ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# ХАБАРЛАРЫ

# ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

## ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯСЫ

•

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

> ♦ SERIES

OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL

## 4 (284)

ШІЛДЕ-ТАМЫЗ 2012 ж. ИЮЛЬ-АВГУСТ 2012 г. JULY – AUGUST 2012

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

> ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

> > АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА АЛМАТЫ, НАН РК ALMATY, NAS RK

## Бас редактор ҚР ҰҒА академигі Б. Т. Жұмағұлов

#### Редакция алқасы:

физика-математика ғылымдарының докторы Н. М. Темірбеков (бас редактордың орынбасары), ҚР ҰҒА-ның академиктері Н. Ж. Такибаев, С. Н. Харин, Т. Ш. Калменов, Н. К. Блиев, Б. Н. Мұқашев, М. Ө. Өтелбаев, физика-математика ғылымдарының докторы Қ. Қ. Қадыржанов, физика-математика ғылымдарының докторы Н. Т. Данаев, физика-математика ғылымдарының докторы Т. С. Рамазанов, физика-математика ғылымдарының докторы Ө. Ө. Өмірбаев, химия ғылымдарының докторы Н. Бейсен (жауапты хатшы)

#### Главный редактор

## академик НАН РК Б. Т. Жумагулов

#### Редакционная коллегия:

доктор физико-математических наук **H. М. Темирбеков** (заместитель главного редактора), академики НАН РК **H. Ж. Такибаев, С. H. Харин, Т. Ш. Кальменов, H. К. Блиев, Б. Н. Мукашев, М. О. Отелбаев,** доктор физико-математических наук **K. К. Кадыржанов**, доктор физико-математических наук **H. T. Данаев,** доктор физико-математических наук **T. C. Рамазанов**, доктор физико-математических наук **У. У. Умирбаев**, доктор химических наук **H. Бейсен** (ответственный секретарь)

## Editor-in-chief

## academician of the NAS of the RK **B. T. Zhumagulov**

## Editorial staff:

doctor of physical and mathematical sciences N.M. Temirbekov (deputy editor-in-chief), academicians of the NAS of the RK N. Zh. Takibayev, S. N. Harin, T. Sh. Kalmenov, N. K. Bliev, B. N. Mukashev, M. O. Otelbaev, doctor of physical and mathematical sciences K. K. Kadirzhanov, doctor of physical and mathematical sciences T. S. Ramazanov, doctor of physical and mathematical sciences N. Beysen (secretary)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая» I SSN 1991-346Х

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 218–220, тел.: 261-06-33, 272-13-19, 272-13-18. Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2012

\_\_\_\_\_ 2 \_\_\_\_\_

УДК 550.385

## А. Ф. ЯКОВЕЦ, В. В. ВОДЯННИКОВ, К. Ж. НУРМУХАНБЕТОВА, Г. И. ГОРДИЕНКО, Ю. Г. ЛИТВИНОВ

## **F-ОБЛАСТЬ ИОНОСФЕРЫ НА ВОСХОДЕ СОЛНЦА**

## ДТОО «Институт ионосферы», г. Алматы

Изучено поведение F2-слоя во время восхода Солнца по данным вертикального зондирования ионосферы в Алматы (76°55'E, 43°15'N). Показано, что скорость возрастания электронной концентрации является функцией высоты, при этом в максимуме F2-слоя скорость возрастания заметно меньше значения скоростей на фиксированных высотах, расположенных ниже максимума слоя на расстояниях ~ 30–55 км. Зенитный угол Солнца ( $\chi$ ) и толщина экранирующего слоя ( $h_o$ ) в момент начала процесса заметного роста электронной концентрации на высоте h линейно связаны с величиной h, при этом диапазоны изменения величин составляют ~ 90° <  $\chi$  < 100° и 180 км <  $h_o$  < 260 км.

Введение. Исследования поведения ионосферы на восходе Солнца начались с момента начала регулярного зондирования ионосферы. Обобщение основных экспериментальных результатов этих исследований сделано в работе [1], в которой на основе моделирования оценивается вклад процессов ионообразования и потерь в формирование *F*-слоя в утреннее переходное время. В работе [2] обсуждаются вопросы уточнения модели IRI в переходные от ночи ко дню часы суток на основе данных зондирования ионосферы с борта исследовательского судна в Тихом океане на разных широтах в разные сезоны и при разной геомагнитной активности. Заметим, что количественные параметры поведения *F*2-слоя, полученные разными авторами, имеют заметный разброс, и большая часть данных о скорости увеличения электронной концентрации (*N'*) и зенитном угле Солнца ( $\chi$ ), при котором начинается заметный рост электронной концентрации, получена для максимума слоя. При анализе поведения *N*(*t*) на высотах ниже максимума слоя использовались действующие высоты, непосредственно считываемые с ионограмм.

Целью настоящей работы является исследование поведения *F2*-слоя во время восхода Солнца по данным вертикального зондирования ионосферы над Алматы в 2000–2010 гг. и изучение динамики *F2*-слоя по всей его толще на фиксированных истинных высотах путём пересчета ионограмм в высотные профили электронной концентрации.

Описание аппаратуры и метода измерений. Поведение F2-слоя во время восхода Солнца изучалось по данным вертикального зондирования ионосферы в пятиминутном режиме, выполненного в Институте ионосферы, Алматы (76°55′Е, 43°15′N), на цифровом ионозонде «Парус» в период 2000–2010 гг. Первичная обработка ионограмм состояла в считывании значений действующих высот h'(t) отражения радиосигнала на ряде фиксированных рабочих частот зондирования и значений критической частоты (foF2). Ионозонд обеспечивает точность считывания  $h'(t) \sim 2,5$  км и точность считывания  $foF2 \sim 0,05$  МГц. Дальнейшая обработка включала получение из ионограмм N(h)-профилей, используя программу пересчета POLAN [3]. Последовательность N(h)-профилей позволяла получать поведение ряда параметров слоя, в том числе электронную концентрацию на фиксированных высотах (N), электронную концентрацию в максимуме слоя ( $N_mF2$ ), высоты максимума ( $h_mF2$ ) и основания слоя ( $h_{bol}F2$ ).

\_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_

Образцы вариаций N(t) на серии высот с расстоянием между соседними высотами 10 км, полученные 1–2 апреля 2010 г., приведены на рис. 1. На рисунке нижняя кривая соответствует высоте 190 км, а верхняя (жирная) кривая соответствует вариациям в максимуме слоя. Чтобы устранить высокочастотные составляющие как ионосферного происхождения, так и вызванные шумом, возникающим в процессе обработки, осуществлялась низкочастотная фильтрация рядов с применением скользящего окна шириной T = 30 мин.



**Рис. 1.** Примеры поведения электронной концентрации ионосферы на серии фиксированных высот и высоте максимума *F2*-слоя (*h<sub>m</sub>*) в ночное время и утренние часы 1–2 апреля 2010 г.

Наклонные штриховые линии проведены через точки, соответствующие моментам начала заметного роста электронной концентрации  $(t_h)$  на разных высотах. Чтобы не допустить значи-

4 =



Рис. 2. Схема траектории солнечного ионизирующего излучения в земной атмосфере: *1* – начало процесса заметного роста электронной концентрации; *2* – луч, касающийся поверхности Земли

тельных ошибок определения этих моментов, к обработке принимались только записи с незначительными амплитудами флуктуаший электронной концентрации в интервал времени, предшествующий восходу Солнца. Представленные на рисунке вариации N(t)содержат черты, характерные для всех сеансов измерений. К ним относятся: а) запаздывания моментов начала заметного роста электронной концентрации при уменьшении высоты; б) различие скоростей увеличения электронной концентрации (N') на разных высотах, при этом максимальная скорость увеличения ( $N'_{max}$ ) наблюдается на высотах, лежащих ниже высоты максимума слоя. Для сеанса наблюдения, приведенного на рис. 1, эта высота равна 260 км. Рассмотрим порядок определения траектории солнечного ионизирующего излучения в атмосфере на восходе в момент начала заметного роста электронной концентрации в точке С, расположенной на высоте h (рис. 2).

Здесь точка *А* представляет положение ионозонда, угол *а* – высота Солнца над математическим горизонтом для этого момента.

Угол  $\alpha$  меняется от 90°, когда Солнце находится в зените, до – 90°, когда Солнце находится в надире. В данном случае  $\alpha$  имеет отрицательное значение, поскольку Солнце находится ниже линии математического горизонта. Зенитный угол Солнца  $\chi$ , связан его высотой  $\alpha$  выражением

$$\chi = 90^{\circ} - \alpha \,, \tag{1}$$

Значения высоты Солнца для географических координат Алматы, конкретной α времени суток получали, используя свободный на сайт даты И ΜЫ доступ http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/data-services/alt-az-world, котором на проводится расчет высоты и азимута Солнца в интерактивном режиме.

Основным параметром траектории ионизирующего излучения в атмосфере, позволяющим получать оценки ее поглощающей способности, является толщина экранирующего слоя (ED =  $h_0$ ), который практически полностью поглощает ионизирующее излучение. Как видно из геометрии прохождения солнечного излучения в точку *C* на высоте h = AC, где фиксируется момент начала процесса заметного роста электронной концентрации, (луч *I* на рис. 2),  $h_0$  представляет наименьшее расстояние траектории луча до Земли. Влиянием рефракции ионизирующего излучения Солнца на величину его зенитного угла можно пренебречь для высот  $h_0$ , удовлетворяющих соотношению  $\rho(h_0) \ll \rho(0)$ , где  $\rho(h)$  – плотность атмосферы на высоте h [4]. Учитывая, что значения  $h_0$ , полученные нами из измерений, превышают высоту 180 км, для которой это соотношение справедливо, расчеты выполнены без учета угловой рефракции.

Из прямоугольного треугольника ОЕС получаем выражение

$$R + h_0 = (R + h)\cos\alpha, \qquad (2)$$

из которого можно оценить  $h_0$  для конкретного значения h и табличного значения  $\alpha$ , соответствующего времени начала заметного роста электронной концентрации на данной высоте h, получаемого из экспериментальных записей. Здесь R = OA - радиус Земли.

## Результаты наблюдений

Записи, представленные на рис. 1, иллюстрируют различие скоростей увеличения электронной концентрации на разных высотах. Из рисунков видно, что максимальное значение N' соответствует высотам, расположенным ниже высоты максимума слоя. N' растет по мере уменьшения высоты, достигая на некоторой высоте максимального значения, и затем уменьшается, принимая небольшие значения вблизи основания слоя. Для количественных оценок высотного поведения N' на рис. 3 представлены построенные по данным за 2000-2010 гг. диаграммы рассеяния между высотой, которой соответствовала наибольшая скорость возрастания электронной концентрации  $(h(N'_m))$ , и высотой максимума слоя h<sub>m</sub>F2 (рис. 3, a), а также между скоростью возрастания электронной концентрации в максимуме слоя N'(h<sub>m</sub>) и наибольшей скоростью возрастания электронной концентрации  $(N'_m)$  (рис. 3, б). Значение высоты максимума слоя считывалось в момент начала роста электронной концентрации на высоте *h<sub>m</sub>*. Мы использовали результаты зондирования, проведенного в зимние и равноденственные месяцы, поскольку, согласно [1] и нашим наблюдениям, летом ионосферные эффекты на восходе не так отчетливо выражены, как в другие сезоны, а время начала заметного роста электронной концентрации часто не удается определить вовсе, так как возрастание электронной концентрации начинается задолго до восхода Солнца. Рассчитанные методом наименьших квадратов линии регрессии изображены сплошными линиями. Их выражения и значения коэффициентов корреляции ( $\rho$ ) представлены в верхней части рисунков. Из рисунков следует, что между  $h(N'_m)$  и  $h_m F2$  существует связь ( $\rho = 0.94$ ), и среднее расстояние между ними изменяется от ~ 30 км для  $h_m F2 = 240$  км до ~ 55 км для  $h_m F2 = 360$  км. Большой коэффициент корреляции получен и между N'(h<sub>m</sub>) и (N'<sub>m</sub>), при этом при увеличении скоростей возрастает их расхождение. Для  $N'_m > 20 \cdot 10^7 \text{ м}^{-3} \cdot \text{c}^{-1}$  скорость возрастания электронной концентрации в максимуме слоя примерно вдвое меньше, чем N'<sub>m</sub> на фиксированной высоте, расположенной ниже.

Высотные профили зенитного угла Солнца и высоты верхней границы экранирующего слоя были рассчитаны для месяцев весеннего равноденствия лет максимума (рис. 4) и минимума (рис. 5) солнечной активности. Из рисунков следует, что с увеличением высоты *h*, на которой находят момент начала заметного роста электронной концентрации, увеличивается как зенитный угол Солнца, соответствующий этому моменту, так и соответствующая высота верхней границы экранирующего слоя.

\_\_\_\_\_ 5 \_\_\_\_



**Рис. 3.** Диаграмма рассеяния между высотой наибольшей скорости возрастания электронной концентрации  $h(N'_m)$  и высотой максимума F2-слоя  $h_mF2$  (*a*); между скоростью возрастания электронной концентрации в максимуме слоя  $N'(h_m)$  и наибольшей скоростью возрастания электронной концентрации  $N'_m$  (*b*); сплошные линии – линии регрессии



**Рис. 4.** Диаграммы рассеяния между зенитным углом Солнца  $\chi$  и высотой h(a) и между высотой верхней границы экранирующего слоя  $h_0$  и высотой  $h(\delta)$  для месяцев весеннего равноденствия в максимуме солнечной активности

Формулы для линий регрессии (сплошные линии), приведенные в левом верхнем углу рисунков, показывают, что наклон среднего высотного профиля зенитного угла одинаков в годы максимума и минимума солнечной активности, и для всех высот средняя величина  $\chi$  в максимуме активности примерно на градус превышает соответствующую величину в минимуме активности. За счет этого превышения  $\chi$  в максимуме активности среднее значение  $h_0$  для каждой h меньше, чем в минимуме активности. Например, для h = 320 км разность экранирующих высот составляет 6 км. Полный диапазон изменения для  $\chi$  составляет ~ 90–100° и для  $h_0 \sim 180–260$  км.



Рис. 5. То же, что на рис. 4, в минимуме солнечной активности

Обсуждение и заключение. Рассмотрим полученные результаты на основе имеющихся в настоящее время данных о параметрах термосферы и F-слоя ионосферы, обратив внимание на возможную причину меньшей скорости возрастания электронной концентрации в максимуме слоя по сравнению со скоростями на нижележащих фиксированных высотах. Скорость изменения электронной концентрации в максимуме слоя можно представить, как в работе [1]:

$$dN_m/dt = (\partial N/\partial t)_{hm} + (\partial N/\partial h)(dh_m/dt).$$
(3)

Здесь  $dN_m/dt$  — скорость изменения максимальной электронной концентрации слоя, которая отличается от скорости изменения  $(\partial N/\partial t)_{hm}$  на фиксированной высоте максимума слоя, за счет изменения высоты максимума слоя  $(dh_m/dt)$ . Практически во всех сеансах наблюдения эффектов восхода Солнца во время роста  $N_m$  было отмечено уменьшение высоты максимума слоя, что давало отрицательный знак во втором члене выражения (3).

На рис. 6 представлена гистограмма распределения скорости уменьшения высоты максимума F2-слоя (dhm/dt) на восходе Солнца, построенная из графиков временной зависимости  $h_m(t)$ . Наиболее вероятные значения лежат в диапазоне 8–20 м/с. Такое поведение  $h_m$  служит объяснением того, что скорость возрастания  $N_m$  всегда меньше скорости возрастания N на фиксированных высотах, расположенных ниже  $h_m$ . Интенсивность потока ионизирующего излучения уменьшается по мере прохождения атмосферы. Для характеристики скорости ослабления потока используется безразмерная величина  $\tau$ , называемая оптической глубиной. Она характеризует ослабление вертикального потока радиации (зенитный угол  $\chi = 0$ ) при его прохождении через атмосферу. Оптическая глубина  $\tau$  связывает интенсивность потока ионизирующего излучения I(h) на высоте h с интенсивностью потока на границе атмосферы  $I(\infty)$ , как

## $I(h)/I(\infty) = \exp(-\tau).$

Таким образом,  $\tau$  определяет, какая часть потока ионизирующего излучения поглощается слоем, расположенным выше *h*. Оптическая глубина является функцией длины волны излучения. Атомарный кислород (O) является основной составляющей нейтральной атмосферы на высотах *F*-области, а его ионы O<sup>+</sup> представляют основную составляющую ионосферной плазмы на этих высотах [5]. Ионизация атомарного кислорода на высотах *F*-области осуществляется в основном ультрафиолетовым излучением с длинами волн ~ 10–100 нм. Для этой части спектра высоты, на которых  $\tau = 1$ , занимают интервал ~ 120–180 км [Meier, 1991], при этом ниже 80 км это излучение практически не проникает. Эти величины априори определяют нижнюю границу *h*<sub>0</sub> на восходе Солнца.



**Рис. 6.** Гистограмма распределения скорости уменьшения высоты максимума *F2*-слоя (*dhm/dt*) на восходе Солнца

Объяснить количественные оценки полученных в настоящей работе ионосферных эффектов на восходе Солнца не представляется возможным по ряду причин. К ним относятся множественность механизмов изменения электронной концентрации, включающих фотоионизацию, рекомбинацию, изменение приведенной высоты (*H*) и состава термосферы, диффузию и перенос ионосферной плазмы, вызванный термосферным ветром, [1]. Взаимодействие этих механизмов определяют полученные в настоящей работе ионосферные эффекты на восходе Солнца.

Основные результаты работы можно сформулировать так:

1. На основе данных вертикального зондирования ионосферы показано, что на восходе Солнца происходит быстрое возрастание электронной концентрации на высотах *F*-области ионосферы, при этом существует положительная корреляционная связь между высотой  $(h(N'_m))$ , которой соответствует наибольшая скорость возрастания, и высотой максимума слоя  $h_mF2$ , а также между скоростью возрастания электронной концентрации в максимуме слоя  $N'(h_m)$  и наибольшей скоростью возрастания электронной концентрации ( $N'_m$ ).

2. Показано, что с увеличением высоты h, на которой рассматривается начало процесса заметного роста электронной концентрации, увеличивается как зенитный угол Солнца, соответствующий моменту начала заметного роста электронной концентрации, так и соответствующая высота верхней границы экранирующего слоя. Установлено, что наклон среднего высотного профиля зенитного угла одинаков в годы максимума и минимума активности, а для всех высот средняя величина  $\chi$  в максимуме активности примерно на градус превышает соответствующую величину в минимуме активности.

Работа выполнена по республиканской бюджетной программе 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности». (Шифр 0.057) в рамках темы «Исследовать особенности структуры и динамики магнитосферы, ионосферы и вариаций космических лучей с целью диагностики околоземного космического пространства».

### ЛИТЕРАТУРА

1 Rishbeth H., Jenkins B., Moffett R.J. The F-layer at sunrise // Ann. Geophysicae. - 1995. - V. 13. - P. 367-374.

2 Gulyaeva T.L. Ionospheric electron density profiles at sunrise-sunset // Adv. Space Res. - 1985. - V. 5, N 7. - P. 13-20.

3 Titheridge J.E. Ionogram analysis with the generalised program POLAN // National Geophysical Data Center. Boulder. - CO USA, 1985.

4 Павлов А.В., Павлова Н.М. Влияние рефракции солнечного излучения на зенитный угол и времена восхода и захода солнца в атмосфере // Геомагнетизм и аэрономия. – 2010. – Т. 50, № 2. – С. 228-233.

5 Mikhailov A.V., Lilensten J. A revised method to extract thermospheric parameters from incoherent scatter observations // Ann. Geophysics. - 2004.- V. 47, N 2/3. - P. 985-1008.

6 Meier R. R. Ultraviolet spectroscopy and remote sensing of the upper atmosphere // Space Sci. Rev. - 1991. - V. 58. - P. 1-185.

## А. Ф. Яковец, В. В. Водянников, К. Ж. Нұрмұханбетова, Г. И. Гордиенко, Ю. Г. Литвинов

## КҮННІҢ ШЫҒУ КЕЗІНДЕГІ ИОНОСФЕРАНЫҢ Ғ-АЛАБЫ

Алматыда ионосфераны тік зондтау (76°55'Е, 43°15'N) деректері бойынша Күннің шығуы кезіндегі F2-қабаттың әрекеті зерттелген. Электрондық концентрацияның өсу жылдамдығы биіктік функциясы болып табылатындығы, бұл жағдайда F2-қабаттың максимумында өсу жылдамдығы ~ 30–55 км қашықтықтардағы қабат максимумынан төменде орналасқан белгіленген биіктіктердегі жылдамдықтар мәнінен біршама аз екендігі көрсетілген. Күннің зениттік бұрышы ( $\chi$ ) және экрандалатын қабаттың қалыңдығы ( $h_o$ ) электрондық концентрацияның h биіктікте едәуір өсу процесінің бастапқы сәтінде h мәнімен сызықтық сипатта байланысады, бұл жағдайда мәндердің өзгеру диапазондары ~ 90° <  $\chi$  < 100° және 180 км <  $h_o$  < 260 км құрайды.

A. F. Yakovets, V. V. Vodyannikov, K. Zh. Nurmukhanbetova, G. I. Gordienko, Yu. G. Litvinenko

## F-REGION OF THE IONOSPHERE AT SUNRISE

The behavior of the F-layer at sunrise above Almaty is defined on the basis of data of vertical sounding. The rate of the electron density increase (REDI) is found to be a function of the altitude, and REDI in the peak of the F-layer is significantly less than REDI at fixed altitudes below. Solar zenith angle ( $\chi$ ) and the thickness of the shielding layer ( $h_0$ ) in the beginning of the electron increase are linearly related with h and ranges of their values are ~ 90° <  $\chi$  < 100° and 180 km <  $h_0$  < 260 km.

УДК 523.985

A. YAKOVETS<sup>1</sup>, C. MONSTEIN<sup>2</sup>, B. ZHUMABAEV<sup>1</sup>, V. VODYANNIKOV<sup>1</sup>, O. GONTAREV<sup>1</sup>, Yu. LEVIN<sup>1</sup>

## SOLAR RADIO BURST ON DECEMBER 06, 2006 AND GPS FUNCTIONING

<sup>1</sup>Institute of Ionosphere, National Center of Space Research and Technologies, Almaty, <sup>2</sup>ETH, Institute of Astronomy, Wolfgang-Pauli-Strasse 27, CH-8093 Zurich, Switzerland

The impact of the exceptionally large solar radio burst associated with the solar flare on December 6, 2006 on GPS performance is considered. It is found a significant difference in functioning GPS receivers located at sites Arequipa (Peru) and Montreal (Canada) with the same longitudes but different latitudes because the depth of signal-to-noise ratio fading during solar radio bursts depends on the solar zenith angle.

**Introduction.** GPS signals are vulnerable to a variety of space weather effects. Klobuchar et al. [1] were the first to predict that solar radio bursts could affect GPS performance if the solar flux is sufficiently large in the GPS frequency band. This should be occurred because the solar radio burst acts as the additional background noise which decreases signal-to-noise ratio on the input of GPS receivers. Naturally, a reduction in the signal-to-noise ratio of the GPS signals has to be observed on the sunlit side of Earth during solar radio bursts. The impact of the solar radio burst on the GPS functioning was not revealed until the great solar events associated with the December 6, 2006 solar flare [2, 3].

Using data of a number of GPS receivers located in Brasilia, Carrano et al. [2] showed that the December 6 solar radio burst resulted in deep fading of the GPS signals. For this reason GPS receivers experienced difficulty tracking and large ranging errors appeared as a result. GPS positioning errors enhanced up to 20 and 60 meters in the horizontal and vertical directions, respectively. The total duration of GPS position outage periods, when position solution was not possible, exceeded 5 minutes during this event. Afraimovich et al. [3] considered the relative density of cycle slips on the basis of the network comprised 262 of GPS receivers located mainly in North America. They found that the relative density of cycle slips depends on elevation of the Sun for the curtain site for the time of radio burst. In this short paper we consider the December 6, 2006 solar radio bursts effects on different observable parameters of GPS system for two sites located on different latitudes.

Effect of solar radio burst. GPS operates in L radio band at two frequencies named L1 (1575.42 MHz) and L2 (1227.6 MHz). According to data from the Owens Valley Solar Array (OVSA) [4], the solar radio noise level in the L-band exceeded  $10^6$  solar flare units (sfu) (background noise is ~ 102 sfu) on 6 December 2006. In order to obtain GPS observable parameters we used open source of data processing algorithms and tools called the GPS Toolkit (GPSTk) [5]. The GPSTk project is initiated and supported by the Applied Research Laboratories of the University of Texas (ARL:UT) to provide a library of computing programs for the research community. The library of computing programs can be employed to process data in standard RINEX files. In order to demonstrate the effect of solar radio burst on sites located on different latitudes we chouse following GPS observable parameters (fig. 1, 3) obtained with double frequency receivers located at Arequipa (Peru) and Montreal (Canada). Fig. 1, 3 demonstrate behavior of observable parameters for satellites PRN = 13 (Arequipa) and PRN=20 (Montreal) but other satellites visible in both sites reveal the same features.

The fig. 1, 3 (a) presents temporal dependence of the satellite elevation. Signal strength (S1 and S2 for frequencies L1 and L2) are placed on the fig. 1, 2 (b). Signal strength or a carrier-to-noise (C/No) ratio is the ratio of the received carrier power and the noise power in a given bandwidth, expressed in dB. If the bandwidth is not defined than S1, S2 are expressed in dBHz. The upper curve corresponds to L1 frequency and the bottom one to L2 frequency. The difference between them is caused by the fact that the power of GPS signal at L1 frequency is twice the power at L2. Placed at fig.1, 3 (c) Cycle Slips (LL1 and LL2 for frequencies L1 and L2, respectively) is a discontinuity in the carrier phase measurement occurred when the process of tracking the carrier phase fails because a loss of lock of the signal. This event takes place when signal strength became low because of increasing noise. Presence of cycle slips is denoted by a jump from the position 4 to the position 5 for the L1 frequency, and from the position 0 to the position 3 for the L2 frequency.



Fig. 1. The behavior of different observable parameters of GPS system for Arequipa (Peru)

When there occurs a big jump in the GPS raw data because of cycle slips it is useful to deploy the differential operation to estimate the value of the effect. So, we used a difference of the measured pseudoranges at L1 and L2 frequencies (P2-P1, (fig. 1, 3 d)). The difference of pseudoranges is defined by the total electron content (TEC) between GPS receiver and satellite. TEC is the column density of electrons measured in TECU units (1 TECU = 1016 electrons m<sup>-2</sup>), 1 TECU of electrons increases 0.163 meters to a pseudorange on L1 frequency and 0.267 meters on L2 frequency. It means that the 10 cm difference of pseudoranges on L2-L1 corresponds to 1 TECU of electron content.

The radio burst began at 18:40 UT and lasted about 1 h 20 m. It is significant to notice that GPS transmissions are right circularly polarized (RCP), therefore only the RCP component of the solar emission can affect GPS receivers. The December 6 burst in L-band was highly RCP [5]. During the burst the radio flux fluctuated and its peak level was observed at 19:30-19:40 UT. Figure 1b shows the L1 and L2 signal fades which began at the same time as the radio burst began (18:40 UT). Later at 19:30 UT when the peak level of the radio flux was achieved deep reduction in C/No ratio led to intermittent loss of lock on the PRN = 13 satellite and as a result to an data outage (blank space at 19:30-19:40 UT). The same data outage can be observed in LL1, LL2 (fig. 1c) and P2-P1 (fig. 1d). Cycle slips began simultaneously for frequencies L1 and L2 at 19:20 and they were accompanied by scattering P2-P1 and its maximum value exceeds twice of background magnitudes.

Upper we demonstrated that the reduction C/No ratio of GPS signals leads to intermittent loss of lock on satellite PRN = 27. This effect was noticed and for other satellites that leads to a reduction in the number of satellites available to compute the receiver position. When fewer than four satellites are available at any given time, a GPS position outage occurs. This effect was observed during the event considered.

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан



Fig. 2. The behavior of measured geocentric coordinates of Arequipa (Peru)

Fig. 2 shows the calculated current coordinates of the receiver. Results are presented in the geocentric Cartesian coordinate system. Here, the Z axis is directed along the axis of the Earth's rotation to the North Pole, the X axis lies in the equatorial plane and is directed to the point of intersection of the equator and Greenwich meridian and the Y axis is directed to the East of the X axis. Arrows show the beginning of a position outage at 19:30 UT. This time coincides with time of parameters presented at fig. 1 b, c, d. After period of the outage, large coordinate scattering occurred.

Fig. 3 demonstrates behavior of observable parameters for the satellite PRN = 20 and fig. 4 shows the calculated current coordinates of the receiver (Montreal). The temporal structure of C/No ratio fades



Fig. 3. The behavior of different observable parameters of GPS system for Montreal (Canada)

measured at Montreal is similar with the structure measured at Arequipa excluding some differences. The L1 and L2 signal fades began at 18:50 UT (at Arequipa it was at 18:40 UT). Later at 19:30 UT the reduction in C/No ratio achieved the peak level such as at Arequipa but in contrast to Arequipa a depth of the reduction was not enough to cause cycle slips, data scattering and data outage (fig. 3b, 3c, 3d and 4). Note that for calculation of differences of pseudoranges at L1 and L2 frequencies we used at L1 frequency the code C/A because the code P1 was not available (fig. 3 d)).



Fig. 4. The behavior of measured geocentric coordinates of Montreal (Canada)

It is seen from figures 1–4 that there is a significant difference in functioning GPS receivers located at sites with the same longitudes but different latitudes during solar radio bursts. Carrano et al. [2] noticed that a depth of C/No fades had to depend of an elevation of the Sun. A magnitude of the solar radio flux is modulated by the gain of a GPS antenna used. The gain of the antenna for a low elevation of the Sun may be on 9 DB lower compared with the Sun located at zenith. Therefore, the depth of C/No fading during solar radio bursts has to depend on solar zenith angle. For the solar radio burst considered solar zenith angles were 83 and 22° for Arequipa and Montreal respectively. Therefore, a significant difference in functioning GPS receivers located at these sites can be explained on the basis of this reason.

**Conclusion.** The GPSTk library of computing programs was applied to study the behavior of different observable parameters of GPS signals received at Arequipa (Peru) and Montreal (Canada) during the exceptionally large solar radio burst associated with the solar flare on December 6, 2006. During this event, strong signal fading were observed at both receivers located on the same longitudes and separated by thousands of miles along a meridian. The depth of the GPS signal fades were modulated by the local solar incidence angle due to the zenith angle dependence of an antenna gain. A deep reduction in C/No ratio for Arequipa led to cycle slips and intermittent loss of lock on satellites and as a result to an data outage in observable parameters and the computed receiver position. At the same time, the lesser reduction in C/No ratio did not lead to intermittent loss of lock on satellites above Montreal.

Работа выполнена по республиканской бюджетной программе 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности». (Шифр 0.057) в рамках темы «Исследовать особенности структуры и динамики магнитосферы, ионосферы и вариаций космических лучей с целью диагностики околоземного космического пространства».

## REFERENCES

1 Klobuchar J.A., Kunches J.M., Van Dierendonck A.J. Eye on the ionosphere: potential solar radio burst effects on GPS signal to noise // GPS Sol. 1999. 3(2):69-71.

2 Carrano C.S., Groves K.M., Bridgwood C.T. Effects of the December 2006 solar radio bursts on the GPS receivers of the AFRL-SCINDA network // Proceedings of the International Beacon Satellite Symposium / Edited by P. H. Doherty. Boston College, June 11–15, 2007.

3 Afraimovich E.L., Demyanov V.V., Ishin A.B., Smolkov G.Ya. Powerful solar radio bursts as a global and free tool for testing satellite broadband radio systems, including GPS–GLONASS–GALILEO // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2008. 70: 1985-1994.

4 Kintner P.M., Jr., B. O'Hanlon, D.E. Gary, P.M.S. Kintner. Global Positioning System and solar radio burst forensics // Radio Sci. 2009. 44, RS0A08, doi:10.1029/2008RS004039.

5 Dagoberto Salazar, Manuel Hernandez-Pajares, Jose M. Juan, Jaume Sanz. GNSS data management and processing with the GPSTk // GPS Solutions Volume 14, Number 3, 293-299, DOI: 10.1007/s10291-009-0149-9.

### А. Ф. Яковец, С. Монстейн, Б. Жұмабаев, В. В. Водянников, О. Гонтарев, Ю. Левин

## 2006 Ж. 6 ЖЕЛТОҚСАНДАҒЫ КҮННІҢ ЖАРҚЫЛ ШЫҒАРУЫНА БАЙЛАНЫСТЫ ПАЙДА БОЛҒАН РАДИОШАШЫРАТҚЫ ЖӘНЕ GPS ЖҮЙЕСІНІҢ ҚЫЗМЕТІ

2006 ж. 6 желтоқсандағы күннің жарқыл шығаруына байланысты пайда болған ерекше үлкен күннің радиошашыртқысының GPS жүйесінің қызмет етуіне әсері қарастырылған. Жуықтықпен бірдей бойлыққа, бірақ біраз айырмашылығы бар ендіктерге ие Arequipa (Перу) мен Montreal (Канада) орналасқан GPS қабылдағыштардың қызмет етуінің ақаулықтарында айтарлықтай айырмашылықтар анықталған. Бұл бекеттер үшін байқалған айырмашылықтар радиошашыртқы кезіндегі Күннің зениттік бұрышынан тәуелді дабыл/шу қатынасы федингісінің тереңдігіндегі айырмашылық салдарынан туындайды.

## А. Ф. Яковец, С. Монстейн, Б. Жумабаев, В. В. Водянников, О. Гонтарев, Ю. Левин

## СОЛНЕЧНЫЙ РАДИО-ВЗРЫВ 06 ДЕКАБРЯ 2006 ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ GPS

Рассмотрено воздействие исключительно большого солнечного радиовсплеска, связанного с солнечной вспышкой 6 декабря 2006 г., на функционирование GPS системы. Установлены существенные различия в сбоях функционирования GPS приемников, расположенных в Arequipa (Перу) и Montreal (Канада), которые имеют примерно одинаковые долготы, но значительно отличающиеся широты. Различия обусловлены различием глубины фединга отношения сигнал/шум, зависящего от зенитного угла Солнца для этих пунктов во время радиовсплеска.

## А. Ф. ЯКОВЕЦ<sup>1</sup>, Г. С. МИНАСЯНЦ<sup>2</sup>, В. В. ВОДЯННИКОВ<sup>1</sup>, К. Ж. НУРМУХАНБЕТОВА<sup>1</sup>, Н. АБДРАХМАНОВ<sup>3</sup>

## СТАТИСТИКА ПАРАМЕТРОВ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА, ОТВЕТСТВЕННЫХ ЗА БОЛЬШИЕ МАГНИТНЫЕ БУРИ

<sup>1</sup>ДТОО «Институт ионосферы», г. Алматы <sup>2</sup>ДТОО «Институт астрофизики им. В. Г. Фесенкова», г. Алматы <sup>3</sup>Кызылординский государственный университет им. Коркыт ата

Проведено сравнение параметров солнечного ветра и межпланетного магнитного поля для различных типов возмущений, сгенерировавших большие геомагнитные бури в 23 цикле солнечной активности. Анализ показал, что распределения различных параметров солнечного ветра, межпланетного магнитного поля и  $D_{st}$  – индекса для Egecta и CIR близки соответствующим распределениям параметров, соответствующих магнитным облакам, сгенерировавшим большие бури.

**Введение.** К настоящему времени установлено, что основным источником генерации геомагнитных бурь являются выбросы корональной массы (CMEs) и область сжатия на границе взаимодействия быстрого, вытекающего из корональных дыр потока и медленного потока солнечного ветра (CIR – corotating interaction region). CMEs часто проявляются в параметрах солнечного ветра вблизи Земли. Такие проявления CMEs принято называть ICMEs или Ejecta. В отдельных CMEs плазма оказывается заключенной внутри петлевой спиралевидной структуры солнечного магнитного поля. Такое образование называется магнитным облаком (MC – magnetic cloud).

В работе [1] исследована «геоэффективность» магнитных облаков, под которой понимается способность генерировать большие геомагнитные бури с  $D_{st} < -100$  nT. Была изучена статистика параметров солнечного ветра и ММП во время прохождения магнитных облаков, вызвавших большие геомагнитные бури в 23 цикле солнечной активности. Следует заметить, что только часть больших геомагнитных бурь (53%) была сгенерирована магнитными облаками. Оставшиеся 47% были сгенерированы Еjecta и CIR, при этом только 9% бурь были сгенерированы CIR. Даты наблюдений возмущений параметров солнечного ветра во время этих событий были взяты в работе [2]. Известно, что CIR в основном генерирует слабые и умеренные бури, при этом они часто являются рекуррентными, когда корональная дыра существует в течение нескольких оборотов Солнца [3].

Существование разных типов возмущений, способных генерировать большие геомагнитные бури, делает актуальной задачу сравнения параметров солнечного ветра для этих типов.

Статистический анализ параметров солнечного ветра и межпланетного магнитного поля за периоды магнитных бурь. Поскольку первичным физическим механизмом передачи энергии солнечного ветра является пересоединение межпланетного магнитного поля (ММП) и геомагнитного поля, априори можно ожидать, что независимо от типа возмущений в течение продолжительного времени должна существовать направленная на юг вертикальная составляющая ММП. На рис. 1 представлено поведение параметров солнечного ветра, ММП и отклик геомагнитного поля Земли на прохождение двух последовательных Ejecta 31 марта 2001 г. На рисунке изображено поведение: напряженности магнитного поля B (a),  $B_z$  – компоненты ММП в GSM системе координат (б), динамического давления  $F_p$  (в), напряженности электрического поля солнечного ветра  $E_y(\Gamma)$  и  $D_{st}$  – индекса геомагнитного поля (д).

На рис. 1 представлен ход параметров солнечного ветра, вызвавший очень большую геомагнитную бурю с исключительно большим отрицательным значением  $D_{st} = -387$  nT, достигнутым в 09:00 UT 31 марта 2001 г. При прохождении ударной волны в 01:14 UT (указано стрелкой на ходе динамического давления  $F_p$ ) резко возросла величина напряженности магнитного поля B до ~ 50 nT. Основной причиной генерации бури явилось возникновение южной компоненты магнитного поля солнечного ветра с  $B_z < -10$  nT в течение  $\approx 5,0$  часов (с минимальной величиной – 47 nT) с одновременным превышением электрическим полем порога  $E_{sw} = 5$  mV в течение  $\approx 5,0$  часов. Заштрихо-



Рис. 1. Параметры солнечного ветра, ММП и отклик геомагнитного поля Земли (напряженность магнитного поля B (a),  $B_z$  – компонента ММП в GSM системе координат (б), динамическое давление  $F_p$  (в), напряженность электрического поля солнечного ветра  $E_v$  (г) и  $D_{st}$  – индекс геомагнитного поля (д)) на прохождение двух последовательных Ејесta 31 марта 2001 г.

ванные области на панелях (б) и (г) соответствуют промежутку времени, когда выполняются условия развития большой магнитной бури (присутствие в солнечном ветре электрического поля  $E_{sw} > 5 \text{ mV}$  по меньшей мере в течение 3 часов одновременно с  $B_z < -10 \text{ nT}$ ) [4]. Поведение рассмотренных параметров очень близко к поведению этих параметров во время генерации большой бури магнитным облаком (рис. 2 работы [1]).

На рис. 1 представлен пример генерации бури двумя последовательными Ејесtа. После достижения минимального значения  $D_{st} = -387$  nT в 09:00 UT началась фаза восстановления. Однако задолго до того как  $D_{st}$  восстановилось к невозмущенному уровню, в 14:20 UT  $B_z$  компонента снова перешла в отрицательную область. Направленное на юг  $B_z < -10$  nT (с минимальной величиной  $B_z = 32 - nT$ ) в течение  $\approx 7,0$  часов с одновременным  $E_{sw} > 5$  mV (с максимальной величиной  $E_{sw} = 22$  mV) в течение  $\approx 6.0$  часов привели к генерации второй большой магнитной бури с минимальным  $D_{st} = -270$  nT, имевшим место в 22:00 UT. Фактически поведение  $D_{st}$  демонстрирует интерференцию двух бурь.

Рассматривая поведение параметров солнечного ветра ММП на рис. 1, можно заметить признаки, характеризующие геоэффективность Egecta, которые подобны признакам, характерным для возмущений параметров солнечного ветра при прохождении МС. К ним относятся: большие величины напряженности магнитного поля В, превышение южной компонентой магнитного поля

пороговых значений ( $B_z < -5$  nT в течение более двух часов для умеренной бури,  $B_z < -10$  nT в течение более трех часов для большой бури), присутствие в солнечном ветре электрического поля  $E_{sw} > 5$  mV по меньшей мере в течение 3 часов одновременно с  $B_z < -10$  nT. Кроме того, наблюдается увеличение динамического давления на переднем крае Egecta.

На рис. 2 представлено поведение тех же параметров солнечного ветра, что и на рис. 1, но во время магнитной бури 8 мая 2005 г., вызванной согласно [2], прохождением CIR, сформированным фронтом высокоскоростного потока плазмы, вытекающего из корональной дыры. Поведение  $D_{st}$  также как и на рис. 1, демонстрирует интерференцию двух бурь. Первая умеренная буря с минимумом  $D_{st} = 80$  nT, достигнутым в 03:20 UT 08 мая, была обусловлена возникновением южной компоненты магнитного поля солнечного ветра с  $B_z < -5$  nT в течение  $\approx 8,0$  часов (с минимальной величиной – 11 nT) с одновременным превышением электрическим полем порога  $E_{sw} = 5$  mV в течение  $\approx 1,5$  часов. Заштрихованные области на панелях (б) и (г) соответствуют промежутку времени, когда выполняются условия развития магнитной бури.



**Рис. 2.** Параметры солнечного ветра, ММП и отклик геомагнитного поля Земли на прохождение CIR 8 мая 2005 г. Обозначения такие же, как на рис. 1

Вторая большая буря с минимумом  $D_{st} = 127$  nT, достигнутым в 17:00 UT 08 мая, была обусловлена возникновением южной компоненты магнитного поля солнечного ветра с  $B_z < -5$  nT в течение  $\approx 4,0$  часов (с минимальной величиной – 11 nT) с одновременным превышением электрическим полем порога  $E_{sw} = 5$  mV в течение  $\approx 3.0$  часов. Кроме этого, наблюдались скачки напряженности магнитного поля В и динамического давления Fp. Поведение рассмотренных параметров

очень близко к поведению этих параметров во время генерации бури Ejecta и магнитным облаком. Это обстоятельство дало основание при построении статистических зависимостей объединить случаи Ejecta и CIR.

Для определения диапазонов значений параметров солнечного ветра, ответственных за большие бури при прохождении MC и Ejecta + CIR, построены их распределения. Для удобства сопоставления этих распределений с соответствующими распределениями параметров солнечного ветра магнитных облаков, они строятся на одном рисунке. Часть распределений приведена на следующих рисунках. На рис. 3 приведены распределения минимальных значений В<sub>z</sub> компоненты ММП.



Рис. 3. Распределение минимальных значений В<sub>z</sub> компоненты ММП (слева для MC, справа для Ejecta + CIR)

Известно, что среднее значение  $B_z$  компоненты ММП в невозмущенном солнечном ветре близко к нулю. Появление южной компоненты ММП создает условия для пересоединения ММП и земного магнитного поля и передачи энергии, массы и момента от потока солнечного ветра в магнитосферу. Как было показано в работе [4], продолжительное существование южной компоненты ММП позволяет магнитосфере запастись энергией, достаточной для генерации магнитной бури. Умеренная буря развивается, когда  $B_z < -5$  nT в течение более двух часов, а большая магнитная буря развивается, когда  $B_z < -10$  nT в течение более трех часов.

Как следует из рис. 3, наши результаты подтверждают результаты работы [4], касающиеся пороговых значений  $B_z$  компоненты ММП, превышение которых приводит к развитию больших геомагнитных бурь. При этом следует отметить, что формы распределений для случаев МС и Ejecta+CIR весьма близки.

На рис. 4 приведено распределение максимальных значений электрического поля.



Рис. 4. Распределение максимальных значений электрического поля (слева для MC, справа для Ejecta + CIR)

Прежде всего, отметим хорошее подобие распределений, из которых следует, что максимумы распределений лежат в диапазоне 5–10 mV/m и в большинстве случаев выполняется условие  $E_vmax > 10 mV/m$  для развития большой магнитной бури.



На рис. 5 приведены распределения минимальных значений D<sub>st</sub>.

Рис. 5. Распределение минимальных значений D<sub>st</sub> (слева для MC, справа для Ejecta + CIR)

Из рисунка следует, что в случае MC для 78% бурь минимальное значение  $D_{st}$  лежало в диапазоне 100–180 nT, и для 88% бурь минимальное значение  $D_{st}$  лежало в диапазоне 100–220 nT. Для случаев Еjecta + CIR эти соотношения составляют 75 и 85%. Отсюда следует, что близки как формы распределений, так и их количественные характеристики.

На следующих рисунках изображены диаграммы рассеяния между параметрами солнечного ветра, ММП, интенсивностью геомагнитной бури (максимальным значением напряженности магнитного поля  $B_{max}$ , минимальным значением  $B_z$  – компоненты, максимальным значением напряженности электрического поля солнечного ветра  $E_y$ , продолжительность  $B_z < -10$  nT, и минимальным значением  $D_{st}$  – индекса геомагнитного поля) для случаев генерации больших магнитных бурь магнитными облаками (левые рисунки) и Ejecta + CIR (правые рисунки). Рассчитанные методом наименьших квадратов линии регрессии изображены сплошными линиями. Их выражения и значения коэффициентов корреляции ( $\rho$ ) представлены в верхней части рисунков. Из рисунков следует, что между  $B_{max}$  и  $B_zmin$ ,  $B_zmin$  и  $E_ymax$ ,  $E_ymax$  и  $D_{st}$  существуют значительные корреляционные связи, как для случаев магнитных облаков ( $\rho = 0.8$ , 0.9 и 0.77 соответственно), так и для Ejecta + CIR ( $\rho = 0.84$ , 0.91 и 0.73 соответственно).

Полученные выражения для линий регрессии позволяют проводить вероятностные оценки значений параметров по величине парного параметра, используемого при построении диаграммы рассеяния. Учитывая то, что минимальное значение  $D_{st}$  – индекс достигает через 5–10 часов после достижения  $B_z$  и  $E_y$  экстремальных значений, регрессионные формулы можно использовать для прогноза максимальной интенсивности геомагнитной бури с указанной выше заблаговременностью также, как и в случае магнитных облаков.

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан



**Рис. 6.** Диаграмма рассеяния между  $B_{max}$  и  $B_z$ min (слева для MC, справа для Ejecta + CIR)



**Рис. 7.** Диаграмма рассеяния между  $B_z$ min и  $E_y$ max (слева для MC, справа для Ejecta + CIR)



**Рис. 8.** Диаграмма рассеяния между  $E_v$ тах и  $D_{st}$  – индексом (слева для MC, справа для Ejecta + CIR)

**Выводы.** Показано, что поведение параметров солнечного ветра и ММП, характеризующее геоэффективность Egecta и CIR, подобно поведению, характерному для возмущений параметров солнечного ветра при прохождении МС. К нему относятся: возникновение больших величин напряженности межпланетного магнитного поля (В), превышение южной компонентой магнитного поля пороговых значений ( $B_z < -5$  nT в течение более двух часов для умеренной бури,  $B_z < -10$  nT в течение более трех часов для большой бури), присутствие в солнечном ветре электрического поля  $E_{sw} > 5$  mV по меньшей мере в течение 3 часов одновременно с  $B_z < -10$  nT. Кроме того, наблюдается увеличение динамического давления на переднем крае Egecta.

Распределения различных параметров солнечного ветра, межпланетного магнитного поля и D<sub>st</sub> – индекса для Egecta и CIR близки соответствующим распределениям параметров, соответствующих магнитным облакам, сгенерировавшим большие бури.

Коэффициенты корреляции и выражения для линий регрессии между различными парами параметров солнечного ветра, межпланетного магнитного поля и D<sub>st</sub> – индекса, для Egecta и CIR близки соответствующим коэффициентам корреляции и выражениям для линий регрессии для магнитных облаков.

Работа выполнена по республиканской бюджетной программе 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности». (Шифр О.057) в рамках темы «Исследовать особенности структуры и динамики магнитосферы, ионосферы и вариаций космических лучей с целью диагностики околоземного космического пространства».

#### ЛИТЕРАТУРА

1 Яковец А.Ф., Водянников В.В., Нурмуханбетова К.Ж Исследование геоэффективности магнитных облаков // Изв. НАН РК. Сер. физ-мат. – 2011. № 4. – С. 114-120.

2 Zhang J., Richardson I.J., Webb D.F., Gopalswamy N., Huttunen E., Kasper J.C., Nitta N.V., Poomvises W., Thompson B.J., Wu C.C., Yashiro S., Zhukov A.N. Solar and interplanetary sources of major geomagnetic storms (Dst  $\leq$  -100 nT) during 1996-2005. 2 // J. Geophys. Res. - 2007. - V. 112, A 10102, doi: 10.1029/2007JA012321.

3 Gonzalez W.T., Tsurutani B.T., Clua de Gonzales A.L. Interplanetary origin of geomagnetic storms // Space Sci. Rev. - 1999. - 88, 529.

4 Gonzalez W.D., Joselyn J.A., Kamide Y., Kroehl H.W., Rostoker G., Tsurutani B.T., Vasyliunas V.M. What is a geomagnetic storm // J. Geophys. Res. – 1994. – 99, 5771–5792.

## А. Ф. Яковец, Г. С. Минасянц, В. В. Водянников, К. Ж. Нұрмұханбетова, Н. Абдрахманов

## ҮЛКЕН ГЕОМАГНИТТІК ДАУЫЛДАРҒА ЖАУАПТЫ КҮН ЖЕЛІ ПАРАМЕТРЛЕРІНІҢ САНАҒЫ

Күн белсенділігінің 23 циклінде үлкен геомагниттік дауылдар салдарынан туындаған әртүрлі типтегі ұйытқулар үшін Күн желі және планетааралық магниттік өріс параметрлерінің салыстырулары жүргізілген. Жүргізілген талдау мынаны көрсетті: күн желінің, планетааралық магниттік өрістің және Egecta мен CIR үшін D<sub>st</sub>-көрсеткішінің әртүрлі параметрлерінің таралуы үлкен дауылдарды туғызатын магниттік бұлттарға сәйкес параметрлердің тиісті таралуларына жуықтайды.

A. F. Yakovets, G. S. Minasaynts, V. V. Vodyannikov, K. Zh. Nurmukhanbetova, N. Abdrakhmanov

## STATISTICS OF PARAMETERS OF THE SOLAR WIND RESPONSIBLE FOR GREATER MAGNETIC STORMS

A comparison of solar wind parameters and interplanetary magnetic field for different types of disturbances generated great geomagnetic storms in the 23 solar activity cycle is conducted. The analysis showed that distributions of various parameters of the solar wind, interplanetary magnetic field and Dst-index for Egecta and CIR is close to the corresponding distributions of parameters corresponding to the magnetic clouds generating large storms.

## Г. И. ГОРДИЕНКО, Ю. Г. ЛИТВИНОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДОЛГОВРЕМЕННЫХ ТРЕНДОВ В ПОВЕДЕНИИ ИОНОСФЕРНЫХ ПАРАМЕТРОВ

ДТОО «Институт ионосферы», г. Алматы

Исследованы долговременные вариации критических частот слоя F2 (foF2), полученные методом наземного вертикального зондирования ионосферы на станции «Алма-Ата» за период с 1957 г по 2010 г. Показано наличие отрицательного тренда, который может быть отнесён за счёт долговременных вариаций солнечной и геомагнитной активности. Для среднемесячных значений foF2 тренд составляет порядка – 0,008 МГц/год.

В последнее время широко исследуется проблема долговременных трендов в поведении ионосферных параметров [1-7, ссылки в них]. Этот интерес был стимулирован результатами модельных расчетов [8-10], где были предсказаны изменения в нейтральной атмосфере за счет увеличения концентрации парниковых газов и обусловлен поисками возможных эффектов антропогенного воздействия на ионосферу, где тренды могут служить индикаторами такого воздействия. Что касается области максимума слоя F2, то авторами [1-7] показано, что тренды в вариациях критической частоты foF2 демонстрируют: (1) выраженную зависимость от геомагнитной широты, (2) суточные вариации трендов в то время, как сезонные вариации малы и незначительны по отношению к суточным, (3) периоды с отрицательными/положительными трендами, которые соответствуют периодам долговременных увеличений/спадов геомагнитной активности.

В данной работе исследованы долговременные тренды в вариациях околополуденных (10-14LT) значений критических частот слоя F2 ионосферы (foF2), полученных за период наблюдения ионосферы на ст. «Алма-Ата» с 1957 г. по 2010 г, с целью оценки степени возможных изменений и необходимости из учета в практических целях. Для учета контроля поведения состояния ионосферы солнечной и геомагнитной активностью привлечены данные по индексам F10.7 и Ар соответственно, вариации которых показаны на рис. 1, а, б. Демонстрируется строгая циклическая (11-летняя) зависимость F10.7 и Ар, которая отражается в процессах, ответственных за формирование F2-слоя, рис. 1, в. Так, на рис. 2, а приведен пример зависимости медианных околополуденных значений критической частоты F2-слоя от солнечной активности, сплошные линии показывают ход линейной (1) и полиномиальной (2) регрессионной зависимости foF2<sub>per</sub> от F10.7, полученых методом наименьших квадратов:

$$Y = 0.04207367785 * X + 3.435811089,$$
(1)

Y = -0.2469595779 + 0.1057842965 \* X - 0.0002707181227 \* pow(X,2) + 2.139335342E-007 \* pow(X,3) (2)

Лучшую аппроксимацию наблюдаемых значений foF2 относительно F10.7 обеспечивает степенная зависимость (2), что выражается в меньших значениях дисперсии. Далее регрессионное соотношение (2) используется с тем, чтобы из вариаций foF2(t) удалить часть, связанную с солнечной активностью,  $\Delta$ foF2 = foF2<sub>набл.</sub> – foF2<sub>рег</sub>. Вариации среднемесячных абсолютных значений  $\Delta$ foF2 за 54-летний период наблюдения ионосферы на ст. «Алма-Ата» 1957–2010 гг.) представлены на рис. 2, б. Для выявления долговременных вариаций в поведении ионосферы, ряд данных по  $\Delta$ foF2 был сглажен методом скользящего среднего с интервалом усреднения L = 132 («окно», содержащее среднемесячные околополуденные значения  $\Delta$ foF2 за 11 лет). Полученные вариации  $\Delta$ foF2<sub>132</sub> демонстрируются на рис. 2, в и показывают, что за период 1957–2010 гг. (примерно 5 циклов солнечной активности) обнаруживается выраженный отрицательный тренд в вариациях foF2. Диапазон изменений foF2 составляет примерно 0.35 МГц за 42 года с изменением порядка 0.008МГц/год.

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан



Рис. 1. Долговременные вариации в рядах данных по солнечной (а), геомагнитной (б) и ионосферной активности (в)



Рис. 2. Наблюдаемые (точки) и аппроксимируемые (сплошная и штриховая линии) foF2

\_\_\_\_\_ 24 \_\_\_\_\_

Предполагая зависимость геомагнитной активности от активности солнечной, аналогично был рассчитан ряд значений  $\Delta Ap$ . Пример зависимости Ap от солнечной активности приведен на рис. За, вариации  $\Delta Ap$  и  $\Delta Ap_{132}$  – соответственно на рис. 3, б, в.



**Рис. 3.** Наблюдаемые (точки) и аппроксимируемые (сплошная и штриховая линии) Ар, ΔАр и ΔАр<sub>132</sub> за 1932–2010 гг.

Сопоставление долговременных изменений критической частоты слоя F2 относительно изменений солнечной и геомагнитной активности выполнено на рис. 4, а–в. Долговременные тренды очевидны во всех трех параметрах. Очевидна корреляция вариаций солнечной и геомагнитной активности, заметно подобие характера в картине долговременных вариаций критических частот foF2 и вариаций Ap и, практически, линейная зависимость значений  $\Delta$ foF2<sub>132</sub> от  $\Delta$ Ap<sub>132</sub> (рис. 4, г) с коэффициентом корреляции порядка 0.84 и неким «расслоением» в ее характере. Рассмотрение данной зависимости по фазам роста и спада геомагнитной активности устранило наблюдаемое «расслоение» и дало более высокие коэффициенты корреляции, порядка 0.96 и 0.90 соответственно.

\_\_\_\_ 25 \_\_\_\_

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан



Рис. 4. Наблюдаемые (точки) и аппроксимируемые (сплошная и штриховая линии) F10.7<sub>132</sub>, ΔAp<sub>132</sub> и ΔfoF2 за период 1932–2010 гг.

\_\_\_\_\_ 26 \_\_\_\_\_

Заключение. Исследование долговременных вариаций критических частот слоя F2 за период 1957–2010 гг. показало наличие отрицательного тренда, который может быть отнесен за счет долговременных вариаций солнечной и геомагнитной активности. Для среднемесячных значений foF2 тренд составляет порядка -0.008 МГц/год.

Работа выполнена по республиканской бюджетной программе 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности». (Шифр О.057) в рамках темы «Исследовать особенности структуры и динамики магнитосферы, ионосферы и вариаций космических лучей с целью диагностики околоземного космического пространства».

## ЛИТЕРАТУРА

1 Mikhailov A.V., Marin D. Geomagnetic control of the foF2 long-term trends // Annales Geophysicae. – 2000. – 18, 653-665.

2 Mikhailov A.V., Marin D. An interpretation of the foF2 and hmF2 long-term trends in the framework of the geomagnetic control concept // Annales Geophysicae. -2001. -19, 733-748.

3 Mikhailov A.V., Marin D., Leschinskaya N.Yu., Herraiz M. // Annales Geophysicae. - 2002. - 20, 1663-1675.

4 Mikhailov A.V., de la Morena B.A. Long-term trends of foE and geomagnetic activity variations // Annales Geophysicae. -2003. -21, 751-760.

5 Mikhailov A.V. Ionospheric long-term trends: can the geomagnetic control and the greenhouse hypotheses be reconciled? // Annales Geophysicae. – 2006. – 24, 2533-2541.

6 Lastovicka J., Aktaev. R.A., Beig G., Bremer J., Emmert J.T., Jacobi C., Jarvis M.J., Nedoluha G., Portnyagin Yu.I., Ulich T. Emerging pattern of global change in the upper atmosphere and ionosphere // Ann. Geophys. – 2008. – 26, 1255-1268.

7 Jacobi Ch., Hoffmann P., Kürschner D. Trends in MLT region winds and planetary waves, Collm (52°N, 15°E) //Ann. Geophys. – 2008. – 26, 12221-1232.

8 Roble R.G., Dickinson R.E. How will changes in carbon dioxide and methane modify the mean structure of the mesosphere and thermosphere? // Geophys. Res. Lett. - 1989. - 16, 1441-1444.

9 Rishbeth H. A greenhouse effect in the ionosphere? // Planet. Space Sci. - 1990. 38, 945-948.

10 Rishbeth H., Roble R.G. Cooling of the upper atmosphere by enhanced greenhouse gases – Modelling of thermospheric and ionospheric effects // Planet. Space Sci. – 1992. – 40, 1011-1026.

## Г. И. Гордиенко, Ю. Г. Литвинов

## ИОНОСФЕРА ПАРАМЕТРЛЕРІ БАҒЫТЫНДАҒЫ ҰЗАҚ УАҚЫТТЫҚ ТРЕНДТЕРДІ ЗЕРТТЕУ

Алматы станциясында 1957 ж. бастап 2010 ж. соңына дейінгі мерзімде ионосфераны жерүстілік тік зондтау әдісімен алынған F2 (foF2) қабатының критикалық жиіліктерінің ұзақ уақыттық түрленімдері зерттелген. Күннің және геомагниттік белсенділіктің ұзақ уақыттық түрленімдері есебінен болатын теріс трендтің бар екендігі көрсетілген. foF2 орташа айлық мәндері үшін тренд жуықтықпен –0.008 МГц/жыл құрайды.

## G. I. Gordienko, Yu. G. Litvinov

## RESEARCH OF LONG-TERM TRENDS IN BEHAVIOUR IONOSPHERE OF PARAMETERS

The F2-layer critical frequencies (foF2) measured at Alma-Ata ionospheric station during the period from 1957 to 2010 are used to investigate long-term variations in the upper ionosphere. A secular trend found in the F2-layer critical frequency indicates that electron density has decreased by the year of 2010. The trend for the monthly mean foF2 values is about 0.008 MHz/year.

УДК 550.388.2

## О. И. СОКОЛОВА

## ГЕОМАГНИТНЫЕ БУРИ С ВНЕЗАПНЫМ НАЧАЛОМ И ИХ КОРРЕЛЯЦИЯ С МЕЖПЛАНЕТНЫМИ ЯВЛЕНИЯМИ В ПЕРИОД МИНИМУМА СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ 2006–2008 гг.

## ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», г. Алматы

Исследована связь бурь с внезапным началом, зарегистрированных в Геомагнитной обсерватории «Алма-Ата» ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ» (43.25 N, 76.92 E), с Dst-индексами за период 2006–2008 гг. Показано, что на средних широтах при отрицательном значенииDst вариации, происходит понижение геомагнитного поля по dX и F компонентам, с последующим восстановлением до спокойного уровня.

Известно, что внезапное начало бури SSC (Storm Sudden Commencement) характеризует резкое увеличение компонент геомагнитного поля. Такого плана бури обычно охватывают всю Землю. Они разделяются на бури с внезапным началом и бури с постепенным началом. Предполагают, что внезапное начало бури происходит при взаимодействии магнитогидродинамической ударной волны, связанной с солнечными вспышками, с магнитосферой [1]. Но действительный характер взаимодействия еще не известен полностью. Обычно внезапное начало бури на магнитограммах выглядит как резкий скачок в сторону увеличения значений компонент геомагнитного поля с дальнейшим уменьшением значений до прежнего уровня. Продолжительность скачка изменяется от нескольких долей минут до нескольких минут [2]. Проведя анализ геомагнитных возмущений, зарегистрированных на Геомагнитной обсерватории «Алма-Ата» за период 2006–2008 гг., были выявлены бури с внезапным началом (всего 32 бури).

В работе исследована связь бурь с внезапным началом, зарегистрированных на геомагнитной обсерватории «Алма-Ата», с Dst-индексами за период 2006–2008 гг. Dst-индексы были получены из Мирового центра данных в г. Киото, Япония (World Data Center for Geomagnetism, Kyoto). Dst – это усредненная по нескольким обсерваториям вариация магнитного поля – шторм-тайм вариация (storm-time variation). Индекс Dst является одним из наиболее известных при исследовании эффектов космической погоды. Dst-вариация не представляет собой единого физического явления и определяется развитием двух различных процессов [2, 3]. Считается, что увеличение горизонтальной составляющей геомагнитного поля в начальной фазе бури вызвано полем токов текущих вдоль поверхности магнитосферы Земли, а понижение развитием в магнитосфере кольцевых токов западного направления. Поэтому принято Dst-вариацию представлять как Dst = DCF+DR, где DCF – поле поверхностных токов и DR – поле кольцевых токов. Dst представляет возмущенное аксиально-симметричное относительно дипольной оси поля. Его вариация отображает возникновение и интенсивность магнитных бурь. Существует следующая классификация бурь по Dst:

от -30 нТл до -50 нТл – слабые;

от -50 нТл до -100 нТл – умеренные;

от -100 нТл до -200 нТл – сильные;

от -200 нТл до -350 нТл – очень сильные;

от -350 нТл – экстремальные.

На рис. (слева) представлен пример SC и Dst вариации в геомагнитном поле во время сильной магнитной бури 14–15 декабря 2006 г. По данным геомагнитной обсерватории «Алма-Ата» буря началась 14 декабря 2006 г. в 14 ч 14 мин (UT) с внезапного начала. Характеристика бури большая магнитная буря (БМБ), длительность порядка 30 ч, локальный индекс магнитной активности k = 7. Из рисунка видно, что по dX и F компонентам геомагнитного поля на средних широтах идет понижение поля, с последующим восстановлением до спокойного уровня. По данным Мирового центра данных в г. Киото 14–15 декабря 2006 г. Dst изменялся от -45 до -146 нTл, что также характеризует данную бурю как сильную. Из рисунка видно, что Dst-вариация имеет отрицательное значение, т.е. идет понижение геомагнитного поля. Такое понижение обычно бывает вызвано

изменением экваториальной токовой системы (кольцевого тока) в магнитосфере. В формировании кольцевого тока могут участвовать различные процессы, например, направленная к Земле конвекция плазмы из хвоста магнитосферы, адиабатическое движение радиационного пояса ионов под действием направленного с утра на вечер электрического поля и др. На рис. (справа) представлен пример SC и Dst вариации в геомагнитном поле во время магнитной бури 24–25 ноября 2008 г. По данным геомагнитной обсерватории «Алма-Ата», буря началась 24 ноября 2008 г. в 23 ч 51 мин (UT) внезапно. Характеристика бури малая магнитная буря (ММБ), длительность порядка 18 ч, локальный индекс магнитной активности k = 4. Из рисунка видно, что по dX и F компонентам геомагнитного поля на средних широтах идет повышение поля, с последующим восстановлением Dst = 43 нТл, что характеризует данную бурю как слабую. Из рисунка видно, что Dst-вариация имеет положительное значение, т.е. идет повышение геомагнитного поля. Принято считать, что положительная Dst-вариация вызывается сжатием магнитосферы из-за возрастания давления солнечного ветра.



SC и Dst вариации в геомагнитном поле во время магнитных бурь, наблюдавшейся на обсерватории «Алма-Ата» 14–15 декабря 2006 г. (слева) и 24–25 ноября 2008 г. (справа)

В заключение можно отметить, что на средних широтах при отрицательном значении Dst вариации, происходит понижение геомагнитного поля по dX и F компонентам, с последующим восстановлением до спокойного уровня. Можно предположить, что понижение связано с изменением кольцевого тока в магнитосфере. При положительном значении Dst-вариации идет повышение по dX и F компонентам геомагнитного поля. Предположительно, такое повышение может быть вызвано сжатием магнитосферы при возрастании давления солнечного ветра.

Работа выполнена по республиканской бюджетной программе 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности». (Шифр О.057) в рамках темы «Исследовать особенности структуры и динамики магнитосферы, ионосферы и вариаций космических лучей с целью диагностики околоземного космического пространства».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ораевский В.Н. Плазма на Земле и в космосе. – Киев: Наук. думка, 1974. – 167 с.

2. Паркинсон У. Введение в геомагнетизм. – М.: Мир, 1986. – 528 с.

3. Амиантов А.С., Зайцев А.Н., Одинцов В.И., Петров В.Г. Вариации магнитного поля Земли. – М.: СтройАрт, 2001. – 52 с.

## О. И. СОКОЛОВА

## 2006–2008 жж. ТЫНЫШТЫҚ ДЕҢГЕЙДЕГІ КҮН БЕЛСЕНДІЛІГІ КЕЗІНДЕГІ АЯҚ АСТЫНАН БАСТАЛАТЫН ГЕОМАГНИТТІК ДАУЫЛДАР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ПЛАНЕТААРАЛЫҚ БАЙЛАНЫСТАРМЕН ӨЗАРА БАЙЛАНЫСТЫЛЫҒЫ

«ҰҒЗТО» АҚ «Ионосфера институты» ЕЖШС «Алматы» Геомагниттік обсерваториясында (43.25 N, 76.92 E), тіркелген аяқ астынан басталатын дауылдардың 2006–2008 жж. ішіндегі Dst-көрсеткіштермен байланысы зерттелген. Орта ендіктерде теріс мәнді Dst түрленімдері орын алғанда, dX және F компоненттері бойынша, біртіндеп тыныштық деңгейіне дейін қалыпқа келетін геомагниттік өрістің төмендеуі байқалатындығы көрсетілген.

## O. I. Sokolova

## GEOMAGNETIC STORMS WITH THE SUDDEN BEGINNING AND THEIR CORRELATION WITH THE INTERPLANETARY PHENOMENA DURING THE MINIMUM OF SOLAR ACTIVITY 2006–2008

The connection with the storm sudden commencement, registered in the geomagnetic observatory «Alma-Ata» SLP «Institute of Ionosphere», SC «NTSKIT» (43.25 N, 76.92 E), from the Dst-index for the period 2006–2008. It is shown that at mid-latitudes in the negative value of Dst variations, there is a decrease of the geomagnetic field on dX and F components, followed by reduction to the quiet level.

## В. М. СОМСИКОВ, М. И. ДЕНИСЕНЯ

## ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДИНАМИКИ ОСЦИЛЛЯТОРА НА ПОТЕНЦИАЛЬНОМ БАРЬЕРЕ

## ДТОО «Институт ионосферы», г. Алматы

Рассмотрен характер прохождения осциллятора через барьер в зависимости от энергии движения, внутренней энергии, различных масштабных характеристик осциллятора. Выявлены некоторые особенности такого прохождения, характеризующие принципиальное отличие прохождения бесструктурных тел, не обладающих внутренней энергией от прохождения систем. Предложено объяснение таких отличий.

**Введение.** Система двух тел – простейшая модель неравновесной системы. Хотя она состоит из элементов, которые не обладают внутренней энергией, тем не менее, эта модель обладает ключевыми атрибутами системы. Так, ее энергия представляет собой сумму энергии движения системы как целого и внутренней энергии. Это позволяет изучать ключевые характеристики поведения систем во внешнем поле сил.

Традиционно задача двух тел решается методом разделения переменных [1, 2]. Такое разделение достигается путем перехода в систему координат центра масс (ЦМ). Эту систему координат называем дуальной (ДСК), поскольку она связывает движение ЦМ в пространстве и движение элементов системы относительно ЦМ. Чтобы обобщить результаты решения задачи двух материальных точек (МТ) на задачу системы N МТ, нужно выяснить природу такого разделения переменных. Очевидно, что она связана с новым качеством системы, отсутствующим у МТ – внутренней энергий, обусловленной относительными движениями МТ и силами их взаимодействия. Наличие неоднородного внешнего поля сил обуславливает нелинейную взаимную трансформацию энергии движения и внутренней энергии. Такая трансформация существенно изменяет динамику системы, обуславливая, в частности, нарушение временной симметрии, которая имеется для динамики одной МТ.

Природу нелинейности динамики в задаче двух МТ будем исследовать, опираясь на энергию. Выбор энергии, как основного инварианта динамики системы, продиктован следующими соображениями. Во-первых, энергия это скаляр, однозначно определяемый в фазовом пространстве. Во-вторых, именно энергия позволяет связать динамику системы с геометрией пространства. В-третьих, энергия определяется из условия однородности времени, которое выполняется для любых систем классической механики.

Решению вопросов об определении динамики систем на основе законов Ньютона для динамики МТ, в частности, были посвящены работы [3, 4]. В них строилась механика структурированных частиц (СЧ), которые представляют собой совокупность достаточно большого количества потенциально взаимодействующих МТ. В них получены уравнения динамики систем на основе разделения энергии СЧ на внутреннюю энергию и энергию движения. Эти уравнения в отличие от уравнения Ньютона для МТ, оказались необратимы. Необратимость обусловлена преобразованием энергии движения СЧ в ее внутреннюю энергию. Силы, которые осуществляют такое преобразование, не потенциальные. Это означает, что наличие у систем внутренней энергии делает их динамику принципиально отличной от динамики бесструктурных тел. Поэтому, чтобы понять природу качественного отличия динамики МТ от динамики СЧ, нужно понять роль внутренней энергии в динамике тел.

Ниже на примере численного решения задачи осциллятора (OC) показано принципиальное отличие динамики системы от динамики бесструктурных тел. Цель изучения – выявление закономерностей динамики OC, обусловленных взаимной трансформацией внутренней энергии и энергии движения.

**Постановка задачи.** В качестве модели ОС возьмем две МТ единичной массы, связанные пружиной. Движение ОС в неоднородном внешнем поле характеризуется гамильтонианом. При условии однородности времени инвариантом движения является полная энергия ОС.

Рассмотрим прохождение OC через потенциальный барьер в зависимости от соотношений его энергии движения, внутренней энергии, высоты барьера и соотношений линейных размеров барьера и OC.

В лабораторной системе координат (ЛСК) энергию ОС в общем случае можно записать следующим образом:

$$E = K_1 + K_2 + U_{12} + U(1) + U(2) = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + U_{12} + U(x_1) + U(x_2).$$
(1)

Здесь  $x_1$  и  $x_2$  – координаты первой и второй МТ соответственно;  $\dot{x}_1$  и  $\dot{x}_2$  – скорости первой и второй МТ соответственно;  $m_1$  и  $m_2$  – массы первой и второй МТ соответственно; U(x) – потенциальная энергия МТ во внешнем поле;  $U_b$  – высота барьера;  $R_b$  – положение экстремума барьера; a – полуширина барьера;  $U_{12}$  – энергия взаимодействия МТ. Для ОС в виде двух МТ, соединенных пружиной, имеем:  $U_{12} = k(x_1 - x_2 - l_0)^2 / 2$ .

Из условия однородности времени следует выполнение условия  $\dot{E} = 0$ . Тогда из (1) имеем:

$$\dot{E} = \dot{x}_1 \{ m_1 \ddot{x}_1 + U_{x_1} + F_{12} \} + \dot{x}_2 \{ m_2 \ddot{x}_2 + U_{x_2} - F_{12} \} = 0.$$
(1a)

Здесь  $U_{x_1} = \partial U / \partial x_1, \ U_{x_2} = \partial U / \partial x_2, \ F_{12} = k(x_1 - x_2 - l).$ 

Поскольку в задачу входит выявление характера трансформации энергии движения во внутреннюю энергию ОС, его энергию запишем в ДСК. Чтобы перейти в эту систему, выполним следующие преобразования координат:  $R = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ ,  $r = x_1 - x_2$ . Тогда выражение (1) будет имотт вид:

иметь вид:

$$E = T_{R} + T_{r} + U_{r} + U(1) + U(2) = M\dot{R}^{2} / 2 + \mu \dot{r}^{2} / 2 + U_{12}(r) + U(R_{+}) + U(R_{-}).$$
(2)

Здесь  $M = m_1 + m_2$ ;  $\mu = \frac{m_1 m_2}{M}$  – приведённая масса;  $T_R = \frac{M\dot{R}^2}{2}$  – кинетическая энергия движения ОС;  $T = \frac{\mu \dot{r}^2}{2}$  – кинетическая составляющая внутренней энергии ОС;  $U_r = U_{12}(r)$  – потенциальная энергия взаимодействия МТ;  $U(1) + U(2) = U(R_+) + U(R_-)$  – потенциальные энергии первой и второй МТ в поле внешних сил;  $R_+ = R + (\mu/m_1)r$ ,  $R_- = R - (\mu/m_2)r$ .

Из условия однородности времени следует выполнение условия E = 0. Тогда из (2) имеем:

$$\dot{E} = \dot{R}[M\dot{V} + U_R(R_+) + U_R(R_-)] + \dot{r}[\mu\dot{v} + k(r - l_0) + \frac{\mu}{m_1}U_r(R_+) - \frac{\mu}{m_2}U_r(R_-)] = 0,$$
(3)

где  $U_{R+,-} = \partial U / \partial R_{+,-}, v = \dot{r}.$ 

Если внешнее поле задано функцией  $U(x) = U_0 e^{-(x-R_b)^2/a^2}$ , то силы, действующие на каждую из МТ, определяются выражением:

$$F(x) = \frac{-\partial U(x)}{\partial x} = \frac{2U_b}{a^2} (x - R_b) e^{-\left(\frac{x - R_b}{a}\right)^2}.$$
(4)

Согласно (4), сила пропорциональна высоте барьера и обратно пропорциональна квадрату его полуширины.

Примем  $m_1 = m_2 = m$ . Тогда  $\mu = m/2$ ,  $U_R(R_+) = F(R_+)$ ,  $U_r(R_+) = F(R_+)/2$ ,  $U_R(R_-) = F(R_-)$ ,  $U_r(R_-) = -F(R_-)/2$ . Рассмотрим несколько случаев.

Пусть справедливо приближение a >> b. Т. е. размер ОС много меньше характерных масштабов неоднородности внешнего поля.  $R_+ \approx R_- = R, U_r(R_+) \approx U_r(R_-) = U_r(R)$ . Если при этом R >> r, то переменные в (3) разделяются и приходим к известным уравнениям движения ОС:

$$MV = 2F(R), (5)$$

$$m\dot{v}/2 = -k(r-l). \tag{6}$$

Уравнение (5) определяет движение ОС, как целого, а уравнение (6) определяет колебание ОС в ДСК. Переменные разделились, и задача полностью интегрируется. При этом движение ЦМ ОС определяется, как движение МТ с удвоенной массой, расположенной в точке ЦМ.

В общем случае переменные в (3) не разделяются. Более того, уравнение (3) может иметь решение и в общем случае, если каждое из двух слагаемых отлично от ноля. Т.е. они могут быть равны по величине, но противоположны по знаку. Однако, если воспользоваться принципом Даламбера [5], то согласно уравнению (1а) прохождение ОС определяется следующими уравнениями движения:

$$m_{1}\ddot{x}_{1}(t) = F_{1}^{i}(x_{1} - x_{2}) + F(x_{1}),$$
  

$$m_{2}\ddot{x}_{2}(t) = F_{2}^{i}(x_{1} - x_{2}) + F(x_{2}).$$
(2)

где  $F_1^i(x_1 - x_2) = -\partial U_{12}/\partial x_1 = -k(x_1 - x_2 - l_0)$  – внутренняя сила, действующая со стороны второй МТ на первую;  $F_2^i(x_1 - x_2) = -\partial U_{12}/\partial x_2 = k(x_1 - x_2 - l_0)$  – внутренняя сила, действующая со стороны первой МТ на вторую, k – жёсткость пружины;  $l_0$  – длина ОС. Легко проверить, что эти внутренние силы удовлетворяют условию:  $F_1^i(x_1 - x_2) = -F_2^i(x_1 - x_2)$ .

**Численные расчеты** задачи проводились как в ЛСК, так и в ДСК. Очевидно, что результаты численных расчетов не зависят от выбранной системы координат, но преимущество ДСК заключается в возможности выявления физической сущности динамики неравновесной системы, обладающей внутренней энергией. Уравнения движения согласно принципу Даламбера приобретают вид:

$$MR(t) = F(1) + F(2),$$
  

$$\mu \ddot{r}(t) = F_1^i(r) + \mu \left( F(1) / m_1 - F(2) / m_2 \right).$$
(4)

где аргументы внешних сил 1 и 2 находятся согласно преобразованиям, обратным  $x_1 = R + \frac{\mu}{m_1}r$ ,

 $x_2 = R - \frac{\mu}{m_2} r$ . На рис. 1 приведена схема задачи.

Расчеты проводились для случая линейного ОС. Задавались такие параметры задачи, как коэффициент жесткости пружины, длина ОС, значения внутренней энергии и энергии движения ЦМ.



Рис. 1. Схема расчета прохождения ОС через потенциальный барьер

Для выполнения закона Гука, полная энергия ОС *E* задается значительно меньше, чем максимально возможная внутренняя потенциальная энергия:  $E < U_{r=0} = \frac{kl_0^2}{2} = E_{max}$ .

При расчетах осуществлялся контроль за выполнением необходимых условий, определяющих их корректность, включая закон сохранения полной энергии. Динамика ОС исследовалась в следующей области его параметров:  $0 < E < U_b$ ,  $0 < U_b < T_R < E$ ,  $0 < T_R < U_b < E$ . Начальные условия для системы дифференциальных уравнений второго порядка записываются в виде:  $R(0) = R_0$ ,  $\dot{R}(0) = V_{R_0}$ ,  $r(0) = r_0$ ,  $\dot{r}(0) = v_{r_0}$ .

Абсолютные значения начальных условий  $|V_{R_0}|$ ,  $|v_{r_0}|$ ,  $|r_0|$  определялись из типов задаваемых энергий, т.е. из  $T_R$ ,  $T_r$ ,  $U_r$  соответственно. При этом начальная координата ЦМ определялась из условия:  $R_0 >> R_b a / (V_{R_0}T)$ , где  $T = 2\pi \sqrt{\mu/k}$  – собственный период колебаний ОС в области, где внешние силы пренебрежимо малы, т.е. вдали от барьера. Последнее означает, что ОС успевает совершить ряд колебаний до момента рассеяния на барьере.

Полуширина барьера  $a_b$  определялась в единицах  $l_0$  и варьировалась в пределах  $0 < a_b < R_b$ . Жесткость пружины и массы МТ выбирались, исходя из необходимых значений характерных временных масштабов задачи и линейных границ сил межчастичного взаимодействия. ОС брался при условии  $m_1 = m_2 = 1$ , соответственно M = 2 и  $\mu = 0.5$ . В численных расчетах ОС считался прошедшим через барьер, если его ЦМ достигал расстояние  $2l_0$  за барьером, в случае, когда его полуширина  $l_0 > a_b$  и  $2a_b$ , когда  $l_0 < a_b$ .

**Результаты расчетов.** С целью проверки корректности счета вначале были выполнены расчеты для прохождения одной МТ через заданный барьер. Расчеты подтвердили известный факт классической механики, что МТ только тогда проходит через потенциальный барьер, когда выполняется условие  $E/U_b > 1$ .

Затем были проведены расчеты для случая  $k \to \infty$ ,  $x_1 - x_2 = \text{const}$ , который соответствует абсолютно твердой гантели, для которой Гамильтониан, определённый с точностью до константы, имеет вид:

$$E = \frac{\left(m_1 + m_2\right)\dot{x}_2^2}{2} + U(x_2) + U(x_2 + l).$$
(6)

На рис. 2 приведен график проходимости гантели через барьер в зависимости от отношения ее размера к полуширине барьера l/a. При этом считалось, что ОС прошел барьер, если выполняются, как минимум, следующие условия:  $x_2(t_b) = R_b$ ,  $\dot{x}_2(t_b) = 0$ . Где  $t_b$  – это момент времени, когда конец гантели находится за вершиной барьера. Критерием проходимости через барьер является условие:  $T_{R0}/U_b > 1 + e^{-(l/a_b)^2}$ .



**Рис. 2.** Зависимость полной энергии прохождения МТ (слева) гантели через барьер от относительного размера ОС (справа). Начальная энергия движения меняется от нуля. Высота барьера – 0.03. Изменялся размер гантели

\_\_\_\_\_ 34 \_\_\_\_\_

Из рис. 2 видно, что отражение гантели от барьера с данными характеристиками существенно отличается от задачи отражения МТ массой  $M = m_1 + m_2$  в области, когда ее размеры меньше или соизмеримы с полушириной барьера. В случае, когда размер гантели много меньше ширины барьера, она ведет себя как МТ с удвоенной массой. Если же ее размеры превышают ширину барьера не менее, чем в два раза, то для прохождения через барьер требуется энергия в два раза меньше. Это объясняется тем, что взаимодействие гантели с барьером определяется только находящейся в его области одной МТ.

Теперь рассмотрим общий случай динамики ОС. Если в момент прохождения над барьером координата и скорость ЦМ ОС подчиняются равенствам  $R(t_b) = R_b + \frac{\mu}{m_2} r(t_b)$ ,  $\dot{R}(t_b) = 0$ , то ОС

будем считать прошедшим через барьер. Для ОС полная энергия имеет вид:

$$E = \mu \dot{r_b}^2 / 2 + k \left( r_b - l_0 \right)^2 / 2 + U_b \left( 1 + e^{-(r_b / a_b)^2} \right), \tag{7}$$

где  $r_b = r(t_b)$  расстояние между МТ,  $\dot{r_b} = \dot{r}(t_b)$ относительная скорость МТ.

Согласно (7), энергетический порог прохождения не однозначен и определяется наряду с характеристиками барьера также и относительными скоростями и координатами  $r_b$  и  $\dot{r}_b$  в момент прохождения через барьер. Очевидно, что  $r_b$ , и  $\dot{r}_b$  с одной стороны, определяются из начальных условий r(0) и  $\dot{r}(0)$ , с другой, начальными условиями R(0) и  $\dot{R}(0)$ , а также динамикой, описываемой системой уравнений движения ОС. Таким образом, прохождения ОС через барьер в общем случае должно определяться как заданием полной энергии, так и начальными условиями или фазой.

Рассмотрим результаты расчета прохождения ОС при нулевом значении внутренней энергии. Из них следует, что ОС проходит через барьер сразу, как только энергия движения его ЦМ равна или выше энергии барьера. Численным критерием для проходимости в этом случае было положение ЦМ  $R = R_b + 3l_0$ .

На рис. 3 приведена зависимость прохождения ОС от изменения внутренней энергии при постоянстве энергии ЦМ. Здесь варьировалось начальное положение ЦМ  $R_0$  при фиксированных значениях полуширины  $a_b = l_0 / 2$  ( $l_0 = 1$ ) и высоты барьера  $U_b = 0.03$ .



**Рис. 3.** Зависимость прохождения ОС от изменения внутренней энергии при постоянстве энергии ЦМ. *Е* – полная энергия

При всех вычислениях начальная энергия ЦМ ниже высоты барьера примерно на 15 %.

На рис. 3,6 и в последующих подобных рисунках интенсивностью передана мера трансформации внутренней энергии в энергию ЦМ и, наоборот, в виде следующей величины:  $\varepsilon = (T_R - T_{R0})/T_{R0} \cdot 100\%$ . На рис. 4. отображены результаты расчета, когда варьируется начальная энергия движения ЦМ при нулевой начальной внутренней энергии: высота барьера 0.03, ширина барьера 0.25, размер ОС 1. Видно, что между областями полного отражения и прохождения существует промежуточная область с дискретными линями прохождения и отражения.



Рис. 4. Зависимость прохождения ОС через барьер от изменения энергии ЦМ. Ширина барьера 0,25

На рис. 5 отображены результаты расчета, также варьируется начальная энергия движения ЦМ. Но при этом начальная внутренняя энергия ОС равна 0.005, высота барьера 0.03, ширина барьера 0.5, размер ОС 1.



**Рис. 5.** Зависимость прохождения ОС через барьер от изменения энергии ЦМ при заданной внутренней энергии. Ширина барьера 0,5

На рис. 6 выполнены расчеты для ширины барьера, равной 0.25 при прочих равных условиях, используемых при получении рис. 5.

Таким образом, уменьшение ширины барьера ведет к расширению области отражения ОС, но при условии появления в этой области островков прохождения.

В целом имеем, что при повышении внутренней энергии с 0,005 до 0,01 амплитуда или высота области отражения от барьера увеличивается. При этом наблюдаются небольшие островки прохождения внутри периодических областей отражения.


**Рис. 6.** Зависимость прохождения ОС через барьер от изменения энергии ЦМ при заданной внутренней энергии. Ширина барьера 0,25



Рис. 7. Зависимость прохождения ОС через барьер от изменения внутренней энергии при заданной энергии ЦМ



Здесь появилась диффузная область отражения с характерной периодичностью.



Также были выбраны области начальных условий, когда варьировалась энергия ЦМ (см. рис. 9, а), внутренняя энергия (см. рис. 9, б) и, соответственно, начальное положение ЦМ. В результате, к примеру, общее число ОС набегавших на барьер N = 14 140, число прошедших  $N_T$  = 3757, число отражённых  $N_R$  = 10 307. Барьер расположен на отметке 10 и не превышал ширины 0.5 при размере осциллятора 1.

Таким образом, наличие внутренней энергии приводит к тому, что ОС может пройти через потенциальный барьер и в случае, когда высота барьера выше энергии движения ОС. Это прохождение обеспечивается возможностью преобразования внутренней энергии ОС в его внутреннюю энергию при определенных фазовых соотношениях. Очевидно, что прохождение возможно при условии, что полная энергия ОС выше энергии барьера. Возникает периодическая структура отражения, определяемая собственной частотой колебания ОС, шириной барьера. В определенных случаях внутри этой периодической области наблюдаются островки прохождения.

Заключение. Численный анализ закономерностей прохождения ОС через потенциальный барьер выявил ряд качественных отличий поведения ОС от поведения бесструктурных частиц. Главным отличием прохождения системы через барьер является возможность преодоления барьера ОС за счет внутренней энергии даже в случае, когда энергия движения ниже барьера. Это обусловлено возможностью нелинейного преобразования внутренней энергии ОС в энергию его движения на градиентах внешних сил [3]. Также возможна и обратная ситуация, когда даже при энергии движения ОС выше энергии барьера будет наблюдаться его отражение.

В целом установленные отличия динамики систем от динамики бесструктурных тел обусловлены наличием внутренней энергии у системы и возможностью ее нелинейной трансформации внутри энергетического барьера в энергию движения и наоборот. И хотя в рамках изучаемых моделей при прохождении барьера полная энергия ОС сохраняется, при этом меняется соотношение между энергией движения и внутренней энергией. Как было получено, это соотношение зависит от начальной фазы движения, а также от первоначальных значений внутренней энергии и энергии движения. К примеру, если вначале внутренняя энергия ОС равна нулю, то он может не пройти через барьер, даже если энергия его движения выше потенциального барьера. Для заданной энергии движения ОС может наблюдаться его прохождение и отражение через потенциальный барьер как при энергии движения выше энергии барьера, так и при обратном условии. В целом характер динамики ОС определяется фазой его движения, соотношениями размеров ОС к характерной ширине барьера и соотношениями внутренней энергии ОС к его энергии движения.

Нелинейный член эквивалентен наличию градиента внешних сил, наличие которого необходимо для изменения внутренней энергии. Отличие от нуля данного члена определяет характер преобразований энергии движения ЦМ и внутренней энергии друг в друга. Равенство нулю этого члена приводит к постоянству внутренней энергии, что делает динамику системы подобной динамике бесструктурных тел.

Таким образом, движение системы качественно отличается от движения бесструктурного тела из-за внутренней энергии. Так, если в рамках квантовой механики прохождение элементарной частицы над потенциальным барьером объясняется за счет наличия соответствующей ее движению ненулевой функции вероятности прохождения или отражения, то для структурированной частицы такое прохождение или отражение может полностью объясняться в рамках законов классической механики. Это обусловлено возможностью нелинейной трансформации внутренней энергии структурированной частицы в энергию ее движения. И если такая трансформация достаточна для компенсации нехватки энергии движения и обеспечивается соответствующим фазовым соотношением, то структурированная частица либо проходит через барьер, либо отражается. Для физики высоких энергий такой механизм может служить критерием сложности изучаемых частиц.

Работа выполнена по программе 101 «Грантовое финансирование научных исследований» в рамках темы «Развитие методов исследований неравновесной атмосферы».

### ЛИТЕРАТУРА

1 Академик Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний. – М.: Наука, 1972. – 470 с.

2 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. – М.: Наука, 1973.

3 Somsikov V.M. Principles of Creating of the Structured Particles Mechanics // Journal of material Sciences and Engineering A(1) - 2011 - P. 731-740.

4 Сомсиков В.М. О Принципах построения механики структурированных частиц на основе механики материальной точки // ПЭОС. – 2010. – Вып. 12, т. 2. – С. 3.

5 Ланцош К. Вариационные принципы механики. М.: Мир, 1962.

### В. М. Сомсиков, М. И. Денисеня

### ЫҚТИМАЛ КЕДЕРГІДЕГІ ОСЦИЛЛЯТОР ДИНАМИКАСЫНЫҢ ЗАҢДЫЛЫҚТАРЫ

Қозғалыс энергиясынан, ішкі энергиядан, осциллятордың әртүрлі масштабтық көрсеткіштерінен тәуелді болатын осциллятордың кедергі арқылы өту сипаты қарастырылған. Жүйенің өтуінен туатын ішкі энергияны иемденбейтін құрылымсыз денелер өтуінің түбегейлі айырмашылығын көрсететін осы өту құбылыстарының кейбір ерекшеліктері айқындалған. Мұндай айырмашылықтарға түсініктеме берілген.

### V. M. Somsikov, M. I. Denisenya

### LAWS OF OSCILLATOR DYNAMICS ON THE POTENTIAL BARRIER

We consider the nature of the passing of the oscillator through a barrier depending on the oscillator motion energy, internal energy, and various large-scale characteristics. Some features of this passing are significantly different from the passing of the structureless bodies. The explanation of these differences is given. УДК 550.388.2

### В. М. СОМСИКОВ<sup>1</sup>, К. Е. НУРГАЛИЕВА<sup>1</sup>, Б. Т. ЖУМАБАЕВ<sup>1</sup>, Н. М. САЛИХОВ<sup>1</sup>, А. С. ИНЧИН<sup>2</sup>, А. ИДРИСОВ<sup>1</sup>, Ю. М. ЯМПОЛЬСКИЙ<sup>3</sup>, А. В. ЗАЛИЗОВСКИЙ<sup>3</sup>

## АНАЛИЗ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ВЫСОКОШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЫ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ НЕРАВНОВЕСНЫМИ ЭФФЕКТАМИ В АТМОСФЕРЕ

<sup>1</sup>ДТОО «Институт ионосферы», г. Алматы, <sup>2</sup>ДТОО «Институт космической техники и технологий», <sup>3</sup>Радиоастрономический институт НАН Украины, Харьков, Украина

В работе рассмотрены отличительные особенности спектра атмосферных волн в дневные и ночные периоды, полученные посредством цифровой обработки данных вертикального зондирования ионосферы, полученных на украинской антарктической станции «Академик Вернадский», Антарктида (65°15′ ЮШ, 64°16′ ЗД). Выявлены сезонные особенности поведения волновых возмущений на высотах ионосферы. Обсуждаются возможные механизмы этих особенностей.

Актуальность исследований динамических процессов в атмосфере, а также ее эволюционных изменений с учетом обмена энергией атмосферного газа и радиации особенно обострилась в последние десятилетия [1-4]. Это связано как с проблемами изменения климата, так и с тем, что неоднородные структуры атмосферы главным образом определяются прохождением и трансформацией в ней солнечной радиации. Величина негэнтропии атмосферы примерно равна разности энтропии потока поступающей в атмосферу ультрафиолетовой радиации и энтропии потока уходящего от земли инфракрасного излучения, который возникает в результате трансформации в атмосфере ультрафиолетовой радиации. Поэтому невозможно определить причины изменения климата, построить прогностическую модель неравновесной диссипативной системы, какой является атмосфера, если не принимать во внимание полный баланс энергии и ее зависимости от солнечной активности, сезона и других гео-гелиофизических факторов.

В более ранней работе [5] рассмотрены изменения спектра акустико-гравитационных волн (АГВ), связанные с учетом взаимодействия радиации с атмосферным газом. Установлено, что в определенных областях атмосферы, согласно расчетам, учет неравновесности приводит к существенному сдвигу спектра АГВ в высокочастотную область. Было получено, что днем спектр более высокочастотный, чем в ночное время. Этот вывод был экспериментально проверен с помощью спектральной обработки данных вариаций давления и космических лучей [6]. Статистическая обработка данных космических лучей и давления в приземном слое выявила наличие сдвига спектров колебаний в дневные часы суток в более высокочастотную область относительного ночного. Для интервалов периодов вариаций атмосферных параметров от десятка минут до нескольких часов этот сдвиг может достигать нескольких процентов.

В представленной работе рассмотрены отличительные особенности спектра волн в высокоширотной ионосфере в дневные, ночные и переходные периоды суток посредством цифровой обработки данных вертикального зондирования ионосферы, полученных на украинской антарктической станции «Академик Вернадский», Антарктида (65°15′ ЮШ, 64°16′ ЗД). Для этого использованы 15-ти минутные данные критической частоты за март, июнь, сентябрь, декабрь (рис. 1) 2005 года.

Март – переход от полярного дня к полярной ночи. Минимальные значения электронной концентрации в основном приходятся на 02.00–04.00 (значение времени мировое), встречаются дни, кода они приходятся на 05.00 и 06.00. Максимальные значения электронной концентрации приходятся на дневное время суток. При этом наблюдается большой разброс по времени. Время восхода и захода Солнца в начале месяца 9:13 и 23:45, в конце месяца 10:49 и 21:53.

Июнь – полярная ночь. Все максимальные значения электронной концентрации приходятся на интервал времени от 10.00 до 14.00. По минимуму значений критических частот нельзя однозначно выявить такой промежуток времени. Время восхода и захода Солнца в начале месяца 14:03 и 18:26, в конце месяца 14:32 и 18:08.



Рис. 1. Данные критических частот вертикального зондирования ионосферы, полученных на украинской антарктической станции «Академик Вернадский», Антарктида (6°15' ЮШ, 64°16' ЗД) за март, июнь, сентябрь, декабрь 2005 г.

Сентябрь – переход от ночи ко дню. Минимальные значения электронной концентрации приходятся на ночь в основном в интервале времени с 3.00–7.00. Максимальные значения электронной концентрации – в дневное время, разброс по времени большой. Время восхода и захода Солнца в начале месяца 11:22 и 21:11, в конце месяца 9:35 и 22:38.

Декабрь – полярный день в Антарктиде. В основном максимальное значение электронной концентрации приходится на промежуток времени 20.00–22.00. По минимальному значению критических частот, разброс по времени большой: с 7.00 до 17.00, встречаются дни, когда минимум был в 3.00 или 23.00. Время восхода и захода Солнца в начале месяца 5:47 и 2:25, в конце месяца 5:22 и 3:17.

Для обработки данных использовалась «Система обработки сигналов SOS-OMIR» (версия от 12.09.2011), разработанная в лаборатории космических систем научного назначения, института космической техники и технологий АО «НЦКИТ». Поскольку реальные данные содержали ошибки измерений из-за сбоев аппаратуры, внешних помех и других факторов, временные ряды подвергались предварительной обработке – удалялись грубые ошибки (выбросы восполнялись интерполированием отсутствующих наблюдений). Для анализа данных выбран метод динамического спектра и анализировалось поведение динамики спектров колебаний в полосе периодов 15 мин – 3 часа, длина шага по выбранному ряду составляет 15 мин, длина куска равна шести часам. Полученные характерные спектры для каждого выбранного периода приведены на рис. 2.

В переходные месяцы: март (рис. 2, а) и сентябрь (рис. 2, в), тенденция смещения спектра волновых возмущений в зависимости от времени дня и ночи четко не проявляется. Причиной тому могут быть различные явления, происходящие на солнце и в приземном слое, а также особенности динамики полярной ионосферы. В марте выявлено 58% случаев, а в сентябре – 50% случаев смещения спектральных возмущений в высокочастотную область в восходные часы.





Рис. 2. Динамический спектр данных за две сутки каждого месяца, соответственно: март, июнь, сентябрь, декабрь

В декабре (рис. 2, г) выявлено 75% случаев смещения спектральных возмущений в высокочастотную область в восходные часы.

В июне (полярная ночь, рис. 2, б) четко прослеживается сдвиг спектра в высокочастотную область во время восхода Солнца и сдвиг спектра в низкочастотную область после захода Солнца (восход Солнца приходится на период времени 14 часов мирового времени, заход – на 18 часов мирового времени, длительность дня составляет 4 часа). Выявлено 80% случаев смещения спектральных возмущений в высокочастотную область в восходные часы.

Согласно проведенным теоретическим расчетам скорость затухания высокочастотной составляющей должна быть выше скорости низкочастотной составляющей волновых возмущений в рамках неравновесной модели атмосферы. Для экспериментальной проверки данного результата была проанализирована спектральная плотность волновых возмущений за июнь в интервале

периодов 30 мин. – 6 часов в заходное время суток. Было проведено сравнение скорости затухания высокочастотных и низкочастотных составляющих волновых возмущений, для чего выбраны были интервалы периодов 30 мин. – 180 мин. и 180 мин. – 400 мин. (спектральные плотности составляющих волновых возмущений приведены на рис. 3 и 4).



Рис. 3. Спектральная плотность высокочастотных составляющих волновых возмущений



Рис. 4. Спектральная плотность низкочастотных составляющих волновых возмущений

На каждом участке, соответствующему заходному периоду, наклон графиков аппроксимировался прямой, суммировался за месяц и делился на 30 для получения значения средней скорости затухания волновых возмущений в выбранном интервале частот. Результирующий график приведен на рис. 5.



Серая – низкочастотная составляющая, соответствующая интервалу периодов 180 мин. – 400 мин., черная – высокочастотная составляющая, соответствующая интервалу периодов 30 мин. – 180 мин.

**Рис. 5.** Аппроксимированные прямые для расчета средней скорости затухания волновых возмущений за месяц

Из рис. 5 видно, что скорость затухания высокочастотной составляющей (тангенс угла наклона) выше, чем скорость затухания низкочастотной составляющей волновых возмущений.

Таким образом, экспериментальные данные качественно подтверждают результаты теоретических расчетов, проведенных на основе уравнений неравновесной термодинамики. В частности, более высокочастотные гармоники колебаний ионосферной плазмы в интервале акустико-гравитационных волн затухают с большей скоростью, чем низкочастотные. В июне четко проявляется тенденция сдвига спектра в высокочастотную область в восходные часы и сдвиг спектра в низкочастотную область после захода Солнца.

Работа выполнена по программе 101 «Грантовое финансирование научных исследований» в рамках темы «Развитие методов исследований неравновесной атмосферы».

### ЛИТЕРАТУРА

1 Christopher E. Radiation and the irreversible thermodynamics of climate // Journal of the atmospheric sciences. - 1986. - V. 41, N 12. - P. 1985-1991.

2 Изаков М.Н. Самоорганизация и информация на планетах и в экосистемах // Успехи физических наук. – 1997. – Т. 167, № 10. – С. 1087-1094.

3 Пудовкин М.И., Распопов О.М. Механизм воздействия солнечной активности на состояние нижней атмосферы и метеопараметры // Геомагнетизм и аэрономия. – 1992. – Т. 32, № 5. – С. 1-22.

4 Сомсиков В. М. Гидродинамическое описание атмосферы, как открытой неравновесной системы // Проблемы эволюции открытых систем. Вып. 3. – Алматы: Эверо, 2001. – С. 44-49.

5 Сомисиков В.М., Гангули Б., Дунгенбаева К.Е. Акустико-гравитационные волны в неравновесной атмосфере // Геомагнетизм и аэрономия. – 2004. – Т. 44, № 3. – С. 407-411.

6 Антонова В. П., Дунгенбаева К. Е., Зализовский А. В., Инчин А. С., Крюков С. В., Сомсиков В. М., Япольский Ю. М. Различие спектров акустико-гравитационных волн в дневные и ночные часы, обусловленное неравновесными эффектами в атмосфере // Геомагнетизм и аэрономия. – 2006. – Т. 46, № 1. – С. 106-114.

### В. М. Сомсиков, К. Е. Нургалиева, Б. Т. Жумабаев, Н. М. Салихов, А. С. Инчин, А. Идрисов, Ю. М. Ямпольский, А. В. Зализовский

### АТМОСФЕРАНЫҢ САЛМАҚСЫЗ ӘСЕРІНЕ БАЙЛАНЫСТЫРЫЛҒАН ЖОҒАРЫ ЕНДІКТЕГІ ИОНОСФЕРАНЫҢ ТОЛҚЫНДЫҚ АУЫТҚУЫНЫҢ ТАЛДАУЫ

Мақалада Украиналық Антарктикадағы «Академик Вернадский», (65°15' ЮШ, 64°16' ЗД) станциясында алынған ионосфераны вертикал зондтау деректерін сандық өңдеу арқылы атмосфералық толқындардың күндізгі және түнгі таралу ерекшекліктері қарастырылған. Ионосфера биіктігінде таралатын толқындардың мезгілге байланысты таралу ерекшеліктері айқындалды. Ол ерекшеліктер тегінің механизмдері талқыланған.

V. M. Somsikov, K. E. Hyrgalieva, B. T. Zhumabayev, N. M. Salikhov, A. S. Inchin, A. Idrisov, Yu. M. Yampolskiy, A. V. Zalizovskiy

### THE ANALYSIS OF WAVE INDIGNATIONS OF THE HIGH-ALTITUDE IONOSPHERE CAUSED BY NONEQUILIBRIUM EFFECTS IN THE ATMOSPHERE

The distinctive features of atmospheric waves daytime and nighttime spectrum obtained using ionosonde data from Ukraine Antarctica station «Academic Vernadskii» (65°15′ S, 64°16′ W). The seasonal distinguishes of wave disturbances behavior on ionosphere height was revealed. The mechanism of this distinguishes discussed.

# Наземно-космические методы исследования геодинамических процессов в земной коре

УДК 528.8; 530.31; 550.34; 624.13

### Ж. Ш. ЖАНТАЕВ, Б. К. КУРМАНОВ, А. Ж. БИБОСИНОВ, К. А. САДЫКОВ, Т. ШАПИЫК, А. А. КАЛДЫБАЕВ

# ИЗУЧЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ ГОРОДА АЛМАТЫ МЕТОДАМИ КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ

ДТОО «Институт Ионосферы», г. Алматы

В работе исследуются поля скорости современных движений земной поверхности по данным GNSS-измерений на примере территории города Алматы, описываются этапы построения локальной GNSS-сети для города Алматы, проведение измерений по пунктам сети, первичная обработка и интерпретация.

На протяжении длительного времени разнообразные деформации земной поверхности были и остаются источниками многочисленных и различных по масштабам разрушений окружающей среды и нарушений экологической обстановки, связанных с землетрясениями, оползнями, обвалами и другими воздействиями на приповерхностные геологические структуры. Применительно к территориям крупных городов такая ситуация резко обостряется из-за возрастающих нагрузок на грунт, связанных с массовыми многоэтажными застройками, интенсивного освоения подземного пространства, нарушений гидрорежима и вибровоздействий на геологическую среду со стороны быстро нарастающих транспортных потоков. В отдельных регионах крупных городов уровень воздействия на упомянутые геологические структуры уже приближается к критическому, при котором число разрушений из-за тех или иных деформаций земной поверхности резко возрастает [1, 2].

Среди многочисленных геологических, геофизических и геоморфологических методов изучения состояния геологической среды особое место занимают геодезические методы, позволяющие не только качественно, но и количественно оценить возникающие деформации земной поверхности и расположенных на ней различных строений и сооружений. Разработанные в последние годы подходы, основанные на высокоточных спутниковых методах координатных определений, открыли возможность организации эффективного геодезического мониторинга, позволяющего практически непрерывно и в самых разнообразных физико-географических условиях отслеживать те или иные деформации на миллиметровом уровне точности [1,2].

Целью работы являются изучение полей скорости современных движений земной поверхности по данным GNSS-измерений на примере территории города Алматы, которые включают следующие этапы:

- построение локальной сети для города Алматы;

- проведение измерений по каждым пунктам сети;

– первичная обработка и интерпретация данных.

Изучение современных движений в городских условиях имеет целый ряд специфических особенностей. В их числе геологические условия наблюдений, доступность мест для размещения пунктов сети, и, наконец, характер действующих помех.

При построении сети наблюдений главным считалось обеспечение минимальной достаточности плотности пунктов и представительности сети на площади при известной схеме сети главных разломов фундамента и возможность расположения пунктов с точки зрения допустимого действия помех. Для этой цели проведена предварительная рекогносцировка всей территории города и его окрестности с одновременной оценкой соотношений сигнал/помеха с использованием переносимой измерительной установки приемник-антенна. Учитывалась также возможность размещения

пунктов в пределах блоков, ограниченных основными разрывными нарушениями, известными по данным ранее проведенных геолого-геофизических работ. Наиболее подходящей оказалась в этих условиях сеть со стохастическим распределением пунктов.

Исходя из известных геологических условий с учетом различных априорных данных, была составлена предварительная сеть наблюдений. Важным ее элементом является плотность сети пунктов. Этот параметр сети был предварительно выбран на основании опыта работ, ранее проводившихся по региональной Центрально-Азиатской сети, где плотность сети определялась исходя из размеров известных блоков коры и системы крупных разрывных нарушений региона. Для г. Алматы мы исходили из размеров блоковых структур фундамента, которые могут оказывать основное влияние на деформационные процессы поверхности в случае их взаимных относительных перемещений во время сильных землетрясений. При глубинах до фундамента порядка 3-х километров расстояния между ближайшими крупными разрывными нарушениями составляют от единиц до нескольких километров. Сеть разбита в пределах территории Алматы с незначительным выходом за ее пределы (рис. 1) и состоит из 14 пунктов наблюдений (табл. 1).



Рис. 1. Расположение пуктов локальной GPS-сети для города Алматы (табл. 1)

Таблица 🛛	. Название	и координаты пунктов	локальной сети G	PS-измерений для г	. Алматы
				-	

N⁰	11	Π	Координаты		
	пазвание пункта	пункты	Y	Х	Н, м
1	База	Baza	43º10'37.1850	76º57'4.0122	1209.896
2	Астрофизика	Act2	43º10'35.7349	76º57'58.5639	1316.425
3	Коктобе	Kokt	43º13'40.7683	76º59'06.7640	925.288
4	Аэропорт	Aers	43º19'38.9931	77º0'46.2605	639.803
5	Сайран	Sair	43º14'17.5640	76º51'54.7307	757.792
6	Кызылту-4	Kzt4	43º22'13.5082	77º5'5.0653	634.481
7	Капчагайская трасса	Kpch	43º22'30.8869	76º57'20.5690	614.688
8	Байсерке	Bser	43º27'8.1595	77º2'46.2691	573.468
9	Бурундайское кладбище	Borl	43º18'56.6571	76º48'56.5204	727.569
10	Первомайский пруд	Trpp	43º23'46.1461	76º54'32.1729	620.963
11	Ипподром	Ipdr	43º18'27.0849	76º55'42.3869	668.996
12	12-ая Горбольница	Gorb	43º13'54.3048	76º54'36.2963	791.633
13	Казахфильм	Kazf	43º14'50.4854	76º54'15.9350	927.644
14	Центральный парк	Cprk	43º15'47.3451	76º58'12.4722	743.061

Не имея возможности организовать синхронную сеть GPS-наблюдений в городе, пришлось ограничиться сериями последовательных наблюдений с использованием одной приемной станции. Измерения на каждом из пунктов проводятся периодически приемниками Lieca GRX 1200 GG Pro два раза в год. Принят регламент, при котором длительность регистрации сигналов спутников на одном пункте составляет 48 часов: с 14 часов местного времени до 14 через двое суток в непрерывном режиме с интервалом в 30 секунд. Т.е. за одну сессию (48 часов) отрабатывается один пункт наблюдений и производится 5720 независимых актов регистрации. Это дает возможность при последующей обработке увеличить соотношение сигнал/случайная помеха в корень квадратный из этого числа (примерно в 76 раз). Итог работы на пункте регистрируется в специальном рапорте, результаты регистрации заносятся на специальный носитель и передаются в центр обработки данных, где производится конвертирование данных в формат обработки и заносится в базу первичных данных. База первичных данных дублируется на внешний постоянный носитель и хранится независимо. Собственно переездом на очередной по графику пункт заканчивается отработка одного пункта за одну сессию наблюдений. В принимаемой информации содержатся все необходимые данные для определения координат приемника, но один, переданный пакет информации со спутников GNSS, отягощен различного рода помехами, которые могут быть в виде аддитивных (слагаемых) добавок, так и мультипликативных, которые обусловлены вариациями базовых параметров и проявляют себя в виде некоторого сомножителя к сигналу. Ослабление влияния этих принципиально различающихся помех осуществляется также различными способами. Основные аддитивные помехи представляют собой временные процессы со статистическими характеристиками, близкими к случайным сигналам. Известен общий способ их эффективного подавления путем накопления полезного сигнала. Для этого используют обычное многократное суммирование независимо принятых исходных сигналов, нормируемое на общее их число. В основе ослабления помех лежит предположение о неизменности полезного сигнала в процессе приема всех независимых актов приема. В этом случае полезная составляющая суммируется синхронно, а сигналы помех складываются хаотически. В результате энергия полезного сигнала увеличивается в N раз (пропорционально числу независимых актов регистрации). При случайной помехе выигрыш оказывается равным в корень квадратный из N раз. Эта возможность реализуется применяемой технологией приема и предопределяет режим или регламент, при котором осуществляется двухсуточный режим наблюдений на каждом пункте и независимый прием 5720 посылок сигналов. Способ эффективен, когда циклы помех меньше продолжительности непрерывной регистрации на пункте. Для ослабления помех с более длительными циклами приходится разносить во времени сессии. Одной из значимых помех является так называемая «годовая» с циклом около года. Ее можно ослабить лишь за несколько лет наблюдений. Поэтому и предполагается, что при работе с одной приемной станцией доступный для анализа результат может быть достигнут за время, более длительное по сравнению с продолжительностью темы. Есть и многие другие значимые помехи с циклами менее года. Они, в основном, обусловлены сезонностью. Поэтому принято считать необходимым вести наблюдения с количеством сессий более 3-5 в год.

Информация, получаемая с различных типов GPS-приемников, имеет разные форматы. Для использования этих данных совместно, ее сначала необходимо привести к единому виду. Одним из таких стандартных форматов является формат RINEX.

Основная обработка GPS-данных осуществлялась пакетом программ GAMIT/GLOBK, разработанным в Массачусетском Технологическом Институте США. Пакет GAMIT состоит из отдельных модулей, выполняющих функции подготовки данных для GPS-обработки, генерации таблиц интерполированных данных спутниковых орбит, вычисления разностных значений наблюдений, обнаружения отскоков и перерывов в данных, вычисления оценок параметров методом наименьших квадратов. Программы GAMIT для определения координат пунктов наблюдений используют измерения фаз несущих частот, дробные части которых регистрируются в GPSприемниках с большой точностью.

В результате обработки получаются решения двух типов:

– первый тип решения – это оценки координат пунктов наблюдений и параметров спутниковых орбит и земного вращения. В этом решении используются жесткие ограничения на априорные координаты для хорошо изученных станций (до 2–3 мм) и свободные (до 100 м) для новых пунктов. Данное решение может использоваться самостоятельно при определении координат пунктов наблюдений, но, в основном, оно применяется для контроля качества решения;

– второй тип решения в виде ковариационной матрицы используется для дальнейших расчетов в GLOBK. В этом решении применяются свободные ограничения на априорные значения для всех определяемых параметров.

Пакет GLOBK служит для подготовки и обработки данных на основе фильтра Кальмана. Одно из назначений данного пакета – это объединение отдельных сессий, например, однодневных решений для получения усредненных оценок координат пунктов наблюдений за период многодневного эксперимента. С помощью данного пакета также могут быть вычислены зависимости координат пунктов наблюдений во времени. В состав пакета включены различные программы постобработки и представления результатов [3].

При выполнении вычислений априорные значения координат и скоростей пунктов, априорные данные земного вращения и орбитальные данные образуют единый интегральный набор, который должен быть внутренне согласован. Наложение жестких ограничений на любой из этих параметров при региональном решении может деформировать систему. Для того чтобы этого не произошло, ограничения на априорные координаты пунктов, скорости, параметры спутниковых орбит и вращения Земли при решении не должны быть жесткими.

Вместе с тем такое решение из-за большой свободы может сместить или развернуть всю систему станций и/или их векторы скоростей их движений. Стабилизация позволяет определить систему отсчета с помощью минимизации отклонений значений, полученных в результате решения, от априорных координат и/или скоростей для набора хорошо определенных станций. Итерационная схема стабилизации автоматически исключает пункты, для которых координаты имеют большие отклонения.



Поле скоростей данного региона показаны на рис. 2, а их значение приведены в табл. 2.

**Рис. 2.** Скорости городской сети GPS-измерений за 2011 г. Скорости относительно Евразийского континента (слева) и относительно центра земли (справа)

Таким образом, перманентная станция SELE, входящая в мировую сеть IGS, имеет ошибку порядка 0,1 мм/год, когда остальные временные пункты не отличаются высокой точностью измерений. Это указывает на необходимость разработки специальных мер по снижению погрешности на станциях городской сети до порядка 1–2 мм/год.

Проведенные впервые исследования на территории г. Алматы по разработке технологии изучения современных движений земной поверхности с использованием GNSS-наблюдений высокой точности показали, что в пределах урбанизированных территорий такие работы вполне возможны и необходимы. Основное преимущество работ с использованием такой системы – возможность получения одновременно параметров скоростей по трем взаимноортогональным составляющим, характеризующимися значительными вариациями в течение года.

Долгота	Широта	Запад-Восток, мм/год	Юг-Север, мм/год	Вертикальн., мм/год	Идент. пункта
120,98739	24,79799	-4,18	-2,07	0,92	TCMS_GPS
107,05233	47,86507	2,46	-4,25	2,03	ULAB_GPS
104,31624	52,21902	1,45	0,34	-1,42	IRKT_GPS
104,31618	52,21902	0,41	0,13	1,09	IRKJ_GPS
91,10403	29,65733	15,72	17,49	-4,4	LHAZ_GPS
87,60067	43,80795	3,4	7,99	0,39	URUM_GPS
87,17731	43,47111	4,49	7,55	11,9	GUAO_GPS
83,23545	54,84061	-11,75	10,58	-21,49	NVSK_GPS
82,90949	55,0305	-0,4	-0,4	11,44	NOVM_GPS
78,55087	17,41726	10,53	38,17	-1,24	HYDE_GPS
78,40838	43,0568	1,61	5,39	-2,03	SATY_GPS
78,37318	43,52911	1,19	2,15	6,13	CHLK_GPS
77,63341	43,30894	0,27	6,69	15,11	TURG_GPS
77,57038	13,02117	12,63	39,86	-3,22	IISC_GPS
77,0169	43,17873	-0,74	2,78	0,66	SELE_GPS*
76,99759	43,85393	1,1	-3,05	-8,67	CHSH_GPS
76,94381	43,04197	2,31	-7,92	6,94	TSHN_GPS
76,79557	43,22949	2,39	-3,95	10,09	NKAM_GPS
76,61011	43,03757	-0,4	1,79	3,76	IZVS_GPS
76,42687	43,12999	-0,88	0,69	3,07	MATB_GPS
76,33846	43,89349	-0,05	-0,78	4,12	KURY_GPS
75,96739	43,04487	-0,09	0,65	3,12	KAST_GPS
74,7511	42,9985	0,85	0,8	1,2	CHUM_GPS*
74,69427	42,67977	-2,91	2,51	1,96	POL2_GPS*
73,99711	44,20813	-1,04	-1,36	-1,51	SUMK_GPS
73,94351	41,38494	-0,28	8,87	-7,1	KAZA_GPS
72,21045	42,44547	-1,09	-0,75	4,71	TALA_GPS
66,88545	39,13477	3,75	3,23	-16,02	KIT3_GPS
58,56046	56,42982	-3,16	3,18	17,81	ARTU_GPS
51,33409	35,69728	-0,07	12,03	5,15	TEHN_GPS
51,28094	43,54623	2,76	1,87	0,48	KASP_GPS
44,50293	40,22646	0,02	10	-10,05	NSSP_GPS
41,56507	43,78839	-0,82	-0,87	10,86	ZECK_GPS
36,23901	50,0051	-3,58	-1,34	9,51	KHAR_GPS
34,54293	49,60261	-4,59	-4,17	5,42	POLV_GPS
33,99098	44,41326	-5,34	-2,8	3,41	CRAO_GPS
13,06609	52,3793	-5,14	-6,22	-12,32	POTS_GPS

### Таблица 2. Данные первичной обработки на всех пунктах городской и глобальной сети GPS-измерений (2011 г.)

Ошибка, вероятнее всего, обусловлена малым числом независимых наблюдений на временных пунктах, что обусловлено невозможностью организовать непрерывные наблюдения из-за отсутствия приемных устройств и плохой обеспеченности отряда транспортными средствами.

Установлены основные требования к системам наблюдений и инженерному оборудованию наземных пунктов наблюдений, а также разработаны и опробованы оригинальные технические решения пунктов, допускающие их строительство в городских условиях на основе долговременной базовой конструкции, погружаемой в грунт и съемных элементов с блоком оборудования и антенным держателем.

За два года наблюдений на городской территории установлены признаки значительных смещений точек поверхности. Сделан вывод о необходимости ведения синхронных наблюдений на части пунктов, с последующим перемещением приемников на другие пункты с перекрытием систем наблюдений.

Для обеспечения высокого качества первичной обработки данных мониторинга необходим выбор с последующим контролем качества данных группы ближних непрерывных станций мировой сети (IGS).

Для производственных или опытно-производственных мониторинговых работ необходимо создать специализированную группу профессионально подготовленных сотрудников для ведения полевых работ, первичной обработки данных, группу интерпретации и анализа.

Работа выполнена по РБП 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности» в рамках темы «Разработать методы оценки геомеханического состояния земной коры кризисных территорий с использованием математического моделирования и спутниковых технологий».

### ЛИТЕРАТУРА

1 Зубович А.В., Трапезников Ю.А., Брагин В.Д., Мосиенко О.И., Щелочков Г.Г., Рыбин А.К., Баталёв В.Ю. Поле деформации, глубинное строение земной коры и пространственное распределение сейсмичности Тянь-Шаня // Геология и геофизика. – 2001. – Т. 42, № 10. – С. 1634-1640. 2 Zubovich A.V., Wang X.-q., Scherba Y.G., Schelochkov G.G., Reilinger R., Reigber C., Mosienko O.I., Molnar P.,

2 Zubovich A.V., Wang X.-q., Scherba Y.G., Schelochkov G.G., Reilinger R., Reigber C., Mosienko O.I., Molnar P., Michajljow W., Makarov V.I., Li J., Kuzikov S.I., Herring T.A., Hamburger M.W., Hager B.H., Dang Y.-m., Bragin V.D., Beisenbaev R.T. GPS velocity field for the Tien Shan and surrounding regions // Tectonics. – 2010. – V. 29. – TC6014, doi:10.1029/2010TC002772.

3 http://www-gpsg.mit.edu/~simon/gtgk/

Ж. Ш. Жантаев, Б. К. Құрманов, А. Ж. Бибосынов, К. А. Садықов, Т. Шапиық, А. А. Қалдыбаев

### АЛМАТЫ ҚАЛАСЫНЫҢ ҚАЗІРГІ ЖЕР ҚЫРТЫСЫНЫҢ ҚОЗҒАЛЫСТАРЫН ҒАРЫШТЫҚ ГЕОДЕЗИЯ ӘДІСТЕРІМЕН ЗЕРТТЕУ

Бұл жобада Алматы қаласы аумағының мысалында GNSS-өлшемдері деректері арқылы жер бетінің қазіргі қозғалысы жылдамдығының һрістері зерттеледі, Алматы қаласына арналған жергілікті GNSS-желісі құрылысының кезеңдері желіс пункттері өлшемдерінің бастапқы өңдеу және түсіндірме беруі баяндалады.

Zh. Sh. Zhantayev, B. K. Kurmanov, A. Zh. Bibosinov, K. A. Sadikov, T. Shapiyk, A. A. Kaldibayev

### THE STUDY OF MODERN CRUSTAL MOVEMENTS ALMATY CITY BY SPACE GEODESY METHODS

We investigate the velocity field of the modern movements of the earth surface according to the GNSSmeasurements by the example of the city Almaty, describes the stages of building a local GNSS-network for the city Almaty, measuring the points of the network, primary processing and interpretation. УДК 551.2; 551.24; 550.34; 550.338

Ж. Ш. ЖАНТАЕВ, Ю. Г. ЩЕРБА, Б. К. КУРМАНОВ, Н. А. АСАНКУЛОВ, К. А. САДЫКОВ

# РАСЧЕТЫ ПОЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ ПО ОБНОВЛЕННЫМ ИСХОДНЫМ ДАННЫМ ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ GPS-НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ СЕВЕРО-ТЯНЬ-ШАНЬСКОГО РЕГИОНА

### ДТОО «Институт Ионосферы» АО «НЦКИТ», г. Алматы

Проведены расчеты полей современных движений и их производных для Северо-Тянь-Шаньского региона на основе обновленных данных первичной обработки GPS-наблюдений Центрально-Азиатского региона. Рассчитанные картосхемы составляющих тензора скорости деформирования на поверхности могут быть использованы для интерпретации с позиций оценки происходящих геодинамических процессов, в частности, особенностей движения вещества коры и формирования очаговых зон землетрясений различного энергетического класса. Установлена и подтверждается ранее выявленная и отчетливо выраженная приуроченность эпицентров землетрясений к областям повышенных градиентов, составляющих скорости современных движений и производных от них скоростей деформирования.

В настоящее время не существует единого подхода и общепринятых методических приемов интерпретации данных о современных движениях, в том числе и мониторинговых наблюдений. В каждом конкретном случае изучения современных движений ставятся свои задачи, возможно и сходные по своей сути для различных применений изучения современных движений. В общем случае под интерпретацией современных движений можно понимать получение общей характеристики геодинамических процессов на изучаемой территории и оценку перспектив ее развития в будущем на основе комплексного анализа полей по компонентам скорости движения пунктов. Обычно на предварительных подступах к интерпретации важным является дать всестороннюю качественную и количественную оценку наблюденных полей движений. Для этой цели находят разнообразные производные от исходного поля. Примерами могут быть расчеты составляющих тензора деформаций по полям исходных компонент скоростей движения, карты блоков поверхности, отражающие структуру исходного поля движений и другие. Совместно с исходными, производные данные позволяют прояснить физическую картину геодинамического процесса, распространенность его в объеме коры, или, наконец, связь выявленных особенностей с некоторыми следствиями типа сейсмических событий и их распределением на исследуемой территории. Наборы получаемых производных характеристик существенно зависят от исходных (базовых) представлений о модели изучаемого геодинамического процесса. Именно на этом базируются и способы анализа и различия в результатах, которые по определению должны быть одинаковыми или близкими. Если очевидны значительные несовпадения в конечных результатах, то неизбежна ошибочность в некоторых из предлагаемых модельных представлениях о геодинамическом процессе. На современном этапе можно выделить следующие основные разновидности в априорном подходе к оценке сути изучаемого процесса наблюдаемых современных движений:

– модули исходных наблюденных полей рассматриваются как двумерные функции, заданные на поверхности наблюдений и имеющие в зависимости от координат различные значения градиентов, значения кривизны, спектральное содержание, соотношение сигнал/помеха и некоторые другие параметры [1];

 исходные поля компонент скорости имеет блочную структуру и отражают блочное строение коры исследуемого региона. В настоящее время это наиболее типичный подход многих исследователей и одновременно один из наиболее исторически сложившихся [2, 3];

– исходные данные о современных движениях рассматриваются как векторное поле, заданное на поверхности наблюдений. Рассматриваются свойства этого поля в виде типовых характеристик в соответствии с положениями теории поля: скалярная и векторная производные поля (соответственно дивергенция и циркуляция поля), как функции координат поверхности наблюдения, градиент исходного поля. В дополнение к этим характеристикам производится вычисление азимутально-зависимых составляющих линейной относительной деформации, составляющих горизонтального сдвига и некоторые другие.

Получаемые параметры в двумерном отображении (заданные на горизонтальной поверхности) сопоставляются с известными из независимых источников другими характеристиками геодинамического процесса (очаговых зон землетрясений, рельефом, сейсмической активностью и т.д.) [8].

Каждый из приведенных базовых подходов характеризуется как положительными сторонами, так и определенными недостатками. Так, блочное представление движений для всей поверхности Земли привело к фундаментальным выводам о плитотектонике, указало границы между континентальными плитами, выполняющими функции сейсмических поясов с концентрацией к ним эпицентров землетрясений в масштабах всей Земли. Но при анализе геодинамических процессов на меньших территориях возникает противоречие в сочетании таких явлений, как деформации в условиях взаимодействия жестких плит. Разделение на отдельные блоки только лишь по полю скоростей пунктов наблюдения неизбежно приводит к принятию субъективных допусков, как следствие – неоднозначности результатов при независимых разделениях на блоки.

При проведении исследований нами был избран третий вариант, позволяющий достаточно широко применять формальный, хорошо разработанный аппарат теории поля. При этом удается легко, с физических позиций объяснить многие геодинамические особенности региона. Этот подход применим к любым участкам поверхности, но требует достаточной полноты сети наблююдений. Большим положительным качеством метода является простое объяснение наблюдаемых деформационных процессов. В этом подходе необходимо лишь принятие допущения, что реальная среда непрерывна и наделена различными свойствами в отношении деформирования, т.е. одновременно упруго-пластично-текучими свойствами и обладает вязкостью. При этом в экспериментальных исследованиях в отдельных случаях сознательно допускается нарушение одного из условий изучения деформационных свойств неоднородных упругих сред. Оно, как известно, состоит в необходимости использования малых баз для изучения деформаций более высокого порядка малости по сравнению с базой. Этим гарантируется проведение оценок в пределах однородного элемента среды. Если база велика и в ее пределах помещается неоднородная или кусочнонеоднородная среда, то в данном случае находимые оценки деформирования уже не могут быть связаны с какой-либо однородной составляющей частью изучаемой среды. Речь в данном случае может идти лишь о некоторых эффективных параметрах деформирования, отличающихся в общем случае от аналогичных показателей отдельных однородных составляющих элементов рассматриваемой неоднородной среды. Именно эти обстоятельства являются предметом противоречивых условий выбора параметров, например, линейных деформографов. С одной стороны, для повышения чувствительности необходимо увеличение плеча деформографа, а с другой – рычаг должен быть по возможности малым, чтобы база прибора размещалась в пределах однородного блока. При использовании GPS-технологии для оценки деформационных процессов база составляет величину не менее расстояния между пунктами (сотни метров, первые километры). Таким образом, ясно, что в пределах базы большого размера может быть несколько границ или областей с изменениями свойств реагирования на внешнюю нагрузку (действующее напряжение). Отсюда следует вывод: сравнение результатов оценки параметров деформирования, полученных разными методами и на различающихся базах, некорректно, более того, недопустимо. В пределах всей изучаемой или контролируемой территории величина базы должна быть неизменной.

В данной работе рассчитаны поля градиентов для полей ортогональных составляющих скоростей пунктов горизонтальных движений для выяснения возможной пространственной приуроченности сейсмических событий к поверхности с особенностями градиента той или иной составляющей скорости.

Комплекс программ, разработанный авторами, позволяет рассчитывать матрицы эллипсов скоростей деформирования у каждой точки дискретной регулярной сети. Эти матрицы с координатной привязкой каждого эллипса служат своеобразными картами об особенностях изучаемого деформационного процесса на площади мониторинга. Получение значений кажущейся скорости деформирования у каждой точки сети для упорядоченной последовательности азимутов позволяет формировать кинограммы (анимации), наглядно отображающие изменения картины деформирования на контролируемой территории в зависимости от азимута. Кроме перечисленного, комплекс позволяет построить графики как по любым профилям на площади наблюдений, так и по профилям в виде ломаных линий.

На рис. 1 отображен переход от орогенов Северного Тянь-Шаня к Казахскому щиту в поле компоненты движений запад-восток. Граница Казахского щита на юге отмечается выраженной сменой изрезанности поля, что свидетельствует о появлении структур в коре более высокого порядка в результате возникших динамических процессов, повлекших также и рост сейсмической активности. На северо-востоке менее изрезанным полем компоненты запад-восток проявлен геодинамически активный Алтай. Переход от Жетысуского Алатау к Алтаю отмечен полосой повышенных градиентов (44,5° С.Ш.) субширотной ориентировки линий равных значений компоненты запад-восток.



Казахский щит от Северо-Тянь-Шаньских структур на картосхеме компоненты север-юг (рис. 2) отделяется полосой повышенных градиентов поля простирания СЗ-СВ.

Для оценки степени взаимообусловленности неоднородностей полей скорости движения и сильной сейсмичности Северного Тянь-Шаня рассчитаны горизонтальные градиенты (рис. 3, 4). На картосхемах градиентов представлены области вблизи экстремумов.



**Рис. 3.** Картосхема горизонтального градиента компоненты скорости запад-восток с эпицентрами сильных землетрясений



**Рис. 4.** Картосхема горизонтального градиента компоненты скорости юг-север с эпицентрами сильных землетрясений

Используя понятия аппарата теории поля, также были рассчитаны для векторного поля горизонтальной составляющей скорости современных движений циркуляция поля (или ротор) и дивергенция (сходимость-расходимость поля). Ротор, отличный от нуля, означает вихрь в структуре поля, а дивергенция указывает на наличие в некоторой точке, окруженной замкнутым контуром, источник или сток векторного поля. С учетом того, что скорость и ее составляющие относятся к веществу коры на поверхности, то значения циркуляции и дивергенции имеют значимый физический смысл, о чем будет сказано ниже (рис. 5, 6).



**Рис. 5.** Ротор (векторная производная) горизонтальной составляющей скорости современных движений, указывающий на вихревой характер движения поверхности орогенов Северного Тянь-Шаня

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан



**Рис. 6.** Дивергенция поля (скалярная производная) горизонтальной составляющей скорости современных движений поверхности с линией скорости Vp = 6,8 км/с на глубине не менее 50 км (по В.И. Шацилову)

На рис. 7 показана картосхема областей экстремальных значений сдвига по азимуту 9° для Северо-Тянь-Шаньского региона на основе данных GPS-наблюдений.



Рис. 7. Картосхема областей экстремальных значений сдвига по азимуту 9° для Северо-Тянь-Шаньского региона на основе данных GPS-наблюдений

В результате расчетов полей современных движений и их производных для Северо-Тянь-Шаньского региона на основе обновленных данных первичной обработки GPS-наблюдений Центрально-Азиатского региона, установлено, что некоторое различие в результатах первичной обработки в основном связано с выбором опорных станций мировой сети, но не приводит к принципиальному различию результатов.

Полученные вновь картосхемы составляющих тензора скорости деформирования на поверхности могут быть использованы для интерпретации с позиций оценки происходящих геодинамических процессов, в частности, особенностей движения вещества коры и формирования очаговых зон землетрясений различного энергетического класса. Установлена и подтверждается ранее выявленная и отчетливо выраженная приуроченность эпицентров землетрясений к областям повышенных градиентов составляющих скорости современных движений и производных от них скоростей деформирования.

Для центральной зоны Северного Тянь-Шаня подтвержден вихревой характер движения поверхности, свидетельствующий о пересечении дневной поверхности с плоскостями (или областями) живых разрывных нарушений.

Выявленная тесная взаимообусловленность современных движений и распределения сейсмичности в регионе однозначно свидетельствует об актуальности развития системы непрерывного мониторинга современных движений с охватом зоны неизбежного возникновения будущих сильных событий.

Работа выполнена по РБП 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности» в рамках темы «Разработать методы оценки геомеханического состояния земной коры кризисных территорий с использованием математического моделирования и спутниковых технологий».

### ЛИТЕРАТУРА

1 Грачев А.Ф., Мухамедиев Ш.А., Николаев В.А. Геометрические характеристики новейших тектонических движений (Объединенный институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта) // Российский журнал наук о Земле. – Февраль 2000. – Т. 2, № 1.

2 Зубович А., Бейсенбаев Р., Сяочан Ван, Юнфен Джан, Кузиков С., Мосиенко О., Нусипов Е., Щелочков Г., Щерба Ю. О некоторых результатах анализа кинематики Тянь-Шаня и окружающих районов по данным GPS-наблюдений // МОН РК. Институт сейсмологии, Международный научно-исследовательский центр – геодинамический полигон. Геодинамические, сейсмологические и геофизические основы прогноза землетрясений и оценки сейсмического риска. (Доклады Казахстанско-Российской междунар. конф., посвящ. году России в Казахстане 22–24 июня 2004 года). – Алматы, 2005. – С. 34-40.

3 Миди Б.Дж., Хагер Б.Х. Современное распределение деформации в Западном Тянь-Шане по блоковым моделям, основанным на геодезических данных // Геология и геофизика. – 2001. – Т. 42, № 10. – С. 1622-1633.

4 Сидорин А.Я. Выдающееся достижение Российской Академии Наук: Успешный прогноз землетрясения в Японии 11 марта 2011 года (Институт физики Земли) // Геофизические процессы и биосфера. – 2011. – Т. 10, № 1. – С. 5-8.

5 Соболев Г.А., Пономарев А.В. Физика землетрясений. – М.: Наука, 2003. – 270 с.

6 Любушин А.А. Тренды и ритмы синхронизации мультифрактальных параметров поля низкочастотных микросейсм // Физика Земли. – 2009. – № 5. – С. 15-28.

7 Соболев А.Г. О применимости прогностических алгоритмов RTL и оценки энергии к сейсмичности Сахалина. Институт физики Земли РАН, Москва, 123995.

8 Щерба Ю.Г. Деформационные процессы на основе GPS-измерений и возможность прогноза сильнейших сейсмических событий // Министерство образования и науки Республики Казахстан. Институт геологических наук им. К. И. Сатпаева, Институт гидрогеологии и геоэкологии им. У. М. Ахмедсафина, Институт сейсмологии. Материалы к XXXIII геологическому конгрессу. – Осло, 2008. – С. 421-433.

### Ж. Ш. Жантаев, Ю. Г. Щерба, Б. К. Құрманов, Н. А. Асанқұлов, К. А. Садықов

### СОЛТҮСТІК ТӘНЬ-ШАНЬ АЙМАҒЫ ҮШІН GPS БАҚЫЛАУДЫҢ АЛҒАШҚЫ ЖАҢАРТЫЛҒАН МӘЛІМЕТТЕРІ НЕГІЗІНДЕ ҚАЗІРГІ ҚОЗҒАЛЫСТАР ӨРІСТЕРІ МЕН ОНЫҢ ТУЫНДЫЛАРЫН ЕСЕПТЕУ

Орталық Азия аймағын GPS бақылауының алғашқы өңдеуі жаңартылған мәліметтері негізінде Солтүстік Тянь-Шань аймағы үшін бастапқы деректер қазіргі қозғалыстардың өрістері және олардың туындылары есептелді. Геодинамикалық үдерістерді бағалау тұрғысында, интерпретация үшін жер бетіндегі деформациялану жылдамдығының тензорын құраушылардың өлшенген карта-схемалары қолдана алады. Жеке алғанда жер қыртысы бөлшектерінің жылдамдығы және әртүрлі энергетикалық топтағы жер сілкінісі ошақтарының қалыптасуының ерекшеліктері. Қазіргі қозғалыстарының жылдамдығын және олардан туындаған деформациалану жылдамдығын құраушылардың жоғарылатылған градиент аймағына ерте анықталған анық көрінетін жер сілкіну эпицентрлерін ұштастыру анықталды және дәлелденді.

### Zh. Sh. Zhantayev, Yu. G. Sherba, B. K. Kurmanov, N. A. Asankulov, K. A. Sadikov

# CALCULATIONS OF FIELDS OF MOVEMENT AND THEIR DERIVATIVES ON THE UPDATED INITIAL DATA PRIMARY GPS PROCESSING – NORTH TIEN SHAN REGION OBSERVATIONS

Calculations of the field modern movements and their derivatives for the North Tien Shan region, based on updated data preprocessing GPS-observations of the Central Asian region. The calculated maps of their tensor components of strain rate on the surface can be used to interpret in terms of ongoing assessment of geodynamic processes, in particular traffic characteristics of the substance of the crust and the formation of focal zones of earthquakes of different energy classes. Established and confirmed previously identified and clearly marked the epicenters of earthquakes are confined to areas of high gradients of velocity components of the modern movement and derived strain rates.

УДК 551.2; 551.24; 550.34; 550.338

Ж. Ш. ЖАНТАЕВ, А. Ж. БИБОСИНОВ, А. Г. ФРЕМД, А. В. ИВАНЧУКОВА

# НАЗЕМНО-КОСМИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ ПРИКАСПИЙСКОГО РЕГИОНА И СОПРЕДЕЛЬНЫХ ТЕРРИТОРИЙ

ДТОО «Институт Ионосферы» АО «НЦКИТ», г. Алматы

Приведены основные результаты работ по Прикаспийскому региону, полученные методами наземных наблюдений, дистанционного зондирования Земли и механико-математического моделирования.

Каспийский регион, в котором сосредоточены крупнейшие запасы углеводородного сырья, является сегодня крайне привлекательным инвестиционным объектом экономик всех стран этого региона, а также других государств. Однако успешное развитие региона немыслимо без решения ряда важнейших вопросов, связанных с обеспечением экологического равновесия окружающей среды и техногенной безопасности производств, в частности, объектов добычи углеводородного сырья. Все эти проблемы обусловлены как естественными геодинамическими процессами, протекающими в литосфере, так и искусственными, – следствием интенсивного техногенного вмешательства, темпы которого неуклонно возрастают.

Естественные процессы обусловлены особенностями геологического строения и той геодинамической позицией, которую занимает регион в системе плит. Особенности этой позиции проявляются:

– в современных движениях регионального порядка, обусловленных уникальным расположением региона с позиций тектоники плит;

 в наличии диапировых структур и мощных повсеместно развитых соленосных толщ, которые отличаются сравнительно высокой скоростью динамических процессов, обусловленных, как тектоническими особенностями, так и пластичностью;

 в наличии крупных блоковых структур и систем разделяющих их активных региональных глубинных разломов (линеаментов), а также молодых разрывных нарушений более низкого порядка;

 в наличии азимутального и углового несогласия в залегании осадочной толщи Каспийского моря и более древних пород кристаллического фундамента.

Отмеченные особенности свидетельствуют о незавершённости процесса становления всего Арало-Каспийского прогиба и напряжённом состоянии его недр, что подтверждается изостатической неуравновешенностью региона, сейсмичностью, активностью современных движений, гидротермальной деятельностью, грязевым вулканизмом и наличием аномально высоких пластовых давлений во флюидодинамических системах.

Искусственные процессы обусловлены техногенным наложенным воздействием на геодинамику недр земной коры. Они выражаются в создании емкостей в соляных куполах с помощью подземных ядерных взрывов, проведенных в период с 1966 по 1987 гг. и многолетних работах по поиску и разработке месторождений нефти и газа, которые проводились здесь, начиная с 1847 года. Но если на первом этапе до 1959 года включительно шла разгерметизация слабонапорных флюидодинамических систем с глубинами проникновения до 3-х км, то с 1960 года началась разгерметизация высоконапорных горизонтов с аномально высоким пластовым давлением. Такие мощные комплексные воздействия вызвали разгерметизацию зон аномально высоких пластовых давлений с проявлениями как точечного, так отчасти и площадного характера. В результате возросла сейсмическая активность в западной части прогиба, повысился уровень подземных вод в верхних горизонтах, отмеченный в районе Астрахани, а в районе Апшерона (в самом старом районе нефтедобычи) зародилась волна деформаций, распространявшаяся из области альпийской складчатости на северо-восток со скоростью 50-60 км/год. Прохождение этой волны сопровождалось резким падением нефтедобычи по всему региону. С ней же связывается резкое повышение разгрузки подземных вод в Каспий с общирных пространств в объёме от 40 до 60 км<sup>3</sup>/год и повышение уровня моря. В 1979 году скорость повышения уровня моря была зафиксирована на

\_\_\_\_\_ 58 \_\_\_\_

отметке 30-32 см/год. Начиная с 1980 года, отмечен новый всплеск сейсмической активности, охвативший, помимо западных, слабосейсмичные в прошлом территории.

В этой связи важно отметить и собственно провокационный характер процесса разработки месторождений углеводородов, который вызывает нарушение сложившегося геодинамического равновесия и может способствовать возникновению просадок земной поверхности либо играть роль «спускового крючка» высвобождения латентных напряжений. В качестве примера можно привести известные Газлийские землетрясения 1976 г. (М = 7) и 1984 г. (М = 7,3) интенсивностью 9–10 баллов, когда продолжительные интенсивные локальные воздействия, связанные с разработкой месторождения, привели к нарушению геостатического равновесия земной коры в пределах Газлийского поднятия. В данном случае, видимо, не было принято во внимание, что район Газли относится к 8-бальной Альпийской складчатой зоне, так как ранее здесь сильных землетрясений не происходило. В зонах с развитым промышленным потенциалом, к которым относится Каспийский регион, такие явления могут привести к крайне тяжелым экономическим и экологическим последствиям на уровне национальной катастрофы [1].

Приведенные факты и свидетельства дают основание к принятию неотложных мер, направленных на исследование и контроль над развитием деформационных процессов с целью выработки превентивных мер и рекомендаций по упреждению или смягчению последствий возможных техногенных катастроф.

Учитывая, что до настоящего времени на территории Прикаспийского региона нет единой системы мониторинга, представляется совершенно необходимым её создание на базе современных космических и наземных методов исследования земной поверхности.

Современные методы контроля техногенных проявлений сейсмичности являются комплексными и в первую очередь включают в себя:

- 1. Наземные наблюдения:
  - мониторинговые наблюдения с использованием GPS-станций;
  - сейсмологические наблюдения.
- 2. Методы дистанционного зондирования Земли:

 мониторинг с использованием данных спутниковой радарной съемки как отдельных промышленных объектов, так и сегментов территорий;

тематическое дешифрирование космических снимков с целью выявление и изучения основных геологических структур.

3. Механико-математическое моделирование:

- моделирование напряжённо-деформированного состояния недр;

- разработка технологических основ моделирования по геофизическим данным.

Ниже приводятся некоторые результаты исследований, направленных на выявление деформационных процессов на различных объектах территории Прикаспийского региона.

Мониторинговые наблюдения с использованием GPS-станций вне зависимости от целей и решаемых задач сети GPS в идеальном случае должны строиться в последовательности: РЕКОГНОСЦИРОВОЧНАЯ  $\rightarrow$  РЕГИОНАЛЬНАЯ  $\rightarrow$  ЛОКАЛЬНАЯ (ЗОНАЛЬНАЯ)  $\rightarrow$  ДЕТАЛЬНАЯ. Размеры и структура сетей определяются задачами исследований – масштабами тех геодинамических процессов, которые предполагается выделять и контролировать. Предлагаемая последовательность формирования сети обусловлена необходимостью разделения деформационных полей на типы, соответствующие масштабам деформационных процессов. Для решения этой задачи был разработан формализованный подход к построению опорной сети мониторинговых GPS наблюдений, основанный на анализе геолого-геофизических полей.

В 2010 году были выполнены параметрические GPS-измерения на территории Прикаспийского региона. За период наблюдений в 29 дней был получен массив данных, по которому были построены временные ряды, карты звездного неба, графики ионосферных и зенитных задержек. По проведенной оценке приема и прохождения сигнала пункт имел значительные помехи с западной, восточной и северной стороны, а также фоновые колебания в атмосферной задержке с 5 утра. Полученные результаты показали, что для развития сети GPS-наблюдений необходимо при закреплении пункта проводить параметрические наблюдения с целью выбора оптимальных условий, обеспечивающих наибольший уровень помехозащищенности.

Начиная с 2010 года, в рамках сотрудничества с Институтом Океанологии РАН, проводится мониторинг проявлений сейсмичности как на региональном, так и на локальном уровне.

На данном этапе для регистрации сейсмических событий используется площадная расстановка из трех станций, расположенных в виде треугольника со сторонами порядка 20 км. На рис. 1 показано положение очагов микроземлетрясений, обнаруженных в районе Южного Мангышлака. Из рис. 1 видно, что эпицентр микроземлетрясения, произошедшего 12 октября 2010 года с магнитудой 1.7, приурочен к Узенскому месторождению, а эпицентры ноябрьских землетрясений расположены в районе месторождения Алатюбе. Таким образом, можно допустить, что все три землетрясения имеют техногенную природу, связанную с интенсивной откачкой нефти из недр Мангышлакского полуострова.



**Рис. 1.** Положение эпицентров микроземлетрясений в районе Южного Мангышлака по результатам сейсмологического мониторинга в октябре-декабре 2010 г.

Установленные в исследуемом районе эпицентры микроземлетрясений и их приуроченность к нефтегазовым месторождениям, на которых в течение нескольких десятков лет ведется добыча углеводородного сырья, указывает на необходимость организации здесь сети постоянно действующих сейсмических станций, включая донные сейсмографы, для мониторинга развития сейсмического процесса.

Применение радарной интерферометрии успешно применяется за рубежом для мониторинга деформаций земной поверхности уже более 20 лет. В 2011 году были получены результаты обработки радарных снимков, полученных с европейского спутника ENVISAT (2004–2009 гг.) и японского спутника ALOS (2007–2010 гг.) над территорией, включающей месторождение Тенгиз. По данным дешифрирования была выявлена мульда оседаний, имеющая приблизительно равные уклоны на северо-восточном и юго-западном направлениях. При этом северо-западный ее склон более крутой, чем юго-восточный. Непосредственно береговой линии к 2009 году мульда оседаний земной поверхности не достигла. Однако тенденция развития процесса проседания дает основание предполагать, что в дальнейшем возможно развитие западной границы мульды по направлению к береговой линии, что и было подтверждено дешифрированием данных спутника ALOS (рис. 2).

Основное отличие результатов мониторинга смещений в 2004–2009 гг. по данным ENVISAT (20 мм в год) от результатов мониторинга смещений за 2007–2010 годы по данным ALOS (30 мм в год) – это ярко выраженное наличие ускорения смещений за период с 2007 по 2010 годы (за период 2004–2009 годы оседания происходили без ускорения).

При тематическом дешифрировании космических снимков Южного Мангышлака в окрестности г. Актау использовался космоснимок со спутника LandSat, осреднённый до разрешающей способности порядка 100 метров, что дает характерный размер по простиранию малого автоматически выделяемого линеамента 1–3 км. Для исследования применялось автоматизированное дешифрирование с использованием программы LESSA.



**Рис.** 2. Результирующая модель вертикальных смещений земной поверхности над месторождением Тенгиз за период с 2007 по 2010 годы в цветовом кодировании.

Зеленый цвет - поднятия, красный цвет - оседания.

Изолинии смещений подписаны в миллиметрах («+» – поднятия, «–» – оседания)

В целом неотектоника исследуемой территории определяется преобладанием развития молодых складчатых гор (Каратау), растущих складок в начальной стадии развития, взбросов и сдвигов в условиях сжатия с умеренной интенсивностью смещений. Разломные зоны нечеткие и представлены недостаточно широкими до 2–5 км зонами сгущения малых разрывов и трещиноватости без ярко выраженных линий сместителя, что говорит о начальном этапе перехода от складчатых деформаций и флексур к собственно разрывным нарушениям (рис. 3).



Рис. 3. Результаты интерпретации автоматизированного дешифрирования

Ближайшие к месту расположения объекта разломные зоны представляют собой периферийные фрагменты Бухарского разлома, простирающегося от Тянь-Шаня вдоль долины Аму-Дарьи и далее на запад-северо-запад до Каспийского моря с характерной длиной 30–60 км.

Для построения детальной блоковой модели региона необходимо использование космических и аэрофотоснимков с высоким разрешением и топографических карт. Это позволит выявить структуры с характерными размерами 3–6 и 10–30 км.

Распределением параметров НДС в земной коре во многом определяются геомеханические свойства геологической среды, которое в свою очередь зависит от величины приложенных внешних сил, координат точки и положения площадки, в которую направленно действует вектор напряжения.

Расчеты, выполненные для участка месторождения Кашаган, наглядно показали распределение значений *интенсивности касательных напряжений* (рис. 4, а), характеризующих удельную потенциальную энергию, накопленную в процессе деформирования среды. Распределение значений *параметра Лоде-Надаи*, отражает вид преобладающих сейсмотектонических деформаций (рис. 4, б)

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан



**Рис. 4.** Интенсивность касательных напряжений, в Па, (а) и распределение значений параметра Лоде-Надаи (б) на глубине 4–5 км

и позволяет выделить области (зоны), в которых преобладают напряжения сдвигового направления (наименьшие значения параметра). Сопоставление выделенных зон с распределением значений плотности указывает на их соответствие наибольшим градиентам рассматриваемого параметра, что также свидетельствует о наличии в этих зонах повышенных значений потенциальной энергии. Из рис. 4, б можно сделать вывод, что в зонах разломов за счет больших значений касательных напряжений могут происходить сдвиги.

Таким образом, по данным распределения параметров НДС установлено, что области в окрестностях разломов более разуплотнены и подвержены значительным вертикальным напряжениям. А данные распределения параметра Лоде-Надаи свидетельствуют о существовании в них относительно высоких сдвиговых касательных напряжений. И, следовательно, при расчетах распределений параметров НДС в земной коре необходимо учитывать ее разломно-блоковую делимость.

На основе обработки и интерпретации картографической базы сейсмической информации были получены данные по распределению зон разуплотнения в земной коре региона с целью выявления основных сейсмогенерирующих структур и нефтеперспективных территорий. Полученные результаты свидетельствуют о хорошей сходимости в местоположении ряда известных нефтегазовых месторождений региона и локализации зон разуплотнения. Кроме того, предложенное трёхмерное представление ослабленных зон свидетельствует о латеральной миграции углеводородов и возможном существовании подводящих каналов. Полученные результаты совместно с данными других методов заслуживают внимания при проведении предварительной оценки нефтеперспективности территорий.

Трехмерное распределение аномальных значений скорости сейсмических волн (рис. 5) дает основание предполагать, что зоны разуплотнения, выделенные по экспериментальным данным, объективно отражают картину направленности флюидных потоков и аккумуляции углеводородов.



Рис. 5. Распределение скоростных неоднородностей в земной коре Каспийского региона в слое мощностью 6 км Выявленные закономерности в распределении зон разуплотнения в комплексе с другими геофизическими данными могут служить дополнительным критерием при оценке нефтеперспективности территории и проведении поисковых геологоразведочных работ в Каспийском регионе.

Настоящими работами создана фактологическая основа к постановке и проведению экспериментальных исследований в Прикаспийском регионе и Прикаспийской впадине, в частности, направленных на выявление нефтеперспективных территорий в комплексе с данными других геофизических методов.

Приведенные фрагменты результатов исследований показывают, что организация наземнокосмических и геофизических мониторинговых наблюдений с использованием инновационных технологий позволит повысить уровень эффективности и оперативности отслеживания динамики развития деформационных процессов на данных территориях. Получаемая информация может быть целенаправленно использована для выработки рекомендаций с целью предотвращения геоэкологических катастроф и снижения возможного экономического ущерба.

Работа выполнена по республиканской бюджетной программе 002 «Прикладные научные исследования в области космической деятельности». (Шифр 0.057) в рамках темы «Разработать технологии наземнокосмических мониторинговых наблюдений за развитием геодинамических процессов на территории Прикаспийского региона и прогнозирования месторождений углеводородного сырья».

### ЛИТЕРАТУРА

1. http://www.ecosystema.ru

### Ж. Ш. Жантаев, А. Ж. Бибосынов, А. Г. Фремд, А. В. Иванчукова

### КАСПИЙМАҢЫ АЙМАҒЫ МЕН ОҒАН ШЕКТЕС АУМАҚТЫҢ ЖЕРҮСТІ-ҒАРЫШТЫҚ МОНИТОРИНГІ

Каспиймаңы аймағы бойынша жер үсті ғарыштық бақылау, геодинамикалық, геофизикалық бөлімінің Жерді ара-қашықтықтан зондылау, математикалық-механикалық модельдеу және жер үсті бақылау әдістері арқылы алынған негізгі мәліметтер баяндалады.

### Zh. Sh. Zhantayev, A. Zh. Bibosinov, A. G. Fremd, A. V. Ivanchukova

### GROUND-SPACE MONITORING CASPIAN REGION AND ADJACENT TERRITORIES

The article highlights the main results of ground-space of the geodynamic and geophysical monitoring in the Caspian region, obtained by ground-based observations, remote sensing and mechanical-mathematical modeling.

УДК 517.23

### Α. Α. ΤΕΗΓΑΕΒΑ

# ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, г. Шымкент

В пространстве  $L_2(0,1)$  рассмотрим оператор  $L_0$ , порожденный симметрическим обыкновенным дифференциальным выражением

$$l(u) = \left(\frac{d}{dx}\right)^{2n} u(x) + \left(\frac{d}{dx}\right)^{n-1} q_1(x) \left(\frac{d}{dx}\right)^{n-1} u(x) + \dots + q_n(x) u(x)$$
(1)

и краевыми условиями

$$U_{j}(u) \equiv \sum_{k=0}^{2n-1} \left[ \alpha_{jk} u^{(k)}(0) + \beta_{jk} u^{(k)}(1) \right] = 0, \ j = \overline{1, 2n}.$$
(2)

Предполагаем, что все коэффициенты уравнения (1) и краевых условий (2) – действительные,  $q_k(x) \in C^{2(n-k)}[0,1], k = \overline{1,n}$ ; а формы  $U_j(u)$  – линейно независимые.

Пусть  $L_1$  – оператор в  $L_2(0,1)$ , заданный выражением (1) и «возмущенными» краевыми условиями:

$$U_{j}(u) = \int_{0}^{1} p_{j}(x)u(x)dx, j = \overline{1,2n}, \qquad (3)$$

где  $p_i(x) \in L_2(0,1)$  – действительнозначные функции.

В настоящей работе, в предположении, что краевые условия невозмущенного оператора  $L_0$  являются усиленно регулярными, мы построим характеристический определитель спектральной задачи для оператора  $L_1$ .

Вопрос о базисности СиПФ (собственных и присоединенных функции) оператора  $L_1$  с более общими интегральными краевыми условиями положительно решен в [1], где доказана базисность Рисса со скобками при условии регулярности по Биркгофу [2, с. 66-67] краевых условий (2); а при дополнительном предположении усиленной регулярности – базисность Рисса СиПФ.

Для невозмущенного оператора  $L_0$  базисность Рисса со скобками СиПФ в случае регулярных краевых условий установлена в [3]. Если же краевые условия (2) – усиленно регулярные, то СиПФ образуют базис Рисса [4, 5].

В дальнейшем будем предполагать, что краевые условия невозмущенного оператора  $L_0$  являются усиленно регулярными и самосопряженными. Поэтому собственные значения невозмущенного оператора  $L_0$  являются действительными и простыми. При этом невозмущенный оператор  $L_0$ обладает системой собственных функций, образующей ортонормированный базис в  $L_2(0,1)$ . Пусть  $\lambda_k^0$  – собственные значения оператора  $L_0$ , которым соответствуют собственные функции  $u_k^0(x)$ . Эти собственные функции ортогональны друг другу. Выберем их нормированными. Тогда система  $\{u_k^0(x)\}$  является ортонормированным базисом в  $L_2(0,1)$ .

Как и в [2, с. 20], дополняем систему форм  $U_1, ..., U_{2n}$  какими-нибудь формами  $U_{2n+1}, ..., U_{4n}$  до линейно независимой системы 4n форм  $U_1, ..., U_{4n}$ . Тогда существуют линейные однородные формы  $V_{4n}, ..., V_1$  вида

$$V_{j}(\upsilon) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \alpha_{jk}^{*} \upsilon^{(k)}(0) + \beta_{jk}^{*} \upsilon^{(k)}(1) \right] j = \overline{1, 4n},$$
(4)

что имеет место формула Лагранжа

$$\int_{0}^{1} l(u)v(x)dx - \int_{0}^{1} u(x)\overline{l^{*}(v)}dx = \sum_{j=1}^{4n} U_{j}(u)\overline{V_{4n-j+1}}(v).$$
(5)

Здесь  $l^*(v)$  – сопряженное дифференциальное выражение.

Так как в рассматриваемом нами случае дифференциальное выражение (1) – симметрическое, то есть  $l^*(v) = l(v)$ , а краевые условия (2) – самосопряженные, то формы  $V_j(v)$  совпадают с  $U_j(v)$ .

Таким образом, оператор  $L_0^*$ , сопряженный оператору  $L_0$ , совпадает с  $L_0$ , т.е. задается дифференциальным выражением (1) и краевыми условиями

$$U_{j}(v) = 0, j = 1, 2n$$
 (6)

При этом формула Лагранжа (5) запишется в виде

$$\int_{0}^{1} l(u)\upsilon(x)dx - \int_{0}^{1} u(x)l(\upsilon)dx = \sum_{j=1}^{4n} U_{j}(u)U_{4n-j+1}(\upsilon).$$
(7)

Определим теперь оператор  $L_1^*$ . Используя формулу Лагранжа (7) для всех функций  $u \in D(L_1)$  и  $\upsilon \in D(L_1^*)$ , находим с учетом краевых условий (3):

$$0 = (L_{1}u, v) - (u, l(v)) = \sum_{j=1}^{4n} U_{j}(u)U_{4n-j+1}(v) =$$

$$= \sum_{j=1}^{2n} \left( \int_{0}^{1} p_{j}(x)u(x)dx \right) U_{4n-j+1}(v) + \sum_{j=2n+1}^{4n} U_{j}(u)U_{4n-j+1}(v) =$$

$$= \left( \sum_{j=1}^{2n} p_{j}(x)U_{4n-j+1}(v(x)), u(x) \right) + \sum_{j=2n+1}^{4n} U_{j}(u)U_{4n-j+1}(v)$$
(8)

В силу линейной независимости форм  $U_j(u)$  получаем, что оператор  $L_1^{\tau}$  задается нагруженным дифференциальным выражением

$$L_{1}^{*}\upsilon = l^{*}(\upsilon) + \sum_{j=1}^{2n} p_{j}(x)U_{4n-j+1}(\upsilon(x))$$
(9)

и краевыми условиями (6).

Построим теперь характеристический определитель спектральной задачи (1), (3). Пусть  $u_1(x, \lambda), ..., u_{2n}(x, \lambda)$  – фундаментальная система решений уравнения  $l(u) = \lambda u$ , удовлетворяющих условиям  $u_j^{(k)}(0, \lambda) = \delta_{jk}$ . Здесь  $\delta_{jk}$  – символ Кронекера. Представляя общее решение по формуле  $u(x, \lambda) = \sum_{s=1}^{2n} C_s u_s(x, \lambda)$ , и удовлетворяя его краевым условиям (3), получаем линейную систему относительно коэффициентов C:

$$\sum_{s=1}^{2n} C_k \left[ U_j (u_s(x,\lambda)) - \int_0^1 p_j(x) u_s(x,\lambda) dx \right] = 0, \ j = \overline{1,2n},$$
(10)

определитель которой и будет характеристическим определителем задачи (1), (3):

$$\Delta_1(\lambda) = \det P, \tag{11}$$

где матрица  $P = (P_{js})$  размерности  $2 n \times 2 n$  задается элементами

$$P_{js} = U_{j}(u_{s}(x,\lambda)) - \int_{0}^{1} p_{j}(x)u_{s}(x,\lambda)dx$$
(12)

Легко видеть, что характеристический определитель невозмущенной задачи (1), (2) получается отсюда при  $p_i(x) = 0, j = \overline{1, 2n}$ . Обозначим его через  $\Delta_0(\lambda)$ .

Функции  $p_j(x)$  представим в виде ряда по ортонормированному базису  $\{u_k^0(x), k = \overline{1, \infty}\}$ :

$$p_{j}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{jk}, \quad a_{jk} = (p_{j}(x), u_{k}^{0}(x))_{L_{2}(0,1)}.$$
 (13)

Используя (13), найдем более удобное представление определителя  $\Delta_1(\lambda)$ . Для этого сначала вычислим

$$\int_{0}^{1} p_{j}(x)u_{s}(x,\lambda)dx = \sum_{k=1}^{\infty} a_{jk}(u_{s}(x,\lambda), u_{k}^{0}(x)).$$
(14)

Легко проверяется следующая цепочка равенств

$$(\lambda - \lambda_k^0) \left( u_s(x, \lambda), u_k^0(x) \right) = \left( \lambda u_s(x, \lambda), u_k^0(x) \right) - \left( u_s(x, \lambda), \lambda_k^0 u_k^0(x) \right) = \\ = \left( l(u_s), u_k^0(x) \right) - \left( u_s(x, \lambda), l(u_k^0(x)) \right)$$

Применяем здесь формулу Лагранжа (7) и краевые условия (6). Тогда получаем

$$(\lambda - \lambda_k^0) \left( u_s(x, \lambda), \upsilon_{kj}^0(x) \right) = B_{ks}, \qquad (15)$$

где обозначено

$$B_{ks} = \sum_{i=1}^{2n} U_i(u_s) U_{4n-i+1}(u_k^0(x)).$$
(16)

Из (15) при  $\lambda \neq \lambda_k^0$ , имеем

$$\left(u_{s}(x,\lambda), \upsilon_{kj}^{0}(x)\right) = \frac{B_{ks}}{\lambda - \lambda_{k}^{0}} = \frac{1}{\lambda - \lambda_{k}^{0}} \sum_{i=1}^{2n} U_{i}(u_{s}) U_{4n-i+1}\left(u_{k}^{0}(x)\right)$$
(17)

Теперь (17) можем подставить в формулу (14). Тогда

$$\int_{0}^{1} p_{j}(x)u_{s}(x,\lambda)dx = \sum_{i=1}^{2n} U_{i}(u_{s})A_{ji}(\lambda),$$
(18)

где обозначено

$$A_{ji}(\lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_{jk}}{\lambda - \lambda_k^0} U_{4n-i+1} \Big( u_k^0(x) \Big).$$
(19)

Полученное подставляем в (12):

$$P_{js} = U_j(u_s(x,\lambda)) - \sum_{i=1}^{2n} U_i(u_s(x,\lambda)) A_{ji}(\lambda)$$

или

$$P_{js} = \sum_{i=1}^{2n} U_i (u_s(x,\lambda)) [\delta_{ji} - A_{ji}(\lambda)]$$
(20)

Для упрощения записи введем временные обозначения:

$$U_{is} = U_i(u_s(x,\lambda)), \quad A_{ji} = A_{ji}(\lambda)$$

Тогда формула (20) запишется в виде

$$P_{js} = \sum_{i=1}^{2n} U_{is} \Big[ \delta_{ji} - A_{ji}(\lambda) \Big]$$
(21)

Поэтому определитель (11) имеет вид:

Сформулируем полученный результат в виде теоремы.

**Теорема.** Пусть краевые условия невозмущенного оператора  $L_0$  являются усиленно регулярными и самосопряженными. Тогда характеристический определитель задачи (1), (3) с возмущенными краевыми условиями представим в виде (22), где  $\Delta_0(\lambda)$  – характеристический определитель задачи (1), (2);  $U_{is} = U_i(u_s(x,\lambda)), U_i$  – линейные однородные формы, возникающие из формулы Лагранжа (8);  $u_s(x,\lambda)$  – фундаментальная система решений уравнения  $l(u) = \lambda u$ , удовлетворяющих условиям  $u_s^{(k)}(0,\lambda) = \delta_{sk}; A_{ji}(\lambda)$  определяется по формуле (19),  $a \{u_k^0\}$  – собственные функции невозмущенной задачи (1), (2);  $a_{jk}$  – коэффициенты Фурье разложения (13) по этой системе функций  $p_i(x)$ .

Наиболее просто формула (22) выглядит в случае, когда в возмущенных краевых условиях (3) все функции  $p_j(x)$  равны нулю, кроме одной. Пусть  $p_j(x) = 0, j \neq m$ . Тогда  $a_{jk} = 0, j \neq m$  и  $A_{ii}(\lambda) = 0, j \neq m$ . В этом случае

$$\Delta_{1}(\lambda) = \Delta_{0}(\lambda) - \sum_{i=1}^{2n} A_{mi}(\lambda) \begin{vmatrix} U_{1}(u_{1}) \dots & U_{1}(u_{2n}) \\ U_{i}(u_{1}) & U_{i}(u_{2n}) \\ U_{2n}(u_{1}) & U_{2n}(u_{2n}) \end{vmatrix} \leftarrow m \cdot \breve{u} \, \mathsf{psg}$$
(23)

Легко заметить, что под знаком суммы в (23) все слагаемые будут равны нулю (как определители с одинаковыми строками), кроме *i* = *m* . Поэтому

$$\Delta_{1}(\lambda) = \Delta_{0}(\lambda) - \Delta_{0}(\lambda)A_{mm}(\lambda) = \Delta_{0}(\lambda)(1 - A_{mm}(\lambda))$$

Подставляя сюда значение  $A_{mm}(\lambda)$  из (19), находим представление характеристического определителя оператора  $L_1$  в данном частном случае:

$$\Delta_1(\lambda) = \Delta_0(\lambda) \left( 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_{mk}}{\lambda - \lambda_k^0} U_{4n-m+1} \left( u_k^0(x) \right) \right).$$
(24)

Из анализа формулы (24) следует, что второй сомножитель имеет полюса в точках  $\lambda = \lambda_k^0$ . Однако в этих же точках функция  $\Delta_0(\lambda)$  имеет нули первого порядка. Поэтому функция  $\Delta_1(\lambda)$ , представленная по формуле (24) является целой аналитической функцией переменного  $\lambda$ .

Отметим, что формула (24) – частный случай характеристического определителя (22) – совпадает с результатом работы [6]. Однако в [6], в отличие от нашей работы, интегральному возмущению подвергается лишь одно из краевых условий. При этом невозмущенные краевые условия в [6] – не усиленно регулярные.

Продемонстрируем, как можно использовать построенную нами формулу характеристического определителя (22).

Рассмотрим оператор  $L_1 u = -u''(x)$ , область определения которого задается условиями Дирихле с интегральным возмущением:

$$u(0) = 0, u(1) = \int_{0}^{1} p(t)u(t)dt$$

Используя формулу (22), характеристический определитель оператора L<sub>1</sub> строится в явном виде.

$$= 67 =$$

В частном случае, когда  $p(t) = (-1)^{n-1} \pi \frac{2n-1}{n} \sin(n\pi x), n - фиксированное натуральное число, получаем следующие спектральные свойства оператора <math>L_1$ .

Собственными значениями задачи являются:  $\lambda_k = (k\pi)^2$ ,  $k = 1, 2, ..., k \neq n$  – простые собственные значения при  $k \neq n - 1$  и одно двукратное собственное значение при k = n - 1.

Собственные функции оператора  $L_1: u_k(x) = \sin(k\pi x), k \neq n$ . Кратному собственному значению  $\lambda_{n-1}$  соответствует одна собственная функция  $u_{n-1}(x)$  и одна присоединенная функция  $u_n(x) = \frac{(n-1)\pi x}{2} \cos(n-1)\pi x$ .

Сопряженный оператор  $L_1^*$ , согласно формуле (9), задается нагруженным дифференциальным выражением  $L_1^* \upsilon = -\upsilon''(x) + p(x)\upsilon'(1)$  и краевыми условиями Дирихле:  $\upsilon(0) = \upsilon(1) = 0$ . Собственные значения операторов  $L_1$  и  $L_1^*$  совпадают. Оператор  $L_1^*$  имеет собственные функции

$$\mathcal{D}_{k}(x) = \left[ (n-1)^{2} - k^{2} \right] \sin(k\pi x) + (-1)^{n+k} (2n-1) \sin(n\pi x), k \neq n,$$

и одну присоединенную функцию  $\upsilon_n(x) = -\frac{(n-1)}{\pi}\sin(n\pi x).$ 

Легко видеть, что у исходного оператора при интегральном возмущении у системы собственных функций поменялась одна функция (n-s). А у сопряженного оператора у системы поменялись все функции, кроме одной  $((n-1) - \check{n})$ .

Приведенный пример демонстрирует, что при интегральном возмущении краевых условий (даже самосопряженных) спектральные свойства операторов могут существенно меняться.

В заключение автор выражает признательность члену-корреспонденту НАН РК профессору М. А. Садыбекову за плодотворное обсуждение результатов работы.

### ЛИТЕРАТУРА

1 Шкаликов А.А. О базисности собственных функций обыкновенных дифференциальных операторов с интегральными краевыми условиями // Вестник МГУ. – 1982. – № 6. – С. 12-21.

2 Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. – М., 1969.

3 Шкаликов А.А. О базисности собственных функций обыкновенного дифференциального оператора // Успехи матем. наук. – 1979. – Т. 34, № 5. – С. 235-236.

4 Михайлов В.П. О базисах Рисса в L<sub>2</sub>(0,1) // ДАН. – 1962. – Т. 144, № 5. – С. 981-984.

5 Кесельман Г.М. О безусловной сходимости разложений по собственным функциям некоторых дифференциальных операторов // Изв. вузов СССР, Математика. – 1964. – № 2. – С. 82-93.

6 Иманбаев Н.С., Садыбеков М.А. Базисность корневых функций задачи Самарского-Ионкина с интегральным возмущением краевого условия // Математический журнал. – 2011. – Т. 11, № 1(39). – С. 59-66.

### А. А. Тенгаева

### ШЕТТІК ШАРТТАРЫ ИНТЕГРАЛДЫ ТОЛҚЫТЫЛҒАН ЖАЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫ ОПЕРАТОР ҮШІН СПЕКТРАЛДЫ ЕСЕПТІҢ ХАРАКТЕРИСТИКАЛЫҚ АНЫҚТАУЫШЫ

Жалпы шеттік шарттарымен 2n-ші ретті симметриялы қарапайым дифференциал өрнек қарастырылған. Бұл шеттік шарттар интегралды оператормен толқытылған. Шеттік шарты толқытылған оператор үшін спектралды есептің характеристикалық анықтауышы құрылған. Формуланың қолданылуы интегралды толқытылған Дирихле шеттік шартымен екі еселі дифференциалдаудың қарапайым дифференциал операторының мысалында демонстрацияланған.

### A. A. Tengaeva

### THE CHARACTERISTIC DETERMINANT OF THE SPECTRAL TASK FOR AN ORDINARY DIFFERENTIAL OPERATOR WITH INTEGRAL BOUNDARY CONDITIONS

The general symmetric ordinary differential expression of 2 n-th order with general boundary conditions is examined. These boundary conditions have perturbation by integral operator. Following assumptions that the boundary conditions of the unperturbed operator are strongly regular, the characteristic determinant of the spectral task for the operator with perturbed boundary conditions is built. The use of the formula for a simple differential operator of double differentiation with integral perturbation of Dirichlet boundary conditions is demonstrated.

### К. Б. БАПАЕВ

# НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ РАЗНОСТНО-ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### Институт математики МОН РК

Во многих научных дисциплинах и их приложениях в последнее время все в большей степени можно заметить стремление замены описания системы, в данный момент времени – на исследование ее развития во времени. Эволюция системы во времени представляется обычно в виде траектории в соответствующем фазовом пространстве. Как правило, траектории являются непрерывными, часто, однако, их наблюдение является возможным только через определенные промежутки времени, которое является основой дискретности информаций.

Другой причиной дискретности эволюции системы является необходимость использования цифровой вычислительной техники, которая требует построения алгоритмов, разрешающих соответствующие зависимости. Изучение таких моделей связано не только с методами численного определения состояний, но также и с познанием качественных аспектов их развития.

Когда дискретности в системе порождаются по второй причине, полученной рекуррентными соотношениями, мы называли «разностно-динамическими системами» (или сокращенно РДС).

Моделями эволюции рассматриваемых РДС являются последовательности, которые подчиняются зависимостям, называемым рекуррентными уравнениями.

Поэтому, рассматривая модель РДС, удобно говорить просто о свойствах соответствующего рекуррентного уравнения.

По этой причине все задачи представляются:

1) как проблема, относящаяся к свойствам решения рекуррентных уравнений;

2) как проблема, относящаяся к свойствам преобразований в евклидовых или других пространствах.

Каждый факт, сформулированный по первому способу, может быть сформулирован и по второму способу, и наоборот.

В теории РДС используются оба способа, однако в случае линейных РДС речь будет идти главным образом о свойствах рекуррентных уравнений, а в случае нелинейных РДС речь будет идти главным образом о свойствах преобразований. Поэтому при исследовании решения нелинейных РДС обычно стараются придумать аналогичные методы исследования соответствующей задачи системы дифференциальных и алгебраических уравнений [1, 4-9].

В данной работе для исследования качественного свойства решения РДС вводятся различные типы понятий устойчивости, использованные для системы дифференциальных уравнений [1, 4-8] и с помощью аналогии второго метода Ляпунова [2, 3] устанавливаются условия, при которых решения РДС будут асимптотически устойчивы в целом, экспоненциально устойчивым, устойчиво по Лагранжу, РДС является конвергентной, диссипативной и орбитально устойчивой.

### Асимптотическая устойчивость в целом

Рассмотрим РДС

$$x_{n+1} = X(n, x_n) (X(n, 0)) = 0,$$
 (1)

где

$$X(n,x_n) \in C_{n,x_n}^{(0,1)} \left( Z^+ \times R^k \right),$$

где  $Z^+$  – множество неотрицательных целых чисел,  $R^k - k$ -мерные евклидовы пространства.

**Определение 1.** Говорят, что нулевое решение  $x_n = 0$  РДС (1) асимптотически устойчиво в целом, если:

1) оно асимптотически устойчиво по Ляпунову и

2) для каждого решения  $x_n = x(n; n_0, x_{n_0}) \quad (\forall n_0 \in Z^+)$  выполнено условие

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан

$$\lim_{n \to \infty} x_n = 0 \tag{2}$$

(т.е. область притяжения представляет собой все пространство  $R^k$ ).

Определение 2. Будем говорить, что

$$V(n, x_n) \in C_{n, x_n}^{(0,1)} \left( Z^+ \times R^k \right)$$

допускает бесконечно большой низший предел при  $x_n \to \infty$ , если

$$\lim_{x_n \parallel \to \infty} V(n, x_n) = \infty$$
(3)

т.е. для любого M > 0 существует R = R(M) такое, что

$$|V(n, x_n)| > M$$
 при  $n \in Z^+$  и  $||x_n|| \ge R$ 

Определение 3. Будем говорить, что

$$V(n, x_n) \in C_{n, x_n}^{(0,1)} \left( Z^+ \times R^k \right)$$

допускает в  $R^k$  сильный бесконечно малый высший предел при  $x_n \to 0$ , если существует функция  $U(x_n) \in C(\mathbb{R}^k)$ 

такая, что

$$\left|V(n,x_{n})\right| \leq U(x_{n}) \tag{4}$$

при

$$(n, x_n) \in Z^+ \times R^k$$
 и  $U(0) = 0$ .

Теорема 1. Если для РДС (1) существует положительно определенная функция

$$V(n, x_n) \in C_{n, x_n}^{(0,1)} \left( Z^+ \times R^k \right),$$

допускающая в  $R^k$  сильный бесконечно малый высший предел при  $x_n \to 0$  и допускает бесконечно большой низший предел при  $x_n \to \infty$ , причем первые разности  $\Delta V(n, x_n)$ , взятые в силу РДС (1) отрицательно определено в  $R^{k}$ , то тривиальное решение  $x_{n} = 0$  (1) асимптотически устойчиво в целом.

Доказательство. Так как условия этой теоремы, очевидно, включают условия первой теоремы Ляпунова [2], т.е. нулевое решение  $x_n = 0$  устойчиво по Ляпунову. Пусть  $x_n = x(n; n_0, x_{n_0})$  – решение РДС (1), определяемое начальными условиями

$$x(n; n_0, x_{n_0}) = x_{n_0} \neq 0$$

при

$$\forall n_0 \in Z^+$$
 и  $\forall x_{n_0} \in R^k$ .

Обозначим через  $D_{x_n}$  – некоторую компактсодержащую точку  $x_n$ 

$$x_{n_0} \in D_{x_n} \subset R^k$$

и пусть  $M = \sup V(n, x_n)$  на  $Z^+ \times D_{x_n}$ .

В силу неравенства (4) имеем  $M < +\infty$ .

Так как функция  $V(n, x_n)$  обладает в  $R^k$  бесконечно большим пределом при  $x_n \to \infty$ , то существует шар

$$S\{\|x_n\| < R\} \supset D_x$$

такой, что

$$V(n, x_n) > M$$

при

$$c_n \| \ge R \,. \tag{5}$$

По условию теоремы вдоль траектории  $x(n; n_0, x_{n_0})$  выполнено неравенство  $\Delta V_n < 0$ , поэтому при  $n \ge n_0$  имеем

(6)

(7)

$$V(n; x(n; n_0, x_{n_0})) \le V(n_0, x_{n_0}) \le M$$

и следовательно

$$\left\|x(n;n_0,x_{n_0})\right\| < R$$

т.е. все решения РДС (1) ограничены.

Покажем теперь, что

$$\lim_{n\to\infty} V(n; x(n; n_0, x_{n_0})) = 0$$

Пусть  $\varepsilon > 0$  произвольно и  $\delta > 0$  таково, что функция  $U(x_n)$ , определяемая формулой (4), удовлетворяет неравенству  $0 \le U(x_n) < \varepsilon$ 

при

Покажем, что решение  $x(n; n_0, x_{n_0})$  при  $n \to \infty$  обязательно войдет внутри замкнутого шара  $||x_n|| \le \delta$ .

 $\|x_n\| < \delta$ .

Действительно, предположим обратно, т.е.

$$0 < \delta < \|x_n\| < R$$

при

 $n \ge n_0$ .

Тогда  $\Delta V_n$  будет отрицательно определенной, имеет в области

$$Z^+ \times \left\{ \delta \le \left\| x_n \right\| < R \right\}$$

отрицательную верхнюю грань – m (m > 0) и, значит, при  $n \ge n_0$  справедливо неравенство

$$\Delta V_n \leq -m$$

Суммируя это неравенство в пределах от  $n_0$  до n, получим  $V(n, x_n) \le V(n_0, x_{n_0}) - m(n - n_0) < 0$ .

Если только

$$n > \left[ n_0 + \frac{V(n, x_{n_0})}{m} \right],$$

(где [] – целые части), что противоречит положительности функции  $V(n,n_x)$ . Следовательно, существует момент  $n_1 > n_0$  такой, что

$$x(n; n_0, x_{n_0}) \le \delta$$

т.е.

$$U(x(n;n_0,x_{n_0})) < \varepsilon$$

отсюда ввиду монотонности убывания функции

$$V(n; x(n; n_0, x_{n_0}))$$

 $V(n, x_n) < V(n_1, x_{n_1}) \le U(x_{n_1}) < \varepsilon$ 

 $\lim_{n\to\infty} V(n; x_{n_0}) = 0.$ 

при  $n > n_1$ , будем иметь

### и таким образом

Из последнего равенства выводим, что

$$\lim_{n\to\infty} x(n;n_0,x_{n_0})=0.$$

Так как в противном случае существовала бы последовательность  $x(n_l; n_0, x_{n_0}) \quad (l = 1, 2, ...; n_l \to \infty)$ 

такая, что

$$\lim_{n\to\infty} V(n_l; x_{n_l}) \neq 0.$$

Это противоречило бы равенству (7).

Теорема доказана.

### Экспоненциальная устойчивость

**Определение 4.** Нулевое решение РДС (1) называется экспоненциально устойчивым при  $n \to \infty$ , если для каждого решения  $x_n = x(n; n_0, x_{n_0})$  в некоторой области

$$D_{x_n} = Z^+ \times \{ x_n \in R^k / ||x_n|| < h < H \}$$

(где h и H – некоторые постоянные) справедливо неравенство

$$||x_n|| \le L \cdot ||x_{n_0}|| e^{-\alpha(n-n_0)}, \quad n \ge n_0,$$
(8)

где L и  $\alpha$  – положительные постоянные, не зависящие от выбора решения  $x_n$ . Из определения видно, что из экспоненциальной устойчивости нулевого решения  $x_n = 0$  следует его асимптотическая устойчивость. Действительно, полагая

$$\left\|x_{n_0}\right\| < \frac{\varepsilon}{L} = \delta$$

где  $0 < \epsilon$  – сколь угодно малое произвольное постоянное.

Из неравенства (8) имеем

$$\|x_n\| < \varepsilon$$
 при  $n \ge n_0$ ,

т.е. решение  $x_n = 0$  устойчиво по Ляпунову.

Кроме того, очевидно

$$\lim_{n \leftarrow \infty} x_n = 0$$

если только  $\|x_{n_0}\| < h$ .

Если неравенство (8) справедливо для всех точек  $x_{n_0} \in \mathbb{R}^k$ , то имеет место асимптотическая устойчивость в целом.

Теорема 2. Если нулевое решение однородной линейной РДС

$$x_{n+1} = Ax_n \tag{9}$$

с постоянной матрицей A асимптотически устойчиво при  $n \to \infty$ , то эта РДС экспоненциально устойчива, т.е. каждое ее решение экспоненциально устойчиво при  $n \to \infty$ .

Доказательство. Как известно [2], нулевое решение РДС (9) асимптотически устойчиво тогда и только тогда, когда все собственные числа матрицы *А* по модулю меньшие единицы, т.е.

$$\left|\lambda_{\rho}(A)\right| < 1 \quad \left(\rho = 1, 2, \dots, k\right)$$

Положим

$$\max_{\rho} \left| \lambda_{\rho} \left( A \right) \right| < e^{-\alpha} < 1,$$

где  $\alpha > 0$ .

Тогда при  $n \in Z^+$  получим

$$\left|A^{n}\right| \leq Le^{-\alpha n},\tag{10}$$

где L – некоторая положительная постоянная. Из РДС (9) для любого решения x<sub>n</sub> находим

$$x_n = A^{n-n_0} x_{n_0}$$

где начальный момент  $n_0$  произволен. Следовательно, на основании (10) при  $n_0 < n$  получаем  $||x_n|| \le L \cdot ||x_n|| e^{-\alpha(n-n_0)}$ .

$$\|x_n\| \le L \cdot \|x_{n_0}\| e^{-u(x_{n_0})}.$$

Отсюда для любого решения  $y_n$  РДС (9) учитывая, что разность  $x_n - y_n$  есть решение этой РДС при  $n_0 \le n$  будем иметь
$$|x_n - y_n| ||x_n|| \le L \cdot ||x_{n_0} - y_{n_0}||e^{-\alpha(n-n_0)}|$$

Что и требовалось доказать.

Замечание. Для нестационарной линейной РДС из асимптотической устойчивости ее нулевого решения вообще говоря не следует экспоненциальная устойчивость [3].

Теорема 3. Если существует положительно-определенная квадратичная форма

$$V(x_n) = x'_n A x_n \tag{11}$$

('- знак транспонированная) первой разности, которой  $\Delta V_n$  в силу

$$\Delta V_n \le W(x_n),\tag{12}$$

$$(n_0 < n; ||x_n|| \le h < H),$$

где

$$W(x_n) = x'_n B x_n \tag{13}$$

отрицательно определенная квадратичная форма (A и B – постоянные симметрические матрицы), то нулевое решение РДС (1) экспоненциально устойчиво при  $n \to +\infty$ .

Доказательство. На основании формул (11) и (13) получаем:

$$a_1(x_n;x_n) \le V_n \le a_2(x_n;x_n)$$

И

$$b_1(x_n;x_n) \leq -W \leq b_2(x_n;x_n),$$

где

$$a_1 = \min_{\rho} \lambda_{\rho}(A), \quad a_2 = \max_{\rho} \lambda_{\rho}(A)$$

и соответственно

$$b_1 = \min_{\rho} \lambda_{\rho}(B), \quad b_2 = \max_{\rho} \lambda_{\rho}(B)$$

Причем  $0 < a_1 \le a_2$  и  $0 < a_1 \le a_2$ .

Отсюда на основании неравенства (12) выводим

$$\Delta V_n \leq -b_1(x_n; x_n) \leq -\frac{b_1}{a_2} V(x_n).$$

Суммируя это неравенство, будем иметь при  $n_0 < n$  $V(x_n) \le V(x_{n_0}) e^{-2\alpha(n-n_0)}$ ,

где 
$$n_0 \le n$$
 – находим

$$\|x_n\|^2 \le \frac{1}{a_1} V(x_n) \le \frac{a_2}{a_1} \|x_{n_0}\|^2 e^{-2\alpha(n-n_0)}$$

т.е. при *n*<sub>0</sub> < *n* 

$$||x_n|| \leq \frac{1}{a_1} ||x_{n_0}|| e^{-\alpha(n-n_0)},$$

где

$$S = \sqrt{\frac{a_2}{a_1}}$$
 и  $||x_{n_0}||$  – достаточно мала.

# Устойчивость по Лагранжу

Определение 5. РДС (1) называется устойчивой по Лагранжу, если:

1) каждое решение  $x(n; n_0, x_{n_0})$ , где  $n_0 \in Z^+$  существует для всех  $n \in Z^+$ ;

2)  $||x_n|| -$ ограничена на  $Z^+$ .

Используя функции Ляпунова, нетрудно сформулировать необходимые и достаточные условия устойчивости РДС (1) по Лагранжу.

Теорема 4. Для того, чтобы РДС (1) была устойчива по Лагранжу, необходимо и достаточно, чтобы в  $Z^+ \times R^k$  существовала функция  $V(n, x_n)$  такая, что

1)  $V(n, x_n) \ge W(x_n)$ , где  $\lim_{x_n \to \infty} W(x_{n_l}) = \infty$ ;

2) для каждого решения  $x_n$  функция была невозрастающей относительно  $n \in Z^+$ .

## Доказательство.

Достаточность: Пусть для РДС (1) существует функция  $V(n, x_n)$ , обладающая свойствами 1) и 2).

Для всякого решения

$$x(n; n_0, x_{n_0}) \quad (n_0 \in Z^+; ||x_{n_0}|| < \infty)$$

в силу условия 2) при  $n \ge n_0$  имеем

$$V(n,x_n) \leq V(n_0,x_{n_0}).$$

Отсюда на основании 1) получаем

$$V(x(n; n_0, x_{n_0})) \le V(n; x(n; n_0, x_{n_0})) \le V(n_0, x_{n_0})$$
(14)

при  $n \ge n_0$ .

Из последнего неравенства следует, что решение  $x(n; n_0, x_{n_0})$  ограничено.

Действительно, если это не так, то нашлась бы последовательность моментов  $n_l \rightarrow \infty$  $(l = 1, 2, ...; n_l > n_0)$  такая, что

$$\lim_{l\to\infty} \|x_{n_l}\| = \infty$$

и следовательно

$$\lim_{l\to\infty}W(x_{n_l})=\infty.$$

Это противоречило бы неравенству (14), что невозможно.

*Необходимость:* Пусть любое решение  $x_n = x(n; n_0, x_{n_0})$  РДС (1) существует и ограничено в  $Z^+$ . Положим

$$V(n, x_n) = \sup_{v>0} \|x_{n+v}\| = \sup_{v>0} \|x(n+v; n, x_n)\|^2,$$
(15)

где

$$\|x_n\| < \infty, \ n > n_0 \in Z^+$$

из формулы (15) имеем

$$V_n \ge ||x(n+v;n,x_n)||^2 = ||x_n||^2 = W(x_n)$$

Причем, очевидно

$$\lim_{\|x_n\|\to\infty} W(x_n) = \infty.$$

Т.е. условие 1) выполнено.

Далее, при  $n_0 < n_1 < n_2$ , учитывая, что в силу свойства единственности решения  $x_n = x(n; n_2, x_{n_2})$  является продолжением решения  $x_n = x(n; n_1, x_{n_1})$ , получаем

$$V(n; x_{n_1}) = \sup_{\nu > 0} \left\| x(n_1 + \nu; n_1; x(n_1; n_0; x_{n_0})) \right\|^2 \ge$$
  
$$\geq \sup_{\nu \ge 0} \left\| x(n_2 + \nu; n_2; x(n_2; n_0; x_{n_0})) \right\|^2 = V(n_2; x(n_2; n_0; x_{n_0}))$$

Таким образом, условие 2) так же выполнено. Т.е. теорема полностью доказана.

# РДС с конвергенцией

Определение 5. Будем говорить, что РДС (1) обладает свойством конвергенции, если:

1) все решения  $x(n; n_0, x_{n_0})$  определены при

$$\forall n \in Z_{n_0} = \{n_0, n_0 + 1, \dots, \infty\}$$

2) существует единственное решение  $r_n$ , определенное и ограниченное на Z, т.е.

$$\sup_{n\in Z} \|r_n\| < \infty$$

3) решение  $r_n$  асимптотически устойчиво в целом при  $n \to \infty$ , т. е. для любого  $x(n; n_0, x_{n_0})$  имеем

$$\lim_{n\to\infty} \left[ x(n; n_0, x_{n_0}) - r_n \right] = 0.$$

Можно сказать, что в некотором смысле  $r_n$  является предельным режимом [7] РДС (1).

Очевидно, если РДС (1) обладает свойством конвергенции, то все ее решения  $x(n; n_0, x_{n_0})$ предельно ограничены при  $n \to \infty$ , т.е. существует положительное число R такое, что  $\|x(n; n_0, x_{n_0})\| < R$  при  $n > n_0$ .

В частности, например, можно принять:

$$R = \sup_{n \in Z} \left\| r_n \right\| + 1$$

Замечание. Если правая часть  $X(n; x_n)$  конвергентной РДС (1)  $\overline{N}$  – периодична по n (где  $\overline{N} \in N$  – множество натуральных чисел), то ограниченное решение  $r_n$  также  $\overline{N}$  – периодична по n. Действительно, пусть

$$X\left(n+\overline{N};x_{n}\right)=X\left(n;x_{n}\right).$$

Рассмотрим вектор-функцию  $r(n + \overline{N})$  имеем  $r(n + \overline{N} + 1) = X(n + \overline{N}; x_{n+\overline{N}})$ . Таким образом,  $r(n + \overline{N})$  также является решением РДС (1) и притом ограниченным на Z. А так как РДС с конвергенцией обладает единственным ограниченным на Z решением то

$$r(n+N) = r(n)$$

Т.е. r(n) есть  $\overline{N}$  периодическое решение РДС (1).

Теорема 5. Пусть:

$$c_{n+1} = Ax_n + f(n),$$
 (16)

где A – постоянная  $k \times k$  матрица и  $(k \times 1)$  столбца  $f(n) \in C(Z)$ .

Если:

1) все собственные числа  $\lambda_i(A)$  – матрицы A по модулю меньше единицы т.е.

$$\left|\lambda_{j}(A)\right| < 1; \quad j = 1, \overline{k}; \tag{17}$$

2)  $\sup_{n\in\mathbb{Z}} \|f(n)\| = \beta < \infty,$ 

то РДС (16) обладает свойством конвергенции, причем

$$r(n) = \sum_{j=-\infty}^{n} A^{n-j} f(j-1)$$
(18)

представляет собой единственное ограниченное на Z, решение РДС (16).

Доказательство. Из условия (17) имеет

$$\left\|A^n\right\| \leq \gamma \cdot e^{-\alpha}$$

при  $n \ge 0$ , где

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан

$$\gamma > 0$$
и  $0 < \alpha < -\max_{j} \ln |\lambda_j|$ .

Отсюда

$$\left\|r_{n}\right\| \leq \gamma \sum_{j=-\infty}^{n} e^{-\alpha(n-j)} \left\|f(j-1)\right\| \leq \beta \gamma e^{-\alpha n} \cdot \frac{e^{\alpha n}}{\alpha} = \frac{\beta \gamma}{\alpha} < \infty$$

Следовательно, сумма (18) сходится и функция r(n) ограничена, причем

$$\sup_{n\in\mathbb{Z}} \|r(n)\| \leq \frac{\lambda}{\alpha} \sup_{n\in\mathbb{Z}} \|f(n)\|_{\mathcal{H}}$$

варьируя функцию (18) по *n*, получим

$$r(n+1) = f(n) + A \sum_{j=-\infty}^{n} A^{n-j} f(j-1) = f(n) + Ar(n)$$

и таким образом, r(n) является решением РДС (16).

То, что ограниченное решение РДС (16) – единственное, следует из того обстоятельства, что разность двух ограниченных решений неоднородной РДС (16) является ограниченным решением соответствующей однородной РДС

$$x_{n+1} = Ax_n$$

не имеющей нетривиальных решений, ограниченных на Z.

Действительно, если r(n) – другое решение РДС (16), ограниченное на Z, то при любом  $n_0 \in Z$  имеем

$$r_1(n) - r(n) = A^{n-n_0} [r_1(n_0) - r(n_j)]$$

отсюда

$$\|r_1(n) - r(n)\| \le \gamma e^{-\alpha(n-n_0)} \|r_1(n_0) - r(n_0)\|$$
(19)

Так как

$$\sup_{n_0\in\mathbb{Z}}\left\|r_1(n_0)-r(n_0)\right\|<\infty\,,$$

то фиксируя *n* и переходя к пределу при  $n_0 \rightarrow \infty$  в (19), получим

$$\left\|r_1(n)-r(n)\right\|\leq 0\,,$$

т.е.  $r_1(n) = r(n)$  и таким образом, других, кроме r(n) ограниченных на Z, решение РДС (16) не имеет.

Если  $x_n$  – любое решение неоднородной РДС (16), то учитывая, что разность  $x_n - r(n)$  удовлетворяет однородной РДС получим

$$x_n - r(n) = A^{n-n_0} [x_{n_0} - r(n_0)].$$

Отсюда

$$||x(n)-r(n)|| \leq \gamma e^{-\alpha(n-n_0)} ||x_{n_0}-r(n_0)||$$

при  $n \ge n_0$  и, следовательно,

$$\lim_{n\to\infty} \|x(n)-r(n)\|=0.$$

Таким образом, r(n) устойчиво в целом при  $n \to \infty$  и значит РДС (16) конвергентна.

#### ЛИТЕРАТУРА

1 Барбашин Е.А., Красовский М.Н. О существовании функции Ляпунова в случае асимптотической устойчивости в целом // ППМ, 18. – 1954. – Вып. 3. – С. 345-350.

2 Бапаев К.Б., Бапаева С.К. Об устойчивсти линейных РДС //Матеріали II Міжнародноі науковопрактичноі конференції «Дні науки». 2006р. – 17-28 квітня 2006 року. – Днепропетровск.

3 Бромберг П.В. Матричные методы в теории релейного и импульсного регулирования. – М.: Наука, 1967.

4 Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. – М.: Физматгиз, 1959.

5 Лефшец С., Ла-Салль И.С. Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова. – М.: Мир, 1964.

6 Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. – М.: Гостехиздат, 1949.

7 Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. – М.: Наука, 1964.

8 Zevinsan N. The asymptotic nature at solutions at linear systems at differential equations // Puke Wath Journ. – 1948. – V. 15. – P. 111-126.

9 ZiangZhang-chao. The bondedness at solutions at certain nonlinear differential equations // Chinese Wath - 3,2. - 1963. - P. 169-183.

## К. Б. Бопаев

## АЙЫРЫМДЫҚ-ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕР ШЕШУЛЕРІНІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫ ЖАЙЫНДАҒЫ КЕЙБІР МӘСЕЛЕЛЕР. 1

Айырымдық-динамикалық жүйелердің шешулерін сапалы зерттеу үшін дифференциалдық теңдеулер жүйелеріне пайдаланылған орнықтылықтың әртүрлі типтері енгізіледі және Ляпуновтың екінші әдісі баламасы бойынша айырымдық-динамикалық жүйелер шешулерінің тұтас асиптотикалық, экспонен-циалды, Лагранж бойынша орнықтылыктарының, айырымдық-динамикалық жүйелердің конвергенттілік диссипативтілік және орбиталды орнықтылықтарының шарттары алынады.

#### K. B. Bapayev

## SOME PROBLEMS OF STABILITY OF THE DIFFERENCE-DYNAMICAL SYSTEMS. 1

In work, to stady the qualitative properties of solutions – difference-dynamical system we introduce different types stability concepts used for the system of differential equations. Using the analogy of the second Lyapunovs method, establishes the canditions under which the solution of the difference-dynamical system are asymptotically stable in general, exponentially stable, stable in the Logranzh, difference-dynamical systems are convergent, the dissipation and arbital stability.

УДК 532.516

## К. Б. ДЖАКУПОВ

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ АСПЕКТОВ УДАЛЕНИЯ ПРИМЕСЕЙ ИЗ АТМОСФЕРЫ Г.АЛМАТЫ

Институт математики, информатики и механики МОН РК, г. Алматы

Рассматриваются возможные варианты удаления примесей из воздушного бассейна мегаполиса, расположенного в гористой местности. Для численноого моделирования привлекаются фундаментальные уравнения динамики вязкого совершенного газа.

Загрязненность вредными примесями воздушного бассейна, во-первых, связано с созданием новых территориально-промышленных комплексов, расширением энергетических коммуникационных сетей, бурным ростом парка автотранспорта и частных жилищ, выбрасывающих в атмосферу отработанные нефтегазопродукты, во-вторых, с горным рельефом местности, что, несомненно влияет на проникновение сильных ветров, на сквозную продуваемость объектов города. Детальный анализ источников загрязнения атмосферы г. Алматы, содержится в [1].

Изредка в результате воздействия внешних ветров интенсивные выделения индустриальных мощностей периодически удаляются, освобождая городской воздух от вредных примесей. Зачастую наблюдается такое явление, когда на некотором уровне гор воздух очищается, ясно видны вершины гор, но у подножья в углублении в черте города и распространяясь вокруг образуется сравнительно плотная неподвижная смесь задымленной атмосферы. Указанные и очевидные первопричины загрязнения воздуха в ближайшей перспективе не могут быть устранены по экономическим обстоятельствам, в связи с чем возникает естественный вопрос: какие необходимо принять меры для обеспечения сквозной продуваемости и очищения атмосферы? Наблюдающиеся факты таковы: ветры, дующие со стороны джунгарских ворот, а это очень сильные, почти ураганные ветры, из-за дальности не доходят до города, ветры с названием «Шелек», дующие со стороны малых гор Бугытау, притормаживаются у холмов села Маловодное и далее проходят севернее города через сёла Байсерке, Туганбай и т.д. Почти ежесуточно из ущелья Алма-Арасан вечерами дует слабый бриз, доходящий до окраин микрорайона Орбита, но им препятствуют высотные здания. Разумеется, если создать аэродинамические условия для проникновения на территорию города этих ветров и вызвать дополнительные инверсионные потоки, можно ожидать значительного очишения атмосферы города. Имея в виду опыт взрывного сооружения ограждающей от селя дамбы в урочище Медеу и используя возможности предварительного математического моделирования, необходимо искать осуществимые аэродинамические возможности очистки воздушного бассейна нашего мегаполиса.

В настоящей работе с применением фундаментальных уравнений аэродинамики моделируются возможные способы очистки атмосферы от вредных примесей. Интенсивности ветров, образующиеся в рельефной местности, способствуют образованию атмосферной турбулентности, в силу этого применяется модель турбулентности с применением уравнений для пульсаций [2] при следующих допущениях: 1) вязкость, теплопроводность, коэффициент диффузии есть постоянные величины  $\mu = \text{const}$ ,  $\lambda = \text{const}$ ,  $\chi = c_p / c_v = 1,41$  в данном интервале температур; 2) по Рейнольдсу актуальное значение f представляется суммой осредненной < f > и пульсационной f': f = < f > + f' составляющих; 3) из-за малости числа Маха пульсации плотности незначительны, можно положить их равными нулю  $\rho' = 0$ ; 4) энергией вязкой диссипации пренебрегается. При данных предположениях в сумме уравнения для осредненных и пульсационных величин дают систему [2]:

$$\rho(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\rho}{Fr} F_i + \frac{1}{\text{Re}} \Delta v_i - \frac{1}{3\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_i} di v \vec{v}, i = 1, 2, 3, \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_j} = 0$$

\_\_\_\_\_ 78 \_\_\_\_\_

$$o(\frac{\partial T}{\partial t} + v_j \frac{\partial T}{\partial x_j}) = \frac{\chi}{\Pr \operatorname{Re}} \Delta T, \ p = \frac{\rho T}{\chi M_{\infty}^2}, \ \frac{\partial C}{\partial t} + v_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \frac{1}{Sc} \Delta C.$$

За масштабы выбраны: скорость набегающего слева ветра  $U_{\infty}$ , высота горы L, время  $L/U_{\infty}$ , плотность набегающего воздуха  $\rho_{\infty}$ , давление  $\rho_{\infty}U_{\infty}^2$ , температура набегающего ветра  $T_{\infty} = 283K$ , массовых сил g и т.д., в результате образуются критерии подобия  $\operatorname{Re} = \rho_{\infty}U_{\infty}L/\mu$ ,  $Fr = U_{\infty}^2/(gL)$ ,  $\operatorname{Pr} = \mu c_p / \lambda$ ,  $\operatorname{Sc} = \mu/(\rho D), a_{\infty} = \sqrt{\chi R T_{\infty}}, M_{\infty} = U_{\infty} / a_{\infty}$ . Предполагается такой вариант, что горы имеют температуру  $T_{\Gamma} = 298^{\circ}K$ , здания и подстилающие поверхности поддерживаются при температуре  $T_{\Gamma} = 305^{\circ}K$ . На выходе потока справа в качестве граничного условия ставится равенство нулю вторых производных от искомых функций. Сформулированная начально-краевая задача реализована по полуявной разностной схеме, приведенной в [2].

Влияние ветра со стороны алатауских гор на динамику газа и распространение примеси. Расчеты проводились на сетке 400х150 при значениях параметров

Re = 8000000, Fr = 0.0005, Pr = 0.72, Dg = 2 $\tau$ ,  $M_{\infty}$  = 0.01 с шагом по времени  $\tau$  = 0,0005.





Удаление примеси струёй воздуха из тоннеля. Наблюдения показывают [1], что спасительные ветры со стороны гор бывают редко, в результате над городом подолгу стоит густой смог. Выдув струи из тоннелей позволяет добиться значительного уменьшения содержания примесей. На рис. 2 представлены для трех моментов времени картины переноса примеси струёй воздуха из тоннели в правой горе. При выдуве из тоннеля скорость ветра из-за гор при x = 0 не задается, ее компоненты вычисляются из равенства нулю вторых производных, что очевидно из картины при t = 1,5, t = 2,5, при t = 2,5 видно образование ветра из-за гор.

Известия Национальной академии наук Республики Казахстан



Удаление примеси струёй из вершины холма. Экономическим преимуществом перед дорогостоящими тоннелями обладают сооружения выдувных устройств на вершинах холмов. На рис. 3 представлены картины переноса смеси для двух моментов времени.





**Влияние высотных зданий удалению примеси при выдуве из тоннеля.** На рис. 4 показана остаточная примесь около зданий при выдуве из тоннеля. Главным препятствием здесь являются здания вблизи гор.

#### ЛИТЕРАТУРА

1 Арыстанбекова Н.К. Моделирование загрязнения воздушного бассейна города Алматы. – Алматы: ТОО «Дайк-Пресс», 2011. – 178 с.

2 Джакупов К.Б. Коррекции теоретических парадоксов механики сплошной среды. – Алматы: изд-во «К-2», 2012. – 300 с.

#### Қ. Б. Жақыпов

## АЛМАТЫ ҚАЛАСЫНЫҢ АТМОСФЕРАСЫНАН ҚОСПАЛАРДЫ АЙДАП ШЫҒАРУДЫҢ АЭРОДИНАМИКАЛЫҚ АСПЕКТІЛЕРІН САНДЫҚ ҮЛГІЛЕУ

Таулы жерге орналасқан мегаполистің ауа бассейнінен қоспаларды айдап шығарудың мүмкін болатын нұсқалары қарастырылған. Сандық үлгілеу үшін жетілген тұтқыр газдың іргелі теңдеуінің динамикасы пайдаланылған.

## K. B. Dzhakupov

## NUMERICAL MODELLING AERODYNAMIC ASPECTS OF REMOVAL OF IMPURITY FROM ATMOSPHERE ALMATY CITY

Possible versions of removal of impurity from air pool of a megacity, races-put in a hilly terrain are considered. For numerous modeling the fundamental equations of dynamics of the viscous perfect gas are involved.

# СОДЕРЖАНИЕ

\_

## Процессы в околоземном космическом пространстве

Яковец А.Ф., Водянников В.В., Нурмуханбетова К.Ж., Гордиенко Г.И., Литвинов Ю.Г. F-область ионосферы	
на восходе Солнца	.3
Яковец А., Монштейн К., Жумабаев Б., Водянников В., Гонтарев О., Левин Ю. Всплеск солнечного	
радиоизлучения 6 декабря 2006 г. и функционирование GPS системы	.10
Яковец А.Ф., Минасянц Г.С., Водянников В.В., Нурмуханбетова К.Ж., Н. Абдрахманов. Статистика параметров	
солнечного ветра, ответственных за большие магнитные бури	. 15
Гордиенко Г.И., Литвинов Ю.Г. Исследование долговременных трендов в поведении ионосферных параметров	. 23
Соколова О.И. Геомагнитные бури с внезапным началом и их корреляция с межпланетными явлениями	
в период минимума солнечной активности 2006–2008 гг.	.28
Сомсиков В.М., Денисеня М.И. Закономерности динамики осциллятора на потенциальном барьере	31
Сомсиков В.М., Нургалиева К.Е., Жумабаев Б.Т., Салихов Н.М., Инчин А.С., Идрисов А.И., Ямпольский Ю.М.,	
Зализовский А.В. Анализ волновых возмущений высокоширотной ионосферы, обусловленных неравновесными	
эффектами в атмосфере	. 40

#### Наземно-космические методы исследования геодинамических процессов в земной коре

Жантаев Ж.Ш., Курманов Б.К., Бибосинов А.Ж., Садыков К.А., Шапиык Т., Калдыбаев А.А. Изучение	
современных движений земной коры города Алматы методами космической геодезии	46
Жантаев Ж.Ш., Щерба Ю.Г., Курманов Б.К., Асанкулов Н.А., Садыков К.А. Расчеты полей движения	
и их производных по обновленным исходным данным первичной обработки GPS-наблюдений	
для Северо-Тянь-Шаньского региона	52
Жантаев Ж.Ш., Бибосинов А.Ж., Фремд А.Г., Иванчукова А.В. Наземно-космический мониторинг	
прикаспийского региона и сопредельных территорий	58

# Математика

Тенгаева А.А. Характеристический определитель спектральной задачи для обыкновенного дифференциального	
оператора с интегральным возмущением краевых условий	64
Бапаев К.Б. Некоторые задачи устойчивости разностно-динамических систем	69
Джакупов К.Б. Численное моделирование аэродинамических аспектов удаления примесей из атмосферы	
г. Алматы	78

# CONTENTS

#### Processes in the near Earth cosmic space

Yakovets A., Monstein C., Zhumabaev B., Vodyannikov V., Gontarev O., Levin Yu. Solar radio burst	
on december 06, 2006 and GPS functioning	10
Yakovets A.F., Minasyans G.S., Vodyannikov V.V., Nurmuhanbetova K.G., Abdrakhmanov N. Statistics of solar	
wind parameters responsible for great magnetic storms	. 15
Gordienko G.I., Litvinov Yu.G. Long-term trends of ionospheric parameters	. 23
Soколова O.I. Geomagnetic storms with sudden commencement and their correlation with interplanetary phenomena	
during the minimum solar activity in 2006–2008	. 28
Somsikov V.M., Denissenya M.I. Passing of an oscillator through the potential barrier	. 31
Somsikov V.M., Nurgaliyeva K.E., Zhumabaev B.T., Salikhov N.M., Inchin A.S., Idrisov A., Yampol'skii Yu.M.,	
Zaliaovskii A.V. The analysis of high latitude ionosphere wave disturbances due to non-equilibrium effects in atmosphere	40

# Ground-space based research methods of geodynamic processes in the Earth crust

Zhantayev Zh.Sh., Kyrmanov B.K., Bibossinov A.Zh., Sadikov K.A., Shapiik T., Kaldibaev A.A. The study of modern	
crustal movements Almaty city by space geodesy methods	46
Zhantayev Zh.Sh., Sherba Yu., Kyrmanov B.K., Asankylov N.A., Sadikov K.A. Calculations of fields movement	
and their derivatives to update source data processing of primary GPS-observations for the north tien shan region	52
Zhantayev Zh.Sh., Bibossinov A.Zh., Fremd A.G., Ivanchukova A.V. Earth-space monitoring of caspian region	
and adjacent areas	58

#### Mathematics

<i>Tengaeva A.A.</i> The characteristic determinant of the spectral task for an ordinary differential operator with integral	
boundary conditions	64
Bapavev K.B. Some problems of stability of the difference-dynamical systems	69
Dzhakupov K.B. Numerical modelling aerodynamic aspects of removal of impurity from atmosphere almaty city	78

Редактор М. С. Ахметова, Ж. М. Нургожина Верстка на компьютере Д. Н. Калкабековой

Подписано в печать 11.10.2012. Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф. 5,25 п.л. Тираж 300. Заказ 4.

Национальная академия наук РК 050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19