/\text{см}^3$, наклон орбиты $i = 133^{\circ}.83 \pm 0^{\circ}.067$.

Полученные таким образом орбитальные параметры могут рассматриваться как наиболее вероятные. Минимальное значение χ^2 в наших расчетах равно 0.6969. Ошибки средних значений найденных параметров орбиты определялись методом Монте-Карло.

Среди параметров, определяющих движение звезды в гравитационном поле ЦТ специального внимания требует параметр ρ . Это средняя плотность рассеянной массы в центре Галактики. На изображениях центра фон очень неоднороден и представляет собой наложение излучения газовых облаков, которые расположены не только в непосредственном центре Галактики, но и впереди и позади него.

Для точного учета такой массы необходимо знать трехмерную функцию распределения плотности, однако она неизвестна. При расчете параметров орбиты звезды S2 было установлено, что добавление диффузной массы улучшает согласие с наблюдениями. Для простейшего случая можно считать $\rho = \text{const}$. Наилучшее согласие достигается при $\rho = (5.2 \pm 1.5) \times 10^6 M_{\odot}/\text{пс}^3$. Присутствие дисперсной массы приводит к вращению апоцентра орбиты относительно ЦТ. После каждого оборота вокруг ЦТ вся орбита поворачивается $0^{\circ}.755$. Полный оборот орбиты происходит за 7760 лет.

Определены параметры орбиты звезды S2=S0-2, которая движется вблизи центра Галактики. Получены оценки массы центрального тела Галактики $(4034 \pm 13) \times 10^3 M_{\odot}$, а также его расстояние от Солнца, 8333.0 ± 7.0 пс. Предложен метод определения положения сверхмассивного тела в центре Галактики с использованием орбитальных параметров звезды S2.

Ключевые слова: галактика: центр, методы; анализ данных, звезды, кинематика и динамика.

Information about authors:

Denissyuk E.K., doctor of Physical and Mathematical Sciences, Fesenkov Astrophysical Institute. eddenis@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5020-2557>;

Serebryanskiy A.V., doctor of Physical and Mathematical Sciences, Fesenkov Astrophysical Institute. aserebryanskiy@yahoo.com, <https://orcid.org/0000-0002-4313-7416>

REFERENCES

- [1] Ghez, A. M., Duchene, G., Matthews, K., et al. (2003) The First Measurement of Spectral Lines in a Short-Period Star Bound to the Galaxy's Central Black Hole: A Paradox of Youth. *ApJ*, 586L:127-131, 2003. <https://doi.org/10.1086/374804>.

- [2] Schodel, R., Ott, T., Genzel, R. and 3 more (2003) Stellar Dynamics in the Central Arcsecond of Our Galaxy. *ApJ*, 596:1015-1034, 2003. [https://doi.org/ 10.1086/378122](https://doi.org/10.1086/378122).
- [3] Eisenhauer, F., Schodel, R., Genzel, R. and 5 more. (2003) A Geometric Determination of the Distance to the Galactic Center.
- [4] *ApJ*, 597: L121-134, 2003. DOI 10.1086/380188
- [5] Gillessen, S., Eisenhauer, F., Trippe, S. and 4 more (2009) Monitoring Stellar Orbits Around the Massive Black Hole in the Galactic Center. *ApJ*, 692: 1075-1109, 2009. [https://doi.org/ 10.1088/0004-637X/692/2/1075](https://doi.org/10.1088/0004-637X/692/2/1075)
- [6] Ghez, A. M.; Salim, S.; Weinberg, N. N. and 10 more (2008), Measuring Distance and Properties of the Milky Way's Central Supermassive Black Hole with Stellar Orbits. *ApJ*, 689:1044-1062, 2008.. DOI 10.1086/592738
- [7] Gillessen, S.; Plewa, P. M.; Eisenhauer, F. and 9 more (2017). An Update on Monitoring Stellar Orbits in the Galactic Center. *ApJ*, 837:30-49, 2017. DOI 10.3847/1538-4357/aa5c41
- [8] Eisenhauer, F., Genzel, R., Alexander, T. and 18 more. (2005). SINFONI in the Galactic Center: Young Stars and Infrared Flares in the Central Light-Month. *ApJ*, 628:246-259, 2005. DOI:10.1086/430667.
- [9] Gillessen, S., Eisenhauer, F., Fritz, T. K. and 5 more. (2009). The Orbit of the Star S2 Around SGR A* from Very Large Telescope and Keck Data. *ApJ*, 707:L114- L117, 2009. DOI 10.1088/0004-637X/707/2/L114.
- [10] Boehle, A.; Ghez, A. M.; Schodel, R. and 11 more. (2016). An Improved Distance and Mass Estimate for Sgr A* from a Multistar Orbit Analysis. *ApJ*, 830: 17-40, 2016. DOI 10.3847/0004-637X/830/1/17.
- [11] Denisshyuk, E. K., Valiullin, R. R., Gaisina, V. N. (2015). The mass of the central body of the galaxy Ark 120 and the orbits of objects in its gravitational field. *ARep.*, 59: 123-132, 2015. DOI 10.1134/S106377291412004X..
- [12] Denisshyuk, E. K., Valiullin, R. R., Gaisina, V. N. (2011). The motion of an emission-line region near the center of the galaxy NGC 4151. *ARep.*, 55: 761-770.
- [13] Chu D.S., Do T., Aurelien Hees A. et.al. (2018). Investigating the Binarity of S0-2: Implications for Its Origins and Robustness as a Probe of the Laws of Gravity around a Supermassive Black Hole. *Ap.J*, 863: 111-114, 2018. DOI 10.3847/1538-4357/aad734.
- [14] Sabha, N., Eckart, A., Merritt, D. and 11 more. (2012). The S-star cluster at the center of the Milky Way. On the nature of diffuse NIR emission in the inner tenth of a parsec. *A&A*, 545:70-82, 2012. DOI 10.1051/0004-6361/201219203.
- [15] Eckart A., Mužić, K., Yazici, S., et al. (2013) Near-infrared proper motions and spectroscopy of infrared excess sources at the Galactic center//*A&A*, 551A: 18-49, 2013. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201219994>.

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

(Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы: *М. С. Ахметова, Г. Б. Халидуллаева, Д. С. Аленов*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 08.06.2020.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
15 п.л. Тираж 300. Заказ 3.