

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



SERIES

OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL

4 (290)

ШІЛДЕ – ТАМЫЗ 2013 ж.

ИЮЛЬ – АВГУСТ 2013 г.

JULY – AUGUST 2013

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ

ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Бас редактор
ҚР ҰҒА академигі
Б. Т. Жұмағұлов

Редакция алқасы:

физика-математика ғылымдарының докторы **Н. М. Темірбеков** (бас редактордың орынбасары), ҚР ҰҒА-ның академиктері **Н. Ж. Тәкібаев, С. Н. Харин, Т. Ш. Кәлменов, Н. Қ. Блиев, Б. Н. Мұқашев, М. Ө. Өтелбаев**, физика-математика ғылымдарының докторы **Қ. Қ. Қадыржанов**, физика-математика ғылымдарының докторы **Н. Т. Данаев**, физика-математика ғылымдарының докторы **Т. С. Рамазанов**, физика-математика ғылымдарының докторы **Ө. Ө. Өмірбаев**, академик **А. Гаджиев** (Әзірбайжан), академик **А. Пашаев** (Әзірбайжан), академик **И. Тигиняну** (Молдова), академик **И. Н. Вишневский** (Украина), академик **А. М. Ковалев** (Украина), академик **А. А. Михалевич** (Беларусь), химия ғылымдарының докторы **Н. Бейсен** (жауапты хатшы)

Главный редактор
академик НАН РК
Б. Т. Жумагулов

Редакционная коллегия:

доктор физико-математических наук **Н. М. Темирбеков** (заместитель главного редактора), академики НАН РК **Н. Ж. Такибаев, С. Н. Харин, Т. Ш. Кальменов, Н. К. Блиев, Б. Н. Мукашев, М. О. Отелбаев**, доктор физико-математических наук **К. К. Кадыржанов**, доктор физико-математических наук **Н. Т. Данаев**, доктор физико-математических наук **Т. С. Рамазанов**, доктор физико-математических наук **У. У. Умирбаев**, академик **А. Гаджиев** (Азербайджан), академик **А. Пашаев** (Азербайджан), академик **И. Тигиняну** (Молдова), академик **И. Н. Вишневский** (Украина), академик **А. М. Ковалев** (Украина), академик **А. А. Михалевич** (Беларусь), доктор химических наук **Н. Бейсен** (ответственный секретарь)

Editor-in-chief
academician of the NAS of the RK
B. T. Zhumagulov

Editorial staff:

doctor of physical and mathematical sciences **N.M. Temirbekov** (deputy editor-in-chief), academicians of the NAS of the RK **N. Zh. Takibayev, S. N. Harin, T. Sh. Kalmenov, N. K. Bliiev, B. N. Mukashev, M. O. Otelbaev**, doctor of physical and mathematical sciences **K. K. Kadirzhanov**, doctor of physical and mathematical sciences **N. T. Danaev**, doctor of physical and mathematical sciences **T. S. Ramazanov**, doctor of physical and mathematical sciences **U. U. Umirbaev**, academician **A. Gadzhiev** (Azerbaijan), academician **A. Pashaev** (Azerbaijan), academician **I. Tiginaynu** (Moldova), academician **I. N. Vishnevskiyi** (Ukraine), academician **A. M. Kovalov** (Ukraine), academician **A. A. Mikhalevich** (Belarus), doctor of chemical sciences **N. Beysen** (secretary)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая» I ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 3000 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18 www.akademiyanauk.kz
Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

УДК 530.12

*К. А. БОШКАЕВ^{1,2,3}, Э. КЕВЕДО^{2,3,4},
М. Е. АБИШЕВ¹, С. ТОКТАРБАЙ¹, Е. К. АЙМУРАТОВ¹*

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан,

²Dipartimento di Fisica and ICRA, Università di Roma La Sapienza, Piazzale Aldo Moro 5, I-00185 Roma, Italy,

³ICRANet, Piazz della Repubblica 10, I-65122 Pescara, Italy,

⁴Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México,
AP 70543, México, Distrito Federal 04510, México)

СООТВЕТСТВИЕ МЕТРИК ФОКА И ХАРТЛА-ТОРНА

Аннотация

В работе рассмотрены приближенные решения Фока и Хартла-Торна, которые могут быть использованы для описания гравитационного поля астрофизических компактных объектов в предельном случае медленного вращения и малой деформации. Мы используем метод Фока для получения обобщенного внутреннего решения, а также внешнего решения, которое оказывается эквивалентно внешнему приближенному решению Хартла-Торна. В результате мы получим аналитическое приближенное решение, описывающее внутреннее и внешнее гравитационное поле медленно вращающихся и слегка деформированных астрофизических объектов.

Кілт сөздер: Эйнштейн тендеулерінің жуық шешімдері, Фок метрикасы, Хартл-Торн метрикасы.

Ключевые слова: приближенные решения уравнений Эйнштейна, метрика Фока, метрика Хартла-Торна.

Keywords: approximate solutions of Einstein's equations, Fock's metric, Hartle-Thorne's metric.

Введение. Метрика Фока [1–3] является постньютоновским приближенным решением уравнений Эйнштейна, которая применяется для описания геометрии вокруг астрофизического объекта со слабым гравитационным полем и медленным вращением. Данная метрика была получена в общей интегральной форме [1, 2] в разные годы Chandrasekhar (1965) и Abdalrhman (1985). Нетрудно показать, что эти результаты идентичны при соответствующих начальных преобразованиях плотности тела в тензоре энергии и импульса. Хотя именно в работе Abdalrhman (1985) метрика Фока была впервые получена для медленно вращающегося сферически-симметричного шара (жидкого и твердого) [2, 4]. Было продемонстрировано, что точное решение уравнений Эйнштейна для вращающегося тела, так называемая метрика Керра [5], в приближении слабых полей и медленных скоростей нетривиальным образом, соответствующими координатными преобразованиями, сводится к метрике Фока [2, 4, 6]. Однако до сих пор не удалось найти внутреннее решение Керра, даже в приближенном виде [6]. Данный факт показывает, что метрика Керра может применяться только для ограниченного класса астрофизических объектов, таких как, например, черные дыры [6]. Цель данной работы – показать, что метрика Хартла-Торна [7, 8], являющаяся приближенным решением уравнений Эйнштейна, которая работает (действительна) в сильных гравитационных полях с умеренными скоростями, совпадает с частным случаем уточненной метрики первого приближения Фока. Решение Хартла-Торна, часто применяется в литературе для описания геометрии вокруг вращающихся деформированных объектов, характеризующиеся тремя мультипольными моментами, такими как полная масса, угловой момент, и квадрупольный момент – они позволяют описать реальные астрофизические объекты от плането-подобных небесных тел вплоть до нейтронных звезд. Одной из наиболее важных характеристик этого семейства решений является то, что соответствующие уравнения состояния были построены

с использованием реалистичных моделей для внутренней структуры релятивистских звезд. Полуаналитические и численные обобщения метрики Хартла-Торна с более сложными уравнениями состояния были предложены различными авторами [9]. Наиболее полный обзор этих решений приведен в [10]. Во всех этих случаях, однако, предполагается, что мультипольные моменты (квадрупольные и октупольные) относительно невелики и вращение медленное.

Чтобы сопоставить метрику Фока с метрикой Хартла-Торна, в первой вычисляются интегралы для осе-симметричного деформированного тела, зависящие от внутренней структуры [4, 6, 11, 12]. Впоследствии получаем метрику Фока для медленно вращающегося деформированного тела с тремя параметрами: полная масса, угловой момент, квадрупольный момент. Далее метрика Хартла-Торна записывается в приближении $\sim 1/c^2$ и находятся координатные преобразования между двумя метриками. В результате оба внешних решения, записанные в одних и тех же координатах, сопоставляются между собою весьма простыми алгебраическими выражениями.

Структура статьи организована следующим образом. Сначала мы рассмотрим внешнее решение Хартла-Торна и кратко прокомментируем его наиболее важные свойства. Затем мы представим уточненную метрику первого приближения Фока, какой она впервые была получена Абдильдиным [2, 12], в гармонических координатах, а также введем ряд новых координат, которые дают возможность сравнения с другими внешними метриками. Кроме того, мы явно найдем преобразование координат, устанавливающее связь между уточненной метрикой Фока и внешним решением Хартла-Торна.

Метрика Хартла-Торна. С учетом поправок второго порядка малости по угловой скорости, структура компактных объектов может быть приближенно описана с помощью массы, углового момента и квадрупольного момента. Важным следствием этого приближения является то, что уравнения равновесия сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Хартл и Торн [7, 8] исследовали гравитационное поле вращающихся звезд в приближении медленного вращения. Этот формализм можно применить к большинству компактных объектов, в том числе и к пульсарам с миллисекундными периодами вращения, но, согласно [10], он будет показывать «большие» расхождения в случае быстро вращающихся релятивистских объектов вблизи предела массового сброса, т.е. когда угловая скорость объекта достигает угловой скорости частицы по круговой кеплеровой орбите на экваторе звезды. В самом деле, недавно в [13], [14] было показано, что поправки второго порядка для вращения по Хартлу-Торну вполне достаточны для описания свойств звезд с промежуточными скоростями вращения. Эти результаты были обобщены в [15], чтобы включить поправки третьего порядка по угловой скорости. Оказывается, что поправки третьего порядка по угловой скорости не играют существенной роли в определении кеплеровой скорости вращения, однако они важны для изучения момента инерции быстро вращающихся нейтронных звезд.

Дополнительным свойством этого формализма является то, что он может быть использован для сшивания внутренней метрики с приближенной внешней метрикой. В связи с этим стоит отметить, что проблема сшивания внутренних и внешних решений подразумевает многие математические и физические проблемы [16-22], в том числе вычисление метрических функции и координат на поверхности сшивания, а также физическое поведение таких внутренних параметров, как давление и плотность распределения вещества. В следующих подразделах мы представим внутренние и внешние метрики и введем обозначения, которые будут использоваться далее в статье.

Внешнее решение Хартла-Торна. Метрика Хартла-Торна, описывающая внешние поля медленно вращающегося, слегка деформированного объекта, дается как

$$\begin{aligned}
 ds^2 = & \left(1 - \frac{2M}{R}\right) \left[1 + 2k_1 P_2(\cos \Theta) + 2 \left(1 - \frac{2M}{R}\right)^{-1} \frac{J^2}{R^4} (2 \cos^2 \Theta - 1) \right] dt^2 \\
 & - \left(1 - \frac{2M}{R}\right)^{-1} \left[1 - 2k_2 P_2(\cos \Theta) - 2 \left(1 - \frac{2M}{R}\right)^{-1} \frac{J^2}{R^4} \right] dR^2 \\
 & - R^2 [1 - 2k_3 P_2(\cos \Theta)] (d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\phi^2) + 4 \frac{J}{R} \sin^2 \Theta dt d\phi
 \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$k_1 = \frac{J^2}{MR^3} \left(1 + \frac{M}{R} \right) + \frac{5}{8} \frac{Q - J^2/M}{M^3} Q_2^2 \left(\frac{R}{M} - 1 \right), \quad k_2 = k_1 - \frac{6J^2}{R^4},$$

$$k_3 = k_1 + \frac{J^2}{R^4} + \frac{5}{4} \frac{Q - J^2/M}{M^2 R} \left(1 - \frac{2M}{R} \right)^{-1/2} Q_2^1 \left(\frac{R}{M} - 1 \right),$$

и

$$Q_2^1(x) = (x^2 - 1)^{1/2} \left[\frac{3x}{2} \ln \frac{x+1}{x-1} - \frac{3x^2 - 2}{x^2 - 1} \right], \quad Q_2^2(x) = (x^2 - 1) \left[\frac{3}{2} \ln \frac{x+1}{x-1} - \frac{3x^3 - 5x}{(x^2 - 1)^2} \right],$$

присоединенные функции Лежандра второго рода. Константы M , J и Q связаны с полной массой, угловым моментом и квадрупольным моментом вращающегося объекта, соответственно. Этот вид метрики исправляет некоторые опечатки в исходной работе Хартгла и Торна [8] (см. также [6] и [23]).

В общем случае данная метрика представляет собой приближенное вакуумное решение, с точностью до второго порядка по угловому моменту J и до первого порядка по квадрупольному моменту Q . В случае обычных звезд, таких как Солнце, в учете гравитационной постоянной G и скорости света c , метрика (1) может быть упрощена из-за малости параметров:

$$\frac{GM_{Sun}}{c^2 R_{Sun}} \approx 2 \times 10^{-6}, \quad \frac{GJ_{Sun}}{c^3 R_{Sun}^2} \approx 10^{-12}, \quad \frac{GQ_{Sun}}{c^2 R_{Sun}^3} \approx 10^{-10}. \quad (2)$$

Для этого частного случая можно вычислить соответствующую приближенную метрику из (1) в пределе $c \rightarrow \infty$. Расчеты эти просты и приводят метрику к следующему виду

$$ds^2 = \left[1 - \frac{2GM}{c^2 R} + \frac{2GQ}{c^2 R^3} P_2(\cos \Theta) + \frac{2G^2 M Q}{c^4 R^4} P_2(\cos \Theta) \right] c^2 dt^2 + \frac{4GJ}{c^2 R} \sin^2 \Theta dt d\phi$$

$$- \left[1 + \frac{2GM}{c^2 R} - \frac{2GQ}{c^2 R^3} P_2(\cos \Theta) \right] dR^2 - \left[1 - \frac{2GQ}{c^2 R^3} P_2(\cos \Theta) \right] R^2 (d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\phi^2). \quad (3)$$

Она описывает гравитационное поле для широкого спектра компактных объектов, и только в случае очень плотных ($GM \sim c^2 R$) или очень быстро вращающихся ($GJ \sim c^3 R^2$) объектов появляются большие расхождения.

Подход Фока. Для изучения физических свойств решений уравнений Эйнштейна, Фок [11] предложил альтернативный метод, в котором параметры, входящие во внешнюю метрику, получаются с помощью физических моделей для внутренней структуры тела. Этот подход учитывает внутренние свойства гравитационного источника, и сводит задачу нахождения приближенного внутреннего решения к вычислению некоторых интегралов, которые явно зависят от физических характеристик объекта. Таким образом, значимость внешних параметров становится более реалистичной и появляется возможность определения некоторых аспектов внутренней структуры объекта с помощью наблюдений, проводимых во внешней области тела. Итак, в этом разделе мы приводим основные результаты данного подхода, вывод частного внутреннего приближенного решения, и изучаем возможность сшивания его с внешним аналогом.

Внутреннее решение. Уточненная метрика первого приближения Фока была получена и исследована Абдильдиным [2, 4, 12] в довольно простой форме. Впервые метрика была написана в первоначальном виде для гармонической системы координат [24, 25] следующим образом:

$$ds^2 = \left[c^2 - 2U + \frac{2U^2}{c^2} - \frac{2G}{c^2} \int \frac{\rho \left(\frac{3}{2} v^2 + \Pi - U \right) + 3p}{|\vec{r} - \vec{r}'|} (dx')^3 \right] dt^2$$

$$- \left(1 + \frac{2U}{c^2} \right) (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{8}{c^2} (U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + U_3 dx_3) dt, \quad (4)$$

где c – скорость света в вакууме, G – гравитационная постоянная, U – ньютоновский гравитационный потенциал, ρ – плотность массы тела, v – скорость частицы внутри тела, Π – упругая энергия на единицу массы, p – давление, \vec{U} – гравитационный векторный потенциал. Заметим, что

величины ρ , v , Π и U , характеризующие внутреннюю структуру источника, зависят только от «внутренних» координат x'_i , которые определяются только внутри тела. Для упрощения обозначений мы опускаем аргументы, которые определяют координаты этой зависимости. Соответствующий тензор энергии-импульса задается как

$$T^{00} = \frac{\rho}{c^2} \left[1 + \frac{1}{c^2} \left(\frac{v^2}{2} + \Pi - U \right) \right], \quad T^{0i} = \frac{\rho}{c^2} v^i, \quad T^{ij} = \frac{1}{c^2} (\rho v^i v^j + p \delta^{ij}), \quad (5)$$

где δ^{ij} – символ Кронекера и $i, j = 1, 2, 3$. Потенциал Ньютона удовлетворяет уравнению $\Delta U = -4\pi G\rho$. Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию асимптотической плоскости на бесконечности, может быть записано в виде объемного интеграла:

$$U = G \iiint \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx'_1 dx'_2 dx'_3. \quad (6)$$

Кроме того, гравитационный векторный потенциал должен непосредственно удовлетворять уравнению $\Delta U_i = -4\pi G\rho v_i$, тогда общее асимптотическое плоское решение может быть представлено в виде

$$U_i = G \iiint \frac{\rho v_i}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx'_1 dx'_2 dx'_3. \quad (7)$$

Дополнительную информацию об этой метрике можно найти в [3] и [26].

Стоит отметить, что Чандрасекар, используя метод Фока, получил в работе [1] решение, аналогичное (4), что впоследствии было использовано Хартлом и Шарпом в [27]. Тем не менее, не трудно показать, что решение Чандрасекара эквивалентно (4). Действительно, определение плотности

$$\rho = \rho_{Fock} = \rho_{Chandra} \left[1 + \frac{1}{c^2} \left(3U + \frac{v^2}{2} \right) \right] \quad (8)$$

на уровне тензора энергии-импульса позволяет вычислить соответствующие метрические функции, показывающие эквивалентность метрик. Кроме того, в [1] было показано, что решение для статического случая может быть сопоставлено с известным решением Шварцшильда, специализированного на случай сферической симметрии и гидростатического равновесия в пост-ньютоновском приближении.

Метрика Фока для деформированного тела. В этом разделе мы рассмотрим случай деформированных объектов, как, например, вращающийся эллипсоид. Очевидно, что если форма тела слегка отклоняется от сферической симметрии, то тело приобретает мультипольные моменты, в частности, квадрупольный момент; моменты более высокого порядка являются незначительными, особенно для медленно вращающегося эллипсоида. Мы теперь обобщим метрику Фока так, чтобы квадрупольный момент мог появиться явно при интегрировании (4) и в ньютоновском потенциале. Следует отметить, что определение внешнего и внутреннего ньютоновских потенциалов для вращающегося эллипсоида является одной из классических проблем как теоретической, так и математической физики. Некоторые примеры для однородного эллипсоида рассмотрены в [28], но самые подробные сведения по этому вопросу были приведены в [29] и совсем недавно в [30]. Что касается внешнего решения, существуют несколько точных решений [6, 31-35] с квадрупольным моментом и параметром вращения, которые могут быть использованы в качестве возможных кандидатов для сшивания с внутренним приближенным решением. Однако в этой работе мы ограничимся лишь изучением приближенной метрики Хартла-Торна.

Рассмотрим уточненную метрику первого приближения Фока (4). Здесь удобно использовать обозначение $x'_1 = x$, $x'_2 = y$, $x'_3 = z$. В общем случае тот факт, что плотность массы $\rho = \rho(x, y, z)$ является функцией координат, не позволяет найти явное выражение для внутреннего ньютоновского потенциала. Это возможно только путем численного интегрирования. Тем не менее, для случая однородной плотности в литературе существует огромное количество точных решений для вращающихся эллипсоидов. Поскольку здесь рассматривается приближение медленного вращения и слабого поля, мы можем использовать разложение для ньютоновского потенциала вдали от создающих его масс [28, 36] в виде

$$U(r, \theta) = G \iiint \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx dy dz = \frac{Gm}{r} + \frac{GD}{2r^3} P_2(\cos \theta), \quad (9)$$

где m – масса покоя эллипсоида, D – ньютоновский квадрупольный момент, θ – угол между $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ и осью z . Заметим, что начало координат выбрано в центре инерции масс [28]. Первое слагаемое в выражении выше, является потенциалом сферы, а второе – отвечает за отклонение от сферической симметрии. Если взять ось z в качестве оси вращения, то масса покоя и квадрупольный момент определяются как

$$m = \iiint \rho dx dy dz, \quad (10)$$

$$D = \iiint \rho(2z^2 - x^2 - y^2) dx dy dz. \quad (11)$$

Используя ту же процедуру, можно записать интеграл в метрике Фока следующим образом

$$\iiint \frac{\rho \left(\frac{3}{2} v^2 + \Pi - U \right) + 3p}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx dy dz = \frac{\zeta}{r} + \frac{D}{2r^3} P_2(\cos \theta), \quad (12)$$

где

$$\zeta = \iiint \left[\rho \left(\frac{3}{2} v^2 + \Pi - U \right) + 3p \right] dx dy dz, \quad (13)$$

$$D = \iiint \left[\rho \left(\frac{3}{2} v^2 + \Pi - U \right) + 3p \right] (2z^2 - x^2 - y^2) dx dy dz. \quad (14)$$

Величина D/c^2 является релятивистской поправкой к ньютоновскому квадрупольному моменту D , т.е. квадрупольным моментом, возникающим из-за вращения. Для вычисления интегралов воспользуемся соотношением для сжимаемой упругой среды [11]:

$$\rho \Pi - \rho U + p = \rho W, \quad (15)$$

здесь W есть потенциал центробежных сил определяемый как

$$W = \frac{(x^2 + y^2)}{2} \Omega^2, \quad (16)$$

где для твердотельного вращения угловая скорость тела $\vec{\Omega} = \{0, 0, \Omega\}$ имеет одну компоненту вдоль оси z , и тогда $v^2 = 2W$. Принимая во внимание эти выражения, вышеуказанные интегралы сводятся к простой форме

$$\zeta = 2 \iiint [2\rho W + p] dx dy dz, \quad (17)$$

$$D = 2 \iiint [2\rho W + p] (2z^2 - x^2 - y^2) dx dy dz. \quad (18)$$

Более того, для вычисления этих интегралов рассмотрим следующие два случая, определяющие внутреннюю структуру тела:

1) жидкое тело с последующим уравнением внутреннего движения [11]:

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_i} (U + W) = \frac{\partial p}{\partial x_i}. \quad (19)$$

2) абсолютно твердое тело с уравнением внутреннего движения [37]:

$$\rho \frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial x_i}. \quad (20)$$

Это уравнения гидростатического равновесия, которые были приняты Фоком [11] и Брумбергом [37] для описания внутренней структуры объекта. Мы же ограничимся рассмотрением тех случаев, когда тело вращается как целое, в виде твердого тела. Тогда для жидкого и твердого тел кинетическая энергия вращения имеет следующий вид

$$K = \iiint \rho W dx dy dz = \frac{I_{zz} \Omega^2}{2}, \quad (21)$$

где I_{zz} – главный момент инерции эллипсоида вдоль оси z . Давление может быть выражено как

$$\iiint p dx dy dz = \begin{cases} \frac{1}{3}(\varepsilon - 2K), & \text{для жидкого тела,} \\ \frac{1}{3}\varepsilon, & \text{для твердого тела,} \end{cases} \quad (22)$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \iiint \rho U dx dy dz, \quad (23)$$

представляет собой отрицательную энергию взаимного притяжения частиц тела с обратным знаком.

Вторые моменты кинетической энергии

$$K_{ik} = \iiint \rho W x_i' x_k' dx dy dz, \quad (24)$$

могут быть вычислены с помощью приведенных выше выражений. Тогда для вторых моментов давления получаем

$$\iiint p x_i' x_k' dx dy dz = \begin{cases} \frac{1}{2} \chi_{ik} - \frac{2}{5} K_{ik}, & \text{для жидкого тела,} \\ -\frac{1}{2} K_{ik}, & \text{для твердого тела,} \end{cases} \quad (25)$$

где (более подробную информацию можно найти в [12])

$$\chi_{ik} = -\frac{2}{5} \iiint \rho x_i' x_k' x_j' \frac{\partial U}{\partial x_j'} dx dy dz. \quad (26)$$

После вычисления всех интегралов получаем

$$\zeta = \begin{cases} \frac{8}{3} K + \frac{2}{3} \varepsilon, & \text{для жидкого тела,} \\ 4K + \frac{2}{3} \varepsilon, & \text{для твердого тела,} \end{cases} \quad (27)$$

$$D = \begin{cases} \frac{28}{5} \frac{\kappa_L S_0^2}{I_{zz}^2} \iiint \rho (x^2 + y^2)(z^2 - x^2) dx dy dz - \frac{4}{5} \iiint \rho (z^2 - x^2) x_j' \frac{\partial U}{\partial x_j'} dx dy dz, & \text{жидкое тело,} \\ \frac{28}{5} \frac{\kappa_S S_0^2}{I_{zz}^2} \iiint \rho (x^2 + y^2)(z^2 - x^2) dx dy dz, & \text{твердое тело,} \end{cases} \quad (28)$$

где S_0 угловой момент тела, который находится из

$$\vec{S}_0 = I_{zz} \vec{\Omega}, \quad (29)$$

и численные множители соответственно равны

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_L = \frac{4}{7}, & \text{для жидкого тела,} \\ \kappa_S = \frac{15}{28}, & \text{для твердого тела.} \end{cases} \quad (30)$$

В отличие от ньютоновского скалярного потенциала, векторный потенциал может быть легко вычислен из

$$\vec{U} = \frac{G}{2r^3} [\vec{S}_0 \times \vec{r}] \quad (31)$$

Введя эффективную (общую) массу

$$M = m + \frac{\zeta}{c^2}, \quad (32)$$

для метрики Фока мы получим следующее выражение

$$ds^2 = \left[c^2 - 2 \left(\frac{GM}{r} + \frac{GD}{2r^3} P_2(\cos \theta) \right) + \frac{2}{c^2} \left(\frac{GM}{r} + \frac{GD}{2r^3} P_2(\cos \theta) \right)^2 - \frac{GD}{c^2 r^3} P_2(\cos \theta) \right] dt^2 - \left[1 + \frac{2GM}{c^2 r} + \frac{GD}{c^2 r^3} P_2(\cos \theta) \right] \left[dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] + \frac{4GS_0}{c^2 r} \sin^2 \theta d\phi dt, \quad (33)$$

в гармонических координатах. Для записи метрики в Шварцшильдо-подобных (стандартных) сферических координатах следует использовать преобразования

$$r \rightarrow R - \frac{GM}{c^2}, \quad \theta \rightarrow \Theta, \quad (34)$$

которые преобразуют метрику (33) в

$$ds^2 = \left[c^2 - \frac{2GM}{R} - \left(D + \frac{D}{c^2} \right) \frac{G}{R^3} P_2(\cos \Theta) - \frac{G^2 DM}{c^2 R^4} P_2(\cos \Theta) \right] dt^2 + \frac{4GS_0}{c^2 R} \sin^2 \Theta d\phi dt - \left[1 + \frac{2GM}{c^2 R} + \frac{GD}{c^2 R^3} P_2(\cos \Theta) \right] dR^2 - \left[1 + \frac{GD}{c^2 R^3} P_2(\cos \Theta) \right] R^2 (d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\phi^2), \quad (35)$$

где мы пренебрегли квадратичными членами по квадрупольному моменту D . В предельном случае с нулевым вращением $S_0 = 0$ и исчезающими квадрупольными моментами $D = D = 0$, эта метрика представляет приближенное решение Шварцшильда.

Исследование метрики (33) показывает, что при грубом приближении, когда вращение медленное $S_0 \neq 0$, но при этом тело обладает сферической симметрией, данная метрика сводится к приближенной метрике Фока рассмотренной в [2, 12] с полной массой M , и

$$D = 0, \quad D = -\frac{2\kappa S_0^2}{M}. \quad (36)$$

Следует отметить, что аналогичный результат был получен Лаараккерсом и Пуассоном [38]. Они численно вычислили скалярный квадрупольный момент Q вращающихся нейтронных звезд для нескольких уравнений состояния, и обнаружили, что при фиксированной гравитационной массе M , квадрупольный момент дается простым квадратичным фитингом

$$Q = -\alpha \frac{J^2}{Mc^2}, \quad (37)$$

где J – угловой момент звезды и α – безразмерная величина, зависящая от уравнений состояния. Следует обратить внимание, что скалярный квадрупольный момент Q Лаараккера и Пуассона связан с квадрупольным моментом Хартла и Торна следующим образом

$$Q = -Q \quad (38)$$

Вышепоказанный квадратичный фитинг воспроизводит Q с поразительной точностью. Величина α колеблется от $\alpha \approx 2$ для очень мягкого уравнения состояния и до $\alpha \approx 7.4$ для очень жесткого уравнения состояния. Этот результат значительно отличается от черной дыры Керра, для которого $\kappa = \alpha = 1$ (см. [2, 4, 6]). Недавно результаты работы [38], были модифицированы с учетом правильного определения мультипольных моментов [18]. Поэтому значение параметра α в численном фитинге (37) слегка отличается от приведенного в [38]. В нашем случае, есть похожие, но не одинаковые результаты, так как решение Фока недействительно в пределе сильных гравитационных полей (например, нейтронных звезд) и быстрых вращений. Значения для постоянной κ получаются из качественного анализа в пределе слабого поля и медленного вращения. Для того чтобы найти точные значения κ , необходимо задать уравнение состояния и выполнить численное интегрирование. Эта задача, однако, выходит за рамки настоящей работы.

И, наконец, покажем, что внешняя уточненная метрика Фока соответствует внешней метрике Хартла-Торна. Чтобы убедиться в этом, необходимо рассмотреть внешнее решение (35), написанное в тех же координатах, как и внешнее решение (3); это приводит к следующим алгебраическим соотношениям

$$M = M, \quad J = S_0, \quad Q = -\frac{1}{2} \left(D + \frac{D}{c^2} \right). \quad (39)$$

Заключение. В данной работе мы изучили гравитационное поле медленно вращающихся, слегка деформированных астрофизических компактных объектов. Были рассмотрены приближенные решения уравнений Эйнштейна, которые могут быть использованы для описания внутреннего и внешнего гравитационных полей. В частности, был применен метод, предложенный Хартлом и Торном, для нахождения внутреннего и внешнего приближенных решений, и метод, предложенный Фоком. Мы вывели внешнюю уточненную метрику Фока, учитывающую вклад квадрупольного параметра до первого порядка, который описывает отклонение тела от сферической симметрии. Специфический параметр κ , который входит в уточненную метрику Фока, впоследствии принимает особые значения в случае жидкой и твердой сфер. Выяснилось также, что в случае приближенной метрики Керра, этот параметр не соответствует ни одной из известных внутренних моделей тела проанализированных в рамках формализма Фока.

Чтобы избежать технических проблем, которые обычно возникают в процессе сопоставления решений [21], мы использовали тот же набор координат внутри и снаружи тела. В случаях, представленных здесь, это может быть сделано относительно простым способом только потому, что все преобразования координат рассчитываются не точно, а с тем же приближением, что и метрические функции. Такой подход позволяет сократить соответствующие проблемы в сопоставлении метрик на соответствующей поверхности: таким образом, появляются только алгебраические условия. Используя этот метод, мы могли показать, что приближенная метрика Керра не может быть сопоставлена с внутренним решением Фока.

С учетом последних работ по белым карликам [40–42] и нейтронным звездам [43], было бы интересно вычислить квадрупольный момент для этих объектов и выполнить анализы работ Лааракерса и Пуассона [38], Паппаса и Апостолатоса [18]. Из наших предварительных результатов мы ожидаем, что квадрупольный момент для вращающихся белых карликов и нейтронных звезд будет больше, чем квадрупольный момент Керра $Q=J^2/M$. С этой целью целесообразно использовать метрику Хартла-Торна, так как она обладает как внутренним, так и внешним решениями в отличие от других точных решений, кроме того, она работает в режиме сильных гравитационных полей, в то время как метрика Фока работает только в режиме слабых полей.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Chandrasekhar S. // *Astrophys. J.* 142, 1488 (1965).
- 2 Абдильдин М.М. Вопросы теории поля / Под ред. С. Е. Ерматова. – Алма-Ата: Казак университеті, 1985. – С. 20-25.
- 3 Abdildin M.M., Abishev M. E., Beissen N.A., Boshkaev K.A. // *Gravit. Cosmology.* 15, 1 (2009)
- 4 Абдильдин М.М. Проблема движения тел в общей теории относительности. – Алматы: Казак университеті, 2006.
- 5 Kerr R.P. // *Phys. Rev. Lett.* 11, 237 (1963).
- 6 Boshkayev K., Quevedo H., Ruffini R. // *Physical Review D* 86, 064043 (2012)
- 7 Hartle J.B. // *Astrophys. J.* 150, 1005 (1967).
- 8 Hartle J.B., Thorne K.S. // *Astrophys. J.* 153, 807 (1968).
- 9 Andersson N., Comer G. L. // *Classical Quantum Gravity* 18, 969 (2001).
- 10 Stergioulas N. // *Living Rev. Relativity* 6, 3 (2003).
- 11 Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. – М, 1961.
- 12 Абдильдин М.М. Механика теории гравитации Эйнштейна. – Алма-Ата: Наука, 1988.
- 13 Berti E., Stergioulas N. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 350, 1416 (2004).
- 14 Berti E., White F., Maniopolou A., Bruni M. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 358, 923 (2005).
- 15 Benhar O., Ferrari V., Gualtieri L., Marassi S. // *Phys. Rev. D* 72, 044028 (2005).
- 16 Pappas G., Apostolatos T.A. // *Classical Quantum Gravity* 25, 228002 (2008).
- 17 Pappas G. // *J. Phys. Conf. Ser.* 189, 012028 (2009).
- 18 Pappas G., Apostolatos T.A. // *Phys. Rev. Lett.* 108, 231104 (2012).
- 19 Pappas G. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 422, 2581 (2012).
- 20 Pachon L.A., Rueda J.A., Valenzuela-Toledo C.A. // *Astrophys. J.* 756, 82 (2012).
- 21 Quevedo H. Proceedings of the 12th M-G Meeting on GR. – Paris, 2009 / Ed. by T. Damour, R. T. Jantzen, and R. Ruffini (World Scientific, Singapore, 2012); arXiv:1205.0500.
- 22 Thorne K.S. // In *Houtes Energies en Astrophysique* / Edited by C. DeWitt, E. Schatzman, and P. Veron (Gordon and Breach, New York, 1967), Vol. 239.
- 23 Bini D., Geralico A., Quevedo H. // *Classical Quantum Gravity* 26, 225006 (2009).
- 24 Donder T. De. *La Gravifique Einsteinienne.* – Paris: Gauthier-Villars, 1921.
- 25 Lanczos C. // *Phys. Z.* 23, 537 (1923).
- 26 Abdildin M.M., Abishev M. E., Beissen N.A., Brisheva Zh.N. // *Gravit Cosmol.* 15, 141 (2009).
- 27 Hartle J. B., Sharp D.H. // *Astrophys. J.* 147, 317 (1967)
- 28 Landau L.D., Lifshitz E.M. *Classical Theory of Fields.* – Addison-Wesley, Reading, MA, 1962.

- 29 Chandrasekhar S. *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*. – Yale Univ. Pr., New Haven, CT, 1967.
- 30 Meinel R., Ansorg M., Kleinwachter A., Neugebauer G., Petroff D. *Relativistic Figures of Equilibrium*. – Cambridge, England: Cambridge University Press, 2008.
- 31 Manko V.S. // *Classical Quantum Gravity* 7, L209 (1990).
- 32 Manko V.S., Mielke E.W., Sanabria-Gomez J.D. // *Phys. Rev. D* 61, 081501(R) (2000).
- 33 Quevedo H., Mashhoon B. // *Phys. Lett.A* 109, 13 (1985).
- 34 Quevedo H., Mashhoon B. // *Phys. Rev. D* 43, 3902 (1991).
- 35 Quevedo H. // *Phys. Rev. D* 33, 324 (1986).
- 36 Lanza A.F., Rodono M. // *Astron. Astrophys.* 349, 887 (1999).
- 37 Брумберг В.А. *Релятивистская небесная механика*. – М., 1972.
- 38 Laarakkers W.G., Poisson E. // *Astrophys. J.* 512, 282 (1999).
- 39 Thorne K.S. // *Rev. Mod. Phys.* 52, 299 (1980).
- 40 Rotondo M., Rueda J. A., Ruffini R., S.-S. Xue. // *Phys. Rev. C*, 83(4) (2011).
- 41 Rotondo M., Rueda J. A., Ruffini R., S.-S. Xue. // *Phys. Rev. D*, 84(8) (2011).
- 42 Boshkayev K., Rueda J. A., Ruffini R., Siutsou I. // *ApJ*, 762, 117 (2013).
- 43 Belvedere R., Pugliese D., Rueda J. A., Ruffini R., S.-S. Xue // *Nuclear Ph. A*, 883:1–24, 2012.

REFERENCES

1. Chandrasekhar S., *Astrophys. J.* 142, 1488 (1965).
2. Abdildin M.M., *Voprosy teorii polya, pod redakciei S.E. Yermatova* (Qazaq Universiteti, Alma-Ata, 1985) str. 20–25. (in Russ).
3. Abdildin M.M., Abishev M. E., Beissen N.A., and Boshkaev K.A., *Gravit. Cosmology* 15, 1 (2009)
4. Abdil'din M.M., *Problema dvizhenija tel v obshhej teorii otositel'nosti* (Qazaq Universiteti, Almaty, 2006). (in Russ).
5. Kerr R.P., *Phys. Rev. Lett.* 11, 237 (1963).
6. Boshkayev K., Quevedo H., Ruffini R., *Physical Review D* 86, 064043 (2012)
7. Hartle J.B., *Astrophys. J.* 150, 1005 (1967).
8. Hartle J.B. and Thorne K.S., *Astrophys. J.* 153, 807 (1968).
9. Andersson N. and Comer G. L., *Classical Quantum Gravity* 18, 969 (2001).
10. Stergioulas N., *Living Rev. Relativity* 6, 3 (2003).
11. Fok V.A., *Teorija prostranstva, vremeni i t'jagotenija* (M, 1961). (in Russ).
12. Abdil'din M.M., *Mehanika teorii gravitacii Jejnshtejna* (Nauka, Alma-Ata, 1988). (in Russ).
13. Berti E. and Stergioulas N., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 350, 1416 (2004).
14. Berti E., White F., Maniopolou A., and Bruni M., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 358, 923 (2005).
15. Benhar O., Ferrari V., Gualtieri L., and Marassi S., *Phys. Rev. D* 72, 044028 (2005).
16. Pappas G. and Apostolatos T.A., *Classical Quantum Gravity* 25, 228002 (2008).
17. Pappas G., *J. Phys. Conf. Ser.* 189, 012028 (2009).
18. Pappas G. and Apostolatos T.A., *Phys. Rev. Lett.* 108, 231104 (2012).
19. Pappas G., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 422, 2581 (2012).
20. Pachon L.A., Rueda J.A., and Valenzuela-Toledo C.A., *Astrophys. J.* 756, 82 (2012).
21. Quevedo H., *Proceedings of the 12th M-G Meeting on GR*, Paris, 2009, ed. by T. Damour, R. T. Jantzen, and R. Ruffini (World Scientific, Singapore, 2012); arXiv:1205.0500.
22. Thorne K.S., in *Houes Energies en Astrophysique*, edited by C. DeWitt, E. Schatzman, and P. Veron (Gordon and Breach, New York, 1967), Vol. 239.
23. Bini D., Geralico A., and Quevedo H., *Classical Quantum Gravity* 26, 225006 (2009).
24. Donder T. De, *La Gravifique Einsteinienne* (Gauthier-Villars, Paris, 1921).
25. Lanczos C., *Phys. Z.* 23, 537 (1923).
26. Abdildin M.M., Abishev M. E., Beissen N.A., Brisheva Zh.N., *Gravit Cosmol.* 15, 141 (2009).
27. Hartle J. B. and Sharp D.H., *Astrophys. J.* 147, 317 (1967)
28. Landau L.D., Lifshitz E.M., *Classical Theory of Fields* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1962).
29. Chandrasekhar S., *Ellipsoidal Figures of Equilibrium* (Yale Univ. Pr., New Haven, CT, 1967).
30. Meinel R., Ansorg M., Kleinwachter A., Neugebauer G., and Petroff D., *Relativistic Figures of Equilibrium* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2008).
31. Manko V.S., *Classical Quantum Gravity* 7, L209 (1990).
32. Manko V.S., Mielke E.W., and Sanabria-Gomez J.D., *Phys. Rev. D* 61, 081501(R) (2000).
33. Quevedo H. and Mashhoon B., *Phys. Lett.A* 109, 13 (1985).
34. Quevedo H. and Mashhoon B., *Phys. Rev. D* 43, 3902 (1991).
35. Quevedo H., *Phys. Rev. D* 33, 324 (1986).
36. Lanza A.F., and Rodono M., *Astron. Astrophys.* 349, 887 (1999).
37. Brumberg V.A., *Reljativistskaja nebesnaja mehanika* (M, 1972). (in Russ).
38. Laarakkers W.G. and Poisson E., *Astrophys. J.* 512, 282 (1999).
39. Thorne K.S., *Rev. Mod. Phys.* 52, 299 (1980).
40. Rotondo M., Rueda J. A., Ruffini R., and S.-S. Xue. *Phys. Rev. C*, 83(4) (2011).
41. Rotondo M., Rueda J. A., Ruffini R., and S.-S. Xue. *Phys. Rev. D*, 84(8) (2011).
42. Boshkayev K., Rueda J. A., Ruffini R., and Siutsou I. *ApJ*, 762, 117 (2013).
43. Belvedere R., Pugliese D., Rueda J. A., Ruffini R., and S.-S. Xue. *Nuclear Ph. A*, 883:1–24, 2012.

Резюме

К. А. Бошкаев^{1,2,3}, Э. Кеведо^{2,3,4}, М. Е. Абишев¹, С. Токтарбай¹, Е. К. Аймуратов¹

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы,

²Dipartimento di Fisica and ICRA, Università di Roma La Sapienza, Piazzale Aldo Moro 5, I-00185 Roma, Italy,

³ICRANet, Piazz della Repubblica 10, I-65122 Pescara, Italy,

⁴Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México,
AP 70543, México, Distrito Federal 04510, México)

ФОК ЖӘНЕ ХАРТЛ-ТОРН МЕТРИКАЛАРЫНЫҢ СӘЙКЕС БОЛУЫ

Жұмыста Фок және Хартл-Торн шешімдері қарастырылады. Бұл шешімдер баяу айналатын және сәл деформацияланған астрофизикалық компакт объектілердің гравитациялық өрісін сипаттау үшін пайдаланылады. Жалпыланған ішкі және сыртқы шешімдерді алу үшін Фок әдістері қолданылады. Фок әдісімен алынған сыртқы шешім Хартл-Торнның жуық сыртқы шешіміне пара-пар екені көрсетіледі. Нәтижесінде баяу айналатын және сәл деформацияланған астрофизикалық компакт объектілердің гравитациялық өрісін сипаттайтын аналитикалық жуық шешім алынды.

Кілт сөздер: Эйнштейн теңдеулерінің жуық шешімдері, Фок метрикасы, Хартл-Торн метрикасы.

Summary

K. A. Boshkayev^{1,2,3}, H. Quevedo^{2,3,4}, M. E. Abishev¹, S. Toktarbay¹, Y. K. Aimuratov¹

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan,

²Dipartimento di Fisica and ICRA, Università di Roma La Sapienza, Piazzale Aldo Moro 5, I-00185 Roma, Italy,

³ICRANet, Piazz della Repubblica 10, I-65122 Pescara, Italy,

⁴Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México,
AP 70543, México, Distrito Federal 04510, México)

CORRESPONDENCE OF FOCK AND HARTLE-THORNE METRICS

In this work the approximate solutions of Fock and Hartle-Thorne are studied in the limiting case of weak gravitational field, slow rotation and slight deformation. The Fock method is used to derive a generalized interior solution, and also an exterior solution that turns out to be equivalent to the exterior Hartle-Thorne approximate solution. As a result an analytic approximate solution is obtained that describes the interior and exterior gravitational field of a slowly rotating and slightly deformed astrophysical object.

Keywords: approximate solutions of Einstein's equations, Fock's metric, Hartle-Thorne's metric.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 53.087/088; 53.072; 53:004;
УДК 002.6:004.65; 002.6:004.62/.63

A. S. KUSSAINOV¹, S. G. KUSSAINOV², N. Y. PYA³

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan,

²K. I. Satpaev Kazakh National Technical University, Almaty, Republic of Kazakhstan,

³University of Bath, Bath, United Kingdom)

THE NEUTRON MONITOR TIME SERIES DATA COMMUNICATION WITH THE QUANTUM ALGORITHMS

Annotation

We addressed an elementary task of connecting two n -qubit long quantum states by a unitary transformation. The task is similar to the objectives of the Solovay-Kitaev theorem based on the identical assumptions that the number of possible quantum gates (unitary transformations) is uncountable, whereas the number of finite sequences (quantum states) from a finite set is countable. We started with transferring two consecutive time series data sets from the neutron monitor signal into the two quantum state vectors' probability amplitudes. Then we connected these states by the numerically calculated unitary real value transformation matrix. It was sampled from $SO(n)$ group by first generating a sequence of random real value entries matrices and second their QR factorization into unitary and upper triangular matrices. We ensured the convergence of the process by minimizing the square root of the normalized by $n-1$ sum of the squared differences between the matrix product of the transformation matrix with the first data set and the second set called σ . The sequence of finer adjustments of the matrix entries was tested to achieve faster and more reliable convergence to the exact unitary transformation. The convergence of the process up to $\sigma=0.008$ value was observed with good possibilities for the further improvements. This procedure may be used as a part of the more complex quantum algorithms construction schemes or quantum computation simulation.

Keywords: quantum computations, unitary transformation, state vector, time series, algorithm.

Кілт сөздер: кванттық есептеулер, бірыңғай түрлендіру, күй векторы, уақыттық қатар, алгоритм.

Ключевые слова: квантовые вычисления, унитарное преобразование, вектор состояния, временной ряд, алгоритм.

Introduction. Quantum computations and quantum algorithms have the certain set of limitations on the accepted data format and the quantum gates composition. The data sequence is usually, though not necessarily, transformed into the quantum state vector's probabilities amplitudes and the action of the quantum gates should be described by a unitary transformation which reflects the possibility of the time reversal in the equations describing the quantum phenomena [1]. We wanted to transfer the neutron monitor data in the form of the counts sequences into the simulated quantum computer register and perform unitary operation with them.

Experimental results and Discussions. As a subject of our analysis and numerical calculations we took one minute resolution, 200 counts long, single channel data from the 18NM64 neutron monitor hosted at Tian-Shian high elevation research station, 3340 m above the sea level [2]. The data are spooled and written into the data file every minute so the data piece is 200 minutes long starting from 21/11/2012:16.38.00 UTC (universal time) and ending 21/11/2012:19.57.00 UTC and corrected for atmospheric pressure.

This original signal was divided into two equal parts $S_1(t)$ and $S_2(t)$ and both were assigned to the corresponding state vector $\psi_1=\sum a_i|k_i\rangle$ and $\psi_2=\sum b_j|k_j\rangle$ as the probabilities amplitudes a_i and b_j . Individual neutron counts per minute were normalized before assignment to the complex state vector in such a way that $\sum a_i^2=\sum b_j^2=1$ as expected from the quantum state vector probabilities amplitudes.

The data preprocessing also included the averaging of the both $S_1(t)$ and $S_2(t)$ signals on the 10 minutes basis in order to visually control the process of numerical iterations and get rid of the noise. To observe the general trend of the signal behavior we applied an extra averaging and plotted the outcomes as the dotted line over the plots of original signal, see Fig. 1(b) and (d).

The goal was to connect these two $S_1(t)$ and $S_2(t)$ parts by a unitary transformation matrix Q . That is multiplication of the first state vector by the matrix Q transforms it to the second vector $\psi_2=Q\psi_1$. We have found that the developed process is convergent fast enough (10^{10} iterations and less) though susceptible to

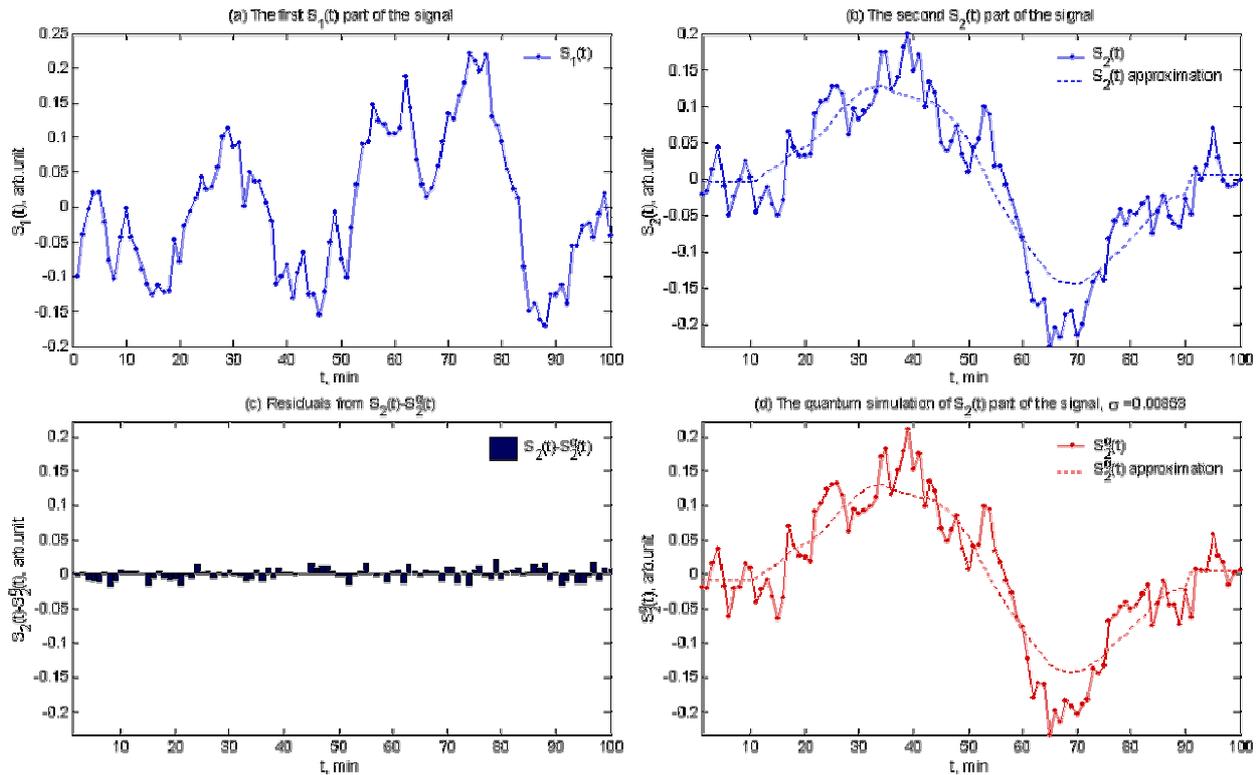


Figure 1 – (a) and (b) The first $S_1(t)$ and the second $S_2(t)$ part of the original signal connected by the unitary transformation matrix Q ; (d) The quantum simulation $S_2^q(t)$ of the second part of the signal; (c) Residuals computed as a difference between $S_2(t)$ and $S_2^q(t)$

the attraction to the local extremum. To control the convergence we calculated the sum of the squared differences between the simulated signal $Q\psi_1$ and its exact values called $\sigma = [\sum(Q\psi_1 - \psi_2)^2 / (n-1)]^{1/2}$.

We implemented the procedure outlined in [3]. Using the pseudorandom number generator built into Matlab we generated the n by n matrix A with pseudorandom entries whose values changes from -1 to $+1$. In this way, if $n=3$, the problem is reduced to the finding of the rotation matrix connecting the two orientations of the vector in 3D space. Taking into account that sequence of numbers generated in Matlab though very long but finite and determined by the seed number we saved the state of the pseudorandom number generator each time the portion of calculation was completed and use it as the seed to continue the next calculations. In such a way we have covered the sequence of non-repeating pseudorandom numbers about $n^2 \times 10^{10.5}$ long without loss of the debugging data, see Fig.2.

We have used the QR decomposition routine built in Matlab (MATLAB 6.5, The MathWorks Inc., Natick, MA, USA, 2002). QR is the orthogonal/triangular decomposition Matlab function which uses the numerically stable Housholder reflection algorithm and decomposes matrix A into unitary matrix Q and upper triangular matrix R . These resultant Q matrices are the members of $SO(n)$ group.

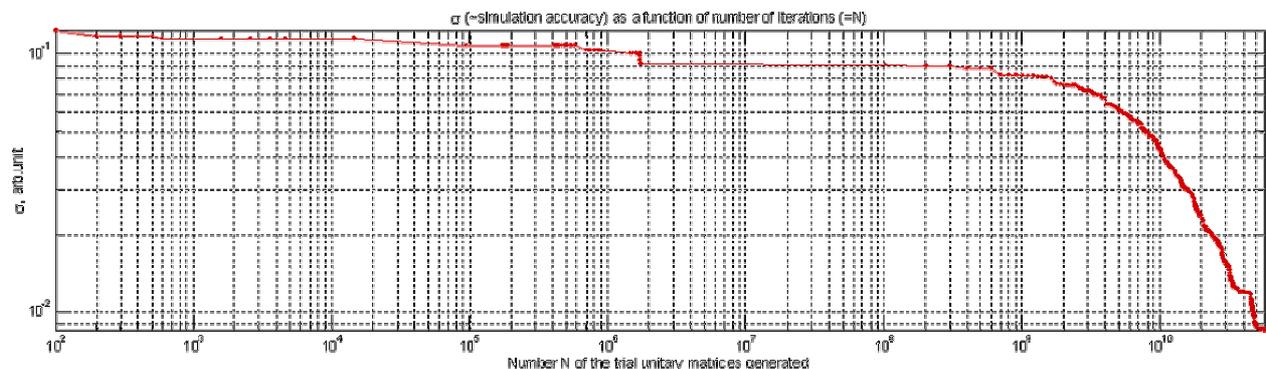


Figure 2 – The σ value as a function of the number of the unitary matrices generated

Random matrix theory accesses the proper probability distribution of the matrices by the Haar measure. The Housholder method though numerically stable produces non-uniform distribution of the eigenvalues of the matrix Q . To correct it and achieve the uniform distribution we followed the procedure outlined in [3]. The piece of Matlab code for this procedure is listed below.

```
A=(rand(signal_length, signal_length)-0.5)*2.0;
[Q,R]=qr(A);
H=sign(R.*eye(signal_length));
Q=Q*H;
```

On Fig.3(a) the distribution of the eigenvalues of the computed Q matrix is plotted. More precisely these are the arguments of the complex eigenvalues belonging to a unit circle. Ideally they should cluster along the $\rho(\theta)=1/2\pi \sim 0.1592$ value. Some apparent nonuniformity in eigenvalues distribution around zero is visible on the Fig.3(a). It is caused by the fact that we actually plotted the eigenvalues of the matrices already closed enough to the target transformation matrix, not the ones calculated from the very beginning of our code execution. One may consider this plot as an eigenvalues distributions of the computed matrix.

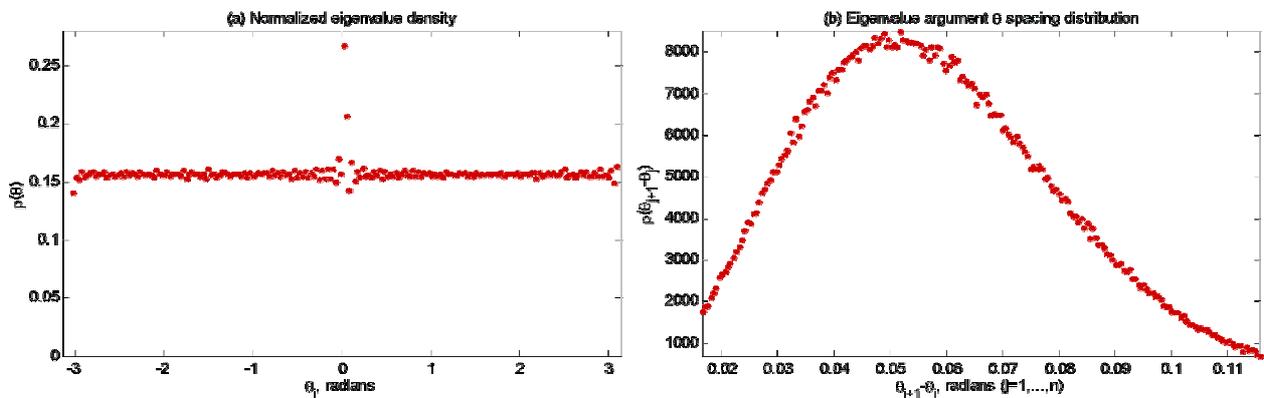


Figure 3 – (a) Normalized eigenvalues density and (b) eigenvalues’ argument θ spacing distribution.

On Fig.3(b) we can see the corrected distribution of the eigenvalues spacing. One should expect from spacing distribution to have maximum around the $\theta_{j+1}-\theta_j=2\pi/(n-1) = 0.0628$ where $n=100$ is the number of eigenvalues and the length of signals $S_1(t)$ and $S_2(t)$. Slight deviation from this number has the same nature as the one described in the previous paragraph.

After we randomly generated and orthogonalized about $10^{9.3}$ matrices we had obtained the pretty good ($\sigma=0.01$) approximation of the target matrix and proceeded to the next stage of refinement. That is before the QR orthogonalization procedure we were slowly varying a single entry of the matrix A , one at the time, testing if this variation after QR decomposition is actually improved our approximation. If it did we saved and accepted the new matrix as the next better approximation for the following iterations. At the certain stage the progress exhibited the signs of saturation and we decreased the value of dA by a factor of ten. We were able to achieve the σ value of 0.0085 which could be made even less with the subsequent tweaking of the parameters in procedure. Order reversal in which the elements of the matrix A are treated turned out to be helpful in the process speedup. The piece of the Matlab code describing these procedures is shown below.

```
factor=100;
for k=N:-1:1
dA=(2*rand-1)/factor;
A(k)=A(k)+dA;
...
end
```

We were also able to observe the numerical effect when the process had collapsed to a local minima when the value dA for a single entry was changed too fast and had not being followed by the immediate adjustment of the whole matrix. Fig. 1 shows the results of our numerical simulations. We see very good

resemblance between the exact signal $S_2(t)$ and the $S_2^q(t)$ obtained through the quantum simulation algorithm.

Conclusions. It took as about a day on Pentium IV 3.00 GHz computer with 2 Gb of RAM to obtained the result shown on Fig.1. The procedure has proved to be very efficient and straightforward. We are expecting to adopt it for the further time series data analysis. We are able to avoid the explicit construction of the quantum gates. If it is necessary we could derive them from the found unitary transformation matrix using algorithms from the well developed matrix theory [4]. The potential for time reduction and possible applications is substantial.

REFERENCES

- 1 Seth T. Merkel et al. Random unitary maps for quantum state reconstruction. *Physical Review A*. **2010**, Vol. 81, Iss. 3, p. 032126.
- 2 <http://cr29.izmiran.ru/vardbaccess/title.html>
- 3 Francesco Mezzadri. How to Generate Random Matrices from the Classical Compact Groups. *Notices of the AMS*. **2007**, Vol. 54, Iss.5, pp.592-604.
- 4 Mehta M. L. *Random matrices*. **2004**, Elsevier, San Diego, 562 pages.

Резюме

А. С. Құсайынов¹, С. Г. Құсайынов², Н. Е. Пя³

¹әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы,
²Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы,
³Баф к. университеті, Баф, Ұлыбритания)

НЕЙТРОНДЫҚ МОНИТОРДЫҢ МӘЛІМЕТТЕРІН КВАНТТЫҚ АЛГОРИТМДЕР СИМУЛЯТОРЛАРЫМЕН ӨНДЕУ

Біз ұзындығы n битті құрайтын жүйе күйінің екі кванттық векторының түйісуі туралы жалпы мәселені қарастырдық. Шешімін тапқан бұл мәселе Соловей-Китаевтің теоремасында қарастырылатын, кванттық күйдің санаулы векторлар жиынындағы іріктемелерінің саны шекті бола тұра, мүмкін болатын кванттық вентилятордың немесе унитарлы түрлендірулердің саны шексіз көп болатындығы туралы ұйғарымға негізделген мәселеге ұқсас. Нейтрондық монитор сигналынан мәліметтердің екі тізбегін алып, оларды күйдің бастапқы және ақырғы екі кванттық векторының салмақтық коэффициенттеріне түрлендірдік. Одан соң бұл екі кванттық векторды унитарлы Q матрицасының көмегімен, сандық әдістермен тандап алынған нақты элементтермен байланыстырдық. Табылған матрица $SO(n)$ тобының мүшесі болып табылады, сонымен қатар ол кездейсоқ A матрицасын кездейсоқ нақты мәндермен генерациялау жолымен және оны одан әрі унитарлы және Матлабқа енгізілген QR функциясының көмегімен, жоғары үшбұрышты матрицаға жіктеу арқылы алынған болатын. Қол жеткізіліп отырған процестің жинақтылығы күйдің ақырғы векторының есептелген және нақты мәндерінің арасындағы орташа квадраттық ауытқу σ -ны есептеу арқылы бақыланып отырды. Тандап алынған A матрицасының мәні мен элементтерінің өзгерісінің жиынтығы унитарлы түрлендіруді анықтау барысын әлдеқайда тездететінін көрсетті. Одан әрі жақсартылу мүмкіндігі бар, $\sigma = 0.008$ мәні алынды. Құрастырылған бағдарламалар және алгоритмдер жиынтығы кванттық есептеулердегі мұнан да күрделі кванттық алгоритмдер мен сұлбалардың құрамдас бөлігі ретінде тиімді түрде қолданыла алады.

Кілт сөздер: кванттық есептеулер, бірыңғай түрлендіру, күй векторы, уақыттық қатар, алгоритм.

Резюме

А. С. Құсайынов¹, С. Г. Құсайынов², Н. Е. Пя³

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан,
²Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан,
³Университет г. Баф, Баф, Великобритания)

ОБРАБОТКА ДАННЫХ НЕЙТРОННОГО МОНИТОРА СИМУЛЯТОРАМИ КВАНТОВЫХ АЛГОРИТМОВ

Мы рассмотрели общую задачу сопряжения двух квантовых векторов состояния системы длиной в n бит унитарным преобразованием. Решенная задача аналогична рассматриваемой в теореме Соловей-Китаева

и основывающейся на положении о том, что количество возможных квантовых вентилях или унитарных преобразований бесконечно, в то время как число выборок из счетного множества векторов квантовых состояний конечно. Взяв две последовательности данных из сигнала нейтронного монитора, мы преобразовали их в весовые коэффициенты двух, начального и конечного, квантовых векторов состояния. Затем мы соединили эти два квантовых вектора подобранной численными методами унитарной матрицей Q с действительными элементами. Найденная матрица является представителем группы $SO(n)$ и была получена путем генерации случайной матрицы A с случайными действительными значениями и ее дальнейшем разложении на унитарную и верхнетреугольную матрицу функцией QR встроенной в Матлаб. Достигнутая сходимость процесса контролировалась подсчетом среднеквадратичного отклонения σ между расчетными и точными значениями коэффициентов конечного вектора состояния. Подобранная величина и последовательность вариаций элементов матрицы A показали существенное ускорение процесса нахождения унитарного преобразования. Были получены значения $\sigma=0.008$ с возможностью ее дальнейшего улучшения. Разработанный набор программ и алгоритмов может быть эффективно использован как часть более сложных квантовых алгоритмов и схем в квантовых вычислениях.

Ключевые слова: квантовые вычисления, унитарное преобразование, вектор состояния, временной ряд, алгоритм.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 536.46:532.517.4

С. И. ИСАТАЕВ, Г. ТОЛЕУОВ, М. С. ИСАТАЕВ, К. А. ЕСЕНАЛИНА, Ш. БОЛЫСБЕКОВА

(НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУКТУР В СВОБОДНОЙ СТРУЕ

Аннотация

Цель данной работы заключается в экспериментальном исследовании когерентной структуры турбулентности в трехмерной струе. Было установлено, что в струйных течениях первоначально возникшие вихри не могут распадаться на более мелкие, а попарно взаимодействуя друг с другом и сливаясь, образуют большой конгломерат вихрей, сохраняющих свою индивидуальность примерно до затухания струи по направлению течения. Экспериментально нами доказано, что максимальная частота турбулентных пульсаций не превышает частоту первичных крупномасштабных вихрей, образованных на начальном участке струйного течения.

Ключевые слова: плоская свободная струя, крупномасштабные вихри, турбулентность, распределение скорости и температуры, дальнобойность.

Кілт сөздер: жазық еркін ағынша, ірі масштабты құйындар, турбуленттік, жылдамдықтың және температураның таралуы, алысқа ұру.

Keywords: flat free jet, large-scale vortices, turbulence, velocity and temperature, range.

Экспериментальными исследованиями последних лет [1, 2] было замечено, что при истечении струи из сопла прямоугольного сечения развиваются профили скорости и температуры с резкими неравномерностями, несмотря на то, что в выходном сечении сопла профили скорости и температуры были равномерными. Исследования показали [2, 3], что эти неравномерности обусловлены влиянием структуры крупномасштабных вихрей, развивающихся в начальном участке струи. В данной работе приводятся результаты экспериментального исследования динамики крупномасштабных вихрей и их дальнобойности вниз по течению.

Эксперименты проводились на установке, схематично показанной на рисунке. Воздух от вентилятора (1) поступал через виброгасящий переход (2) в успокоительную камеру (3), затем через сетки (4) и (5) истекал из сопла (6) с прямоугольной формой выходного сечения.

Корневая часть струи располагалась в рабочей части теневого прибора ИАБ-451, оборудованного так, что можно было наблюдать теневую мгновенную картину течения.

Воздействие на струю осуществлялось с помощью динамика (7) мощностью 50 Вт, размещенного в успокоительной камере фронтально к выходному сечению струи. При подаче на динамик синусоидального сигнала из звукового генератора (17) в выходном сечении струи создаются синусоидальные колебания скорости выбранной частоты.

Для измерения средней скорости и динамического давления применялась трубка Пито (8) и микроанометр (12) марки ММН-240.

Пульсации скорости измерялись двухканальной термоанемометрической системой (14) с линейризованным выходным сигналом скорости. Термоанемометр был соединен с осциллографом. Осциллограмма пульсаций скорости записывались на экране запоминающего осциллографа СВ-13 (18) при заданной скорости развертки сигнала.

Перемещение трубки Пито и датчиков по трем осям симметрии сопла осуществлялось с помощью трехмерного координатника.

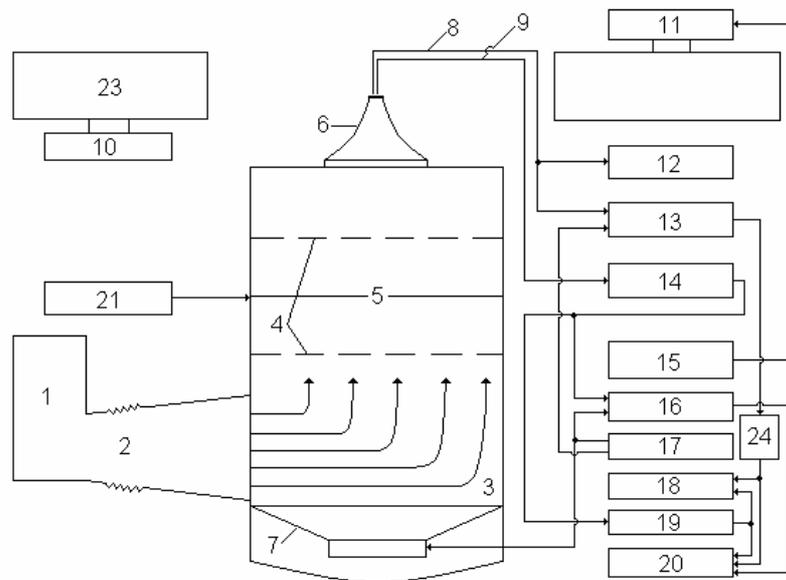


Схема экспериментальной установки:

- 1 – вентилятор; 2 – виброгасящий переход; 3 – успокоительная камера; 4 – выравнивающие сетки; 5 – нагреваемая сетка; 6 – сопло; 7 – динамик (N = 50 Вт); 8 – трубка Пито; 9 – датчик; 10 – фоторегистратор; 11 – осветитель; 12 – микроманометр марки ММН-300; 13 – индуктивный преобразователь давления; 14 – система термоанемометрического блока типа СТМ-02; 15 – стробоскоп; 16 – блок фазовой выборки БЭВ-03; 17 – звуковой генератор ГЗ-34; 18 – осциллограф универсальный запоминающий СВ-13; 19 – прибор для исследования корреляционных характеристик Х6-4; 20 – потенциометр двухкоординатный ПДП4-002; 21 – автотрансформатор типа ЛАТР; 22 – торцовые пластины; 23 – теневой прибор Теллера ИАБ-451; 24 – дифференциальный усилитель.

Для формирования трехмерных струй использовались сменные сопла с различными удлинениями. Удлинением сопла называют отношение длины a , к ширине b выходного среза сопла ($\lambda = a/b$).

Спрофилированные по формуле Витошинского четыре стороны сопла сначала монтировались друг другу специальными зажимами, затем тщательно пропаивались. Прямоугольные сопла имели одинаковую длину 90 мм, со степенями поджатия $s \approx 10$ ($s = F_1/F_2$, где F_1 – площадь входного сечения конфузора; F_2 – площадь выходного сечения конфузора), причем значения площадей среза выхода для всех сопел были примерно одинаковы и равновелики по площади круглому соплу, диаметр которого составлял бы $d_{кр} = 22,57$ мм. В соответствии с этим эффективный диаметр каждого прямоугольного сопла d_s был приблизительно таким же, как диаметр круглого сопла. Здесь $d_s = 2\sqrt{ab/\pi}$.

В опытах использовались сопла с соотношением сторон: $\lambda = 3$; 11; 16 и 25,25 и квадратное сопло для анализа осциллограмм развертки сигнала мгновенных пульсаций скорости.

Основные измерения проведены при скорости истечения из сопла $U_0 = 20$ м/с, что соответствовало числу Рейнольдса $Re = 3,25 \cdot 10^4$, рассчитанного по эффективному диаметру.

В работе [2] показано, что при измерении профилей скорости для $\lambda=11$ вдоль направления большой оси z в переходном участке в профилях скорости наблюдается «седлообразность» формы их распределения. С дальнейшим увеличением значений параметра λ в поперечных профилях скорости по этой же оси число максимумов также увеличивается (например, для $\lambda=16$ число максимумов равны 3, а для $\lambda=25$ это число составляет 5).

Эти результаты, как показывает визуальное исследование с помощью теневого прибора, в основном связаны с возникновением и дальнейшим развитием замкнутых крупномасштабных вихрей, динамика которых зависит от параметра λ .

Действительно, визуальным наблюдением с помощью оптических приборов картины истечения из сопла подогретой струи установлено, что в зоне смешения турбулентной струи образуются периодические крупномасштабные вихри, которые с удалением от среза сопла непрерывно деформируются.

Результаты показывают, что неравномерности, которые появляются в профилях скорости, сохраняются до начала основного участка. Можно предположить, что, если природу возникновения таких неравномерностей связать с динамикой крупномасштабных вихрей, тогда такие крупные образования тоже должны сохранить свою индивидуальность на большие расстояния.

В работе [1] представлены результаты измерений осевой скорости U_m в струях, истекающих из сопел с различной величиной λ , при скорости истечения $U_0 = 20$ м/с.

Анализ данных показывает, что с ростом λ происходит постепенное изменение длины начального и переходного участков. С увеличением λ более четко выделяется участок течения, в которой темп убывания скорости замедляется, а затем вновь возрастает. Она располагается между участком, где скорость изменяется как в плоской струе ($U_m/U_0 \sim x^{-0,5}$) и участком, на котором скорость убывает как в осесимметричной струе ($U_m/U_0 \sim x^{-1}$). Как и в предыдущем случае с неравномерностью в поперечном (ось z) профиле скорости, и в данном случае образованный участок простирается до начала основного участка. Можно предположить, что возникновение этого эффекта тоже связан с динамикой крупномасштабных вихрей и их дальностью.

В настоящее время установлено, что при высокой степени поджатия сопла на выходе из сопла практически всегда получается ламинарное течение. После выхода из сопла в свободной границе смешения потока течение неустойчиво и образуются когерентные дискретные вихри, в процессе дальнейшего развития которых устанавливается развитое турбулентное течение струи. До последнего времени считалось, что в результате взаимодействия друг с другом и благодаря силам трения первоначальные вихри распадаются на более мелкие. Число их непрерывно растет и в конечном итоге устанавливается развитое турбулентное течение с мелкомасштабными вихрями с частотами намного большими, чем частоты первоначально образовавшихся вихрей.

Однако результаты исследований последних лет показали, что это не совсем верно. Было установлено, что в струйных течениях первоначально возникшие вихри не могут распасться на более мелкие, а попарно взаимодействуя друг с другом и сливаясь, образуют большой конгломерат вихрей, который может состоять из 10 и более первичных вихрей, сохраняющих свою индивидуальность в составе конгломерата до расстояний более 100 калибров по направлению течения. Экспериментально нами доказано, что максимальная частота турбулентных пульсаций не превышает частоту первичных крупномасштабных вихрей, образованных на начальном участке струйного течения.

ЛИТЕРАТУРА

1 Исатаев С.И., Тарасов С.Б., Толеуов Г. Экспериментальное исследование трехмерных турбулентных струй, распространяющихся из сопел с прямоугольным выходным сечением // Вестник КазГУ. Серия физическая. – № 2. – Алматы, 1995. – С. 71-74.

2 Исатаев С.И., Толеуов Г., Исатаев М.С. Экспериментальное исследование турбулентной свободной струи, истекающей из сопла с прямоугольным выходным сечением // Вестник КазНУ. Серия физическая. – № 1(32). – Алматы, 2010. – С. 15-22.

3 Исатаев М.С. Влияние крупномасштабных вихрей на профили скорости и температуры свободной струи, истекающей из сопла прямоугольного сечения // Вестник АГУ им. Абая. Серия физико-математическая. – № 1(7). – Алматы, 2003. – С. 156-158.

REFERENCES

1 Isataev S.I., Tarasov S.B., Toleuov G. Jeksperimental'noe issledovanie trehmernyh turbulentnyh struj, rasprostranjajushhhsja iz sopol s prjamougol'nym vyhodnym secheniem. Vestnik KazGU. Serija fizicheskaja. №2. Almaty, 1995. S. 71–74 (in Russ.).

2 Isataev S.I., Toleuov G., Isataev M.S. Jeksperimental'noe issledovanie turbulentnoj svobodnoj strui, istekajushhej iz sopla s prjamougol'nym vyhodnym secheniem. Vestnik KazNU. Serija fizicheskaja. №1(32). Almaty, 2010. S. 15–22 (in Russ.).

3 Isataev M.S. Vlijanie krupnomasshtabnyh vihrej na profili skorosti i temperatury svobodnoj strui, istekajushhej iz sopla prjamougol'nogo sechenija. Vestnik AGU im.Abaja. Serija fiziko-matematicheskaja. № 1(7). Almaty, 2003. S. 156-158 (in Russ.).

Аннотация

С. И. Исатаев, Ф. Төлеуов, М. С. Исатаев, Қ. А. Есеналина, Ш. Болысбекова

(ӘЖТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан Республикасы)

ЕРКІН АҒЫНШАДАҒЫ ТУРБУЛЕНТТІК ҚҰРЫЛЫМДАРДЫ ЭКСПЕРИМЕНТТІК ЗЕРТТЕУ

Жұмыстың мақсаты үшөлшемді ағыншадағы турбуленттіліктің когеренттік құрылымдарын, олардың алысқа таралуын эксперименттік зерттеу. Ағыншалық ағындарда бастапқы туындаған құйындардың ұсақталып ыдырап кетпейтіндігі, ал қосақталып бір-бірімен әсерлесе отырып және қосылып, ағыс бағытында ағынша шамамен өшкенге шейін өзінің индивидуальділігін сақтайтын, құйындардың үлкен конгломератын құрайтыны орнатылды. Турбуленттік пульсациялардың максималді жиілігі, ағыншаның бастапқы бөлім-шесінде туындайтын бірінші реттік ірімасштабты құйындардың жиілігінен артпайтындығы эксперимент жүзінде дәлелденді.

Кілт сөздер: жазық еркін ағынша, ірі масштабты құйындар, турбуленттік, жылдамдықтың және температураның таралуы, алысқа ұру.

Summary

S. Isatayev, G. Toleuov, M. Isatayev, K. Esenalina, Sh. Bolysbekova

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Republic of Kazakhstan)

EXPERIMENTAL RESEARCH OF THE TURBULENT STRUCTURE IN A FREE JET

The aim of this work is the experimental investigation of the coherent structure of turbulence in a three-dimensional jet, their maximum range. It was found that the jet streams originally appeared vortices can decay into smaller and mutually interacting with each other and merge to form a large conglomerate of eddies that retain their individuality until about the decay of the jet in the direction of flow. Experimentally, we have shown that the maximum frequency of turbulent fluctuations do not exceed the frequency of the primary large-scale vortices formed in the initial section of the jet stream.

Keywords: flat free jet, large-scale vortices, turbulence, velocity and temperature, range.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 621.311.24

B. A. AKANAIEV, N. M. JAPASHOV

(Kazakh national university named after al-Farabi, Almaty, Republic of Kazakhstan.
Physics and Technology Department, Kazakh National University named after Al-Farabi)

PHYSICAL ASPECTS OF STRANGE ATTRACTORS IN LORENTZ'S EQUATIONS

Abstract

In deriving of the nonlinear differential equations, describing mathematical geoengineering models, unjustified simplifications are made, which yield the results inadequate to the phenomenon under consideration. As examples the Lorentz's and Burger's nonlinear equations are analyses.

Keywords: Lorentz's attractors, stochasticity.

Кілт сөздер: Лоренц аттракторлары, стохастикалық.

Ключевые слова: Аттракторы Лоренца, стохастический.

It is well-known, that at the description of the physical phenomena is used the certain mathematical approach. Moreover, approaches are put in pawn in the process of physical value measurements. However we can always predict consequences of physical experiments with known, beforehand set, accuracy. The last is connected with the determinacy of the mathematical equations describing considered systems. If mathematical models of problems are described by certain systems of the nonlinear differential equations results of calculations can be not determined, they are stochastic. Stochasticity contains in the nature of the nonlinear differential equations, and are well-known. The examples of such equations Edward N. Lorentz's equations are typical. In the given work we wish to pay attention to the restrictions containing the attempt of the adequate description of the nature processes in mathematical models. For example, in the mathematical model for true weather forecasting in the set place of globe, have been receive, as was mentioned, Lorentz's having not determined decisions the known differential equations - so-called strange attractors Lorentz [1]. Lorentz was surprised that his equations, with enough simple and general assumptions, mathematically well describe process of the turbulence beginning in the nature – stochasticity. The phenomenon essence lays in the nature of the received nonlinear differential equations when under known initial (boundary) conditions and the set parameters of problems, not determined, stochastic decisions always turn out. We will more in detail consider the Lorentz's system, which describes all processes which are passing in a liquid layer (or gas, for example the atmosphere), warmed up from below. We will admit, that on the top border constant temperature T_0 , and on bottom border $T_0 + \Delta T$ is supported. As heating gas or a liquid is easier than cold, so at a difference of temperatures convection current in the environment arises. So we have the distributed system in which condition is characterized by fields of velocity distribution, density and temperature: (x, y, z, t) , $\rho(x, y, z, t)$, $T(x, y, z, t)$.

Such system is described by Nave-Stokes equation:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \Delta) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + g, \quad (1)$$

together with the equations of continuity, heat conductivity and condition. Here t – time, $\vec{v} = (V^1, \dots, V^n)$ – vector field of velocities. Unknown pressure p and \vec{v} are time functions t and

coordinates $x \in \Omega$, where $\Omega \in R^n$, $n=2,3$ -plane or three-dimensional area in which gas or a liquid moves.

Further we will present unknown field in the form of expansion coefficient on some full system of basic functions. We will construct expansion on basis of trigonometrical functions in a kind:

$$\sin m\alpha x + \sin n\beta y, \quad \sin m\alpha x + \cos n\beta y, \quad \cos m\alpha x + \sin n\beta y, \quad (2)$$

where $\beta = \pi/h$, $\alpha = \pi/l = \pi a/h$, m and n – integers.

For factors expansions U_{mn} and V_{mn} current function can receive infinite system of the equations. It turns out in the event that to consider Lorentz's model only essential and distinct from zero only terms with U_{11} , V_{11} , V_{02} and conveniently them will designate accordingly through X , At and Z .

$$u = -X\beta \sin \alpha x \cos \beta y, \quad (3)$$

$$v = X\alpha \cos \alpha x \sin \beta y, \quad (4)$$

$$\theta = Y \cos \alpha x \sin \beta y - Z \sin 2\beta y. \quad (5)$$

Having substituted them in the equations:

$$\left[(u)_y - v_x \right]_t = -uu_{xy} - vv_{yy} + uv_{xx} + vv_{xy} - \gamma g \theta_x + v(u_{xxy} + u_{yyy} - v_{xyy} - v_{xxx}) \quad (6)$$

$$\theta_t = -(\theta u)_x - (\theta v)_y + h^{-1} \Delta T v + k(\theta_{xx} + \theta_{yy}), \quad (7)$$

$$u_x + v_y = 0. \quad (8)$$

Let's receive following equations:

$$\dot{X} = \frac{2\gamma g Y \alpha}{\alpha^2 - \beta^2} - v(\alpha^2 - \beta^2)X,$$

$$\dot{Y} = \frac{\alpha \Delta T}{h} X - k(\alpha^2 - \beta^2)Y - \alpha \beta XZ, \quad (9)$$

$$\dot{Z} = \frac{1}{2} XY \beta \alpha - 4Z \beta^2 k.$$

Let's enter some constant factors, and write dynamic variables in the forms: $X=Ax$, $Y=By$, $Z=Cz$, $t=D \tau$.

$$\dot{X} = \frac{\alpha \gamma g}{\alpha^2 + \beta^2} \frac{BD}{A} y - Dv(\alpha^2 + \beta^2)x,$$

$$\dot{Y} = \frac{\alpha \Delta T}{h} \frac{AD}{B} x - Dk(\alpha^2 + \beta^2)y - \frac{ACD}{B} \alpha \beta xz,$$

$$\dot{Z} = -4k\beta^2 Dz + \frac{ABD}{2C} \beta \alpha xy.$$

Input some constant designation:

$$D = k^{-1}(\alpha^2 + \beta^2)^2, \quad \frac{\alpha \gamma g}{\alpha^2 + \beta^2} \frac{BD}{A} = \frac{v}{k}, \quad \frac{ACD}{B} \alpha \beta = 1, \quad \frac{ABD}{C} \alpha \beta = 1.$$

Let's find, entering dimensionless parameters:

$$a = \frac{v}{k}, \quad b = \frac{4\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{4}{1 + \alpha^2}, \quad r = \frac{\alpha^2 \beta \gamma \Delta T}{kvk(\alpha^2 + \beta^2)^2}$$

It is possible to write down the equation (9) in the form in which they have been written down by Lorentz:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= x\sigma - z - y, \\ \dot{z} &= -bz - zy. \end{aligned} \quad (10)$$

However, assumptions more adequate to physical models at the deducing the Lorenz equations slightly alter the equations and their decisions. The common character of such tendencies for the nonlinear differential equations applied in various areas of natural sciences [2] had been reviewing.

Let's compare numerical decisions (Figure 1–3) of the Lorenz equations:

$$\frac{d}{dt} x(t) + \sigma(x(t) - y(t)) = 0,$$

$$\frac{d}{dt} y(t) - rx(t) + x(t)z(t) = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} z(t) + bz(t) - x(t)y(t) = 0.$$

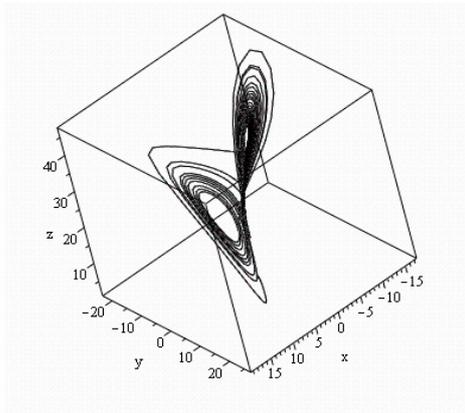


Figure 3

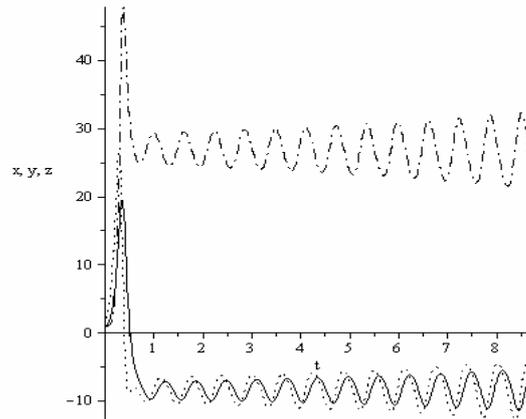


Figure 4

With our modified equations:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau_i} x(\tau_i) + \sigma(x(\tau_i) - y(\tau_i)) &= 0, \\ \frac{d}{d\tau_i} y(\tau_i) - rx(t) + x(t) \left(1 - \left(\sum_{i=1}^n \sin(\tau_i) \right) \right) z(\tau_i) + y(\tau_i) &= 0, \\ \frac{d}{d\tau_i} z(\tau_i) + b \left(1 - \left(\sum_{i=1}^n \sin(\tau_i) \right) \right) z(\tau_i) - x(\tau_i)y(\tau_i) &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

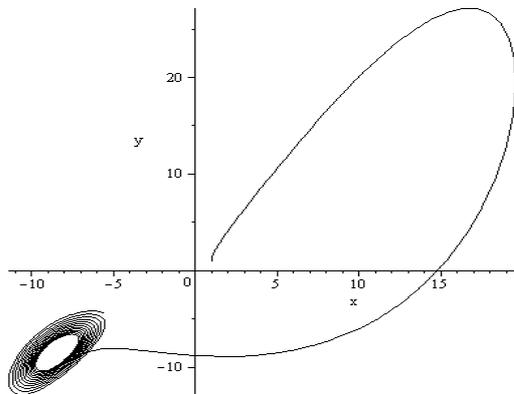


Figure 5

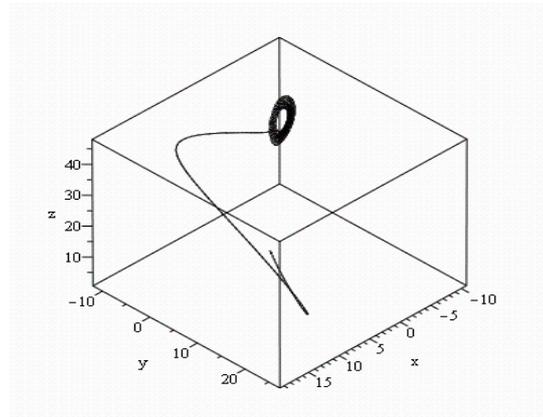


Figure 6

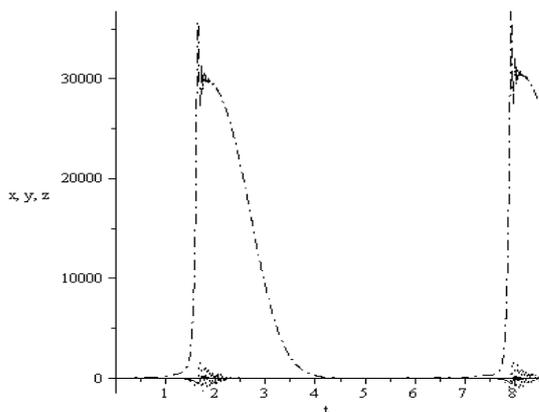


Figure 7

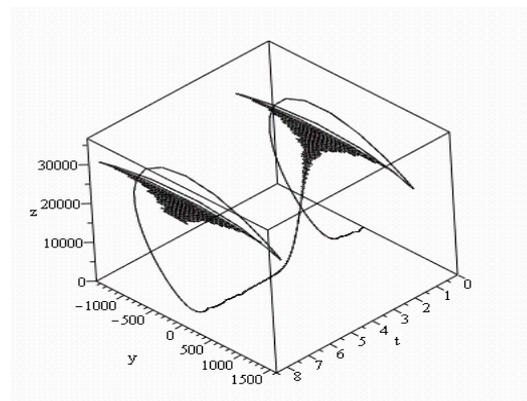


Figure 8

These equations identically pass in Lorentz's equations (10) or (11) when internal brackets of the equations with sum expression are insignificant. In other cases corresponding to more real mathematical models, numerical decisions (Figure 4–8) give distinctive from Lorentz's classical decisions.

Here we consider in detail the Lorentz's equations because they are unreasonably often used in models of many scientific problems. As a following example of an essential divergence of mathematical model with geophysical systems, we will consider the modified nonlinear wave equation describing, for example, a consequence of strong earthquake or oceanic waves-murderers [3].

$$\frac{\partial}{\partial t} u(z, t) + (1 + \sin(t)) \cdot u(z, t) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} u(z, t) \right) - u(z, t) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} u(z, t) + (1 + \sin(z)) \cdot u(z, t) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} u(z, t) \right) - u(z, t) = 0, \quad (14)$$

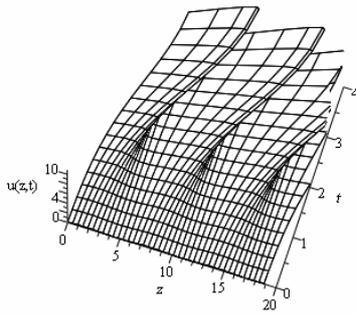


Figure 9

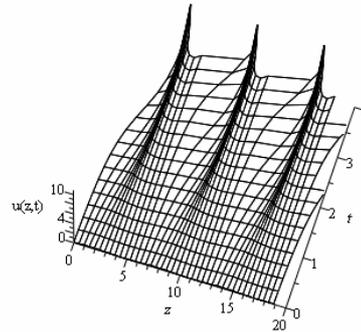


Figure 10

REFERENCES

- 1 Edward N. Lorenz, Deterministic Nonperiodic Flow, Journal of the Atmospheric Science, v.20, p.130-141 (1963).
- 2 Akanaev B.A., Filatova T.I. The stimulating scattering of laser radiation exiting by absorption of plasma. Thesis and the report on International conference of the physicist of plasma. Almaty, 1986r.
- 3 Zakharov V.E. Freak-waves solitons and modulational instability. Lectures in KazNu, 5-17.02 (2010).

Резюме

Б. А. Аканаев, Н. М. Джанашов

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы.
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің физика техникалық факультеті)

ЛОРЕНЦ ТЕНДЕУЛЕРІНДЕГІ ТҰРАҚСЫЗ АТТРАКТОРЛАРДЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ ТҰРҒЫДАН ЗЕРТТЕЛУЛЕРІ

Жасалынған жұмыста геоинженерияның математикалық моделін сипаттайтын бейсызық теңдеулер тобы қарастырылған. Қарастырылған теңдеулер белгілі шекаралық жағдайда шешімдері алынған Лоренц және Бургерс теңдеулері. Теңдеулер толық шешілген және белгілі физикалық мағынаға ие. Дегенмен осы теңдеулерді шешу барысында негізсіз жеңілдетулер енгізіліп, соның салдарынан теңдеулердің шешімдері дұрыс табылмаған. Осы тұрғыда Лоренц теңдеулеріндегі орнықсыз аттракторлардың пайда болуы зерттеліп, теңдеулерге бірнеше өзгерістер енгізілді. Алынған нәтиже Лоренц теңдеулерінің нәтижесінен біршама басқа.

Кілт сөздер: Лоренц аттракторлары, стохастикалық.

Резюме

Б. А. Аканаяв, Н. М. Джанашиев

(Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан.
Физико-технический факультет Казахского национального университета им. аль-Фараби)

ФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СТРАННЫХ АТТРАКТОРОВ УРАВНЕНИИ ЛОРЕНЦА

В работе анализируются физические аспекты возникновения странных аттракторов в уравнениях Лоренца. Отмечается, что при выводе нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих математические геоинженерные модели, делаются необоснованные упрощения, которые, в конечном счете, дают неадекватный процессу результат. В связи с этим проанализированы модифицированные нелинейные уравнения Лоренца.

Ключевые слова: аттракторы Лоренца, стохастический.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 539.1:539.17

B. YA. YAVIDOV¹, S. M. ZHOLDASSOVA², V. ZHUMABEKOVA³

¹Nukus State Pedagogical Institute named after A'jiniyaz, Nukus, Republic of Uzbekistan,

² Aktobe State University named after K.Zhubanova, Aktobe, Republic of Kazakhstan,

³ Al-Faraby Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan)

**EFFECT OF SCREENING OF THE ELECTRON-PHONON
INTERACTION ON THE TEMPERATURE OF BOSE-EINSTEIN
CONDENSATION OF INTERSITE BIPOLARONS**

Abstract

Here we consider an interacting electron-phonon system within the framework of extended Holstein-Hubbard model at strong enough electron-phonon interaction limit in which (bi)polarons are the essential quasiparticles of the system. It is assumed that the electron-phonon interaction is screened and its potential has Yukawa-type analytical form. An effect of screening of the electron-phonon interaction on the temperature of Bose-Einstein condensation of the intersite bipolarons is studied for the first time. It is revealed that the temperature of Bose-Einstein condensation of intersite bipolarons is higher in the system with the more screened electron-phonon interaction.

Keywords: electron-phonon interaction, (bi)polarons, screening.

Кілт сөздер: электрон-фононды әсерлесу, (би)полярондар, экрандау.

Ключевые слова: электрон-фононное взаимодействие, (би)поляроны, экранирование.

Many polaron system in discrete lattices is often studied within the framework of extended Holstein-Hubbard model [1] or Frohlich-Coulomb model [2]. The models enable us to take into account both long-range feature of electron-phonon interaction (EPI) and correlation of electrons at neighbouring sites. At sufficiently strong EPI many polaron system is unstable with respect to the formation of bipolaron which is bound state of two polarons. Bipolaron is a boson. Therefore bipolaron gas (or liquid) can under certain conditions undergo Bose-Einstein condensation and thus would give rise to bipolaronic superfluidity phenomenon (superconductivity). Bipolaronic superconductivity is one of the mechanisms among others proposed for the interpretation of high- T_c phenomena in the cuprates. As the problem of high- T_c phenomena in the cuprates to date remains still open an investigation of the properties of bipolaron gas may supply additional information about its relevance to the problem of high- T_c superconductivity of the cuprates. The properties of an bipolaron gas is influenced by the number of factors. For the intersite bipolaron gas these factors are: crystal structure, type of EPI, screening of EPI, charge carriers'

concentration and et al.. Here we study only an effect of screening of EPI on the temperature of Bose-Einstein condensation of intersite bipolarons. The issue is of considerable academic interest for a broad community of (bi)polaron physicist as such a task has not been addressed so far. In doing this we work with extended Holstein-Hubbard model and adopt analytical formula for the screened EPI introduced recently in Refs [3, 4].

$$f_{\vec{m}}(\vec{n}) = k \left(1 + \frac{\sqrt{|\vec{n} - \vec{m}|^2 + 1}}{R} \right) \left(|\vec{n} - \vec{m}|^2 + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} \text{Exp} \left[-\frac{\sqrt{|\vec{n} - \vec{m}|^2 + 1}}{R} \right]. \quad (1)$$

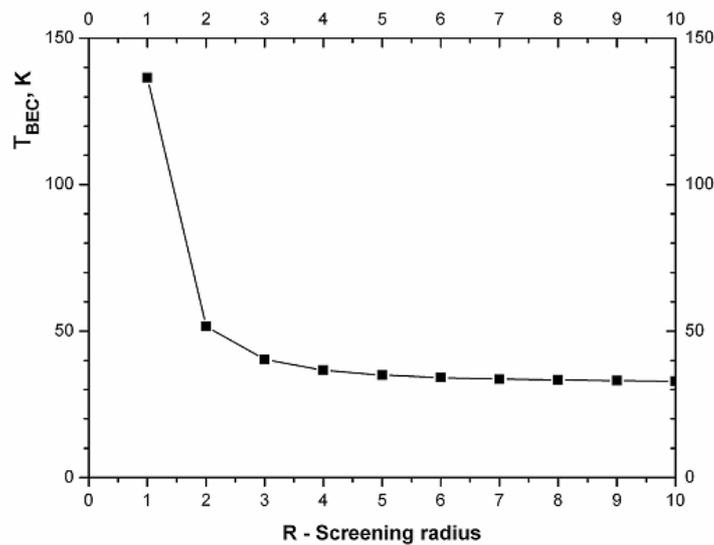
Here $f_{\vec{m}}(\vec{n})$ is the "density-displacement" type coupling force of an electron at site \vec{n} with the apical ion at site \vec{m} , R is screening radius of EPI. It has been shown that intersite bipolaron tunnel in the first order of polaron tunneling and its mass has the same order as polaron mass [2]. For the sake of simplicity we suppose that intersite bipolarons form an ideal gas of charged carriers and mass of bipolaron is $m_{bp} = 2m_p$ (this point does not lead to loose of generality). For the ideal gas of charge carriers one can estimate polaron's mass within the extended Holstein model (EHM) as $m_p = m^* \exp [g^2]$ [5], where m^* is charge carrier's band mass,

$$g^2 = \left(\frac{1}{2M\hbar\omega^3} \right) \sum_{\vec{m}} \left[f^2(\vec{m}) - f(\vec{m})f(\vec{m} + \vec{a}) \right], \quad (2)$$

M is ion's mass and ω is its vibration frequency. Then the temperature of Bose-Einstein condensation of the intersite bipolarons defines as

$$T_{BEC} = \left(\frac{3.31\hbar^2 n_{bp}^{\frac{2}{3}}}{2k_B m^*} \right) \exp [-g^2], \quad (3)$$

where n_{bp} is density of intersite bipolarons. We have calculated the values of the temperature of Bose-Einstein condensation T_{BEC} of the intersite bipolarons on different values of the screening radius R . The calculation is performed at $\left(\frac{1}{2M\hbar\omega^3} \right) = 8.51$ in order to get T_{BEC} comparable with T_c (transition temperature to superconducting state) of the cuprates. The data are presented graphically in Figure.



The dependence of the temperature of Bose-Einstein condensation of an ideal gas of the intersite bipolarons

on the screening radius R of EPI at $\left(\frac{1}{2M\hbar\omega^3} \right) = 8.51$.

The temperature is measured in Kelvins and screening radius is given in units of lattice constant a

As one can see from the graphic the value of T_{BEC} is decreased with the screening radius R . The relative change of the value of T_{BEC} is more pronounced at small values of screening radius R . It seems that such a feature is hallmark of EHM as similar behavior have early been observed for mass [3] and optical conductivity of polarons as well [4]. For our case decrease of R from ∞ to the value $R=5$ increases the T_{BEC} from ≈ 32 K up to ≈ 35 K, i.e. increased only by ≈ 9 %. While at regimes of strong screening of EPI i.e. when screening radius is comparable to the lattice constant the increase of the value of T_{BEC} is considerably large. So the increase of the value of T_{BEC} may reach ≈ 10 K (increase by $\approx 28\%$) or even ≈ 85 K (increase by $\approx 164\%$) in case of decreasing R from 3 to 2 or from 2 to 1 respectively.

An estimation of such a kind is necessary when one study charge carriers dynamics and their binding (formation of bound state of two carriers) at short distances (i.e. within a few lattice units). The revealed here feature of an ideal gas of intersite bipolarons i.e. dependence of its Bose-Einstein condensation temperature on screening radius should be taken into account when considering this scenario of superconductivity to apply to real systems.

REFERENCES

- 1 Bonca J., Trugman S.A. Phys. Rev. B **64**, 094507 (2001).
- 2 Alexandrov A.S., Kornilovitch P.E. J.Phys.: Condens. Matter **14**, 5337 (2002).
- 3 Yavidov B.Ya., Djumanov Sh.S., Dzhumanov S. Phys. Lett. A **374**, 2772 (2010).
- 4 Yavidov B.Ya. Eur.Phys.Jour. B **75**, 481 (2010).

Резюме

Б. Я. Явидов¹, С. М. Жолдасова², В. Н. Жумабекова³

¹Әжинияз ат. Нөкіс мемлекеттік педагогикалық институты, Нөкіс, Өзбекстан Республикасы,

²Қ. Жұбанов ат. Ақтөбе мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан Республикасы,

³Әл-Фараби ат. Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

ЭЛЕКТРОН-ФОНОН ЭСЕРЛЕСУІНІҢ (БИ)ПОЛЯРОНДАРДЫҢ ТҮЙІНДЕРІНДЕГІ БОЗЕ-ЭЙЕНШТЕЙН КОНДЕНСАЦИЯ ТЕМПЕРАТУРАСЫНА ЭКРАНДАУ ЭФФЕКТИСІ

Мақалада Холстейн-Хаббардтың кеңейтілген модель рамкасында электрон фоннды әсерлесуші жүйе қарастырылады. Мұнда күшті электрон-фоннды әсерлесу шегінде (би)полярондар жүйенің негізгі квази-бөлшектері болып табылады. Электрон-фоннды әсерлесу экрандалған деп қарастырылып және оның потенциалы Юкава формасына ұқсас аналитикалық формаға ие. Алғаш рет электрон-фоннды әсерлесудің экрандалуының екі түйінді биполярондардың бозе-эйнштейндік температурасына әсері зерттелді. Екі түйінді биполярондардың бозе-эйнштейндік температурасы экрандалған электрон-фоннды әсерлесу жүйесінде жоғары болатындығы анықталған.

Кілт сөздер: электрон-фоннды әсерлесу, (би)полярондар, экрандау.

Резюме

Б. Я. Явидов¹, С. М. Жолдасова², В. Н. Жумабекова³

¹Нукуский государственный педагогический институт, Нукус, Республика Узбекистан,

²Актюбинский государственный университет, Актөбе, Республика Казахстан,

³Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

ЭФФЕКТ ЭКРАНИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ТЕМПЕРАТУРУ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКОЙ КОНДЕНСАЦИИ НА МЕЖУЗЕЛ БИПОЛЯРОНОВ

В статье рассматривается взаимодействующая электрон-фононная система в рамках расширенной модели Холстейна-Хаббарда в пределах достаточно сильного электрон-фононного взаимодействия, в котором (би)поляроны являются основными квазичастицами системы. Предполагается, что электрон-фононное взаимодействие экранировано и его потенциал имеет аналитическую форму, подобную форме Юкавы. Впервые изучено влияние экранирования электрон-фононного взаимодействия на температуру бозе-эйнштейновской конденсации двухузловых биполяронов. Установлено, что температура бозе-эйнштейновской конденсации двухузловых биполяронов выше в системе с более экранированным электрон-фононным взаимодействием.

Ключевые слова: электрон-фононное взаимодействие, (би)поляроны, экранирование.

Поступила 5.07.2013г.

Н. Н. ЖАНТУРИНА¹, К. Ш. ШУНКЕЕВ², Б. А. АЛИЕВ¹¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан,²Актюбинский государственный педагогический институт, Актюбе, Республика Казахстан)

ВОЗДЕЙСТВИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ПРОЦЕССЫ АННИГИЛЯЦИИ ЭКСИТОНОВ В КРИСТАЛЛАХ KI, KBr, KCl И CsI ПРИ ПОНИЖЕНИИ СИММЕТРИИ РЕШЕТКИ ОДНООСНОЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ

Аннотация

В статье на основе введения флуктуирующего потенциала Тойозавы и термического расширения кристаллической решетки получена зависимость потенциального барьера автолокализации экситонов от температуры. С помощью поверхности адиабатического потенциала экситонов в щелочногалогидных кристаллах показано уменьшение высоты автолокализационного барьера экситонов в кристаллах KI, KBr, KCl и CsI при увеличении температуры и степени одноосного сжатия. Полученные результаты согласуются с экспериментальным фактом усиления люминесценции автолокализованных экситонов при действии температуры и деформации, а также температуры полного перехода экситонов в автолокализованное состояние для рассматриваемых кристаллов совпадают с экспериментальными данными.

Ключевые слова: экситон, щелочногалогидный кристалл, одноосная деформация, флуктуирующий потенциал, автолокализация, потенциальный барьер.

Кілт сөздер: экситон, сілтілі галогидты кристалл, бірісті деформация, флуктуациялық потенциал, тұрақталу, потенциалды бөгет.

Keywords: exciton, alkali halide crystal, uniaxial deformation, fluctuation potential, self-trapping, potential barrier.

Распределение каналов аннигиляции экситонов в щелочногалогидных кристаллах сильно зависит от температуры и приложения деформации. При одновременном воздействии обоих факторов могут наблюдаться такие явления, как изменение потенциального барьера между двумя каналами аннигиляции экситона, усиление или тушение люминесценции, рост дефектообразования. По существующим теоретическим данным одноосное сжатие стимулирует интенсивность люминесценции автолокализованных экситонов (АЛЭ), объясняемое уменьшением высоты автолокализационного барьера (АЛБ) [1]. По-видимому, данная интерпретация имеет место при тех температурах (4,2 → 80 К), при которых существует потенциальный барьер для автолокализации свободных экситонов, так как с ростом температуры возрастает число экситонов, переходящих в автолокализованное состояние. [2]. Детальное объяснение природы этого явления и расчет высоты потенциального барьера в зависимости от температуры можно дать с помощью введения понятия флуктуирующего потенциала, индуцированного фононами.

Спектр одноэлектронных состояний кристалла определяется решением уравнения Шредингера для экситона [3]:

$$A = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 - V, \quad (1)$$

где A – кинетическая энергия экситона, \hbar – приведенная постоянная Планка, $k = \frac{3\pi}{a}$ – волновой вектор экситона, a – постоянная решетки, m – эффективная масса экситона, V – периодический потенциал, обусловленный экситон-фононным взаимодействием.

Периодический потенциал назван Тойозавой потенциалом возмущения поля движущегося экситона, равный:

$$D = \sqrt{2Bk_B T}, \quad (2)$$

где $B = \frac{E_d^2}{2\beta a^3}$ – энергия релаксации решетки (выигрыш энергии при релаксации решетки вокруг экситона), k_B – постоянная Больцмана, T – температура.

Используя (1) и (2) выражение для высоты потенциального барьера автолокализации экситонов в ЩГК, запишем следующим образом [1]:

$$E = \frac{4(A-D)^3}{27B^2} \left(1 - 3\frac{BC}{A^2}\right)^{3/2}, \quad (3)$$

где $C = \frac{e^2}{\varepsilon'a}$ – вклад оптических фононов в энергию релаксации решетки.

При росте температуры изменяется каждая из величин, входящих в выражение (3) вследствие увеличения постоянной решетки. Температурную зависимость постоянной решетки находим из следующих соображений квантовой механики.

При достаточно низких температурах, когда энергия теплового движения $k_B T$ намного меньше ширины экситонной зоны A большинство экситонов находится в пространстве волновых векторов k_0 , при увеличении температуры меняется волновой вектор экситона, и его отклонение от начального значения χ можно найти по следующей формуле [2]:

$$k = k_0 - \chi. \quad (4)$$

Считая газ экситонов невырожденным электронным газом, применяя к закону сохранения энергии бoльцмановскую статистику, отклонение волнового вектора от начального значения запишем в виде следующего выражения:

$$\chi = \frac{j}{\hbar} \sqrt{3mk_B T}, \quad (5)$$

где j – параметр, зависящий от термического влияния на межатомные или межионные расстояния. Для щелочногалоидных кристаллов он варьирует в пределах от 0,01 до 0,1.

Используя выражения (4) и (5), температурную зависимость постоянной решетки находим по формуле:

$$a = \frac{a_0 \hbar \sqrt{\pi}}{\hbar \sqrt{\pi} - a_0 j \sqrt{mk_B T}}, \quad (6)$$

где a_0 – постоянная решетки при 0 К.

Расчеты согласно выражению (6) доказывают увеличение межионного расстояния с ростом температуры и согласуются с экспериментальными данными [3].

Используя выражения (3), (6) и зависимость A, B, C от постоянной решетки получаем:

$$E_a(T) = \frac{4 \left(A \left(\frac{a_0}{a} \right)^2 - D \right)^3}{27 B^2 \left(\frac{a_0}{a} \right)^6} \left(1 - 3 \frac{BC}{A^2} \right)^{3/2}. \quad (7)$$

От температуры зависят кинетическая энергия экситона и энергия релаксации решетки. Они входят в функционал поверхности адиабатического потенциала:

$$E = A\mu^2 - B\mu^3 - C\mu, \quad (8)$$

где E – энергия экситонного состояния, μ – отношение постоянной решетки к радиусу области локализации. Энергетическая разность между минимумом и максимумом функционала (8) позволяет судить о величине АЛБ. На примере некоторых ЩГК построены поверхности адиабатического потенциала при разных температурах (рисунок 1). Кривые поверхности адиабатического потенциала с отсутствием изгибов и точек экстремума свидетельствуют о безбарьерной автолокализации экситонов в ЩГК.

В кристалле KCl все экситоны автолокализуются безбарьерно даже при 4 К, и рост температуры влияет только на энергию электронного состояния. В кристалле KI потенциальный барьер автолокализации экситонов является одним из наибольших, и возрастание температуры с шагом 10 К способствует его уменьшению примерно на 0,01 мэВ. В районе температур 60–80 К поверхность адиабатического потенциала начинает сглаживаться, что говорит о падении АЛБ до незначительной величины.

По существующим данным высота потенциального барьера автолокализации экситонов в кристаллах KBr и CsI соответственно 0,09 мэВ и 0,11 мэВ, что гораздо меньше чем в вышеописанных кристаллах. Поэтому в районе температур 15–20 К энергетическая разность между электронными состояниями составляет порядка 0,001 мэВ и уже при 30 К экситоны автолокализуются безбарьерно. В кристалле CsI поверхности адиабатического потенциала расположены выше, чем в других ШГК, так как кинетическая энергия экситона является наибольшей.

Таким образом, из теоретических выкладок и построенных поверхностей адиабатического потенциала можно сделать вывод о том, что повышение температуры ведет к падению высоты АЛБ.

На основе континуального приближения и температурной зависимости высоты АЛБ рассмотрим изменение потенциального барьера автолокализации экситонов при одновременном действии деформации и температуры.

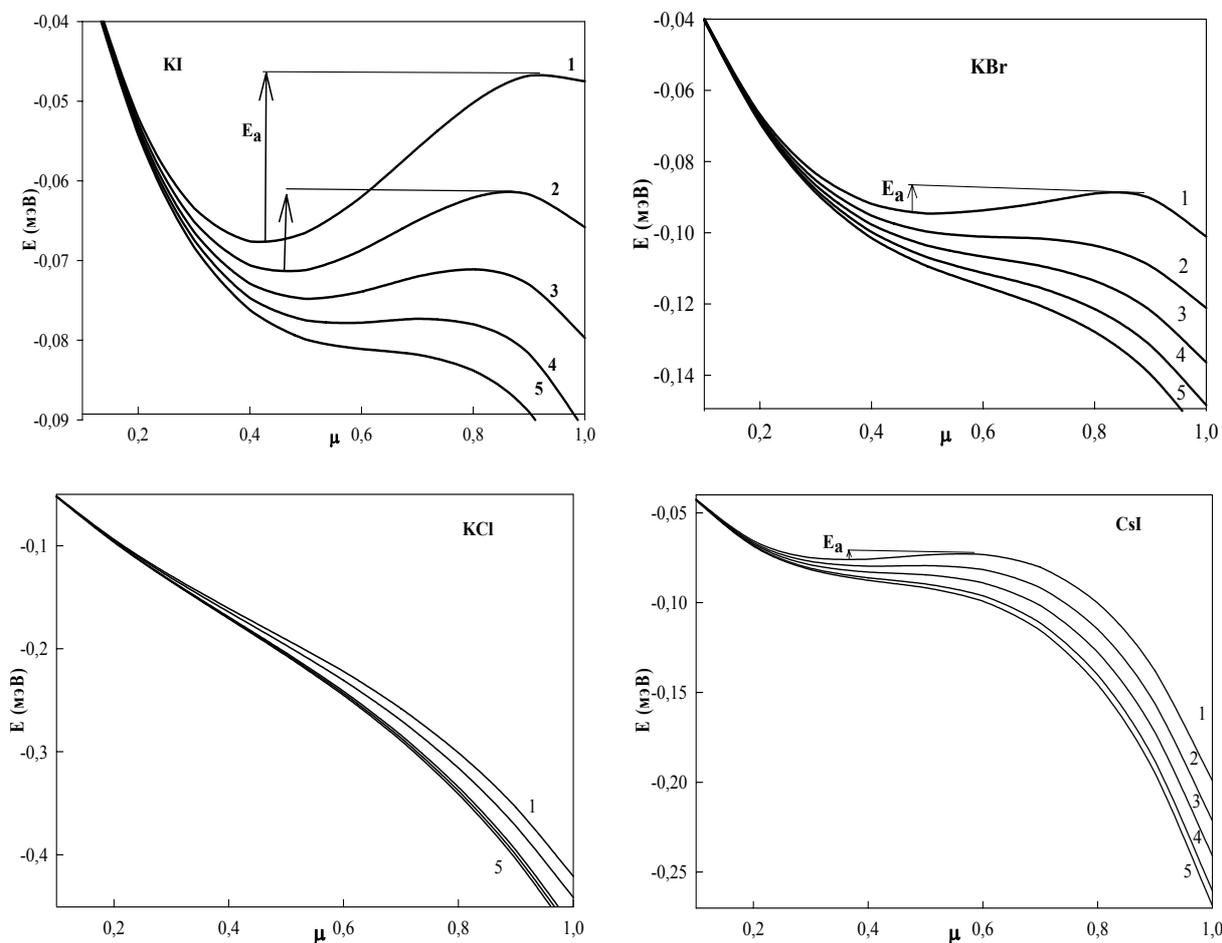


Рисунок 1 – Поверхность адиабатического потенциала в кристаллах KI, KBr, KCl, CsI (1, 2, 3, 4, 5 соответственно – при 4, 20 К, 40 К, 60 К, 80 К)

С учетом выкладок, раскрывающих влияние анизотропии на высоту и другие свойства АЛБ, в работе [6], величины A , B , C могут быть записаны в следующем виде при одноосной деформации:

$$A' = \frac{(2 + 1/\varepsilon^2)}{3} A, \quad B' = \frac{1}{\varepsilon^{7/3}} B, \quad C' = \frac{(2 + \varepsilon)}{3} C, \quad (8)$$

где $\varepsilon = \frac{a}{a_0}$ – степень относительного одноосного сжатия, показывающая отношение постоянной решетки при деформации к исходной.

Кристалл KI вообще является очень удобным для экспериментальных исследований, так как считается, что в нем наиболее заметны явления усиления интенсивности люминесценции. На рисунке 2 приведены поверхности адиабатического потенциала для этого кристалла при разных температурах и степенях относительной деформации. Приложение одноосного сжатия при увеличении температуры способствует уменьшению высоты потенциального барьера автолокализации экситонов. Так, например, в кристалле KI при 80 К при уменьшении ε с 0,98 до 0,9 высота барьера изменяется от 0,017 до 0,00118 эВ, т.е. на 93,33%, а при 10 К – на 93,24%. Из этих результатов полагаем, что с ростом температуры при одновременном действии деформации уменьшение потенциального барьера автолокализации экситонов является более существенным. Значительное изменение высоты АЛБ (90–95%) при увеличении сжатия до 10% подтверждено в континуальной теории [4]. Из графика также видно преобладающее влияние действия одноосной деформации на высоту АЛБ по сравнению с температурой. При деформации $\varepsilon = 0.98$ в интервале 10-80 К высота потенциального барьера автолокализации экситонов уменьшается на 19%, что идентично действию низкотемпературной одноосной деформации до 2%.

Повышение температуры от 4,2 до 80 К при одноосной деформации 0,98 способствует уменьшению высоты АЛБ на 21%, что значительно больше, чем в иодидах щелочных металлов [5].

Таким образом, при одновременном повышении температуры от 4,2 до 80 К и действии деформации высота АЛБ в щелочногалогенидных кристаллах уменьшается, причем влияние температуры менее существенно по сравнению с одноосным сжатием.

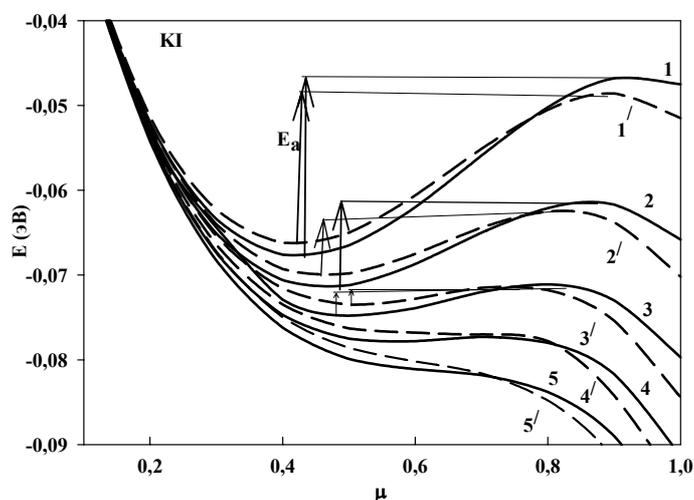


Рисунок 2 – Поверхность адиабатического потенциала в кристалле KI (1, 2, 3, 4, 5 соответственно – при 4,2 К, 20 К, 40 К, 60 К, 80 К, штриховые – при деформации 2%)

Падение высоты потенциального барьера автолокализации экситонов подтверждается экспериментальным фактом тушения люминесценции при увеличении температуры и сравнительным преобладанием безызлучательного канала аннигиляции.

ЛИТЕРАТУРА

1 Тулепбергенов С.К. Автолокализация экситонов в континуальной модели щелочногалогенидных кристаллов // Вестник КазГУ. Сер. физ. – 2001. – № 2(11). – С. 93-100.

2 Агранович. В.М. Теория экситонов. – М.: Изд-во «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1968.

3 Song K.S., Williams R.T. *Self-Trapped Excitons* // Springer series in Solid-State Sciences. – Vol. 105. – Berlin: Springer-Verlag, 1993.

4 Шункеев К.Ш., Эланго А.А., Сармуханов Е.Т., Бекешев А.З., Тулепбергенов С.К., Сагимбаева Ш.З. Эффект разгорания люминесценции автолокализованных экситонов одноосно сжатых щелочногалогидных кристаллов // Проблемы спектроскопии и метрологии / Межвуз. сб. науч. трудов. – Екатеринбург: УГТУ, 2000. – Вып. 5. – С. 119-128.

5 Shunkeyev K., Myasnikova L., Barmina A., Sagimbaeva Sh. Effect of intrinsic luminescence of alkali halide amplification by low temperature deformation // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2012. – Vol. 400. – 042002.

REFERENCES

1 Tulepbergenov S.K. *Vestnik KazGU, seryia physicheskaya*. -2001.-№2(11). (in Russ.)

2 Agranovich V.M. *Teoria eksitonov. Izdatelstvo «Nauka»*, 1968, (in Russ.)

3 Song K.S., Williams R.T. *Self-Trapped Excitons, Springer series in Solid-State Sciences*, Vol. 105, 1993 (in Eng.)

4 Shunkeyev K.Sh., Elango A.A., Sarmuhanov E.T., Bekeshev A.Z., Tulepbergenov S.K., Sagimbaeva Sh.Z. *Problemi spektrometrii i spektroskopii. Mezhyuzovskii sbornik nauchnih trudov*, 2000. Vypusk 5 (in Russ.)

5 Shunkeyev K., Myasnikova L., Barmina A., Sagimbaeva Sh. *Journal of Physics: Conference Series*. -2012.- V 400, 042002 (in Eng.)

Резюме

Н. Н. Жантурина¹, К. Ш. Шункеев², Б. А. Алиев¹

¹эл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы,
²Ақтөбе мемлекеттік педагогикалық институты, Ақтөбе, Қазақстан Республикасы)

БИРОСТІ ДЕФОРМАЦИЯМЕН ТОР СИММЕТРИЯСЫ ТӨМЕНДЕТІЛГЕНДЕ ТЕМПЕРАТУРАНЫҢ
KI, KBr, KCl және CsI КРИСТАЛДАРЫНДАҒЫ ЭКСИТОНДАР АННИГИЛЯЦИЯСЫНА ӘСЕР ЕТУІ

Мақалада Тойозаваның флуктуациялайтын потенциалын енгізу және кристалдық тордың термиялық кеңеюі негізінде экситондардың тұрақталу бөгетінің температурадан тәуелділігі анықталды. Адиабатикалық потенциал беті арқылы KI, KBr, KCl және CsI кристалдарында температура және деформация деңгейі артқанда экситондардың тұрақталу бөгетінің биіктігінің төмендеуі көрсетілді. Алынған нәтижелер температура және деформация әсер еткендегі сілтілі галоидты кристалдарда люминесценция күшейюімен дәлелденеді, және де экситондардың толықтай тұрақталған күйге көшу температуралары эксперименталдық мәліметтермен сәйкес келеді.

Кілт сөздер: экситон, сілтілі галоидты кристалл, бірості деформация, флуктуациялық потенциал, тұрақталу, потенциалды бөгет.

Резюме

N. N. Zhanturina¹, K. Sh. Shunkeyev², B. A. Aliev¹

¹al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan,
²Aktobe State Pedagogical Institute, Aktobe, Republic of Kazakhstan)

THE TEMPERATURE INFLUENCE ON PROCESSES OF EXCITONS ANNIHILATION
IN CRYSTALS KI, KBr, KCl AND CsI AT LATTICE SYMMETRY LOWERING BY UNIAXIAL STRESS

The dependence of the potential barrier of self-trapping of excitons on the temperature was obtained in the article by entering of Toyozava fluctuation potential and thermal expansion of the crystal lattice. Was shown decreasing of the height of the self-trapping excitons potential barrier in KI, KBr, KCl and CsI with temperature and uniaxial compression increasing by the excitons adiabatic potential surface. These results are consistent with the experimental fact of self-trapped excitons luminescence enhancement at the effects of temperature and strain as well as a full transition temperature of excitons in self-trapped state of the these crystals.

Keywords: exciton, alkali halide crystal, uniaxial deformation, fluctuation potential, self-trapping, potential barrier.

Поступила 5.07.2013г.

З. Ж. ЖАНАБАЕВ, М. К. ИБРАИМОВ, Е. САГИДОЛДА

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ПЛЕНОК ПОРИСТОГО КРЕМНИЯ

Аннотация

Исследованы образцы пленок пористого кремния, полученные методом электрохимического травления. Изучена морфология с помощью сканирующей зондовой микроскопии NTegra Therna. Установлено, что на электрические свойства тонких пленок пористого кремния очень сильно влияют различные факторы, например, сила тока, проходящего через пленку. Вольтамперная характеристика пористого кремния имеет сильно нелинейную, хаотическую область в определенном интервале напряжения. Зависимость тока от напряжения, соответствующая многократному туннелированию электронов, может быть использована для создания генераторов хаоса с широкополосным спектром.

Ключевые слова: пористый кремний, тонкие пленки, нелинейные свойства, туннельный эффект, фрактал.

Кілт сөздер: кеукті кремний, жұқа қабыршақтар, бейсызық қасиеттер, туннельді эффект, фрактал.

Keywords: porous silicon, thin films, nonlinear properties, tunnel effect, fractal.

Несмотря на то, что пористый кремний (ПК) был открыт во второй половине 50-х годов прошлого века, на сегодняшний день остается одним из актуальных объектов исследования в нанотехнологии в связи с широкой областью его применения. В работах [1, 2] можно получить более подробную информацию о ПК. Сведения о формировании и применении ПК приведены в работах [3, 4]. Существует множество методов получения ПК [5–7], каждый из которых имеет свои достоинства и недостатки. Известно, что оптические свойства ПК определяются толщиной, формами и размерами пор, а также пористостью пленки [8]. Электрические свойства поверхности наноразмерного ПК изучены менее детально. Работа [9] посвящена электрическим свойствам ПК, который был получен методом электрохимического травления в электролите HF и C₂H₂OH (1:1). Время травления составляло 15 минут и пленки ПК имели толщину порядка нескольких микрон. Целью нашей работы являлось изучение электрических свойств наноразмерных пленок ПК, которые были получены при длительности травления около 5 секунд.

Экспериментальные результаты. Тонкие пленки пористого кремния были получены методом электрохимического травления в электролите, содержащего этансиэтанол в соотношении HF:ЭЭ – 1:1,5 (рисунок 1). В качестве исходной подложки были использованы готовые *p/n* структуры, где концентрация *n*-слоя составляла $10^{18} \div 10^{19} \text{ см}^{-3}$.

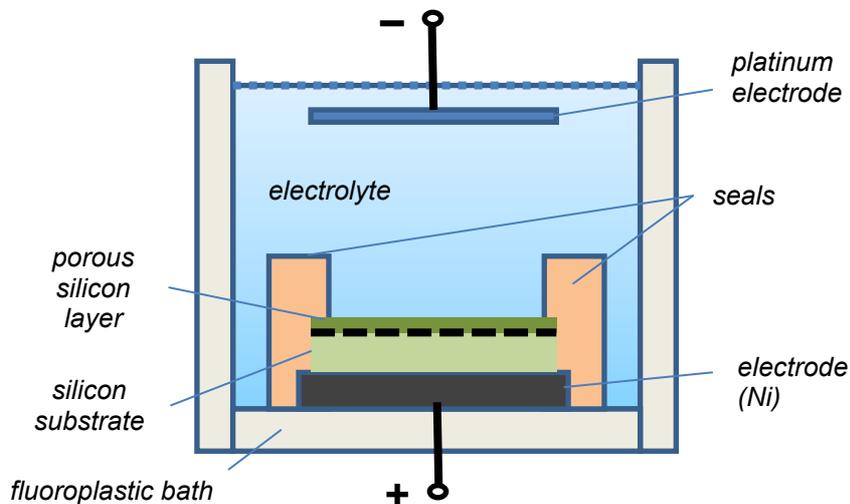


Рисунок 1 – Электролитическая ячейка для формирования слоев пористого кремния

Была исследована морфология пористой пленки с помощью сканирующей зондовой микроскопии (СЗМ) NTegra Thermo.

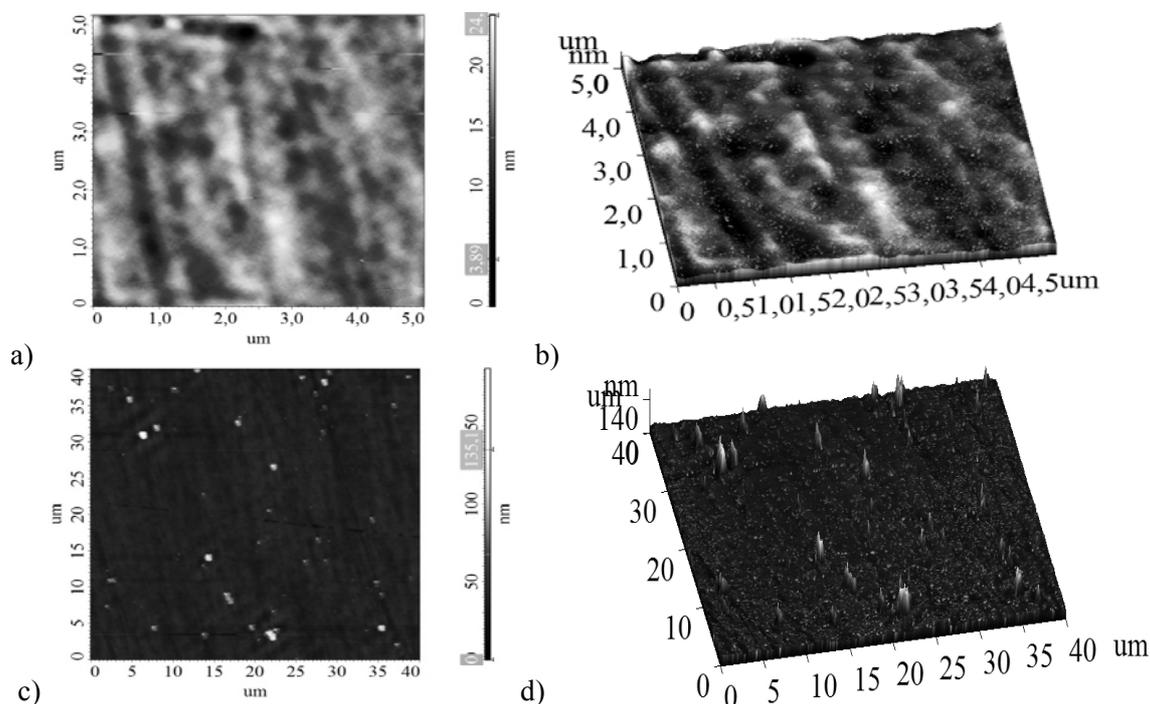


Рисунок 2 – Результаты сканирующей зондовой микроскопии: а) двумерное изображение пленки ПК, разрешение 5:5 мкм; б) трехмерное изображение пленки ПК, разрешение 5:5 мкм; в) двумерное изображение пленки ПК, разрешение 40:40 мкм; д) трехмерное изображение пленки ПК, разрешение 40:40 мкм

Согласно результатам СЗМ наблюдается сильная неоднородность поверхности пленки ПК (рисунок 2). Также можно заметить, что на поверхности пленки присутствуют нитеобразные выступы.

Для исследования электрических свойств пленки наносились контакты на поверхности ПК. Изучены закономерности протекания тока через неоднородную структуру поверхности ПК. На рисунке 3 показана вольтамперная характеристика ПК, при этом напряжение на тонкую пленку подавалось от -2В до 5В с шагом $0,1\text{В}$.

В вольтамперной характеристике тонкой пленки ПК имеется нелинейно меняющаяся область тока по напряжению в интервале от 2В до 4В . В районе напряжения 2В ток резко падает на несколько единиц и до 4В наблюдается осциляция тока. Дальше возрастает с ростом приложенного напряжения.

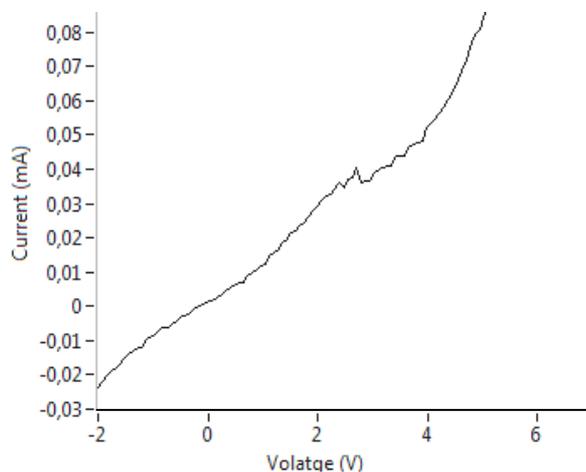


Рисунок 3 – Вольтамперная характеристика образца тонкой пленки пористого Si

Чтобы подробно исследовать нелинейную область, мы уменьшили интервал напряжения и получили в различных измерениях характеристики, показанные на рисунке 3.

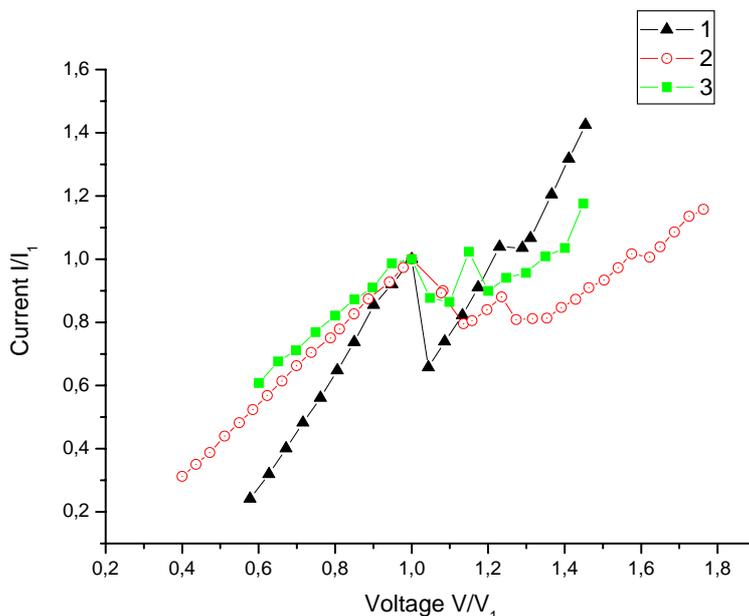


Рисунок 4 – Вольтамперные характеристики в относительных переменных.

I_1, V_1 – сила тока и напряжение, соответствующие первому пику.

V_1 : 1-1,706909V, 2-2,077985V, 3-1,515161V; I_1 : 1-13,765041mA, 2-6,266812mA, 3-0,029775mA

При повторении опытов (после прохождения тока значительной силы) в вольтамперных характеристиках уменьшается глубина минимума тока (рисунок 4).

Обсуждение результатов. Известно, что нелинейные элементы, у которых зависимость тока от напряжения имеет участок, где дифференциальное сопротивление (производная от напряжения по току) отрицательное, играют немаловажную роль в электронике и измерительной технике [10].

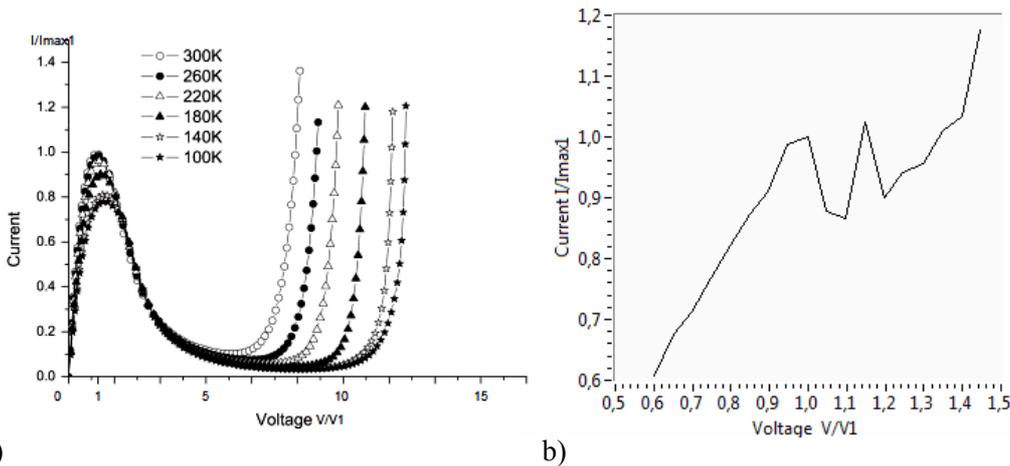


Рисунок 5 – Вольтамперные характеристики с отрицательным дифференциальным сопротивлением:

a) N – типа туннельного диода[11], $I_1=1,0\text{mA}$, $V_1=0,06\text{V}$. b) для нанопленки ПК. $I_1=0,029775\text{mA}$, $V_1=1,515161\text{V}$

Вольтамперные характеристики нанопленок имеют осцилляционные пики (рисунок 5, b). Уменьшение силы тока с ростом напряжения означает существование структур с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Обычно этот эффект объясняется явлением туннелирования электронов через потенциальный барьер. В пленке пористого кремния имеются квантоворазмерные точечные, линейные, плоские структуры с различными потенциалами электрического поля. Из-за просачивания электронов через эти потенциальные барьеры, согласно соотношению неопределен-

ностей, уменьшается число состояний, допускающих электрический ток. Это приведет к уменьшению силы тока и образованию пика в вольтамперной характеристике, хотя напряжение возрастает. С дальнейшим ростом напряжения образуются другие пики, обусловленные наличием структур с более высокими потенциальными барьерами.

Наряду с этим вольтамперные характеристики наноструктурированной пленки пористого кремния и обычных туннельных диодов имеют существенные различия (рисунок 5). Наши эксперименты показывают, что расстояние между пиками (в относительных единицах напряжения) на порядок меньше и пики более острые, имеют резонансный характер. Эти факты и рисунок 2 направляют на мысль о том, что нанопленки имеют фрактальное строение с иерархическими структурами различных геометрических масштабов. Соответствующие потенциалы электрического поля могут рассматриваться как нелинейные фрактальные меры [12–14].

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Cullis, AG., Canham, LT. & Calcott, PDJ. The structural and luminescence properties of porous silicon, *J App Phys*, **1997**, Vol 82, No 3, pp 909-965.
- 2 Canham, L, Editor, Properties of porous silicon, *INSPEC - The Institution of Electrical Engineers*, **1997**, United Kingdom.
- 3 Foll, H., Christophersen, M., Carstensen, J. & Hasse, G. Formation and application of porous silicon, *Materials Science and Engineering R*, **2002**, Vol. 39, pp. 93.
- 4 Parkhutik V. Porous silicon – mechanism of growth and applications. *Solid-state Electron*. **1999**, Vol.43, pp. 1121-1141.
- 5 Vasquez, RP., Fathauer, RW., George, T., Ksendzov, A. & Lin, TL. Electronic structure of light emitting porous Si, *Appl Phys Lett*, **1992**, Vol. 60, No. 8, pp. 1004-1006.
- 6 Beale, M. I. J., Benjamin, J. D., Uren, M. J., Chew, N. G. & Cullis, A. G. The formation of porous silicon by chemical stain etches, *J. Crys. Growth*, **1986**, Vol. 75, pp. 408.
- 7 Zubko, V.G., Smith, T.L. & Witt, A.N. Silicon Nanoparticles and Interstellar Extinction, *The Astrophysical Journal Letters*, **1999**, Vol. 511, pp. L57.
- 8 Andrea Edit Pap, Krisztian Kordas, Jouko Vahakangas, Antti Uusimaki, Seppo Leppavuori, Laurent Pilon, Sandor Szatmari. Optical properties of porous silicon. Part III: Comparison of experimental and theoretical results, *Optical Materials*, **2006**, Vol. 28, 506–513.
- 9 G. Algun, M.C. Arikian, An Investigation of Electrical Properties of Porous Silicon, *Tr. J. of Physics*, **1999**, Vol. 23, 789 - 797.
- 10 MaoXiang Wang, JianHua Yu1, ChengXiu Sun, Light emission characteristics and negative resistance phenomenon of Si-based metal/insulator/semiconductor tunnel junction. *Applied Surface Science*, **2000**, Vol. 161, Issues 1–2, 1, Pages 9–13.
- 11 S. Al-Harhi, A. Sellai, Features of a tunnel diode oscillator at different temperatures, *Microelectronics Journal*, **2007**, Vol. 38, p817-822.
- 12 Zhanabaev Z. Zh. Fractal measures in nanoelectronics and neurodynamics. *Eurasian Physical Technical Journal*, **2012**, Vol. 9, No.1(17), P 3-13.
- 13 Z. Zh. Zhanabaev, T.Yu. Grevtseva, T.B. Danegulova, G.S. Asanov. Optical Properties in Nanostructured Semiconductor. *Journal of Computational and Teoretical Nanoscience*, **2013**, Vol. 10 (3), pp. 673-678.
- 14 Z. Zh. Zhanabaev, E.T.Kozhagulov. A generic model for scale-invariant neural networks. *Journal of Neuroscience and Neuroengineering*, **2013**, Vol. 2, No 2, pp. 1-5.

Резюме

З. Ж. Жанабаев, М. К. Ибраимов, Е. Сагидолда

(әл- Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

НАНОҚҰРЫЛЫМДЫ КЕУЕКТІ КРЕМНИЙ ҚАБЫРШАҒЫНЫҢ ЭЛЕКТРОНДЫҚ ҚАСИЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ

Электрохимиялық әдіспен алынған кеуекті кремний қабыршақтары зерттелген. NTegra Therma сканирулеуші зондық микроскобы арқылы үлгілердің морфологиясы алынды. Кремнийдің кеуекті жұқа қабыршақтарына әртүрлі факторлар, мысалға, қабыршақ арқылы өтетін ток күшінің әсері бақыланды. Кернеудің белгілі бір аралығында кеуекті кремнийдің вольт-амперлік сипаттамасы бейсызық хаосты болатыны көрсетілді. Токтың кернеуден тәуелділігі, яғни электрондардың көп реттік туннельденуі кең жолақты спектрлі хаос генераторын жасауда қолданылуы мүмкін.

Кілт сөздер: кеуекті кремний, жұқа қабыршақтар, бейсызық қасиеттер, туннельді эффект, фрактал.

Summary

Z. Zh. Zhanabaev, M. K. Ibraimov, E. Sagidolda

(al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan)

INVESTIGATION OF ELECTRICAL PROPERTIES OF NANOSTRUCTURED POROUS SILICON FILMS

Samples of porous silicon films grown by electrochemical etching have been investigated. Morphology of the films has been studied by use of scanning probe microscope NTegra Thermo. We established that electrical properties of thin films of porous silicon are strongly influenced by various factors such as the strength of passing current through a film, etc. Current-voltage characteristic of the porous silicon has a strong non-linear and chaotic region in a certain range of voltage. Dependence of current on voltage corresponding to multiple electron tunneling can be used for development of generators of chaos with a broadband spectrum.

Keywords: porous silicon, thin films, nonlinear properties, tunnel effect, fractal.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 539.12.04

Н. Н. ЖАНТУРИНА¹, К. Ш. ШУНКЕЕВ², Б. А. АЛИЕВ¹, Л. Н. МЯСНИКОВА², А. А. БАРМИНА²

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан,

²Актюбинский государственный педагогический институт, Актюбе, Республика Казахстан

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ОДНООСНОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ВЕРОЯТНОСТЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ РАДИАЦИОННЫХ ЦЕНТРОВ В ЩЕЛОЧНОГАЛОИДНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Аннотация

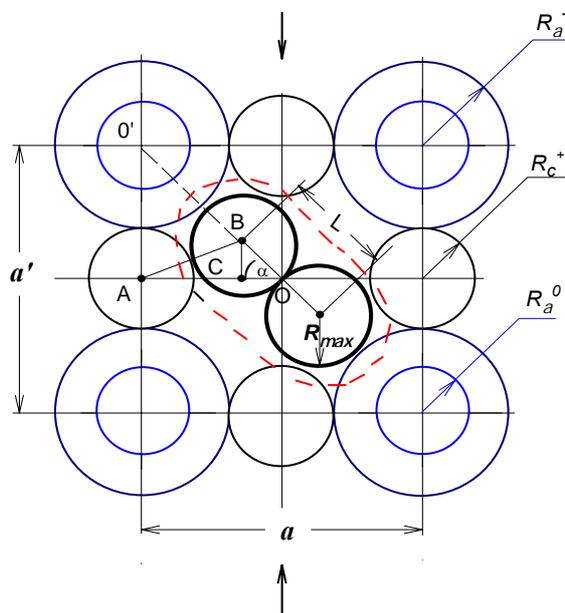
В статье на основе геометрической модернизированной модели и термического расширения постоянной решетки щелочногалоидных кристаллов рассчитана эффективность возникновения H -центров при разных температурах и степенях одноосной деформации. Показано, при повышении температуры эффективность радиационного дефектообразования растет, кристаллы KI и RbI очень чувствительны к действию обоих факторов. В остальных же щелочногалоидных кристаллах, особенно в бромиде и фторидах, создание H -центра облегчено, повышение температуры и деформации особо не влияют на процессы радиационного дефектообразования. Полученные данные согласуются с экспериментальными данными и соответствуют другим критериям радиационного дефектообразования в щелочногалоидных кристаллах.

Ключевые слова: кристаллы, H -центр, геометрическая модернизированная модель, дефекты, анионы, катионы.

Клт сөздер: кристалдар, H -орталық, геометриялық жаңартылған модель, ақаулар, аниондар, катиондар.

Keywords: crystal, H -center, geometry modern model, defects.

Одним из каналов аннигиляции экситона в щелочногалоидных кристаллах является радиационное дефектообразование, которое зависит как от деформации, так и от температуры. Экспериментально показано, что в широком интервале температур основными дефектами, возникающими в щелочногалоидных кристаллах (ЩГК), являются $F-H$ пары, локализованные в регулярных узлах решетки или около других дефектов [1]. В рассматриваемой нами геометрической модели щелочногалоидных кристаллов анионы считаются поддающимися сжатию, а катионы являются жесткими образованиями. Размер H -центра равен радиусу атома (R_a^0), таким образом, эффективность дефектообразования зависит от размера пустоты (R_{max}), которое вероятно может быть



Структура H -центра для расчета R_{max} в гранецентрированных ЩГК при сжатии по направлению $\langle 100 \rangle$

заполнено H -центром. Если $R_{max} > R_0^a$, то существует вероятность возникновения H -центра, в обратном случае дефектообразование в ЩГК считается затрудненным. Эксперименты показывают увеличение межионного расстояния с ростом температуры для ЩГК: $\delta = 0,7\%$ для хлоридов, $\delta = 0,8\%$ для бромидов, $\delta = 0,9\%$ для йодидов, $\delta = 1-1,1\%$ для галогенидов цезия.

Радиус пустоты для размещения предполагаемого дефекта согласно геометрической модели (рисунок) принимается равным:

$$R_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + L^2 - 2aL \cos \alpha} - R_c^+ \quad (1)$$

где a – постоянная решетки, L – длина связи в H -центре, определяемая в интервале $R_a^- + R_a^0 \geq L \geq 2R_a^0$, R_c^+ – радиус катиона. В этой модели предполагается, что одноосное сжатие осуществляется по кристаллографическому направлению $\langle 100 \rangle$ и от степени деформации зависит значение угла α , который является индикатором воздействия на кристалл.

Из рисунка следует, что

$$\cos \alpha = \frac{AO}{OO'} = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}}, \text{ откуда } Q = \frac{a'}{a} = 1 \pm \varepsilon, \quad (2)$$

здесь ε – относительное изменение постоянной решетки за счет внешнего сжатия или растяжения, a' – постоянная решетки при сжатии, ε – значение упругой деформации (%).

Мы рассматриваем случай сжатия, поэтому предполагая, что $L = 2R_a^0$, находим выражение для R_{max} :

$$R_{max} = \frac{a^2 - 4(R_c^+)^2}{8R_c^+ + \frac{4a}{\sqrt{1+(1-\varepsilon)^2}}} \quad (3)$$

Из этого можно определить максимальную степень деформации, в результате которой еще возможно образование H -центра в щелочногалоидных кристаллах:

Геометрические параметры решетки и образования H -центра в деформированных гранецентрированных ЦГК в интервале температур 4,2–300 К

Кристалл	Максимально возможный радиус пустоты			Максимальная деформация
	Температура	R_{\max} (А)	R_{α}^0 (А)	
KI	4,2	1,402	1,4	-0,0016
	20	1,405		0,0099
	40	1,407		0,015
	80	1,41		0,022
	150	1,414		0,03
	200	1,416		0,035
	250	1,418		0,039
	300	1,42		0,043
KCl	4,2	1,145	1	0,437
	20	1,147		0,443
	40	1,149		0,448
	80	1,151		0,454
	150	1,154		0,462
	200	1,156		0,467
	250	1,157		0,471
	300	1,158		0,475
KBr	4,2	1,365	1,15	0,547
	20	1,368		0,554
	40	1,37		0,56
	80	1,373		0,567
	150	1,376		0,577
	200	1,378		0,583
	250	1,38		0,588
	300	1,382		0,593
NaCl	4,2	1,177	1	0,498
	20	1,179		0,503
	40	1,18		0,507
	80	1,182		0,513
	150	1,185		0,52
	200	1,186		0,524
	250	1,187		0,528
	300	1,188		0,531
RbI	4,2	1,38	1,4	-0,005
	20	1,383		-0,0309
	40	1,385		-0,033
	80	1,389		-0,026
	150	1,393		-0,016
	200	1,395		-0,011
	250	1,397		-0,006
	300	1,399		-0,001
	350	1,401		0,0019

$$\varepsilon_{\max} = 1 - \sqrt{\left[\frac{4aR_a^0}{a^2 - 4(R_c^+)^2 - 8R_a^0 R_c^+} \right]^2} - 1. \quad (4)$$

Температурная зависимость образования радиационных центров обусловлена расширением постоянной решетки при воздействии температуры. В работе [3] выведена формула температурной зависимости постоянной решетки, согласно которой:

$$a = \frac{a_0 \hbar \sqrt{\pi}}{\hbar \sqrt{\pi} - a_0 j \sqrt{mk_0 T}}, \quad (5)$$

где a_0 – постоянная решетки при 0 К, m – эффективная масса экситона, j – параметр, зависящий от термического влияния на межатомные или межионные расстояния. Для щелочногалогидных кристаллов он варьирует в пределах от 0,01 до 0,1.

Результаты расчетов R_{\max} и ε_{\max} (%) при $R_{\max} = R_a^0$ при использовании выражений (3), (4), (5) в интервале температур 4,2–300 К представлены в таблице (см. выше).

Из таблицы видно, что максимальный размер пустоты для размещения дефекта с температурой увеличивается, кристаллы KI и RbI, для которых создание H -центра было затруднено при гелиевых температурах, при 20 К и 350 К, соответственно радиационное дефектообразование начинает расти.

Для бромидов и хлоридов изначально облегчено создание H -центра, а при повышении температуры до 300 К такая ситуация сохраняется в этих кристаллах вплоть до деформаций 48% для KCl, 53% для NaCl, 59% для NaBr.

Таким образом, при повышении температуры эффективность радиационного дефектообразования растет, кристаллы KI и RbI очень чувствительны к действию обоих факторов. В остальных же щелочногалогидных кристаллах, особенно в бромидах и фторидах, создание H -центра облегчено, повышение температуры и деформации особо не влияют на процессы радиационного дефектообразования.

Экспериментально доказано, что в кристаллах NaCl, KI и RbI радиационное дефектообразование имеет малую эффективность, однако резко возрастает при азотной температуре, что подтверждает результаты нашего моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ikezawa M., Wakita S., Kojima T. Intrinsic luminescence of alkali iodides. // *J. Soc. Phys. – Japan.* 1967. – Vol. 23.
- 2 Рябых С.М., Бугаенко Л.Т. Модернизированная геометрическая модель кристаллов и ее применение в физике твердого тела // *Изв. АН Латв. ССР. – Сер. физ. и тех. наук. – 1990. – № 2. – С. 77.*
- 3 Myasnikova L.N., Zhanturina N.N., Shunkeyev K.Sh., Aliev B.A., Grinberg M., Tkachenko V.S. The modeling of intrinsic luminescence ignition effect in crystal KI at low temperature elastic stress // *3-rd International congress on of condensed matter high current electronics and modification of materials with particle beams and plasma flows. – Tomsk, 2012. – P. 28.*
- 4 Лушник Ч.Б., Витол И.К., Эланго М.А. Распад электронных возбуждений на радиационные дефекты в ионных кристаллах // *УФН. – 1977. – Т. 122, вып. 2. – С. 223-248.*

REFERENCES

1. Ikezawa M., Wakita S., Kojima T. *J. Soc. Phys. Japan.* **1967.** Vol. 23. (in Eng)
2. Riyabih S.M., Bugaengo S.T. *Izv. AN Latvii, ser. phys. I tech. nauk,* **1990** (in Russ)
3. Myasnikova L.N., Zhanturina N.N., Shunkeyev K.Sh., Aliev B.A., Grinberg M., Tkachenko V.S. *3-rd International congress on of condensed matter high current electronics and modification of materials with particle beams and plasma flows.* Tomsk, **2012.** (in Eng)
4. Lushik Ch.B., Vitol I.K., Elango M.A. *UFN, tom 122, vipusk.2,* **1977** (in Russ)

Резюме

Н. Н. Жантурина¹, К. Ш. Шункеев², Б. А. Алиев¹, Л. Н. Мясникова², А. А. Бармина²

¹әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы,
²Ақтөбе мемлекеттік педагогикалық институты, Ақтөбе, Қазақстан Республикасы)

СІЛТІЛІ ГАЛОИДТЫ КРИСТАЛДАРДА ТЕМПЕРАТУРАНЫҢ
ЖӘНЕ БІРОСТІ ДЕФОРМАЦИЯНЫҢ РАДИАЦИЯЛЫҚ ОРТАЛЫҚТАРДЫҢ
ПАЙДА БОЛУЫНА ӘСЕР ЕТУІН МОДЕЛЬДЕУ

Мақалада кристалдардың модернизацияланған геометриялық моделі негізінде және тор тұрақтысының термиялық кенеуі негізінде *H*-орталықтарының әртүрлі температураларда және деформация деңгейлерінде пайда болу мүмкіндіктері есептелінген. Температура артқан сайын радиациялық ақаулар пайда болу эффективтілігі өсетіні көрсетілген, KI және RbI кристалдары екі фактордың әсеріне өте сезімтал болып келеді. Басқа сілтілі галоидты кристалдарда, әсіресе бромидтерде және фторидтерде *H*-орталықтарының пайда болуы жеңілдетілген, температураның және деформацияның артуы ерекше өзгерістер енгізбейді. Алынған нәтижелер эксперименталды мәліметтерге, сілтілі галоидты кристалдарда радиациялық ақаулар пайда болуының басқа критерийлеріне сәйкес келеді.

Кілт сөздер: кристалдар, *H*-орталық, геометриялық жаңартылған модель, ақаулар, аниондар, катиондар.

Summary

N. N. Zhanturina¹, K. Sh. Shunkeyev², B. A. Aliev¹, L. N. Myasnikova², A. A. Barmina²

MODELING OF THE TEMPERATURE AND UNIAXIAL STRESS INFLUENCE
ON THE RADIATION CENTERS CREATION
IN ALKALI HALIDE CRYSTALS

¹al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan,
²Aktobe State Pedagogical Institute, Aktobe, Republic of Kazakhstan)

Efficiency of H-centers at different temperatures and degrees of uniaxial strain calculated on the basis of geometric upgraded model and thermal expansion of the lattice constant of alkali halide crystals. Shown, that the effectiveness of radiation defect creation increases with the temperature, KI and RbI crystals are very sensitive to both factors. In other alkali halide crystals, especially in the bromide and fluoride, creation of H-center is facilitated, increasing of the temperature and strain does not affect the processes of radiation defect creation. These data are consistent with experimental data and meet the other criteria of radiation defect formation in alkali halide crystals.

Keywords: crystal, H-center, geometry modern model, defects.

Поступила 5.07.2013г.

Б. К. АБДЫКАДЫРОВ

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПОВЕРХНОСТНОЙ СТРУКТУРЫ ТОНКИХ МАГНИТНЫХ ПЛЕНОК Fe, ОСАЖДЕННЫХ НА КРИСТАЛЛ MgO

Аннотация

Было проведено исследование тонких магнитных пленок железа, осажденных на монокристалл MgO путем молекулярно-пучковой эпитаксии. Исследование проводилось в условиях сверхвысокого вакуума. Были изготовлены три образца тонких пленок Fe, осажденных на кристалл MgO, состоящих из 15, 30 и 60 слоев соответственно. Анализ поверхностной структуры полученных образцов проводился с помощью сканирующего туннельного микроскопа. Определены различия размеров и формы осажденных на образцы частиц Fe. Проведен анализ поверхностной структуры строения полученных пленок.

Ключевые слова: тонкие магнитные пленки, сканирующая туннельная микроскопия, оксид магния.

Кілт сөздер: жұқа магнитті қабыршақ, сканирлеуші туннельдік микроскоп, магний оксиді.

Keywords: thin magnetic films, scanning tunneling microscopy, magnesium oxide.

Введение. В последние годы нанотехнология стала одной из важных и перспективных областей во многих сферах деятельности общества. Внимание, уделяемое нанобъектам, определяется необычностью свойств, проявляемых наночастицами и возможностью получения новых материалов на их основе. Частицы, размером менее 100 нанометров, придают материалам качественно новые свойства [1].

Исследование тонких магнитных пленок в данный момент является одним из активно исследуемых направлений в нанотехнологии. Хороший комплекс магнитных характеристик некоторых наноматериалов (железо в сочетании с различными оксидами) делает перспективным их использование для записывающих устройств [2]. Пленочные наноматериалы с плоской поверхностью и поверхностью сложной формы из магнито-мягких сплавов используют для видеоголовок магнитофонов, где они существенно превосходят по служебным свойствам традиционные материалы. Поэтому создание новых металлсодержащих пленочных наноматериалов имеет важное прикладное значение в материаловедении, так как открывает необычные синергические эффекты и свойства наноструктурированных материалов.

Эпитаксиально осажденные пленки Fe обладают высокими магнитными [3] и коэрцитивными [4] свойствами.

Образцы и методика эксперимента. Образцы представляют собой готовые пластины монокристаллов MgO (производство Matech GmbH) размером 8×8 мм. Весь эксперимент проводился на установке в лаборатории экспериментальной физики университета Генриха-Гейне, Германия (Дюссельдорф). Установка состояла из 2 основных частей: камер для подготовки образцов и для проведения анализа полученных образцов. Эксперименты проводились в условиях сверхвысокого вакуума (около 10^{-8} Па). Образцы готовились непосредственно во время эксперимента при базовом давлении около $5 \cdot 10^{-10}$ мбар. Далее пластины устанавливались на манипулятор и затем проводился процесс молекулярно-пучковой эпитаксии [5] в камере для подготовки образцов. Было получено несколько образцов с разным количеством слоев пленки железа (соответственно 15, 30 и 60 слоев).

Монокристаллы оксида магния были предварительно очищены от примесей с помощью ультразвуковой технологии [6] в растворе изопропанола и затем кристаллы были подвергнуты нагреву до температуры 550K в течение 30 минут.

Для получения 15 слоев наноструктурной пленки на монокристалле MgO проводился процесс молекулярно-пучковой эпитаксии железом в течение 9,5 минут. Соответственно для получения 30 слоев процесс продолжался в течение 19 минут и для получения 60 слоев в течение 38 минут.

В итоге были получены тонкие наноструктурные пленки Fe, осажденные на монокристаллы MgO. После проведения молекулярно-пучковой эпитаксии объекты исследования с помощью манипулятора устанавливались во вторую камеру уже для анализа поверхностной структуры.

Экспериментальные данные и их анализ. Анализ полученных изображений был произведен на сканирующем туннельном микроскопе (СТМ) Omicron UHV STM [7] (рисунок 1).

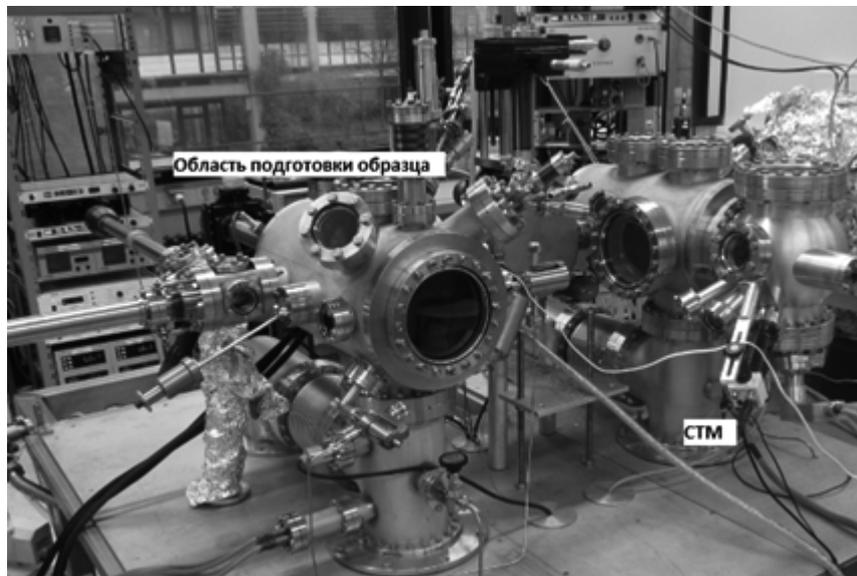


Рисунок 1 – Установка для проведения эксперимента Omicron UHV STM

Сила тока при сканировании – 0,5 нА. В результате сканирования получены следующие изображения поверхности образца. Сканирование проводилось при скорости 15 мкм/с. На поверхности образца выбиралось поле сканирования размером: 200 на 200 нм, 500 на 500 нм, 1000 на 1000 нм.

При сканировании образцов Fe 15 layers, Fe 30 layers, Fe 60 Layers в ходе сканирования образца получены следующие кадры (рисунок 2).

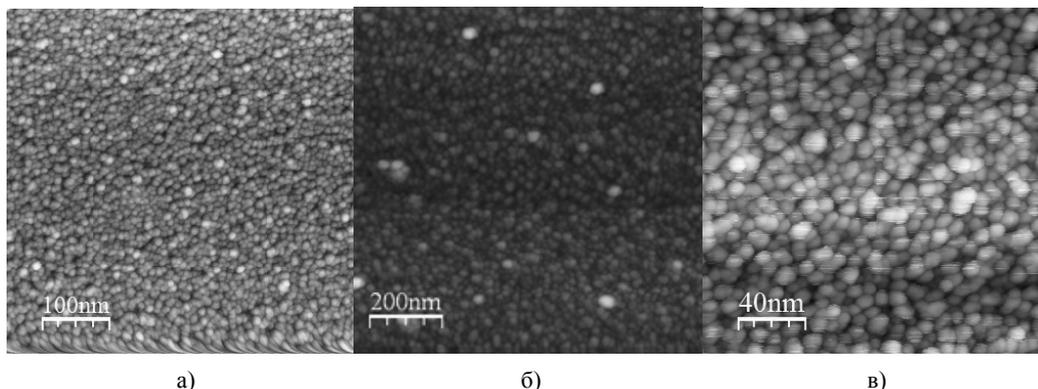


Рисунок 2 – СТМ изображения:

а) Fe 15 layers в разрешении 100 нм, б) Fe 30 Layers в разрешении 200 нм, в) Fe 60 Layers в разрешении 40 нм

Для анализа и обработки полученных кадров СТМ было использовано программное обеспечение «WSxM» (“Windows Scanning(x= Force, Tunnelling, Near Optical, ... Microscope” – мощное и удобное приложение для сбора и обработки данных сканирующей зондовой микроскопии), проведен двух-трехмерный просмотр кадров в редактируемых палитрах.

На СТМ изображениях б) и в) рисунка 2 имеются горизонтальные помехи, что говорит о присутствии на поверхности плёнки не закрепленных наночастиц Fe железа, сдвигаемых или таскаемых зондом. Эти горизонтальные помехи мешали дальнейшему анализу кадра, поэтому они были вычистены медианной фильтрацией мягким фильтром, после чего кадр был обработан дополнительно.

Для более подробного анализа полученного изображения был применен инструмент 3-D визуализации. С его помощью была построена 3 D визуализации кадра поверхности (рисунок 3).

Представление кадров в трехмерном виде контрастно визуализировало структуру частиц. На скане-изображении отчетливо различимы островки наночастиц железа, видно много наночастиц размерами больше 10 нм.

Наиболее крупные частицы Fe сконцентрированы в левой части. Наиболее крупный размер наночастиц составляет около 50 нм (рисунок 3).

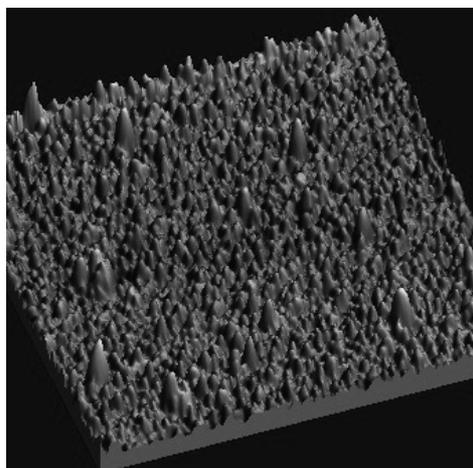


Рисунок 3 – 3D визуализации кадра поверхности Fe 30 Layer. Пики соответствуют наночастицам Fe

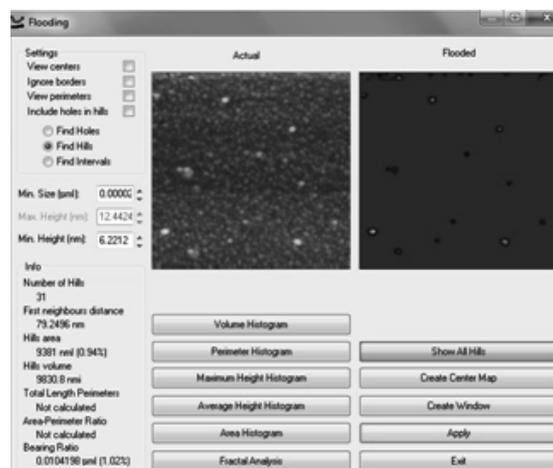


Рисунок 4 – Определение частиц Fe 30 Layers. Окно программы «WSxM» для анализа структуры поверхности

С помощью инструмента Flooding на кадре-изображении были выделены островки крупных наночастиц железа на тонкой пленке (рисунок 4). Количество островков составляет 31. Наибольшая высота – 12,44 нм.

Для дальнейшего анализа полученного кадра был использован инструмент Профиль.

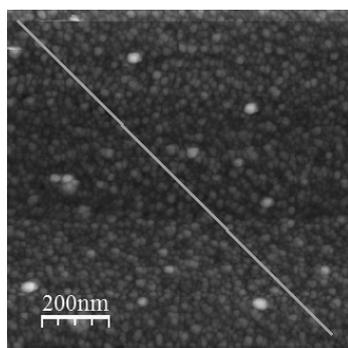


Рисунок 5 – Кадр поверхности образца Fe 30 Layers с нанесенным профилем сечения (линия)

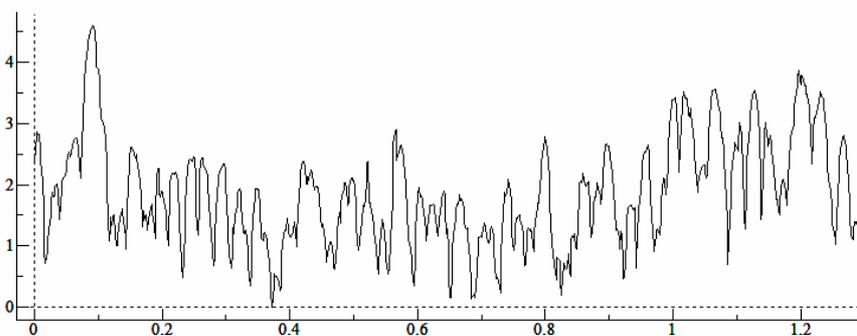


Рисунок 6 – Профиль сечения

Вывод профиля изображения наблюдаемых на следующих кадрах (рисунок 5, 6) позволяет сказать о следующем. Размер самых больших по размеру наночастиц составляет около 50 нм. Длина профиля сечения около 1000 нм. Для охвата наибольшей длины анализа, сечение обзора устанавливалось диагонально из верхнего левого угла в нижний правый угол. Такое сечение дает возможность рассмотреть изменение высоты структуры пленки железа (рисунок 5, 6).

Заключение. Экспериментальные результаты, полученные с использованием комплекса современных физико-химических методов и их интерпретация, позволяют прийти к следующему:

– высокий контраст и разрешение кадров с СТМ показал применимость данного метода при исследовании тонких наноструктурных пленок Fe, осажденных на монокристалл MgO методом молекулярно-пучковой эпитаксии;

– отчетливо просматриваются формы зерен (чешуйчатость) с малыми размерами от 10 до 50 нм;
– определено, что при осаждении тонких магнитных пленок железа на оксид магния образуются наночастицы железа размером до 50 нм;
– поверхность образца представляет собой не сильно развитую по шероховатости поверхность. Островки наночастиц железа четко выделяются на кадре. В основном наночастицы сформированы в центральной части образца.

Эти результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях тонких пленок Fe, осажденных на монокристалл MgO.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Wiliam A., Donald W., Sergey E. Handbook of Nanoscience, Engineering and Technology. **2007**, CRC Press.
- 2 Карабасов Ю.С. Новые материалы. **2002**, М.: МИСИС. С. 505-584
- 3 T. F. Yoshizaki et al. Z. Phys. D. **1991**, 19,259
- 4 Kayano et al. J.Phys. Condens.Matter, **1991**, 3, 5921
- 5 G. X. Miao, J. Y. Chang, M. J. van Veenhuizen, K. Thiel, M. Seibt, G. Eilers, M. M?nzenberg, and J. S. Moodera. Appl. Phys. Lett. **2008**, 93, 142511
- 6 Costel Constantin, Abhijit Chinchore, Arthur R. Smith. Mater. Res. Soc. Symp. Proc. **2011**, Vol. 12 5.
- 7 Armin Kleibert, Wolfgang Rosellen, Mathias Getzlaff. Beilstein J. Nanotechnol. **2011**, 2, p 47–56.

REFERENCES

1. Wiliam A., Donald W., Sergey E. Handbook of Nanoscience, Engineering and Technology. **2007**, CRC Press.
2. Karabasov U.S. Novie Materiali. **2002**, М.: МИСИС, С. 505-584
3. T. F. Yoshizaki et al. Z. Phys. D. **1991**, 19,259
4. Kayano et al. J.Phys. Condens.Matter, **1991**, 3, 5921
5. G. X. Miao, J. Y. Chang, M. J. van Veenhuizen, K. Thiel, M. Seibt, G. Eilers, M. M?nzenberg, and J. S. Moodera. Appl. Phys. Lett. **2008**, 93, 142511
6. Costel Constantin, Abhijit Chinchore, Arthur R. Smith. Mater. Res. Soc. Symp. Proc. **2011**, Vol. 12 5 ()
7. Armin Kleibert, Wolfgang Rosellen, Mathias Getzlaff. Beilstein J. Nanotechnol. **2011**, 2, p 47–56.

Резюме

Б. К. Абдыкадыров

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

MgO КРИСТАЛЫНА ТҰНДЫРЫЛҒАН Fe ЖҰҚА МАГНИТТІК ҚАБЫРШАҚТАРЫНЫҢ ЗЕРТТЕЛУІ ЖӘНЕ ҚҰРЫЛЫМЫНА ТАЛДАУ ЖАСАУ

Молекулалық-шоқ эпитакция әдісімен MgO монокристалына тұндырылған Fe жұқа магниттік қабыршақтарының зерттеуі жүргізілген. Зерттеу аса жоғары вакуум жағдайында жасалды. Жұмыс барысында MgO кристалында 15, 30 және 60 Fe қабаттан құралған жұқа қабыршағы бар 3 сынама алынды. Сынаманың беттік құрылымын зерттеу сканирлеуші туннельдік микроскоп көмегімен жүзеге асырылды. Өртүрлі Fe концентрациясы кезіндегі MgO монокристалында Fe нанобөлшектерінің өлшемдері мен таралуының айырмашылығы анықталды. Алынған сынамалардың беттік құрылымының анализі жасалынған.

Кілт сөздер: жұқа магнитті қабыршақ, сканирлеуші туннельдік микроскоп, магний оксиді.

Summary

B. K. Abykadyrov

(Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan)

RESEARCH AND ANALYSIS OF THE SURFACE STRUCTURE OF THE THIN MAGNETIC Fe FILMS DEPOSITED ON THE MgO CRYSTAL

In this work, a research of thin magnetic Fe films which have been grown by molecular beam epitaxy deposition on a single crystal MgO by molecular beam epitaxy. The study was conducted in an ultrahigh vacuum. During the experiment were prepared three samples of thin Fe films deposited on the single crystal MgO, which consisted of 15 layers, 30 layers and 60 layers of Fe. Analysis of the surface structure of the samples was performed with scanning tunneling microscope. Determined the size and shape differences of Fe nanoparticles which deposited on a single crystal MgO at different layers. Made the analysis of the structure of the surface structure of the films.

Keywords: thin magnetic films, scanning tunneling microscopy, magnesium oxide.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 539.17

С. К. САХИЕВ¹, Б. МАУЕЙ¹, В. И. КУКУЛИН², О. А. РУБЦОВА²

(¹Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Республика Казахстан,
²Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия)

Пороговая аномалия в рассеянии ${}^6,7\text{Li}$ на средних ядрах

Аннотация

В рамках CDCC подхода с пакетной дискретизацией трехчастичного континуума исследована пороговая аномалия в рассеянии слабосвязанных ядер на ядрах среднего атомного веса. Для исследования использована трехчастичная модель с учетом основных вкладов открытых и закрытых каналов. Показано, что при падающих энергиях вблизи вершины кулоновского барьера притягивающий вклад закрытых каналов является существенным и, в принципе, может объяснить известное из литературы усиление сечения слияния ядер в этой области энергий. Напротив, при энергиях выше кулоновского барьера, определяющим является вклад реальных (или виртуальных) каналов развала, что должно вести к подавлению процессов и сечений слияния сталкивающихся ядер.

Ключевые слова: трехчастичная модель ядра, пороговая аномалия, сечение.

Кілт сөздер: ядроның үшбөлшектегі моделі, табалдырықтық аномалиялары, қима.

Key-words: three-partial model on nuclei, the threshold anomaly, section.

Введение. В последние два десятилетия центр тяжести исследований в области ядерной физики малых и средних энергий совершенно отчетливо переместился в область рассеяния и реакций нестабильных нейтронно- или протонно-избыточных ядер, находящихся вблизи границы β -стабильности. Одним из наиболее интересных эффектов, связанных с рассеянием слабосвязанных ядер на стабильных ядрах является так называемая *пороговая аномалия* [1-6].

С целью прояснения разных аспектов пороговой аномалии в предыдущие годы было выполнено большое число исследований с использованием разнообразных методов и подходов [1-12].

На наш взгляд наиболее надежным подходом тут является так называемый CDCC (Continuum – Discretized – Coupled – Channel) – подход [6, 11, 12].

Однако в традиционном CDCC-подходе можно учесть достаточно точно вклад открытых каналов, тогда как учет вклада закрытых каналов приводит к трудным численным проблемам (см. [13]). Широко известно [7], что именно учет закрытых каналов является определяющим при энергиях ниже вершины кулоновского барьера.

С другой стороны, несколько лет назад группа в Московском государственном университете предложила [14] принципиально новый подход к рассеянию составных частиц. Данный подход использует технику стационарных волновых пакетов для полной дискретизации трехчастичного континуума.

Описание модели. Для нашего исследования эффектов поляризации и развала слабосвязанных ядер в процессе их соударения при энергиях вблизи вершины барьера мы выбрали модельную трехчастичную систему ${}^6\text{Li} + A$, где для ядра-снаряда ${}^6\text{Li}$ предполагается $\alpha + d$ кластерная структура с варьируемой энергией связи.

Трехчастичный гамильтониан для модельной системы $A + \alpha + d$ выбран в виде:

$$H_3(A\alpha d) = H_0 + V_{\alpha A} + V_{dA} + V_{\alpha d}, \quad (1)$$

где H_0 – трехчастичная кинетическая энергия, V_{ad} – вещественный потенциал $\alpha - d$ взаимодействия, имеющий гауссову форму

$$V_{ad}(R_{\alpha-d}) = V_0 \exp(-\beta R_{\alpha-d}^2) \quad (2)$$

с тремя наборами параметров. Потенциалы взаимодействия фрагментов (снаряда) с ядром-мишенью избраны в форме Вудса-Саксона.

Оптический потенциал $d + A$ взаимодействия берется в форме:

$$V_{d-A}(R_{d-A}) = -V_v f(r, r_v, a_v) + i4a_0 W_d \frac{d}{dr} f(r, r_d, a_d)$$

$$\text{где } f(r, r_v, a_v) = \left[1 + \exp\left(\frac{r - r_v}{a_v}\right) \right]^{-1}$$

с параметрами: $V_v = 93.267$ МэВ, $r_v = 4.45$ фм, $a_v = 0.81$ фм, $W_d = 16.8$ МэВ, $r_d = 5.186$ фм, $a_d = 0.68$ фм.

В качестве потенциала взаимодействия α -частицы и ядра-мишени A использовался чисто вещественный потенциал:

$$V_{\alpha-A}(R_{\alpha-A}) = -V_a f(r, r_a, a_a),$$

с параметрами $V_a = 40.45$ МэВ, $r_a = 6.267$ фм, $a_a = 0.592$ фм.

Высоту кулоновского барьера можно найти из условия:

$$V_c^0 \cong V(Li - A) \Big|_{R_{Li-A} = R_1 + R_2 + 2\text{фм}} \quad (3)$$

где R_1 и R_2 – радиусы сталкивающихся ядер.

Все детали вычислений опущены (см. [13-15]).

Обсуждение полученных результатов. Используемая нами трехчастичная модель соответствует рассеянию ${}^6\text{Li}$ на ${}^{58}\text{Ni}$.

В расчетах использован суммарный потенциал, включающий кулоновский потенциал во входном канале плюс ядерный потенциал взаимодействия ${}^6\text{Li} + A$ в форме свертки.

Рассмотрим поведение реальных фазовых сдвигов в зависимости от углового момента L , в частности, для потенциалов свертки при падающих энергиях $E_{c.m.} = 13$ МэВ (см. рисунок 1), 16 МэВ (рисунок 2) и 25 МэВ (рисунок 3).

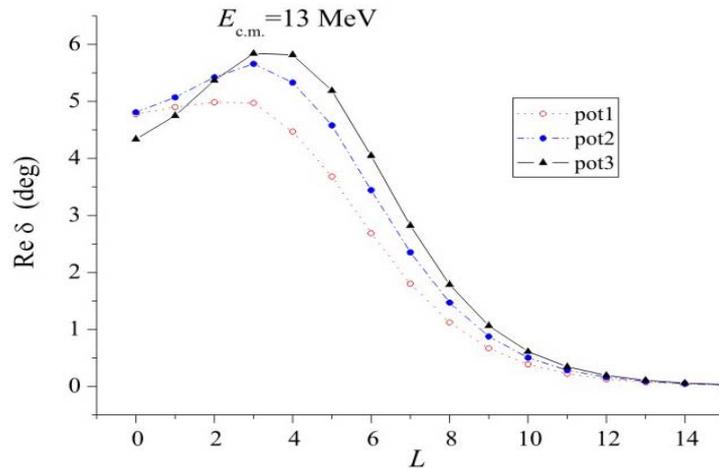


Рисунок 1 – Парциальные фазовые сдвиги $\text{Re } \delta_L$ для рассматриваемой энергии столкновения

Поведение $\text{Re } \delta_L$ как функции орбитального момента L , представленное на рисунках 1–3, вполне понятно. Такое поведение обусловлено тем, что для самого глубокого $\alpha - d$ потенциала получается и самый глубокий ${}^6\text{Li} + A$ фолдинг потенциал, который приводит к самым большим $\text{Re } \delta_L$ (см. рисунок 2, 3).

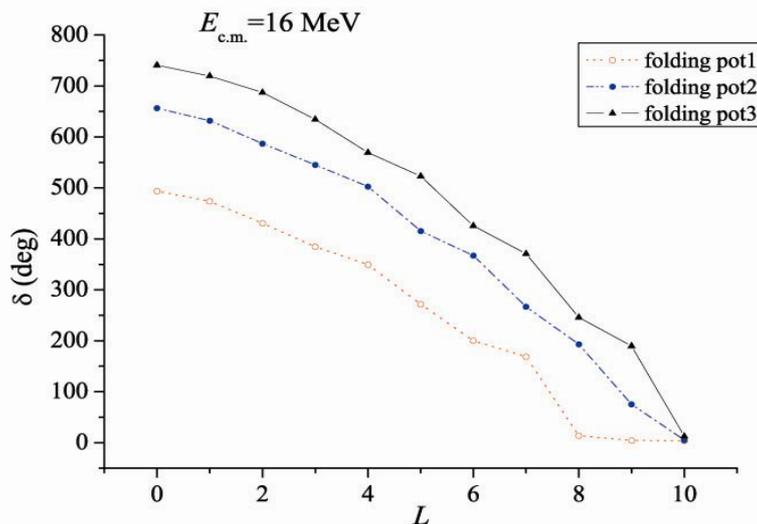


Рисунок 2а – Парциальные фазовые сдвиги $\text{Re} \delta_L$ для падающей энергии 16 МэВ для трех фолдинг-потенциалов

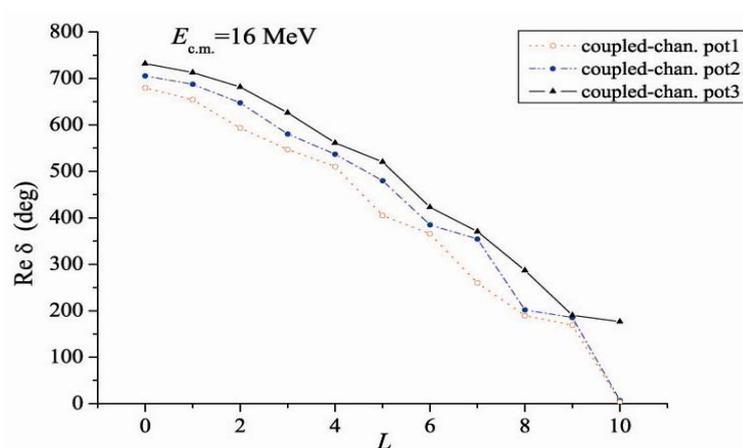


Рисунок 2б – Фазовые сдвиги δ_L при учете связи каналов при падающей энергии 16 МэВ

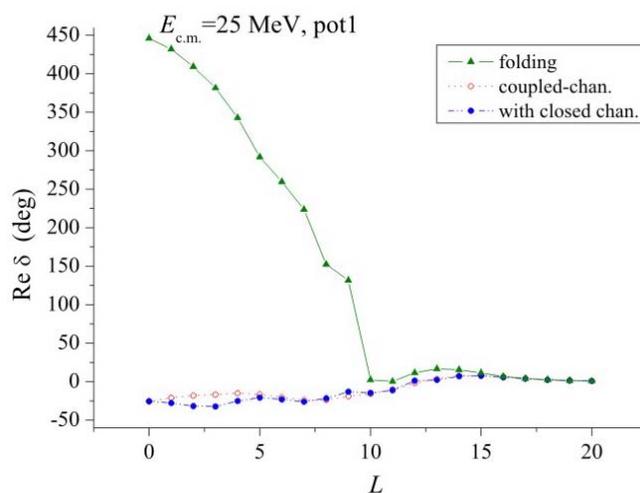


Рисунок 3 – Парциальные фазовые сдвиги $\text{Re} \delta_L$ для падающей энергии 25 МэВ

На рисунке 2а показаны аналогичные поведения фазовых сдвигов $\text{Re} \delta_L$ при падающей энергии $E_{\text{ц.м.}} = 16$ МэВ, для трех фолдинг-потенциалов.

На рисунке 2б показаны соответствующие фазовые сдвиги с учетом связи с открытыми и закрытыми каналами. Здесь хорошо видно, что учет связи со слабо-открытыми и закрытыми каналами приводит к резкому усилению эффективного притяжения в системе. В итоге, чем более рыхлой является падающая частица, тем сильнее оказывается притягивающий вклад открытых и закрытых каналов.

Весьма ясным подтверждением наших общих выводов является сравнение результатов наших расчетов фазовых сдвигов для потенциалов свертки и при включении эффектов связи каналов (открытых и закрытых) при энергиях падающих частиц 16 МэВ и 25 МэВ (см. рисунок 2а–2б, а также рисунок 3).

На рисунке 3 показаны фазовые сдвиги без и с учетом связи каналов при падающей энергии 25 МэВ для rot. 1 (самого мелкого) $\alpha - d$ взаимодействия.

Для угловых моментов $L \geq 8$, т.е. во внешней области, эффекты связи каналов – совсем слабые, что качественно вполне понятно, ибо искажения падающей частицы во внешней области должны быть весьма слабые.

И, наоборот, во внутренней области они – самые сильные!! А при падающей энергии $E(^6\text{Li}) = 25$ МэВ эти выводы дополнительно подтверждаются, с той разницей, что тут отталкивающий вклад открытых каналов и каналов поглощения частиц делается столь сильным, что суммарные фазовые сдвиги из положительных становятся отрицательными, что ясно указывает на большие отталкивающие вклады.

При наблюдении развала дейтронов в поле ядер хорошо известен так называемый эффект О. Ф. Немца [16]. И для магического ядра скачок оптического потенциала на границе ядра очевидно сильнее, чем для немагических ядер, где оптический потенциал – более плавный вблизи границы ядра [17].

Совершенно аналогичным образом градиент оптического потенциала для ^6Li на границе ядра наибольший именно в случае большой глубины $\alpha - d$ потенциала, и соответственно при наибольшей энергии связи в $\alpha - d$ системе.

Таким образом, тут мы сталкиваемся с совершенно неожиданным поведением сечения развала падающей составной частицы. На языке оптической модели такое поведение сечения развала отвечает существенному росту мнимой части оптического потенциала выше вершины барьера.

И наконец, на рисунок 4 показаны дифференциальные сечения упругого рассеяния для нашей модели для трех $\alpha - d$ потенциалов, использованных в данной работе, при падающей энергии 13 МэВ (рисунок 4а) и 16 МэВ (рисунок 4б). Видно, что различия между тремя случаями при падающих энергиях возникают только под задними углами, причем снова странным образом оказывается, что самый мелкий $\alpha - d$ потенциал, отвечающий самому слабосвязанному состоянию ^6Li , дает наибольшее сечения под задними углами! Однако естественнее было бы считать, что чем сильнее связано падающее ядро, тем выше вероятность для него рассеяться назад без его разрушения.

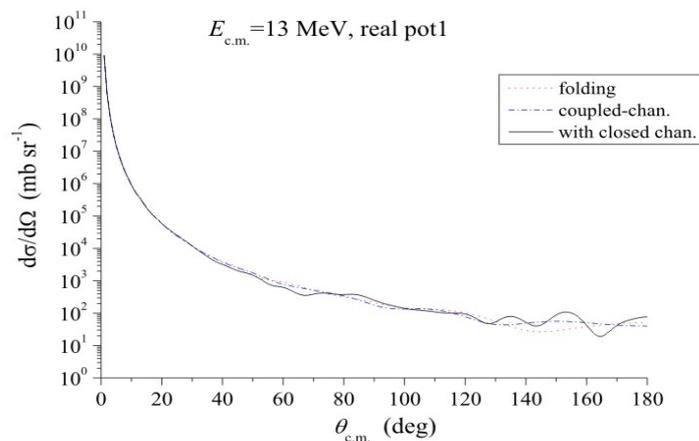


Рисунок 4а – Дифференциальное сечение рассеяния $^6\text{Li} + A$ при падающей энергии 13 МэВ с учетом и без учета связи с каналами возбуждения и развала

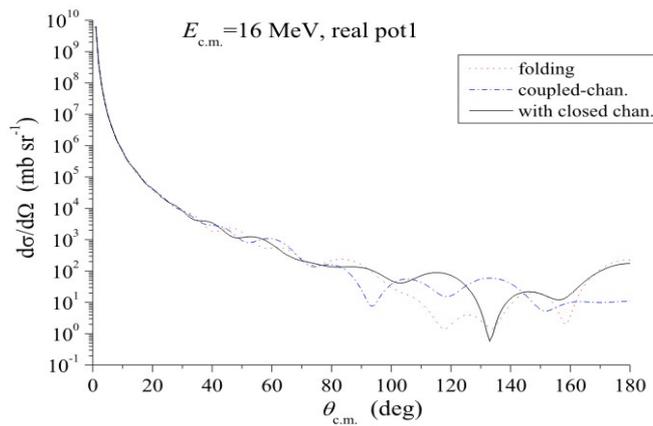


Рисунок 46 – Дифференциальные сечения упругого рассеяния ${}^6\text{Li} + A$ при падающей энергии 16 МэВ с учетом и без учета связи с каналами возбуждения и развала

Полученный нами результат означает, что механизм рассеяния составной частицы под задними углами носит более сложный многоступенчатый характер (рисунок 5).

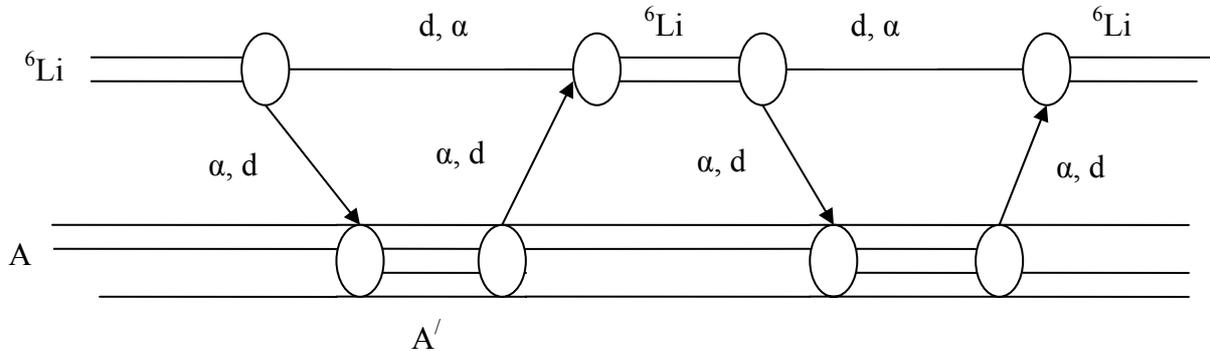


Рисунок 5 – Лестничные диаграммы, описывающие процесс многократного перерассеяния падающей составной частицы при ее рассеянии на ядре-мишени

Такой лестничный механизм (см. рисунок 5) должен быть особенно эффективным вблизи вершины барьера, поскольку в этой области относительная скорость налетающей частицы и ядра-мишени близка к нулю и, следовательно, возникает большое время задержки, которое благоприятствует проявлению лестничного механизма многократных обменов.

В этом случае, очевидно, что именно когда $\alpha - d$ система является самой слабосвязанной лестничным механизм многократных обменов, показанный на рисунок 5, и должен давать наибольшее сечение под большими углами рассеяния.

Заключение. Мы показали в данной работе путем прямого сравнения результатов, что вблизи вершины потенциального барьера возникает ряд специфических особенностей упругих и неупругих сечений рассеяния, которые в литературе получили название пороговой аномалии при чисто феноменологическом подходе. При этом результаты найдены как без учета каналов возбуждения падающей слабосвязанной частицы, так и с учетом сильной связи с открытыми каналами трехчастичного континуума, а также с закрытыми трехчастичными. Пороговая аномалия характеризуется специфическими вариациями вещественной и мнимой части оптического потенциала, описывающего рассеяние составной слабосвязанной частицы в поле средних и тяжелых ядер. В нашем микроскопическом подходе, который позволяет трактовать универсальным образом как открытые, так и закрытые каналы, удастся проследить и понять происхождение и характер пороговой аномалии.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 G.R. Satchler, Phys.Report 199 (1991) 147.
- 2 B.R. Fulton, Heavy ion collisions at energies near the Coulomb barrier. 1990, ed. M.A. Nagarajan, Inst. Phys. Conf. Series. 110; Section 1, 15. (I.O.P. Publishing, Bristol, 1991).

- 3 M.A. Nagarajan, C. Mahaux and G.R. Satchler, Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1136.
- 4 I.J. Thompson, M.A. Nagarajan, J.S. Lilley and M.J. Smithson, Nucl. Phys. A505 (1989) 84.
- 5 Y. Sakuragi, Phys. Rev. C35 (1987) 2161.
- 6 N. Reeley et al, Nucl. Phys. A571 (1994) 326.
- 7 M. Zadro et al, Phys. Rev. C80 (2009) 064610.
- 8 P.R.S. Gomes et al, nucl-ex/1203.007 (mar. 2012).
- 9 C.H. Dasso, S. Landowhe, A. Winther, Nucl. Phys. A405, 381 (1983).
- 10 M. Beckerman et al, Phys. Rev. Lett. 45, 1472 (1980).
- 11 K. Hagino, A. Vitturi, C.H. Dass, S.M. Lenzi, Phys. Rev. C61, 037602 (2000).
- 12 A. Diaz-Torres, I.J. Thomson, Phys. Rev. C65, 024606 (2002).
- 13 O.A. Rubtsova, V.I. Kukulin, A.M. Moro, C. Moro, Phys. Rev. 78, 034603 (2008).
- 14 В.И. Кукулин, В.Н. Померанцев, О.А. Рубцова, ТМФ 150, 403 (2008).
- 15 V.I. Kukulin, O.A. Rubtsova, Phys. Rev. C76, 047601 (2007).
- 16 О.Ф. Немец, К.О. Теренцкий, Ядерные реакции. Киев, Вища школа, 1977.
- 17 В.И. Кукулин, В.Н. Померанцев. Ядерная физика. Т50, 27 (1989).

Резюме

С. Қ. Сахиев¹, Б. Мауей¹, В. И. Кукулин², О. А. Рубцова²

¹Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан Республикасы,
²М. В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу, Ресей)

ОРТАША ЯДРОЛАРДАҒЫ $^{6,7}\text{Li}$ ШАШЫРАУЫНЫҢ ТАБАЛДЫРЫҚТЫҚ АНОМАЛИЯЛАРЫ

Үшбөлшекті континуумның пакеттік дискреттілігінің CDCC тәсілдемесі шеңберінде салмағы орташа атомдық ядролардағы әлсіз байланысқан ядролар шашырауының табалдырықтық аномалиялары зерттелді. Зерттеуді жүргізу мақсатында ашық және жабық каналдардың негізгі үлесін ескеретін үшбөлшекті модель пайдаланылды. Энергиясы кулондық тосқауыл шыңына жақын бөлшектердің жабық каналдардағы тартушы үлесі басым болатыны көрсетілген. Оған қоса осы энергиялар облысында әдебиеттен белгілі ядролардың қосылу қимасының күшейетіндігі түсіндіріледі. Керісінше, кулондық тосқауылдан жоғары энергиялардағы ыдыраудың нақты (немесе виртуальды) каналдарының үлесі анықтаушы болғанда, осы үрдістер мен соқтығысатын ядролар қималарының кемуіне әкелуі қажет.

Кілт сөздер: ядроның үшбөлшекті моделі, табалдырықтық аномалиялары, қима.

Summary

S. K. Sahiev¹, B. Mauyey¹, V. I. Kukulin², O. A. Rubtsova²

¹Eurasian national university named after L. N. Gumilev, Astana, Republic of Kazakhstan,
²Moscow STATE UNIVERSITY named after M. V. Lomonosov, Moscow, Russia)

THE THRESHOLD ANOMALY IN DISPERSION OF $^{6,7}\text{Li}$ ON THE AVERAGE WEIGHT NUCLEI

The threshold anomaly in dispersion of weakly connected nuclei on the average weight nuclei was investigated at this work within the CDCC approach with the package digitization of a three-partial continuum. The three-partial model was used for carrying out this research, taking into account the main contribution of the opened and closed channels. It is shown that at falling energy at the top of the Coulomb's barrier the attracting contribution of the closed channels is essential and, in principle, can explain known from literature the strengthening the nuclei merge section at this energy area. On the contrary, at the energy higher than the Coulomb's barrier, the contribution of real (or virtual) disorder channels is defining that should lead to suppression of the processes and merge section of colliding nuclei.

Keywords: three-partial model on nuclei, the threshold anomaly, section.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 658.512.2.011.56

Н. Н. ТУНГАТАРОВ, Т. ДӘЛЕЛХАНҚЫЗЫ

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

АВТОМАТТАНҒАН ЖОБАЛАУ ЖҮЙЕСІНДЕ МАШИНА ЖАСАУҒА ЖӘНЕ МЕХАНИКАҒА АРНАЛҒАН ДЕТАЛЬДЕРДІ 2D КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛЬДЕУ

Резюме

Бұл жұмыста AutoDesk фирмасының AutoCAD программасының көмегімен машина жасауға және механикалық детальдерін компьютерлік модельдеу көрсетілген және жұмыста сызба сызу, өлшемдер беру, екі өлшемді моделі берілді. Жұмыс барысында модельді қалыптасқан дәстүр бойынша, яғни сатылап, әр әдісті жеке түсіндіруге тырысты. Бүкіл этаптар сурет түрінде бейнеленген. Өрбір сызбаның салынуы мен өлшемі анық көрсетілді. Атап айтқанда, машинаның бір бөлшегі ретінде рөлдік басқарманы алып және оның сызбасы салынды. Рөлдік басқарманың екі өлшемін салғанда өте мұқияттылықпен өлшемін дәл беріп салып шыққан. Нәтижесінде машинаның бөлшегі ретінде салынылған рөлдік басқару нысаны талапқа сай және 2D технологияның компьютерлік варианттары да тараған, мұнда компьютер электрондық кульманның рөлін атқарады.

Кілт сөздер: компьютерлік модельдеу, AutoCAD, 2D-модельдеу, 2D-графика, примитивтер, инструменттер, координата жүйесі, бөлшектер.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, AutoCAD, 2D-моделирование, 2D-графика, примитивы, инструменты, система координаты, детали.

Keywords: computer modeling, AutoCAD, 2D-modeling, 2D-graphics, primitive, tooling, system coordinate, details.

Кіріспе. Компьютерлік технологияның, программалық және аппараттық жабдықтардың ұдайы өсуі, автоматтандырылған жобалау жүйесінің жаңа нұсқасын шығаруға себепші. Жаңа компьютерлік технологиялар заманауи аппараттар, ақпараттық құрылғыларды ұсынады. Бұл инженерлік-графикалық жұмыстарды автоматтандырады.

AutoCad AutoDesk компаниясы өндеген 2 және 3 өлшемді автоматтандырылған жобалау жүйесі (ажж). AutoCad атауы = Automated computer Drafting and Design компьютерлер көмегімен жобалау және сызу. Жүйенің бірінші нұсқасы 1982 жылы MicroCad атауымен шыққан. Программаның соңғы нұсқасы 18.2 нөмірімен Autocad 2012 наурызда шыққан. Оның ішіне үш өлшемді модельдеудің толық құралдары кірістірілген (полигоналды модельдеу, қатты денелерді моделдеу және т.б). AutoDesk компаниясы әлемдегі автоматтандырылған жобалау жүйесінің жетекшісі болып табылады. Әлемде 4,5 млн қолданушы осы жүйеге тіркелген. 90 жылдары AutoCad-тың оныншы нұсқасы кеңінен қолданыла бастады, ол MS DOS жүйесінде істеді. Кейіннен 11,12 және 13 нұсқалары шықты, ал 14 нұсқасынан бастап AutoCad Windows жүйесінде қолданды. AutoCad машина жасауда, құрылыста, архитектурада және басқа өнеркәсіпте кеңінен қолданылады. Қазіргі кезде AutoCad 2007, AutoCad 2008, AutoCad 2009 кеңінен қолданылады, бірақ AutoCad 2004-ке де сұраныс көп. Неге десеңіз, осы нұсқадан бастап заманға лайықты, қолайлы нұсқасы шықты. Бүгінгі таңда AutoCad 18 тілде шыққан, бүкіл әлемде оны миллиондаған қолданушылар бастапқы персоналды компьютерлерден мыңдаған есе мықты процессорларда қолдануда. Cad системасы кез келген қиын сызбаларды сызуға мүмкіндік береді.

Сызбаны проекциялау мен тұрғызудың 2D және 3D технологиясы бар (D – ағылшын тілінен *dimension* – өлшем). 2D технологияда конструктор объектінің проекциясын тұрғызады, яғни оның беттік көрінісін – түрін, қимасын, қиылысуын және т.б. Проекциялау сызбаның объектісін тұрғызумен қатар жүреді. 2D технология геометриялық сызбаларда құрылған. Бұл ғасырлар бойы келе жатқан дәстүрлі технология және де бүгінгі таңда негізгі болып табылады. Қағаз, қарандаш, кульман бүкіл технологиялық жабдық болып табылады. 2D технологияның компьютерлік варианттары да тараған, мұнда компьютер электрондық кульманның ролін атқарады. Сызбаның қалыңдығын, ұзындығын қалауымызша бере аламыз.

3D технологияның артықшылығы, ол бірден шынайылыққа жақын етіп сызады. Модель экранда анық көрінеді, оны айналдырып, кез-келген қабырғасын көріп, өзгертуге мүмкіндік бар. Архитектуралық объект үшін оның бейнесін де алуға болады. 3D технологияға: Autocad, Mechanical Desktop, Inventor, Solidworks, Компас 3D. Архитектор және құрылысшылар үшін: ArchiCad, Architectural Desktop және т.б. Осылардың ішінде аса ерекше орын алатыны – Autocad (автоматтандырылған компьютерлік сызба). Бұл программаны үйренген адам, кез келген басқа автоматтандырылған компьютерлік системаны меңгере алады.

Жаңа нұсқаларда қолданылатын DWG форматы өзгерді, яғни Autocad 2007-де сызылған объект Autocad 2006-да және одан төменгілерінде ашылмайды. Ол жаңа құрал-саймандардың, үш өлшемді объектілердің, анимациялардың пайда болуына байланысты.

Dwg – autocadтың сызба файлы

Dws – шаблон файлдары

Dxf – басқа программалармен деректерді алмасу үшін пайдаланатын мәтіндік және екілік форматтағы сурет файлдары.

Мен сызбаны Autocad 2009 орыс нұсқасында сыздым. Ол ең танымал, күшті, универсалды жобалау ортасы.

Жұмысымда көптеген суреттер, мысалдар, диалогты терезелер бар. Бұның барлығы тек зерттеу үшін емес, AutoCAD программасында жұмыс істеуді жеңілдету үшін.

Autodesk компаниясының AutoCAD 2009 программасын жарыққа шығаруымен архитекторларға, дизайнерлерге, инженерлерге өз ойларын жүзеге асыру үшін жаңа құралдар ұсынды.

AutoCAD-тың құрал-саймандары туралымен танысу. Бүгінгі күндерде AutoCAD – автоматты проекциялау жүйелері арасында ең мықтысы болып табылады. Техникалық проекциялаудың әртүрлі аймағында керек болған, кез-келген сызба жұмыстарын орындай алады. Программаның ішкі компоненттерінің жетілдіруінен басқа, көп жаңа функция пайда болды. Бұл функциялар қолданушының жұмыс уақытын қысқартып, сызба сызуды біршама жеңілдетті.

Қолданушы координаттар жүйесі. AutoCAD-ғы геометриялық объектілер глобалді тікбұрышты абсолют координат жүйесіне байлайды. AutoCAD-та ол “дүниежүзілік координат жүйесі” деп аталады. Графикалық зонаға байланысты өс бағыты жаңа емес: x өсі горизонталь және оңға бағытталған, y өсі тік жоғары бағытталған [1].

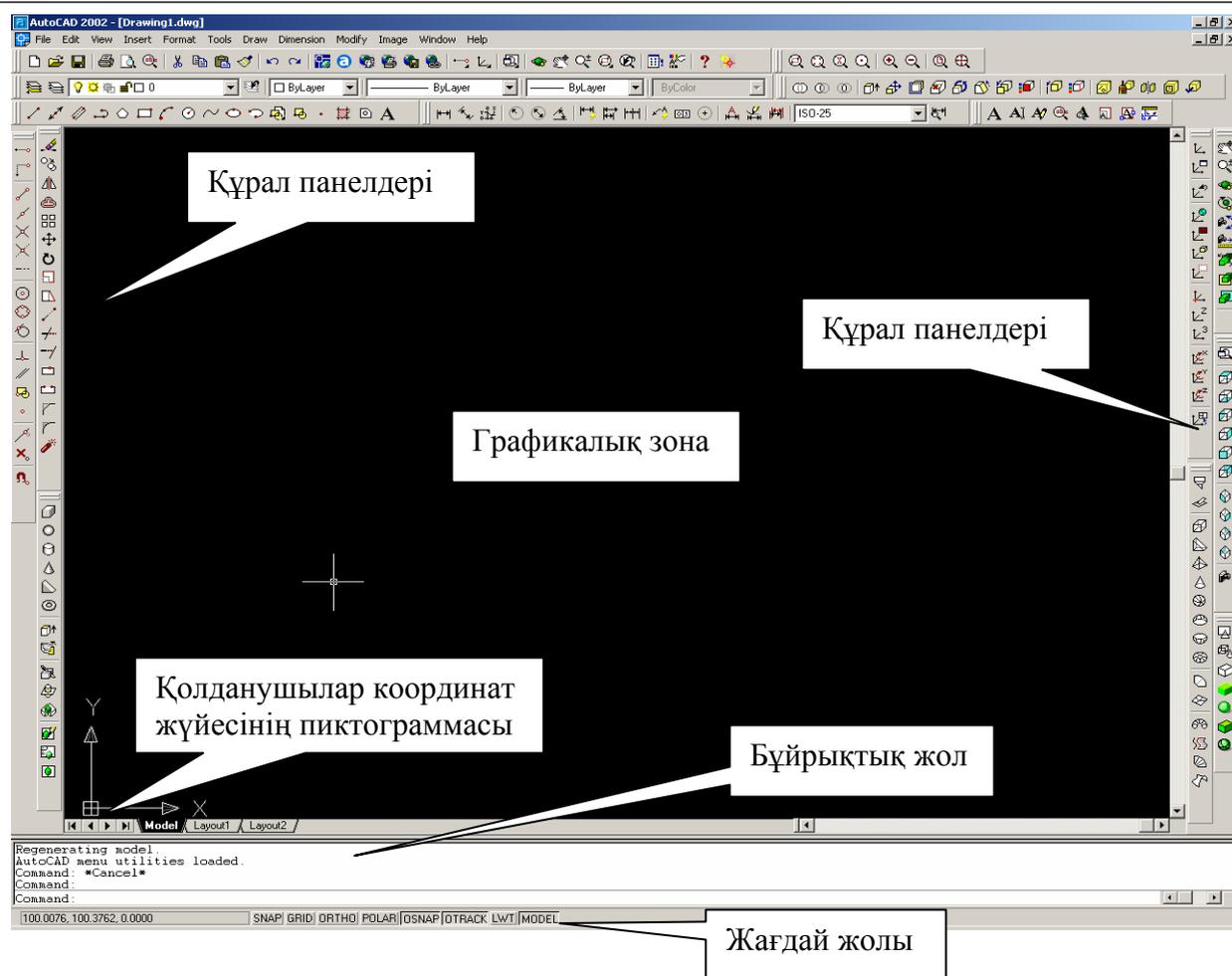
Қолданушылар өз қалауларына меншікті координат жүйесін құрып, сақтай да алады. Өз координат жүйесін құру үшін Tools менюіндегі New UCS-ті таңдаңыз. Сонымен бірге өз қалауларыңызша ҚКЖ пиктограммасын да ауыстыра аламыз. Бұны View⇒Display⇒UCS бұйрықтарын таңдап, жүзеге асыра аласыз. Сонда UCS Icon сұхбатты терезесі ашылады (1, 2-сурет).

Терезенің элементтері, құрал-саймандар таспасы. AutoCad терезесінің элементтері: AutoCad іске қосылғаннан кейін монитор экранына жұмыс терезесі, сонымен қатар (семинар по новым возможностям) терезесі пайда болады.

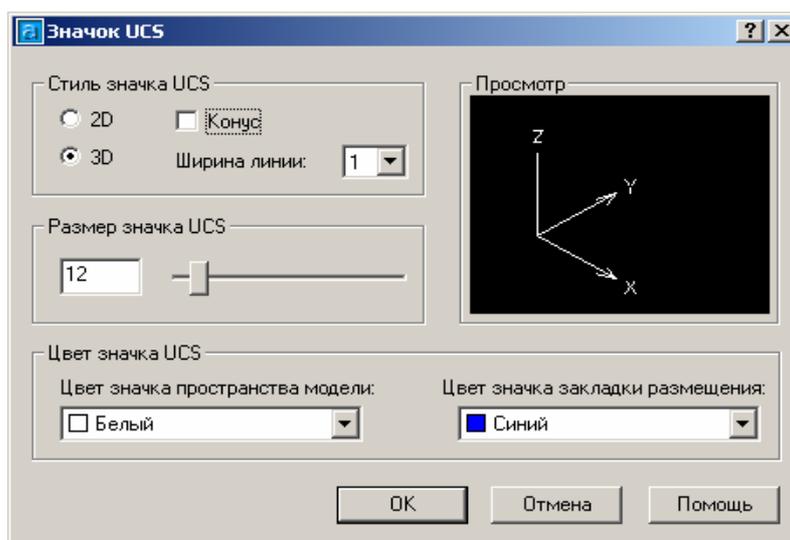
AutoCad терезесі мынадай аймақтардан тұрады:

- 1) шолушы меню (A)-меню жолының пункттері бар. Соңғы документтер, ашық документтер.
- 2) тез іске қосу панелі.
- 3) Info орталық жолы.
- 4) меню жолы.
- 5) құрал-саймандардың таспасы.

1. Негізгі (басты) – сурет салу және сызбаларды редакциялау, қабаттармен жұмыс істеу, блогтармен түсініктеме кірістіру, тұрғызу, линияны баптау үшін барлық негізгі құрал-саймандар орналасады.



1 сурет – AutoCAD-тың жұмыс үстелі



2 сурет – UCS Icon сұхбатты терезесі

2. Блоктар, сілтемелер – жұмыс істеу, басқа форматтарға импорттау, байланыс және ендіру объектілерді кірістіру, гипер сілтеме, деректерді байланыстыру және шығару үшін керек құрал-саймандар.

3. Аннотаций (түсініктеме) – мәтіндер мен өлшемдерді түсіру, кестелерді жасау, масштабты басқару, белгілеулерді жасау үшін құралдар орналасады.

4. Сервис – макросты жасау және орнату траекториясы бойынша анимация жасау, мәліметтерді есептеу және алу, сызбаларды тексеру және қалпына келтіру, пайдаланушылық интерфейсін пайдалану үшін керек құралдар.

5. Вид (түр) – пайдаланушылық координат жүйесін басқару, көріністі бейнелеу, политраны баптау, терезені баптау.

6. Вывод (шығару) – сызбаны басу, сызбаны жариялау, экспорттау және жасақтау үшін құралдар орналасады.

Контекстті менюді => AutoCad => панель инструментов.

7. Графикалық аймақ – сызбаларды тұрғызу үшін өріс, төменгі сол жақ координат жүйесінде орналасады.

8. Қалып-күй жолы – сызбаның координаттары көрсетіледі және басқару үшін батырмалар орналасады.

9. Құрал-саймандар палитрасы – сызбада жиі пайдаланылатын блоктар мен сызбаларды тез орналастырады. Ctrl+3 немесе құрал-саймандар палитрасында вид => вид политры.

10. Командалық жолының өрісі.

AutoCad-та 38 құрал-саймандар панелі бар.

Көлік туралы ақпарат. Шасси параметрлері қорап үлгісіне, қозғалтқыш және беріліс қорабының орналасуы, көліктің салмағы мен сыртқы өлшемдеріне байланысты болады. Рөлдік басқарманың схемасы және конструкциясы көлік параметрлері схемадағы шешімдермен [2] басқы шасси элементтерінің орналасуы және приводқа тәуелді болып келеді. Рөлдік басқарманың және схеманың басқармасы көліктің жобалауың ерте кезеңінде байқалады.

Рөлдік басқарма – бұл құрал мен көліктің басқа дөңгелектерінің, жүргізушінің әсеріне қарай бірдей айналуына көмек береді. Ол рөлдік тетік және рөлдік жетектен құралады. Одан басқа комфорт пен қауіпсіздік үшін көліктің рөлдік басқармасына амортизатор қоюға болады [3].

Рөлді тетік жүргізушіден берілген басқарманы ұлғайтып, кемітуге арналған. Ол рөлді дөңгелек, рөлді үйінді, редуктордан құралған.

Автомобиль (гр. *αὐτο* – өздігінен және лат. *mobilis* – қозғалушы) немесе машина – өздігінен қозғалатын, жолаушыларды, сондай-ақ өз қозғалтқышын немесе моторын тасымалдауға арналған, моторлы және дөңгелекті көлік түрі.

Сызбаны А3 форматқа дайындау. Маған А3 форматта сызғаным ыңғайлы, оның өлшемі – 420/297. Ал А4 форматы – 210/297. А3 форматта сызу үшін командалық жолға `_limits` деп теріп, ENTER пернесін басамыз. Сонда пайда болатыны:

Сол жақ төменгі бұрыш немесе [ВКЛ/ОТКЛ] <0.0000, 0.0000>:

Үнсіздік бойынша 0.0 тұрады, яғни астыңғы сол жақ бұрыштан басталады, бізе керегі сол, enter пернесін басамын [4]. Енді оң жақ үстіңгі бұрышының координатын А3 форматқа сәйкес қылып 420/297 деп енгіземіз, сонда шығатыны:

Бірінші жоғарғы бұрыш <420.0000, 297.0000>:

ENTER пернесін басамыз.

Сызбаны бастамас бұрын А3 форматқа сәйкес рамка керек, оны интернет желісінен дайын үлгісін көшіріп алдым. Сызбаға қою үшін Файл  Открыть  керкті файлды ашып, рамканы түгелдей белгілеп `Rul.dwg` сызбасына көшірдім.

Әуестіктің сүңгісінің басын модельдеу жолы. Енді осы рамканың ішіне әуестіктің сүңгісінің басын сызамын. Ол үшін полилиния қолданамын. Полилиния көмегімен күрделі пішіндегі объектілерді тұрғызуға болады [5]. Сонымен қатар олар туралы мәлімет алуға болады.

Полилиния жасау үшін полилиния (Pline) командасы пайдаланылады. Шақыру үшін:

1. Суретті құрал-саймандар панелінен немесе құрал саймандар таспасындағы Негізгі ішкі бетінде  Полилиния.

2. А  Рисование → Полилиния.

3. Командалық жолда: `_pline`, *ПЛИНИЯ*, *ПЛ* командаларын орындау.

Команданы шақырғаннан кейін мынадай сұраныстар пайда болады:

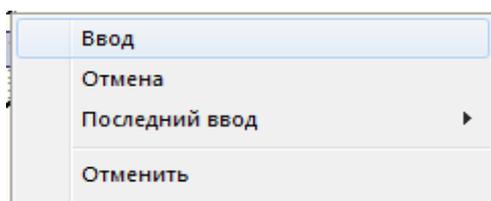
Команда: `_pline`

Начальная точка (Бастапқы нүкте):

Текущая ширина полилинии равна 0,0000 – координатаның бас осінен немесе қалаған жерімнен тышқанды бір рет шертемін.

Следующая точка или [Дуга/Полуширина/Длина/Отменить/Ширина]: – тышқанмен бағытын сілтеп, пернетақтадан өлшемін бердім [6].

Бұл процесс үздіксіз жүре береді, тоқтату үшін ESC батырмасын немесе тышқанның оң батырмасын басып, ввод-ты таңдау керек (3-сурет).



3 сурет – Ввод командасы

Егер түзуім ойдағыдай болмаса, оны тышқанмен белгілейміз, сонда оның үзік сызықтары және үш көк түсті квадраттары пайда болады. Енді қалғаны, Delete пернесін басу. Тағы бір тәсілі қалам (🖋️) көмегімен редакциялау. Қалам көмегімен объектінің геометриясын редакциялауға болады. Егер объектіні тандасақ, онда олар мінездеме нүктелерде көк шаршылар түрінде болады. Олардың көмегімен объектілерді тасу, көшіру, тарту, бұру, масштабтау, айналық бейнелеу амалдарды орындауға [7] болады.

Белгіленген объектіні мынадай тәсілдермен жоюға болады:

- **Delete** пернені басу;
- Командалық жолда **Стереть** немесе **_erase** команданы орындау.

Жойылған объектіні қалпына келтіру үшін:

- Тез іске қосу панелде **Отменить** батырмасын басу;
- А Правка Отменить Стереть меню командасы немесе Ctrl+Z;
- Командалық жолда **Ой** немесе **_oops** команданы орындау.

Бір немесе бірнеше объектілерді редакциялау кезінде объектілерді таңдау өте жиі пайдаланылатын амалы болып табылады. Объектілерді екі тәсілмен таңдауға болады:

1 тәсіл – команданы шақыру алдында тышқан батырмасын шерту бойынша объектілерді көрсету немесе белгілеу рамкасымен жабу, барлық объектілерді таңдау үшін келесі команданы орындаймыз:

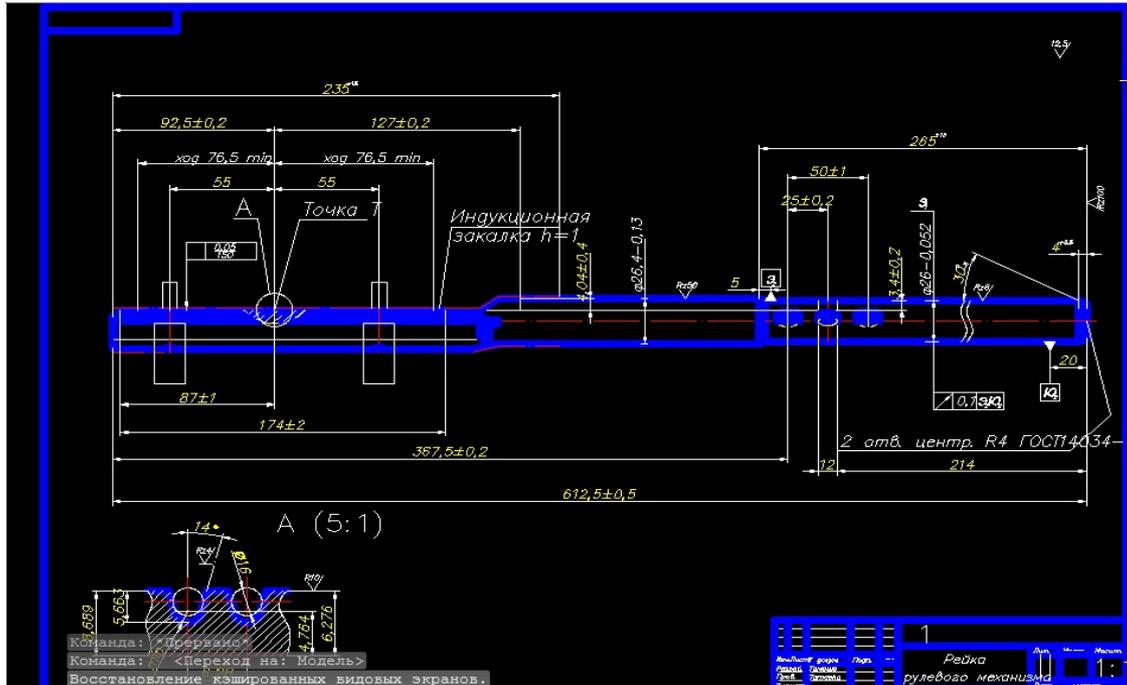
- А → Правка → Выбрать все немесе ctrl+A команданы орындау.

– Командалық жолда **выбрать** немесе **_Select** команданы орындау, ал содан кейін **Выберите объекты:** деген сұранысқа тышқан батырмасын шерту бойынша объектілерді көрсету немесе “?” сұрақ белгісін енгізу арқылы команданың опцияларын шақыру.

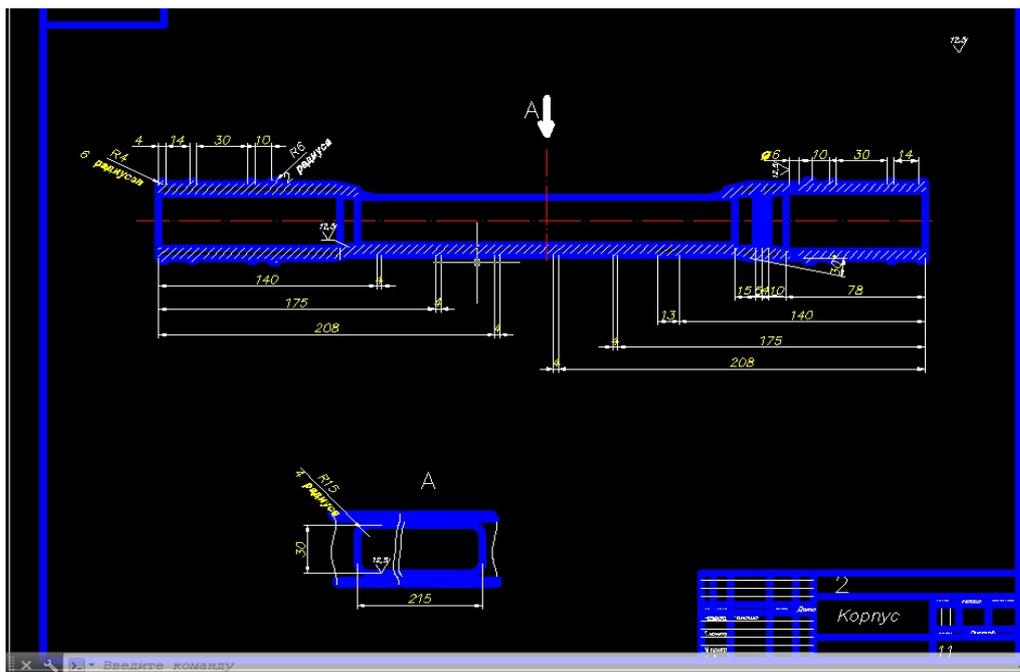
2 тәсіл – команданы шақырудан кейін **Выберите объекты:** деген сұранысқа тышқан батырмасын шерту бойынша объектілерді көрсету.

Жоғарыдағы командаларды қолданып әуестіктің сүңгісінің басын сыздым. Төртбұрыштарды прямоугольникпен де сызсақ болады, ол үшін:  – **прямоугольник** дегенді таңдаймыз. Бұл команда арқылы төртбұрыштың ұзындығын, енін, бұру бұрышын бере аламын. Қалаған жеріме тышқанды шертемін – бұл бірінші бұрышы, екінші бұрышы – диагональ бойынша қарсы бұрышы [8].

Қорытынды. Мақалада AutoDesk фирмасының AutoCAD программасының көмегімен машина жасауға және механикалық детальдерін компьютерлік модельдеуге арналған. Бұл жұмыста сызба сызу, өлшемдер беру, екі және үш өлшемді моделін беру. Жұмыс барысында мен өз моделімді қалыптасқан дәстүр бойынша, яғни сатылап, әр әдісті жеке түсіндіруге тырыстым. Бүкіл этаптар сурет түрінде бейнеленген. Әрбір сызбаның салынуы мен өлшемін анық көрсеттім.



4 сурет – Рөлдiк рейкасының сызбасы



5 сурет – Рөлдiк механизм сызбасы

Жұмысым толық аяқталды, кітаптар мен интернет желісінің арқасында өзім көздеген мақсатқа жеттім. Заманға, жаңа стандартқа сай автоматтанған жобалау жүйесінде машина жасауға және механикаға арналған детальдерін 2D-компьютерлік модельдеу арқылы AutoCAD программасында рөлдiк басқарманы модельдедім. Программаны жетiк меңгере бiлдiм.

AutoCAD – санасы бар кез-келген адамға түсінікті, жетiмдi етiлiп жасалған. Оны меңгеру үшiн аса көп уақыттың да қажетi жоқ. Бұл программа қолданыс аясы өте кең және ұтымды.

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Жарков Н.В. AutoCAD 2013. Официальная русская версия. – СПб.: Изд. Наука и Техника, 2009. – 608 с.
- 2 Климачева Т.Н. 2d-черчение в AutoCAD 2007–2010. Самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 506 с.
- 3 Соколова Т.Ю. AutoCAD 2013 для студента. Самоучитель. – СПб.: Питер, 2008. – 384 с.
- 4 Полешук Н.Н. Самоучитель AutoCAD 2013/ Н. Н. Полешук, В. А. Савельева. – СПб.: БЧВ - Петербург, 2006. – 624 с.
- 5 Под ред А. Г. Жадаева. – М.: Лучшие книги, 2006. – 240 с.
- 6 Под ред А. Г. Жадаева. – М.: Техноложжи-3000, 2006. – 352 с.
- 7 autocad-profi.ru/avtor.php – интернет желісі.
- 8 www.AutoCAD-master.ru – интернет желісі.

REFERENCES

1. Zharkov N.V. AutoCAD 2013. Oficial'naja russkaja versija. Sankt-Peterburg: Izd. Nauka i Tehnika. 2009. 608 s.
2. Klimacheva T.N. 2d-cherchenie v AutoCAD 2007-2010. Samouchitel'.M.: DMK Press, 2009. 506 s.
3. Sokolova T.Ju. AutoCAD 2013 dlja studenta. Samouchitel'. SPb.: Piter, 2008. 384 s.
4. Poleshuk N.N. Samouchitel' AutoCAD 2013/ N. N. Poleshuk, V. A. Savel'eva. SPb.: BChV - Peterburg, 2006. 624 s.
5. Pod red A.G.Zhadaeva. M: Luchshie knigi, 2006. 240 s.
6. Pod red A.G.Zhadaeva. M: Tehnologzhi-3000, 2006. 352 s.
7. autocad-profi.ru/avtor.php – internet zhelisi.
8. www.AutoCAD-master.ru - internet zhelisi.

Резюме

Н. Н. Тунгатаров, Т. Далелханкызы

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

КОМПЬЮТЕРНОЕ 2D МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ ДЛЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ И МЕХАНИКИ
В СИСТЕМЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

В этой работе с помощью программы AutoCAD фирмы AutoDesk было показано компьютерное моделирование механических деталей и чертеж черчения, значение размеров, а также приведена двухмерная модель. В ходе работы согласно принципу модель работы показана в индивидуальном виде. Все этапы показаны в виде рисунка. Чертеж черчения и размеры показаны в явном виде. Стоит отметить, что в качестве одной части машины было выбрано рулевое управление. В результате рулевое управление, нарисованный в качестве части машины, отвечает всем требованиям и компьютерные варианты 2D технологий исполняют электронную роль кульмана.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, AutoCAD, 2D-моделирование, 2D-графика, примитивы, инструменты, система координаты, детали.

Summary

N. N. Tungatarov, T. Dalelkhankyzy

(Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Republic of Kazakhstan)

COMPUTER 2D MODELING OF PARTS
FOR MECHANICAL ENGINEERING AND MECHANICS CAD
SYSTEM

In this paper, using AutoCAD program of AutoDesk firm has been shown computer modeling of mechanical parts and drawing, value of sizes, as well as two-dimensional model. During the work on the principle of the model has been shown in the form of an individual. All steps are shown in a drawing. Drawing and dimensions are shown explicitly. It should be noted that as a part of the machine has been selected steering control. As a result, the steering control, painted as part of the machine and satisfy all of the requirement and options for 2D computer technologies play the role of an electronic drawing board.

Keywords: computer modeling, AutoCAD, 2D-modeling, 2D-graphics, primitive, tooling, system coordinate, details.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 551.593.65

А. А. СОЛОДОВНИК, Д. А. КУДАБАЕВА, В. Н. КРЮЧКОВ

(Центр астрофизических исследований СКГУ им. М. Козыбаева, Петропавловск, Республика Казахстан)

СЕЗОННЫЕ И МЕЖСЕЗОННЫЕ ВАРИАЦИИ ПЛОЩАДИ ГЛОБАЛЬНОГО ПОЛЯ СЕРЕБРИСТЫХ ОБЛАКОВ

Аннотация

На основании обработки данных о распределении поля серебристых облаков, полученных с помощью аппаратуры спутника АИМ в сезоны 2007–2012 гг., исследованы временные вариации площади глобального поля облачности в северном полушарии Земли. Показано, что для каждого сезона характерно закономерное нарастание, а затем падение площади мезосферной облачности. При этом временной ход параметра уверенно описывается параболической функцией. Наряду с этим обнаружены периодические колебания площади облачного покрова с характерными периодами от 23 до 28 суток. Предложена физическая интерпретация обнаруженной зависимости.

Ключевые слова: мезосферные серебристые облака, площадь мезосферной облачности, карта распределения поля серебристых облаков.

Кілт сөздер: мезосфералық күміс түстес бұлттар, мезосфералық бұлттың ауданы, күміс түстес бұлттардың аумағын тарату картасы.

Keywords: mesospheric noctilucent clouds, mesospheric cloud area, the map of the field distribution of noctilucent clouds.

Исследования серебристых облаков, проводимые в Северо-Казахстанском госуниверситете, имеют довольно солидную историю. При этом наш исследовательский интерес плавно проэволюционировал от простого накопления и обработки данных синоптических наблюдений к крайне интригующей проблеме происхождения мезосферных серебристых облаков (МСО – в дальнейшем). Своеобразие природы объекта, связавшего явления ближнего космоса и атмосферно-климатические процессы, по нашему мнению позволяет в перспективе исследований выйти на актуальнейшую проблематику изменения земного климата. [1-5]

Одной из основ нашего подхода к изучению МСО стала концептуальная идея о связи возникновения, по крайней мере, низкоширотной части общего поля МСО с такими атмосферными явлениями, как грозовая активность и атмосферные фронты [1-5]. В этом свете получены не только веские доказательства связи появления МСО, наблюдаемых из Петропавловска, с метеорологическими процессами над подстилающей территорией [4]. Но и разработан, показавший высокую эффективность метод предсказания появления МСО, базирующийся на анализе метеорологической ситуации. [4]

Как разработка метода предсказания появления МСО, так и исследование свойств их глобального поля стало возможно благодаря использованию данных, полученных с помощью аппаратуры спутника АИМ – специализированного ИСЗ, получающего данные о глобальном поле серебристых облаков как северного, так и южного полушарий Земли [3]. В частности, нами детально изучены усреднённые за сутки карты распределения поля серебристых облаков (часто их именуют маргаритками). Пример такой карты показан на рисунке 1.

Интересно отметить, что составленная из последовательных карт анимация неплохо иллюстрирует внутрисезонное изменение площади поля МСО. Но в этом вопросе мы прибегли к более тщательному методу обработки данных.

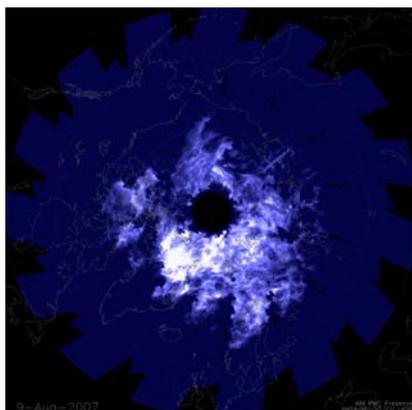


Рисунок 1 – Изображения полей МСО (светлые детали) над северной полярной областью Земли

Оригинальные карты изображений полей МСО были обработаны специальной программой, по результатам обработки найдены относительные площади (доли от общей площади изображения) полей облачности на каждую дату. При этом учитывался фон и влияние служебных символов на картах. Сезонные показатели хода активности облакообразования в течение каждого из сезонов видимости представлены таблично и графически. Так на рисунке 2 приведены сводка графиков, изображающих изменение площади поля МСО, зарегистрированного спутником для периода 2007–2012 годов.

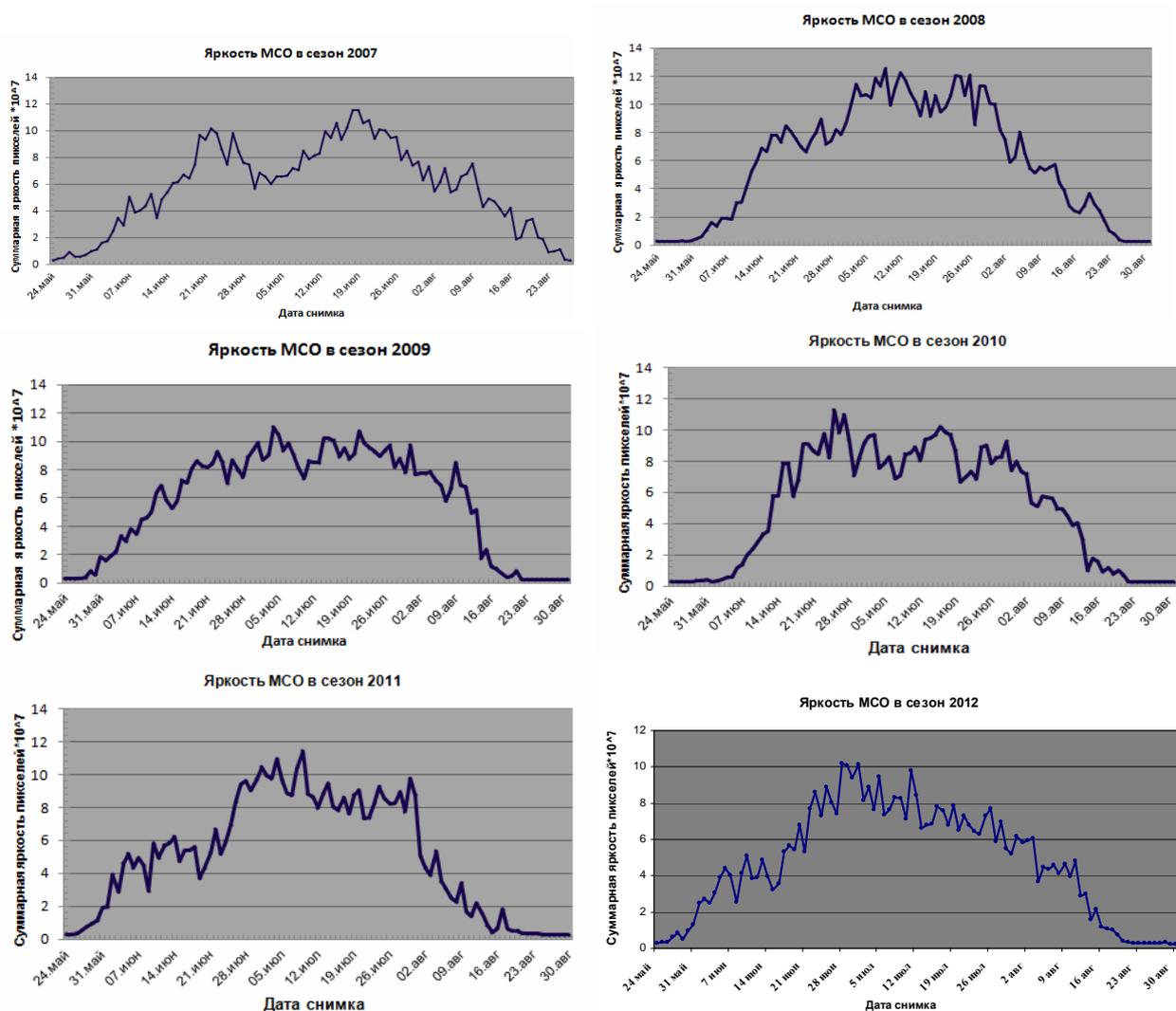


Рисунок 2 – Изменение относительной площади поля МСО в сезон 2007 года

При видимом различии вида графиков от года году симптоматично совпадение дат появления и исчезновения облачных полей из года в год. Причём ветви спада активности облакообразования в различные сезоны практически совпадают. Весьма близки между собой и эпохи максимального развития площади облачных полей, причем даты этих максимумов близки к тем, которые получены задолго до эпохи АИМ из наземных наблюдений. Среди всех ситуаций особо интересен сезон 2007 года, когда наблюдался двойной максимум площади МСО. Подобное поведение отмечено и по наземным наблюдениям [6, 7].

Располагая данными об изменениях площади поля МСО северного полушария, можно попытаться выявить как общие свойства, так и некоторые особенности интенсивности формирования серебристых облаков в разные годы. Первый этап исследования имел целью выявить самые общие закономерности изменения площади облачного поля для каждого сезона. Оказалось, что с высокой точностью (относительная ошибка около 1%) общий сезонный ход площади МСО может быть описан параболической функцией. При этом такое описание имеет не только формальный характер; по такому закону в летний сезон изменяется влагосодержание атмосферы и ее суммарная внутренняя энергия (теплозапас). На рисунке 3 приведены результаты параболической аппроксимации хода площади облачного поля для сезонов 2007–2012 годов.

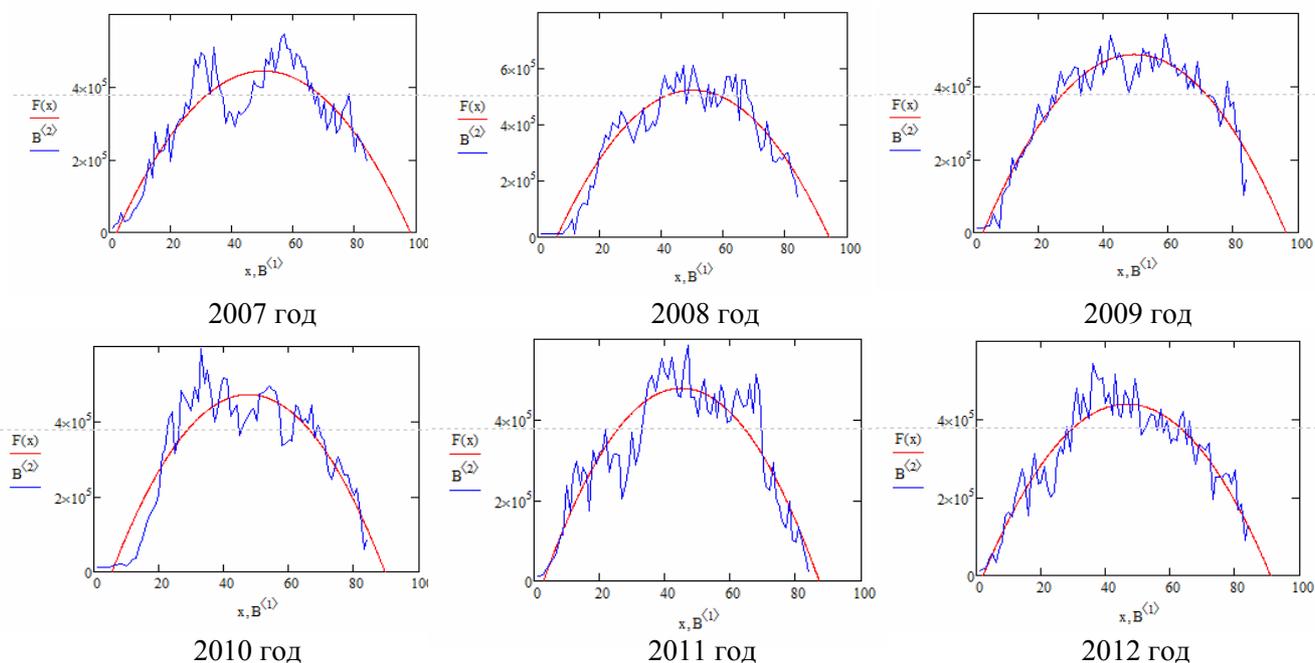


Рисунок 3 – Результаты параболической аппроксимации сезонных изменений площади поля серебристых облаков

Заметно некоторое различие в длительности сезонов видимости МСО, впрочем, незначительное. В таблице 1 показаны определённые по результатам аппроксимации даты максимального развития площади поля серебристых облаков.

Таблица 1 – Даты максимального развития площади поля серебристых облаков в сезоны 2007-2012 гг.

Сезон наблюдений	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Даты максимумов по графикам	26 июня 19 июля	12 июня 26 июля	4 июля 21 июля	25 июня	9 июля 30 июля	28 июня
Даты максимумов по аппроксимации	12 июля	5 июля	10 июля	2 июля	6 июля	3 июля

В дальнейшем нами исследован временной ход остаточных разностей: «наблюдаемая площадь поля минус вычисленное значение». Построенные по этим данным графики (рисунок 4) имеют очевидную периодичность. В этой связи их аппроксимация выполнялась гармоническими функциями. Программа позволяла определить период и амплитуду аппроксимирующей синусоиды по принципу минимальности дисперсии остаточных отклонений. На рисунке 4 приведены примеры такой обработки.

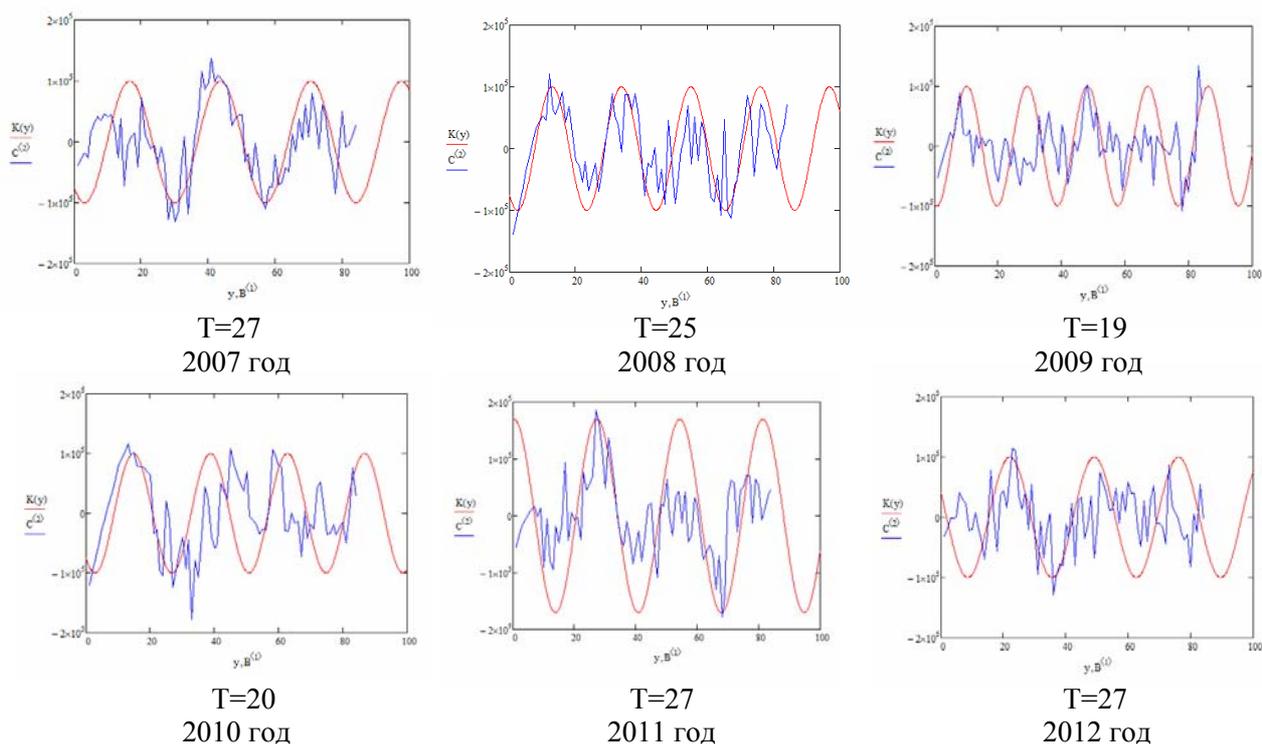


Рисунок 4 – Результаты аппроксимации остаточных отклонений площади поля МСО гармоническими функциями

Получено, что типичные периоды гармонических функций заключены в пределах от 23 до 28 суток. Большие значения периодов близки к периодам движения Луны вокруг Земли (звёздному, драконическому и аномалистическому месяцу). Меньшие периоды интерпретировать труднее, но и для них есть значимое объяснение. С периодом от 20 до 23 суток изменяется площадь пятен на диске Солнца. Сходный период (19–25 суток) имеют и периодические изменения давления в земной атмосфере. Следуя терминологии Дьякова их можно назвать «волнами погоды».

Таким образом, можно утверждать, что своими результатами мы независимо подтверждаем влияние лунных приливов на интенсивность образования МСО. [8] Кроме того, обнаружено влияние на этот процесс периодических колебаний давления в земной тропосфере.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Солодовник А.А. Атмосферное электричество и происхождение серебристых облаков // Земля и Вселенная. – 2007. – № 6.
- 2 Солодовник А.А., Кудабаева Д.А. Метеорология тропосферы и серебристые облака // Мат-лы междунар. конф. «Космос на благо человечества – взгляд в будущее», Астана, 6-7 января 2011. – С. 83-85.
- 3 Солодовник А.А., Лазарев С.В. Метеорологические явления в тропосфере и проблема происхождения серебристых облаков // Информационно-аналитический обзор ЦНТИ Северо-Казахстанской области. – 2007. – 24 с.
- 4 Солодовник А.А., Кудабаева Д.А., Крючков В.Н., Леонченко А. Метеорологические явления в тропосфере и серебристые облака // Мат-лы междунар. науч. конф. «Валихановские чтения», Кокшетау, 2011 г. – С. 34-35.
- 5 Солодовник А.А., Кудабаева Д.А., Сартин С.А., Бельченко В.Н. Метеорологические процессы в тропосфере Земли и происхождение серебристых облаков // Вестник Актыбинского государственного педагогического института. – 2010. – № 1. – С. 109-114.
- 6 Бронштэн В.А., Гришин Н.И. Серебристые облака. – М.: Наука, 1970. – 360 с.
- 7 Бронштэн В.А. Серебристые облака и их наблюдения. – М.: «Наука» главная редакция физ.-мат. лит-ры, 1984. – 128 с.
- 8 Dalin P., Pertsev N., Dubietis A., Zalcik M., Zadorozhny A., Connors M., Schofield G., McEwan T., McEachran L., Frandsen S., Hansen O., Andersen H., Sukhodoev V., Perminov V., Balciunas R., Romejko V. A comparison between ground-based observations of noctilucent clouds and Aura satellite data // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. – 13 с.

REFERENCES

1. Solodovnik A.A. *Atmosfernoe jelektrichestvo i proishozhdenie serebristyh oblakov*, Zemlja i Vselennaja, №6, 2007 (in Russ.)

2. Solodovnik A.A., Kudabaeva D.A. *Meteorologija troposfery i serebristye oblaka*, Materialy mezhdunarodnoj konferencii «Kosmos na blago chelovechestva – vzgljad v budushhee», Astana, 6-7 janvarja **2011**, S. 83-85. (in Russ.)
3. Solodovnik A.A., Lazarev S.V. *Meteorologicheskie javlenija v troposfere i problema proishozhdenija serebristyh oblakov*, Informacionno-analiticheskij obzor CNTI Severo-Kazahstanskoj oblasti, **2007**, 24 s. (in Russ.)
4. Solodovnik A.A., Kudabaeva D.A., Krjuchkov V.N., Leonchenko A. *Meteorologicheskie javlenija v troposfere i serebristye oblaka*, Materialy mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Valihanovskie chtenija», Kokshetau, **2011** g.; S. 34-35. (in Russ.)
5. Solodovnik A.A., Kudabaeva D.A., Sartin S.A., Bel'chenko V.N. *Meteorologicheskie processy v troposfere Zemli i proishozhdenie serebristyh oblakov*, Vestnik Aktjubinskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo instituta, № 1, **2010**, S. 109-114. (in Russ.)
6. Bronshtjen V.A., Grishin N.I. *Serebristye oblaka*, **1970**. Moskva. Izd-vo «Nauka». 360 s.
7. Bronshtjen V.A. *Serebristye oblaka i ih nabljudenie*, **1984**. Moskva. «Nauka». glavnaja redakcija fiz.-mat. lit-ry. 128 s. (in Russ.)
8. Dalin P., Pertsev N., Dubietis A., Zalcik M., Zadorozhny A., Connors M., Schofield G., McEwan T., McEachran L., Frandsen S., Hansen O., Andersen H., Sukhodoev V., Perminov V., Balciunas R., Romejko V. *A comparison between ground-based observations of noctilucent clouds and Aura satellite data*, Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics., **2013**, 13 s.

Резюме

A. A. Солодовник, Д. А. Кудабаяева, В. Н. Крючков

(М. Қозыбаев атындағы СҚМУ-дің астрофизикалық зерттеулер орталығы,
Петропавл, Қазақстан Республикасы)

МАУСЫМДЫҚ ЖӘНЕ МАУСЫМАРАЛЫҚ КҮМІС ТҮСТЕС БҰЛТТАРДЫҢ ГЛОБАЛЬДЫ АУМАҚ АУДАНДАРЫНЫҢ ВАРИАЦИЯЛАРЫ

2007–2012 жылдары маусымдарында AIM жасанды жер серігінің құралдары көмегімен алынған күміс түстес бұлттар аумағының таралу мәліметтерін сараптау негізінде жердің солтүстік жартышарында уақытша бұлттылықтың глобалды аумақ аудандарының вариациялары зерттелді. Зерттеулердің нәтижесі әр маусым үшін мезосфералық бұлттылық ауданының артуы, содан соң азаюы заңдылықты түрде өтетінін көрсетті.

Кілт сөздер: мезосфералық күміс түстес бұлттар, мезосфералық бұлттың ауданы, күміс түстес бұлттардың аумағын тарату картасы.

Summary

A. A. Solodovnik, D. A. Kudabayeva, V. N. Krjuchkov

(Center of Astrophysical Research NKSU them. M. Kozybayev, Petropavlovsk, Republic of Kazakhstan)

SEASONAL VARIATIONS OF SPACE AND THE OFFSEASON GLOBAL FIELD OF NOCTILUCENT CLOUDS

On the basis of data on the distribution of the field of noctilucent clouds, obtained by the AIM satellite equipment in the seasons 2007–2012 y., studied temporal variations in the area of global cloud field in the northern hemisphere. It is shown that for every regular season is characterized by the growth and then drop area mesospheric clouds. In this case, the time course of the parameter confidently describes a parabolic function.

Keywords: mesospheric noctilucent clouds, mesospheric cloud area, the map of the field distribution of noctilucent clouds.

Поступила 5.07.2013г.

УДК 521.1

А. А. БЕКОВ

(Институт космических исследований им. акад. У. М. Султангазина АО «НЦКИТ»,
Алматы, Республика Казахстан)

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СПИРАЛЬНЫХ ОРБИТ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Аннотация

Рассмотрены спиральные орбиты в осесимметричном гравитационном поле, нестационарность которого характеризуется функцией, меняющейся по первому и второму законам Мещерского. В нестационарных гравитирующих системах с осевой симметрией имеется определенный класс спиральных орбит, играющих особую роль в динамике таких систем. Исследуется устойчивость спиральных орбит при движении материальной точки в рассматриваемом нестационарном осесимметричном гравитационном поле. Исследование устойчивости движений в рассматриваемом силовом поле проводим на основе анализа устойчивости неавтономных динамических систем, приводимых к автономному виду. Установлены условия существования и устойчивости широкого класса спиральных орбит. Многообразие рассмотренных спиральных орбит определяется законом изменения и темпом изменения функции времени, характеризующей нестационарность системы, величиной секторной скорости движения материальной точки, набором начальных параметров орбит. Спиральные плоские орбиты будут, очевидно, подклассом общих спиральных орбит. В случае медленного изменения функции времени, характеризующей нестационарность системы, рассматриваемые спиральные орбиты будут близки к круговым. При прекращении нестационарности силового поля спиральные орбиты переходят в соответствующие круговые орбиты.

Ключевые слова: устойчивость, спиральные орбиты, нестационарность, осесимметричное гравитационное поле, динамика систем, параметры орбит.

Кілт сөздер: орнықтылық, спиральдік орбиталар, стационарлық емес, өстік симметрия гравитациялық өрісі, жүйелерінің динамикасы, орбиталардың параметрлар.

Keywords: stability, spiral orbits, non-stationarity, axially symmetric gravitational field, the dynamics of systems, the parameters of the orbits.

Реальные крупномасштабные гравитирующие системы по существу являются нестационарными системами. В нестационарных гравитирующих системах с осевой симметрией имеется определенный класс спиральных и круговых орбит, играющих особую роль в динамике таких систем. Существование и устойчивость спиральных и круговых орбит при рассмотрении движения материальной точки в нестационарных осесимметричных гравитационных полях исследованы в работах [1-3]. В этих работах устанавливается устойчивость широкого класса спиральных и круговых движений для полей тяготения различной структуры. Ниже выясним условия существования и устойчивости в смысле Ляпунова одного класса спиральных движений в нестационарном осесимметричном гравитационном поле.

Рассмотрим движение материальной точки в нестационарном осесимметричном гравитационном поле. Пусть силовая функция задачи имеет вид:

$$U(r, z, t) = f^2 \tilde{U}(rf, zf), \quad (1)$$

где $f(t)$ – функция времени, меняющаяся по закону Эддингтона-Джинса

$$\dot{f}(t) = -\alpha f^n(t), \quad (n = 2; 3, \quad \alpha - const), \quad (2)$$

и является заданной положительной, ограниченной функцией на рассматриваемом интервале времени. В случае $n = 2$ закон (2) соответствует первому закону Мещерского, в случае $n = 3$ закон (2) соответствует второму закону Мещерского [4].

В отличие от [3] силовая функция (1) имеет несколько иную зависимость от времени в случае $n = 3$, и исследование проведем на основе анализа устойчивости неавтономных динамических систем, приводимых к автономному виду [5].

Уравнения движения материальной точки в нестационарном гравитационном поле (1) в цилиндрических координатах r, λ, z запишутся в виде

$$\begin{cases} \ddot{r} = \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\Omega^2}{r^3}, \\ \dot{\Omega} = 0, \\ \ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z}, \end{cases} \quad (3)$$

где $\Omega = r^2 \dot{\lambda}$ – есть удвоенная секторная скорость.

Система (3) допускает частное решение

$$r = r_0/f(t), \quad \dot{r} = \alpha f^{n-2} r_0, \quad \Omega = \Omega_0, \quad z = z_0/f(t), \quad \dot{z} = \alpha f^{n-2} z_0, \quad (4)$$

которому соответствует некоторое спиральное движение. Условия существования спирального движения (4) будут следующими

$$\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_0 + \left(\frac{\Omega_0^2}{r_0^3} + \delta_n^3 \alpha^2 r_0 \right) f^3 = 0, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 + \delta_n^3 \alpha^2 z_0 f^3 = 0, \quad (5)$$

где индекс 0 означает, что взято значение функции в точке $r = r_0/f, z = z_0/f$, и введено обозначение $\delta_n^3 = (n-2)f^{2(n-3)}$, причем

$$\delta_n^3 = \begin{cases} 1, & n = 3; \\ 0, & n = 2. \end{cases} \quad (6)$$

Исследуем устойчивость частного решения (4) относительно величин $r, \dot{r}, \Omega, z, \dot{z}$. Предварительно проведем замену переменных

$$r = \rho/f, \quad \lambda = \lambda, \quad z = \zeta/f, \quad d\tau = f^2 dt, \quad (7)$$

тогда уравнения движения (3) запишутся в виде

$$\begin{cases} \rho'' = \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \rho} + \frac{\sigma^2}{\rho^3} + \delta_n^3 \alpha^2 \rho, \\ \sigma' = 0, \\ \zeta'' = \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \zeta} + \delta_n^3 \alpha^2 \zeta, \end{cases} \quad (8)$$

где $\sigma = \rho^2 \lambda' = \Omega$.

Соответственно частное решение (4) системы (3) переходит в частное решение

$$\rho = \rho_0 = r_0, \quad \rho' = 0, \quad \sigma = \sigma_0 = \Omega_0, \quad \zeta = \zeta_0 = z_0, \quad \zeta' = 0, \quad (9)$$

системы (8), которому соответствует некоторое круговое движение. Таким образом, при помощи соотношений (7) исходные уравнения (3) переходят в стационарные уравнения (8) в изображающем пространстве-времени $(\rho, \lambda, \zeta, \tau)$, а частное решение (4) переходит в круговое движение в изображающем пространстве-времени. Поскольку функция f положительная, ограниченная и причем при заданном законе преобразования

$$\frac{d\tau}{dt} = f^2(t), \quad (10)$$

на рассматриваемом промежутке изменения t , вместе с ростом t соответственно растет и τ , то исследование на устойчивость решения (4) системы (3) сводится к исследованию на устойчивость кругового движения (9) системы (8).

В случае круговых движений (9) необходимые и достаточные условия их устойчивости по отношению к величинам ρ , ρ' , σ , ζ , ζ' имеют вид

$$\begin{cases} \left(\tilde{U}''_{\rho\rho} + \frac{3}{\rho} \tilde{U}'_{\rho} + \tilde{U}''_{\zeta\zeta} \right)_0 < -5 \delta_n^3 \alpha^2, \\ \left[\left(\tilde{U}''_{\zeta\zeta} + \delta_n^3 \alpha^2 \right) \left(\tilde{U}''_{\rho\rho} + \frac{3}{\rho} \tilde{U}'_{\rho} + 4 \delta_n^3 \alpha^2 \right) - \tilde{U}''_{\rho\zeta} \right]_0 > 0, \end{cases} \quad (11)$$

а условия выполнения кругового движения будут следующими

$$\left(\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \rho} \right)_0 + \frac{\sigma_0^2}{\rho_0^3} + \delta_n^3 \alpha^2 \rho_0 = 0, \quad \left(\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \zeta} \right)_0 + \delta_n^3 \alpha^2 \zeta_0 = 0, \quad (12)$$

причем индекс 0 в формулах (11) и (12) означает, что взято значение функции в точке ρ_0 , ζ_0 .

Исследование устойчивости круговых движений (9) проводится аналогично исследованию В. Г. Демина [6]. Отметим, что достаточность условий (11) устанавливается с помощью функции V Ляпунова

$$V = 2V_2 + \lambda_1 V_1 + \lambda_2 V_1^2 + \lambda_3, \quad (13)$$

где V_1, V_2 – интегралы уравнений возмущенного движения, а $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – постоянные

$$\lambda_1 = -\frac{2\sigma_0}{\rho_0^2}, \quad \lambda_3 = -\frac{\sigma_0^2}{\rho_0^2} + 2\tilde{U}_0 + \delta_n^3 \alpha^2 (\rho_0^2 + \zeta_0^2), \quad (14)$$

выбираются так, чтобы функция V удовлетворяла условиям Ляпунова [7] и была знакоопределенной. Указанная функция V отличается от функции V Ляпунова, приводимой в работе В. Г. Демина [6], аддитивной постоянной λ_3 .

Для закона (2) изменения функции $f(t)$ в виде (первый закон Мещерского)

$$\dot{f} = -\alpha f^2, \quad f(t) = \frac{1}{\alpha t + \beta}, \quad (\alpha, \beta - const), \quad (15)$$

в случае $\alpha > 0, \beta > 0$ рассматривается интервал времени (t_0, ∞) , в случае $\alpha > 0, \beta < 0$ рассматривается интервал времени (t_0, ∞) , где $t_0 > \frac{|\beta|}{\alpha}$, в случае $\alpha < 0, \beta > 0$ рассматривается конечный интервал времени (t_0, T) , где $T < \frac{\beta}{|\alpha|}$, на которых функция f остается положительной, ограниченной функцией времени.

Для закона (2) изменения функции $f(t)$ в виде (второй закон Мещерского)

$$\dot{f} = -\alpha f^3, \quad f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\alpha t + \beta}}, \quad (\alpha, \beta - const), \quad (16)$$

в случае $\alpha > 0, \beta > 0$ рассматривается интервал времени (t_0, ∞) , в случае $\alpha > 0, \beta < 0$ рассматривается интервал времени (t_0, ∞) , где $t_0 > \frac{|\beta|}{2\alpha}$, в случае $\alpha < 0, \beta > 0$ рассматривается конечный

интервал времени (t_0, T) , где $T < \frac{\beta}{2|\alpha|}$, на которых функция f остается положительной, ограниченной функцией времени.

Таким образом, для положительной, ограниченной функции $f(t)$, в зависимости от значений параметров α и β , рассматривается интервал времени (t_0, ∞) либо конечный интервал времени (t_0, T) . Соответственно рассматривается устойчивость спиральных движений (4) в силовом поле (1) в смысле Ляпунова на интервале времени (t_0, ∞) или устойчивость на конечном интервале времени (t_0, T) по отношению к величинам $r, \dot{r}, \Omega, z, \dot{z}$.

В силу преобразований (7) и ограниченности функции $f(t)$ на рассматриваемом интервале времени t , при устойчивости кругового движения (9), будет устойчиво и исходное спиральное движение (4) по отношению к величинам $r, \dot{r}, \Omega, z, \dot{z}$ на рассматриваемом интервале времени t нестационарности силового поля (1). Иначе говоря, если при устойчивости круговых движений (9) для всякого $\tau \geq \tau_0$, и для любого сколь угодно малого числа $\varepsilon > 0$ выполняются неравенства

$$|x_i(\tau)| < \varepsilon, \quad (i = 1, 2, \dots, 5), \quad (17)$$

то, в силу преобразований (7), для всякого $t \geq t_0$ на рассматриваемом интервале времени для возмущений исходного спирального движения выполняются неравенства

$$|y_i(t)| < E, \quad (i = 1, 2, \dots, 5), \quad (18)$$

где $E = E(\varepsilon)$ – для интервала времени (t_0, ∞) , и $E = E(\varepsilon, T)$ – для конечного интервала времени (t_0, T) , причем, при сколь угодно малом числе ε и ограниченности функции $f(t)$ на рассматриваемом интервале времени, может быть число $E > 0$ подобрано также сколь угодно малым.

Таким образом, спиральное движение (4) материальной точки в нестационарном силовом поле (1) будет устойчивым в смысле Ляпунова на рассматриваемом интервале времени по отношению к величинам $r, \dot{r}, \Omega, z, \dot{z}$.

Условия устойчивости спиральных орбит запишутся в виде

$$\begin{aligned} \left(U''_{rr} + \frac{3}{r}U'_r + U''_{zz} \right)_0 &< -5\delta_n^3 \alpha^2 f^4, \\ \left[(U''_{zz} + \delta_n^3 \alpha^2 f^4) \left(U''_{rr} + \frac{3}{r}U'_r + 4\delta_n^3 \alpha^2 f^4 \right) - U''_{rz}{}^2 \right]_0 &> 0. \end{aligned} \quad (19)$$

где индекс 0 означает, что взято значение функции в точке $r = r_0/f, z = z_0/f$.

В случае закона (15) изменения функции $f(t)$ (первый закон Мещерского) условия (19) имеют вид

$$\begin{aligned} \left(U''_{rr} + \frac{3}{r}U'_r + U''_{zz} \right)_0 &< 0, \\ \left[(U''_{zz}) \left(U''_{rr} + \frac{3}{r}U'_r \right) - U''_{rz}{}^2 \right]_0 &> 0. \end{aligned} \quad (20)$$

В случае закона (16) изменения функции $f(t)$ (второй закон Мещерского) условия устойчивости (19) будут следующими

$$\begin{aligned} \left(U''_{rr} + \frac{3}{r}U'_r + U''_{zz} \right)_0 &< -\frac{5\alpha^2}{(2\alpha t + \beta)^2}, \\ \left\{ \left[U''_{zz} + \frac{\alpha^2}{(2\alpha t + \beta)^2} \right] \left[U''_{rr} + \frac{3}{r}U'_r + \frac{4\alpha^2}{(2\alpha t + \beta)^2} \right] - U''_{rz}{}^2 \right\}_0 &> 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Частным случаем указанных спиральных орбит (4) будут плоские спиральные орбиты

$$r = r_0/f, \quad \dot{r} = \alpha f^{n-2} r_0, \quad \Omega = \Omega_0, \quad z = 0, \quad \dot{z} = 0, \quad (22)$$

получающиеся при выполнении условий существования спиральных орбит (5) лишь в точках $r = r_0/f, z = 0$.

Спиральные орбиты (4) представляют собой широкий класс орбит спирального типа. Многообразие этих спиральных орбит определяется законом изменения функции $f(t)$ (убывание f при $\alpha > 0$, возрастание f при $\alpha < 0$), темпом изменения функции $f(t)$ на рассматриваемом интервале времени, величиной секторной скорости $\Omega/2$ и набором начальных значений r_0, z_0 . Спиральные плоские орбиты (22) будут, очевидно, подклассом общих спиральных орбит вида (4). В случае медленного изменения функции f со временем ($\alpha \approx 0$) рассматриваемые спиральные орбиты будут близки к круговым. При прекращении нестационарности силового поля спиральные орбиты переходят в соответствующие круговые орбиты.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Беков А. А. Устойчивость одного класса спиральных орбит в нестационарной звездной системе с осевой симметрией // Тр. АФИ АН КазССР. – 1979. – Т. 33. – С. 36-39.
- 2 Беков А.А. Об устойчивости нестационарных круговых орбит в сопротивляющейся среде // Тр. АФИ АН КазССР. – 1981. – Т. 35. – С. 50-54.
- 3 Беков А.А. Об устойчивости спиральных орбит в нестационарном осесимметричном гравитационном поле // Тр. АФИ АН КазССР. – 1982. – Т. 39. – С. 42-46.
- 4 Мещерский И.В. Работы по механике тел переменной массы. – М.: ГИТТЛ, 1952. – 276 с.
- 5 Беков А.А. Об устойчивости неавтономных динамических систем // Известия МН-АН РК. Серия физ.-мат. – 1998. – № 4. – С. 57-60.
- 6 Демин В.Г. Движение искусственного спутника в нецентральной поле тяготения. – М.: Наука, 1968. – 352 с.
- 7 Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. Собр. соч. Т. 2. – М.; Л., 1956. – 473 с.

REFERENCES

- 1 *Bekov A.A. Ustoichivost odnogo klassa spiralnyh orbit v nestacionarnoi zvezdnoi sisteme s osevoi simmetriei. Trudy AFI AN KazSSR, 1979, T. 33, P. 36-39. (in Russ.)*
- 2 *Bekov A.A. Ob ustoichivosti nestacionarnykh krugovykh orbit v soprotivlyausheysya srede. Trudy AFI AN KazSSR, 1981, T. 35, P. 50-54. (in Russ.)*
- 3 *Bekov A.A. Ob ustoichivosti spiralnykh orbit v nestacionarnom osesimmetrichnom gravitacionnom pole. Trudy AFI AN KazSSR, 1982, T. 39, P. 42-46. (in Russ.)*
- 4 *Mestschersky I.V. Raboty po mehanike tel peremennoi massy. M.: GITTL, 1952, 276 p. (in Russ.)*
- 5 *Bekov A.A. Ob ustoichivosti neavtonomnykh dinamicheskikh sistem. Izvestia MN-AN RK, seriya fiz.-mat., 1998, № 4, P. 57-60. (in Russ.)*
- 6 *Demin V.G. Dvizenie iskusstvennogo sputnika v necentralnom pole tyagotenia. M.: Nauka, 1968, 352 p. (in Russ.)*
- 7 *Lyapunov A.M. Obshaya zadacha ob ustoichivosti dvizhenia. Sobr. soch., t. 2. M.-L., 1956, 473 p. (in Russ.)*

Резюме

А. А. Беков

(Академик Ө. М. Султанғазин атындағы ғарыштық зерттеулер институты АҚ «ҰҒЗТО», Алматы, Қазақстан Республикасы)

СТАЦИОНАРЛЫҚ ЕМЕС ӨСТІК ГРАВИТАЦИЯЛЫҚ ӨРІСІНДЕ СПИРАЛЬДІК ОРБИТАЛАРДЫҢ ОРНЫҚТЫЛЫҚ ТУРАЛЫ

Спиральдік орбиталар өстік симметрия гравитациялық өрісінде, стационарлық емес сиппатайтын функция бірінші және екінші Мещерский заңымен өзгергенде, қарастырылған. Стационарлық емес өстік симметриясымен гравитациялық өрісінде белгілі спиральдік орбиталардың класы бар, олар ерекше рөлді осындай жүйелердің динамикасында ойнайды. Спиральдік орбиталардың орнықтылық материалық нүкте қозғалыста қарастырылған стационарлық емес өстік симметрия гравитациялық өрісінде зерттеледі. Қозғалыстың орнықтылықты қарастырылған күш өрісінде зерттеу жүргізу автономның емес динамикасы жүйелерінің автономның түріне келтірілген орнықтылық талдау негізінде беріледі. Кең спиральдік орбиталар класс болу және орнықтылық шарты белгіленген. Қарастырылған спиральдік орбиталардың көпбейнелік жүйенің стационарлық емес сипаттайтын уақыт функциясының өзгеріс заңымен және жылдамдық өзгеріспен, материалдық нүктенің қозғалыс секторлық жылдамдық шамасымен, бастапқы орбиталардың параметрлар

жинақпен, анықтаулады. Спиральдік жазық орбиталар, анық, жалпы спиральдік орбиталардың ішкі класс болады. Жүйенің стационарлық емес сипаттайтын уақыт функциясы ақырын өзгеріс жағдайда қарастырылған спиральдік орбиталар дөңгелектік орбиталарға жақын болады. Күш өрісінің стационарлық емес тоқтату кезде спиральдік орбиталар сәйкес дөңгелектік орбиталарға өтеді.

Кілт сөздер: орнықтылық, спиральдік орбиталар, стационарлық емес, өстік симметрия гравитациялық өрісі, жүйелерінің динамикасы, орбиталардың параметрлары.

Summary

A. A. Bekov

(Space research institute named after Academician U. M. Sultangazin JSC "NCSRT",
Almaty, Republic of Kazakhstan)

ON THE STABILITY OF SPIRAL ORBITS IN NON-STATIONARY AXIALLY SYMMETRIC GRAVITATIONAL FIELD

The spiral orbits in an axially symmetric gravitational field, the non-stationarity of which is characterized by the function, changing on the first and the second laws of Meshcherskij, are considered. In non-stationary gravitating systems with axial symmetry, there is a certain class of spiral orbits, which play a special role in the dynamics of such systems. The stability of the spiral orbits in the motion of a material point in this non-stationary axially symmetric gravitational field is investigated. Investigation of stability of motion in this force field is performed on the basis of the stability analysis of non-autonomous dynamical systems driven by an autonomous form. The conditions of existence and stability of a wide class of spiral orbits are obtained. The variety of the considered spiral orbits determined by the law changes and the rate of change in the function of time, which characterizes the non-stationarity of the system, the size of the sector velocity of a material point, a set of initial parameters of the orbits. Flat spiral orbit will obviously be a subclass of the general spiral orbits. In the case of slow changes in the function of time, which characterizes the non-stationary systems, considered spiral orbits is nearly circular. Upon termination of non-stationarity of force field, spiral orbits pass into the corresponding circular orbits.

Keywords: stability, spiral orbits, non-stationarity, axially symmetric gravitational field, the dynamics of systems, the parameters of the orbits.

Поступила 15.07.2013 г.

УДК 521.1

А. А. БЕКОВ¹, К. С. АСТЕМЕСОВА², Д. И. УСИПБЕКОВА²

¹Институт космических исследований им. акад. У. М. Султангазина АО «НЦКИТ»,
Алматы, Республика Казахстан,

²Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан)

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ОРБИТ ИЗЛУЧАЮЩИХ ДВОЙНЫХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ

Аннотация

Исследована эволюция динамических параметров излучающих двойных систем с переменной массой. В качестве динамической модели рассмотрена задача двух гравитирующих и излучающих тел, учитывающая гравитационное притяжение и световое давление взаимодействующих тел, с дополнительным предположением изотропной переменности их масс. Задача объединяет задачу Гильдена-Мещерского, внося в нее новый физический смысл, и фотогравитационную задачу двух тел Радзиевского. Представлена эволюционирующая орбита задачи, в отличие от кеплеровской, с переменными элементами орбиты – параметром и эксцентриситетом, определяемыми параметром $\mu(t)$, интегралом площадей S и квазиинтегралом энергии $h(t)$. Найдено, что траекторией движения в фотогравитационном варианте задачи двух тел, в зависимости от знаков гравитационного параметра и квазиинтеграла энергии, может быть любое оскулирующее коническое сечение.

Определены адиабатические инварианты задачи, представляющие интерес для медленной эволюции орбит, общий ход эволюции орбит двойных систем с излучением определяется изменением параметра $\mu(t)$ и общей энергии системы.

Ключевые слова: эволюция, излучающие двойные системы, переменная масса, элементы орбиты, адиабатические инварианты.

Кілт сөздөр: эволюция, екілік сәуле шығарғыш жүйелері, айнымалы масса, орбита элементтері, адиабата инварианттар.

Keywords: evolution, radiating binary systems, variable mass, orbital elements, adiabatic invariants.

Рассмотрим задачу двух гравитирующих и излучающих тел, впервые поставленную и исследованную В. В. Радзиевским [1], с дополнительным предположением изотропной переменности масс взаимодействующих тел [2–4].

Уравнения относительного движения рассматриваемой задачи имеют вид

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3}, \quad (1)$$

где

$$\mu = G(q_1 m_1 + q_2 m_2) \quad (2)$$

μ – переменный фактор, в котором обозначено: G – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы тел, q_1 и q_2 – коэффициенты редукции тел m_1 и m_2 . В общем случае массы m_1 и m_2 являются некоторыми заданными функциями времени t . Задача (1) объединяет задачу Гильдена-Мещерского ($\mu = \mu(t)$), внося в нее новый физический смысл, и фотогравитационную задачу двух тел Радзиевского ($\mu = \text{const}$) [2, 3].

Уравнения движения (1) умноженные векторно на \vec{r} и скалярно на скорость $\dot{\vec{r}}$ дают, соответственно, интеграл площадей $\vec{C} = \text{const}$:

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{C}, \quad \vec{C} \cdot \vec{r} = \vec{C} \cdot \dot{\vec{r}} \equiv 0 \quad (3)$$

и квазиинтеграл энергии h :

$$\dot{\vec{r}}^2 - 2\frac{\mu}{r} \equiv h = h_0 - 2\int \frac{d\mu}{r}. \quad (4)$$

Интегрирование по μ производится в пределах от μ_0 до μ , соответствующих изменениям времени от нуля до текущего момента t . В качестве следствия (3) и уравнений движения (1) легко получить другой квазиинтеграл – вектор Лапласа \vec{f} (такой, что $\vec{f} \cdot \vec{C} \equiv 0$):

$$\dot{\vec{r}} \times \vec{C} - \frac{\mu \vec{r}}{r} \equiv \vec{f} = \vec{f}_0 - \int \frac{\vec{r} d\mu}{r}, \quad (5)$$

квадрат которого, как следует из тождеств (5) и (4), имеет тот же вид, что и в невозмущенной задаче Кеплера, но с переменными μ, f, h :

$$\vec{f}^2 \equiv f^2 = \mu^2 + hC^2. \quad (6)$$

Таковы исходные соотношения, необходимые для дальнейшего анализа. Полученные соотношения являются точными и приемлемы для любых $\mu(t)$ [4, 5]. Соотношения подобные (3)–(5) выведены в работе [6] для случая $\mu(t) = 1 + \sigma\varphi(t)$, где σ – малая величина, $\varphi(t)$ – монотонная дифференцируемая функция от времени t .

Поскольку характерной динамической переменной в данной задаче является параметр $\mu(t)$, можно всюду заменить дифференцирование и интегрирование по времени таковыми по μ , что заметно упрощает вычисления. Тогда, обозначая производные $d/d\mu$ штрихом и дифференцируя равенства (4), (5) и (6), находим, соответственно:

$$h' = -\frac{2}{r}, \quad (7)$$

$$\vec{f}' = -\frac{\vec{r}}{r}, \quad (8)$$

$$\vec{f} \cdot \vec{f}' \equiv f \cdot f' = \mu + \frac{1}{2} h' \cdot C^2 = \mu - \frac{C^2}{r}. \quad (9)$$

С другой стороны, согласно (8),

$$f \cdot f' = \vec{f} \cdot \vec{f}' = -\vec{f} \frac{\vec{r}}{r} = -f \cos \varphi, \quad (10)$$

где угол $\varphi = \vec{r} \cdot \vec{f}$ принято называть истинной аномалией. Сопоставляя (9) и (10), приходим к форме траектории задачи (1) [4, 5]:

$$r = \frac{C^2}{\mu \left(1 + \frac{f}{\mu} \cos \varphi \right)}. \quad (11)$$

Учитывая (6), получим эволюционирующую орбиту

$$r = \frac{C^2}{\mu(1 + e \cos \varphi)} \quad (12)$$

с переменными элементами орбиты

$$p = \frac{C^2}{\mu}, \quad e = \sqrt{1 + \frac{hC^2}{\mu^2}}, \quad \omega = \theta - \varphi, \quad (13)$$

где ω – аргумент перицентра, отсчитываемый от некоторого фиксированного направления, θ – полярный угол. Решения типа (12) в случае задачи Гильдена-Мещерского можно встретить в исследованиях различных авторов (см., например [7]). Используя результаты исследований задачи Гильдена-Мещерского, можно сразу указать интегрируемые случаи задачи (1): это случаи изменения $\mu(t) = G(q_1 m_1 + q_2 m_2)$ согласно законам И. В. Мещерского или Б. Е. Гельфгата [8]. Из результатов исследования фотогравитационной задачи двух тел [1] следует, что траекторией движения (12), в зависимости от знаков μ и h , может быть любое оскулирующее коническое сечение.

Определим элементы орбиты (12): a – большую полуось, e – эксцентриситет, T – период, в терминах характеристик движения (постоянной площадей C и общей энергии $E = \frac{h}{2}$). Имеем

$$\begin{aligned} a &= -\frac{1}{2E} G(q_1 m_1 + q_2 m_2), \\ e^2 &= 1 + \frac{2EC^2}{G^2 (q_1 m_1 + q_2 m_2)^2}, \\ T &= \frac{2\pi}{C} a^2 \sqrt{1 - e^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Используя (14), получим

$$\begin{aligned} \frac{\delta a}{a} &= \frac{\delta(q_1 m_1 + q_2 m_2)}{(q_1 m_1 + q_2 m_2)} - \frac{\delta E}{E}, \\ \frac{\delta T}{T} &= \frac{\delta(q_1 m_1 + q_2 m_2)}{(q_1 m_1 + q_2 m_2)} - \frac{3}{2} \frac{\delta E}{E}, \\ \frac{e \delta e}{1 - e^2} &= \frac{\delta(q_1 m_1 + q_2 m_2)}{(q_1 m_1 + q_2 m_2)} - \frac{1}{2} \frac{\delta E}{E}. \end{aligned} \quad (15)$$

Для изотропной потери массы имеем $\delta E = -\delta\mu/r$. В случае медленного изменения параметра μ , полагая, что в среднем за один оборот $\langle 1/r \rangle = 1/a$, и используя (14), получим

$$\delta E/E = 2 \delta\mu/\mu, \quad (16)$$

откуда следует адиабатический инвариант [9] вида

$$E \sim G^2 (q_1 m_1 + q_2 m_2)^2. \quad (17)$$

Поэтому система (15) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta a}{a} &= -\frac{\delta(q_1 m_1 + q_2 m_2)}{(q_1 m_1 + q_2 m_2)}, \\ \frac{\delta T}{T} &= -2 \frac{\delta(q_1 m_1 + q_2 m_2)}{(q_1 m_1 + q_2 m_2)}, \\ \frac{e \delta e}{1 - e^2} &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$

из которого следуют инварианты Джинса [10]:

$$\mu a = \text{const}, \quad \mu^2 T = \text{const}, \quad e = \text{const}, \quad (19)$$

обобщенные на случай $\mu(t)$, определяемым формулой (2). Инварианты (19) представляют интерес для исследования медленной эволюции орбит; общий ход эволюции орбит двойных систем с излучением определяется уравнениями (15).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Радзиевский В.В. Задача двух гравитирующих и излучающих тел // Астрон. журн. – 1951. – Т. 28, вып. 5. – С. 363-372.
- 2 Беков А.А. Об эволюции орбит двойных систем с излучением // Тезисы докл. IX Респ. межвуз. науч. конф. по матем. и мех. Ч. III. Теоретич. и приклад. механика. – Алма-Ата, 12-15 сент., 1989. – С. 6.
- 3 Беков А.А. Задача Гильдена-Мещерского. I. Точные решения // Препринт Астрофизического ин-та им. В. Г. Фесенкова АН КазССР. – Алма-Ата, 1990. – № 90-06. – 46 с.
- 4 Беков А.А., Мычелкин Э.Г. Об эволюции орбит двойных систем с излучением // Гравитация и квант. теория поля. – Алма-Ата: КазГУ, 1990. – С. 49-52.
- 5 Мычелкин Э.Г. Параметрическое решение задачи Гильдена-Мещерского // Гравитация и квант. теория поля. – Алма-Ата, 1990. – С. 60-66.
- 6 Самойлова-Яхонтова Н.С. Движение тела переменной массы под действием центральной силы // Бюлл. Ин-та теор. астрон. АН СССР. – 1962. – Т. 8, № 6(99). – С. 396-401.
- 7 Hadjidemetriou J.D. Secular variation of mass and the evolution of binary systems // Advances in Astronomy and Astrophysics. – N.Y.-L.: Acad. Press, 1967. – Vol. 5. – P 131-188.
- 8 Беркович Л.М. Задача Гильдена-Мещерского и законы изменения массы // Докл. АН СССР. – 1980. – Т. 250, № 5. – С. 1088-1091.
- 9 Донцов Ю.П., Завенягин Ю.А., Тилинин Г.Н. Движение тела переменной массы и адиабатические инварианты // Космич. исслед. – 1985. – Т. 23, № 4. – С. 634-636.
- 10 Jeans J. Astronomy and Cosmogony. – Cambridge, 1929. – 290 p.

REFERENCES

- 1 Radzievskii V.V. Zadacha dvuh gravitiruyoushikh i izluchayoushikh tel. Astron. Journ. **1951**, T. 28, vyp. 5, P. 363-372. (in Russ.).
- 2 Bekov A.A. Ob evoluzii orbit dvoinyh system s izlucheniem. Tezisy dokl. IX Resp. mezhvuz. nauch. konf. po matem. i mech. Ch. III. Teoretich. i priklad. mehanika. Alma-Ata, 12-15 sent., **1989**, P.6. (in Russ.).
- 3 Bekov A.A. Zadacha Gyldena-Meshcherskogo. I. Tochnye resheniya. Preprint Astrophysicskogo inst. im. V. G. Fessenkova AN KazSSR, Alma-Ata, **1990**, № 90-06, 46 p. (in Russ.).
- 4 Bekov A.A., Mychelkin E.G. Ob evoluzii orbit dvoinyh system s izlucheniem. Gravitaziya i kvant. teoriya polya. Alma-Ata: KazGU, **1990**, P. 49-52. (in Russ.).
- 5 Mychelkin E.G. Parametricheskoe reshenie zadachi Gyldena-Meshcherskogo. Gravitaziya i kvant. teoriya polya. Alma-Ata, **1990**, P. 60-66. (in Russ.).

6 Samoilova-Yahontova N.S. Dvijenje tela peremennoi massy pod deistviem zentralnoi sily. Bul. in-ta teor. astron. AN SSSR, **1962**, Т. 8, № 6 (99), P. 396-401. (in Russ.).

7 Hadjidemetriou J.D. Secular variation of mass and the evolution of binary systems // *Advances in Astronomy and Astrophysics*. N.Y.-L.: Acad. Press. 1967. V.5. P 131-188.

8 Berkovich L.M. Zadacha Gyldena-Meshcherskogo i zakony izmeneniya massy. Dokl. AN SSSR, **1980**, Т. 250, № 5, P. 1088-1091. (in Russ.).

9 Donzov Y.P., Zavenyagin Y.A., Tilinin G.N. Dvijenje tela peremennoi massy I adiabaticheskie invarianty. Kosmich. issled. **1985**, Т. 23, № 4, P. 634-636. (in Russ.).

10 Jeans J. *Astronomy and Cosmogony*. Cambridge. 1929. 290 p.

Резюме

A. A. Bekov¹, K. S. Astemesova², D.I. Өсінбекова²

¹Академик Ө. М. Султанғазин атындағы ғарыштық зерттеулер институты АҚ «ҰҒЗТО», Алматы, Қазақстан Республикасы,

²Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

СӘУЛЕ ШЫҒАРҒЫШ АЙНЫМАЛЫ МАССА МЕН ЕКІЛІК ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ОРБИТАЛАР ЭВОЛЮЦИЯСЫ ТУРАЛЫ

Сәуле шығарғыш айнымалы масса мен екілік жүйелердің динамикасы параметрлердың эволюциясы зерттелінген. Динамикалық модель ретінде екі гравитациялық және сәуле шығарғыш денелерінің есебі қарастырылған, осы жағдайда гравитациялық тартылыс және жарық қысымы өзара әрекеті денелерің есепке алынған және денелерінің изотропты айнымалы массасы ұсынылған. Мақсат Гильден-Мещерский есебіне жаңа физикалық маңызды кіргізу және фотогравитациялық екі денелі Радзиевский есебін біріктіру. Есептің эволюциялық орбита, кеплер орбитадан айрым берілген, осы жағдайда айнымалы орбита элементтер параметр және эксцентриситет, параметрмен $\mu(t)$, ауданы интегралмен C және энергия квазиинтегралмен $h(t)$ анықталады. Қозғалыс траектория есептің фотогравитациялық вариантта табылған, гравитациялық параметрінің және энергия квазиинтегралдың таңбаға байланысты болу, әрбіреу оскуляциялық конустық қима мүмкін. Есептің адиабатикалық инварианттар анықталған, олар ақырын орбиталар эволюцияға қызығушылық болады, екілік сәуле шығарғыш жүйелердің орбиталардың жалпы эволюцияның жүрісі параметр $\mu(t)$ және жалпы жүйесінің энергиясы өзгеріспен анықталады.

Кілт сөздер: эволюция, екілік сәуле шығарғыш жүйелері, айнымалы масса, орбита элементтері, адиабата инварианттар.

Summary

A. A. Bekov¹, K. S. Astemesova², D. I. Usipbekova²

¹Space research institute named after Academician U. M. Sultangazin JSC "NCSRT",
Almaty, Republic of Kazakhstan;

²Kazakh national technical university named after K. I. Satpayev, Almaty, Republic of Kazakhstan)

ON THE ORBITAL EVOLUTION OF THE RADIATING BINARY SYSTEMS WITH VARIABLE MASS

The evolution of the dynamic parameters of the radiating binary systems with variable mass is investigated. As a dynamic model, the problem of two gravitating and radiating bodies is considered, taking into account the gravitational attraction and the light pressure of the interacting bodies, with the additional assumption of isotropic variability of their masses. The problem combines the Gylden-Meshcherskij problem, carrying with them a new physical sense, and the two-body photogravitational Radzievskii problem. Evolving orbit is presented, unlike Kepler, with varying orbital elements - parameter and eccentricity, defines by the parameter $\mu(t)$, area integral C and quasi-integral energy $h(t)$. It is found, that the trajectory of a photogravitational version of the problem of two bodies, depending on the signs of the gravitational parameter and quasi-integral of energy, can be any of the osculating conic section. Adiabatic invariants of problem are defined, they are of interest to the slow evolution of the orbits, the general course of the evolution of the orbits of binary systems with the radiation is determined by the change of the parameter $\mu(t)$ and the total energy of the system.

Keywords: evolution, radiating binary systems, variable mass, orbital elements, adiabatic invariants.

Поступила 15.07.2013г.